

Nuevo método para el diseño de secciones T-y rectangulares- sometidas a flexión

Elkin A. Castrillón Oberndorfer*

1. INTRODUCCION

Aunque ya no son tantas las ventajas de la sección T respecto a la sección rectangular, como cuando la concibió y la realizó Hennebique (14, p. 1O9), la misma construcción determina su existencia y, por lo tanto, la conveniencia de considerar su eficiencia o su resistencia donde se da es indiscutible.

Este autor considera que los algoritmos que usualmente se proponen, aún en la literatura norteamericana, por ejemplo "...el método de los dos momentos..." según Wang y Salmon (13, p. 3O1 y 3O3), son complicados y poco apropiados para la sistematización. Más aún los métodos propuestos, tal como se indica más adelante pueden ser confusos.

Es indicativo de métodos que han quedado rezagados frente a las herramientas actuales, que la simple solución de una ecuación cuadrática representa dificultades para algunos autores. Esto lleva, por ejemplo, a Nilson y Winter (9, p. 112) a sugerir, sin justificación alguna, una aproximación para la ubicación del eje neutro, afortunadamente muy cercana al valor correcto. Wang y Salmon (13, p. 3O4) ante las alternativas de resolver la ecuación cuadrática o un "...procedimiento de ensayo..." escogen este último.

Por estas razones se propone a continuación un algoritmo general adecuado tanto para el diseño de la sección T como de la sección rectangular, que viene a ser un caso particular del algoritmo general.

Como se parte de las mismas hipótesis y especificaciones de los códigos norteamericano y colombiano se obtienen naturalmente los mismos resultados. Se considera que la ventaja del método propuesto aquí es su sencillez y generalidad.

* Ingeniero Civil, Dr. Ingeniero
Profesor Asociado de la Facultad de Minas
Universidad Nacional de Colombia

El trabajo que aquí se presenta es solamente una parte de una metodología que incluye secciones doblemente reforzadas, revisión o análisis de las mismas, secciones sometidas a fuerza normal y momento flector, hormigón pretensado, etc.

2. DOCENCIA E INVESTIGACION

En el ambiente académico, tal vez, por falta de claridad sobre el mismo, hay actualmente una marcada tendencia a discriminar ambas actividades, en vez de considerarlas estrechamente relacionadas, en forma tal, que la una es motor de la otra.

Actualmente en esta misma Universidad se considera de inferior calidad la actividad del docente que no ejecuta investigaciones institucionalizadas frente a la del que si las realiza.

La misma docencia permite por sí misma realizar actividad investigativa, institucionalizada o no, al considerar como uno de sus objetivos la búsqueda de métodos didácticos más simples y más generales que redunden en beneficio del estudiante, de la misma docencia y, aún, del ingeniero que solo conoce los métodos que aquí se objetan.

Este trabajo es el resultado de esta actividad y ha sido motivado, además también por la práctica profesional.

3. ANTECEDENTES

En este trabajo se emplean las variables adimensionales definidas en la práctica alemana, tal como, las utiliza Leonhardt (7) y como se utilizan aún en la práctica alemana, dentro del marco del Eurocode 2 (5).

A raíz de los diagramas adimensionales presentados por Thielen (11), para las especificaciones alemanas, nace la inquietud de desarrollarlos según las especificaciones norteamericanas utilizando la distribución rectangular de las tensiones sobre el hormigón comprimido de Whitney. Los resultados de este trabajo se presentan posteriormente (Castrillón (1)).

Ante el acelerado desarrollo de los medios actuales de cálculo, Valencia y Vásquez (12), sistematizan los algoritmos propuestos por el autor para calculadoras programables de pequeña capacidad.

La importancia que en las últimas décadas se le ha dado al diseño de estructuras de hormigón reforzado, especialmente dentro de la filosofía de diseño sismico, permite su consideración, mediante la determinación de la curvatura última de las secciones sometidas a flexión, muy fácilmente, tal como se indica mas adelante.

A raíz de un trabajo anterior, también sobre algoritmos generales para la determinación de los momentos de inercia de secciones transformadas de hormigón (Castrillón (2)), se observa la conveniencia de mejorar la presentación formal del algoritmo. De esta manera se alcanza el estado actual del algoritmo para secciones simplemente reforzadas.

4. HIPOTESIS Y ESPECIFICACIONES

Aquí se considera que la anchura equivalente o efectiva de la sección T ya ha sido determinada según las especificaciones.

El algoritmo se basa en las mismas hipótesis generalmente aceptadas en el diseño último o a la rotura de secciones de hormigón sometidas a flexión (8), a saber:

- Secciones planas permanecen planas,
- Leyes de los dos materiales conocidas,
- No se considera la resistencia a la tracción del hormigón,
- Perfecta adherencia entre los dos materiales, etc.

Como deformación a la rotura del hormigón se especifica el tres por mil ($0,003$) y como tensión de aplastamiento o rotura del hormigón a compresión el 85 % de su resistencia especificada f'_c .

En cuanto a la distribución rectangular de las tensiones de compresión sobre el hormigón, se utiliza la variable β especificada, cuya magnitud está en el intervalo entre 0,65 y 0,85, según sea la resistencia especificada del hormigón. Respecto al procedimiento especificado es importante insistir en que las tensiones de compresión se consideran solamente sobre la fracción β de la altura comprimida más alejada del eje neutro.

La cuantía y el momento máximos en secciones simplemente reforzadas se determinan a partir de la condición de falla balanceada, es decir, cuando ambos materiales alcanzan sus resistencias límites, mediante la condición de que la cuantía máxima es el 75 % de la correspondiente a la falla balanceada.

Este requisito implica para todas las secciones rectangulares de los mismos materiales, que su curvatura última es la misma, en cambio esta varía, aún para los mismos materiales, con la forma de las secciones T. Observaciones en este sentido hacen diferentes autores norteamericanos como Wang y Salmon (13) y Ferguson y otros (4, p. 127).

Aquí en general se utilizan las solicitudes y resistencias nominales, de manera que el factor de reducción de resistencia no se considera

explicítamente. El propósito general es obtener algoritmos en su forma más simple y, por esto se prescinde también de algunos subíndices de uso común, pero que aquí no hacen falta.

5. SECCIONES SIMPLEMENTE REFORZADAS

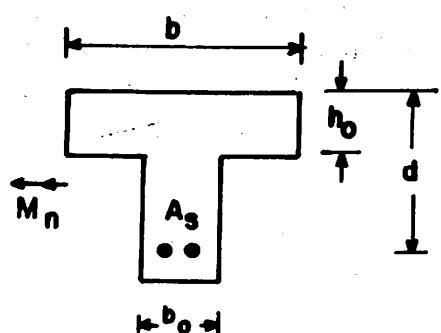
5.1 FACTORES DE FORMA ADIMENSIONALES

En la Figura 1a se representa la forma general de una sección T, alrededor de la cual se anotan las convenciones geométricas utilizadas en este trabajo. Algunas difieren, a propósito, de las utilizadas en la literatura norteamericana.

Allí se anotan también las definiciones, expresiones (1) a (6), de los seis factores de forma adimensionales correspondientes a la geometría de la estructura. Estos son los mismos factores utilizados en un trabajo anterior para la determinación de los momentos de inercia de secciones T (Castrillón (2)), lo que permite utilizarlos en su análisis general, elástico e inelástico.

En las definiciones se utiliza una variable auxiliar, b_A , que puede tomar dos valores diferentes según la anchura mínima de la superficie comprimida. Si la superficie comprimida es rectangular como se indica en los dos casos de la Figura 1b, b_A es igual a la anchura total de la sección, b . En cambio, si la superficie comprimida es no rectangular, como en la Figura 1c, b_A es igual a la anchura del alma b_o . La definición de variables en cada caso se hace mediante las expresiones (6) y (7).

En ambos casos se observan los valores que toman los factores de forma adimensionales F_1 , F_2 y F_4 . Es importante insistir en estos conceptos, ya que algunas propiedades de la sección T son



$$F_1 = \frac{b}{b_A} \quad (1)$$

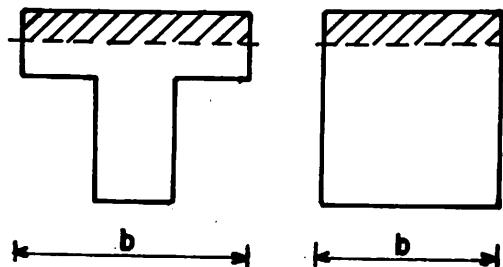
$$F_2 = \frac{b}{b_A} - 1 = F_1 - 1 \quad (2)$$

$$F_3 = \frac{h_0}{d} \quad (3)$$

$$F_4 = \left(\frac{b}{b_A} - 1 \right) \frac{h_0}{d} = F_2 F_3 \quad (4)$$

$$F_5 = \frac{d}{d} \quad (5)$$

a) Factores generales



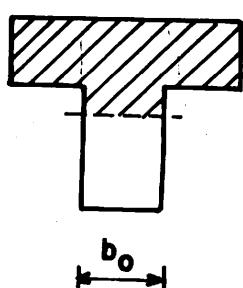
$$b_A = b \quad (6)$$

$$F_1 = 1$$

$$F_2 = 0$$

$$F_4 = 0$$

b) Superficies comprimidas rectangulares



$$b_A = b_0 \quad (7)$$

$$F_1 = \frac{b}{b_0}$$

$$F_2 = \frac{b}{b_0} - 1$$

$$F_4 = \left(\frac{b}{b_0} - 1 \right) \frac{h_0}{d}$$

c) Superficie comprimida no rectangular

Figura 1. Factores de forma generales y condiciones particulares

independientes de la forma de la superficie comprimida. La sección T permanece aquí como tal, aunque la forma de la superficie comprimida sea rectangular. La práctica usual de concluir que por ser la superficie comprimida rectangular se puede continuar el diseño como para una sección rectangular puede prestarse a equívocos.

5.2 EL ALGORITMO GENERAL

El algoritmo único y general que se propone aquí para secciones simplemente reforzadas se presenta en la Figura 2.

En la Figura 2a, además de las convenciones, las expresiones (8), (9) y (10) definen respectivamente:

- La resistencia especificada a flexión, σ'_c ,
- La cuantía mecánica, ω y
- El momento reducido, m .

La cuantía mecánica, igual a la cuantía geométrica multiplicada por la relación entre las tensiones especificadas a la rotura del acero y del hormigón, es un concepto mucho más amplio que la cuantía geométrica y permite, por lo tanto, soluciones más generales del problema. Las tablas o diagramas elaborados en función de la cuantía geométrica no tienen la generalidad de los elaborados en función de la cuantía mecánica.

Aunque no es muy usual la utilización de la cuantía mecánica en la literatura y en las especificaciones norteamericanas, algunos autores como Everard y Tanner (3, p. 101) la utilizan, en forma diferente, desde hace décadas. Curiosamente en las especificaciones sobre pretensado (8, p.167) si se utiliza la misma convención.

En la literatura norteamericana se toma la relación entre las resistencias especificadas de ambos

materiales, f_y/f_c' y aquí se toma la relación $f_y/(0,85f_c')$ para obtener expresiones mucho más simples y libres del factor 0,85, como se puede comprobar comparando con algunos textos.

La expresión (11) en la Figura 2b establece una relación adicional entre la cuantía mecánica y las variables α y β .

La primera de ellas es también una variable adimensional que multiplicada por la altura efectiva de la sección, d , permite ubicar el eje neutro. β es la variable especificada para considerar la distribución rectangular de las tensiones de compresión sobre el hormigón.

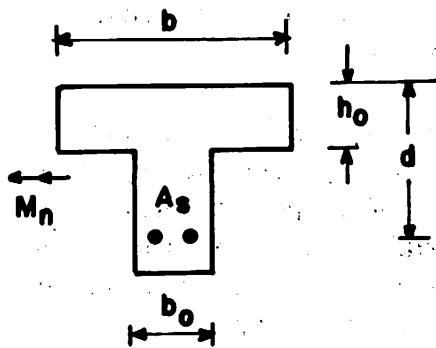
En la Figura 2c la relación entre la cuantía mecánica, ω , y el momento reducido, m , se expresa mediante las igualdades (12) y (13) en dos formas diferentes. La primera de ellas se utiliza para obtener la cuantía mecánica a partir del momento reducido y la segunda para obtener el momento reducido a partir de la cuantía mecánica.

5.3 DETERMINACION DE LA FORMA DE LA SUPERFICIE COMPRIMIDA

El estado general de deformaciones y tensiones se representa para las dos formas de la superficie comprimida en la Figura 3.

La expresión (14) establece la relación entre la variable α y las deformaciones en los materiales: ϵ_c' en el hormigón comprimido y ϵ_s en el acero a tracción. La primera de ellas, es para el algoritmo presentado aquí, según las especificaciones siempre igual a 0,003, pero se puede aumentar si aumenta el valor especificado.

Mediante esta Figura se desea especialmente resaltar, que la aplicación de la distribución rectangular de las tensiones, según las



$$\sigma_c' = 0,85 f_c' \quad (8)$$

$$\omega = \frac{A_s f_y}{bd \sigma_c'} \quad (9)$$

$$m = \frac{M_n}{bd^2 \sigma_c'} \quad (10)$$

a) Convenciones

$$\omega = \frac{\alpha \beta + F_4}{F_1} \quad (11)$$

b) Relación entre la cuantía mecánica, ω , y la forma de la superficie comprimida

$$\omega = \frac{1 + F_4 - \sqrt{1 - 2[F_1 m - F_4(1 - 0,5 F_3)]}}{F_1} \quad (12)$$

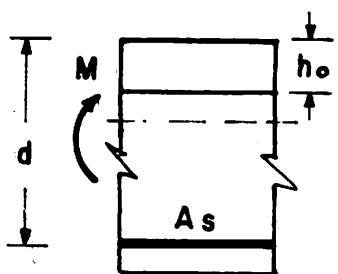
$$m = (1 - 0,5 \omega F_1) \omega + F_4 (\omega - 0,5 F_3) \quad (13)$$

c) Relación entre cuantía mecánica, ω , y momento reducido, m

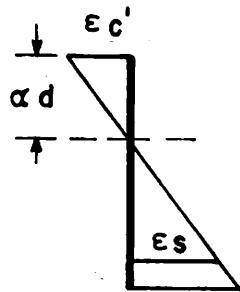
Figura 2. Expresiones generales para revisión y diseño de secciones simplemente reforzadas

$$\alpha = \frac{\epsilon_c'}{\epsilon_c' + \epsilon_s}$$

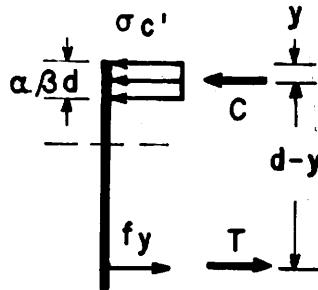
(14)



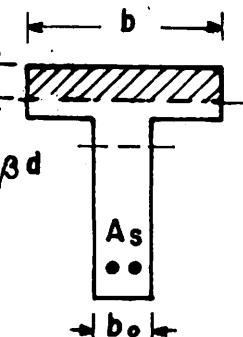
Sección
longitudinal



Deformaciones



Tensiones y
resultantes

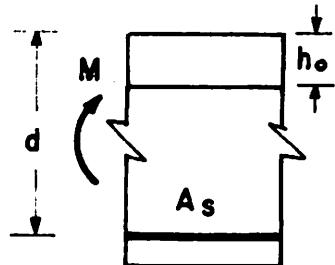


Sección
transversal

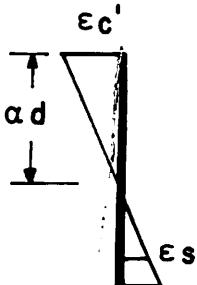
$$y = \frac{\alpha\beta d}{2}$$

(17a)

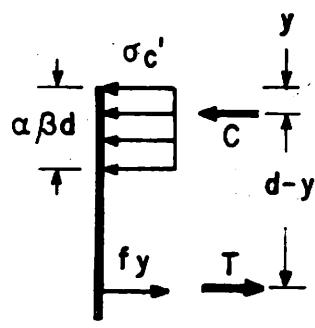
a) Superficie comprimida rectangular ($\alpha\beta \leq h_0/d$)



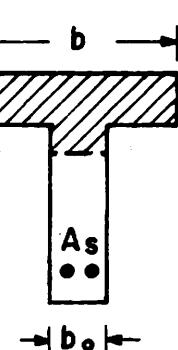
Sección
longitudinal



Deformaciones



Tensiones y
resultantes



Sección
transversal

$$y = \frac{(\alpha\beta)^2 + \left(\frac{b}{b_0} - 1\right) \left(\frac{h_0}{d}\right)^2}{2 \left[\alpha\beta + \left(\frac{b}{b_0} - 1\right) \frac{h_0}{d} \right]} d$$

(17b)

b) Superficie comprimida no rectangular ($\alpha\beta > h_0/d$)

Figura 3. Formas de la superficie comprimida

especificaciones, se hace únicamente sobre la altura comprimida de la sección y es independiente de la forma de la superficie comprimida.

Claramente se observa, entonces, que la superficie comprimida es rectangular si el producto $\alpha\beta$ es menor o igual que la relación h_c/d , igual a su vez al coeficiente de forma adimensional F_3 .

Al establecer las condiciones de equilibrio de fuerza horizontales y momento de las resultantes horizontales sobre la sección se llega, mediante una serie elaborada de transformaciones, al algoritmo general presentado. De la primera condición se obtiene la expresión (11) y de la segunda la expresión (12) o la expresión (13).

Las expresiones (17a) y (17b) permiten ubicar el centro de gravedad de la superficie comprimida mediante la variable, y .

En la Figura 4 se representan, además de las convenciones, las formas particulares de la expresión (11), para los casos de superficie comprimida rectangular -(11a)- y superficie comprimida no rectangular -(11b)-. Los criterios correspondientes quedan establecidos mediante las condiciones adimensionales (15) y (16).

La evaluación particular de las expresiones generales (12) y (13) están anotadas, de manera ilustrativa, para ambas formas de la superficie comprimida en la Figura 5. Al utilizar correctamente las expresiones generales, se hace innecesaria la utilización de las expresiones particulares.

La expresión (13a) es prácticamente igual a la utilizada para secciones rectangulares en el código israelí según Kirsch (6, p. 260). Esto se anota como curiosidad, ya que esta ha sido la única referencia en la que se ha observado coincidencia de los términos.

5.4 INTERVALO DE VALORES EN LA SECCION RECTANGULAR

Las expresiones (12a) y (13a) para secciones rectangulares representan en el plano $\omega-m$ una parábola, tal como está ilustrada en la Figura 6b. El valor máximo de m , $m = 0,5$, se determina cuando $\omega = 1,0$. Así se concluye que en secciones rectangulares, valores de m superiores al anotado, no se dan en secciones simplemente reforzadas y qué valores de ω superiores a 1,0 no son de interés práctico.

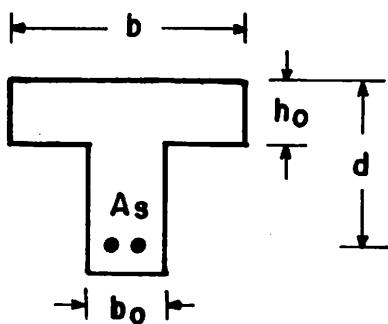
Estas magnitudes límites son precisamente una ventaja de las variables adimensionales que llevan, como en este caso, a conclusiones válidas para todas las secciones rectangulares. De esta manera el usuario siempre se puede ubicar dentro del grado de intensidad de solicitudes o de la cantidad de acero en un problema dado.

En la Figura 6b se representan las ubicaciones límites del diagrama de deformaciones, una de ellas con la correspondiente distribución rectangular de las tensiones de compresión sobre el hormigón. Al hacer la evaluación para $\alpha = 1,0$ y para los valores límites especificados de β , 0,85 y 0,65, esto es, para $\omega = 0,85$ y $\omega = 0,65$, se obtienen $m = 0,49$ y $m = 0,44$ respectivamente. Así se restringen aún más los valores para todos los hormigones.

5.5 CUANTIAS Y MOMENTOS MAXIMOS

Especialmente para indicar la diferencia general entre secciones rectangulares y secciones T de la misma anchura b y altura efectiva d se utiliza la Figura 7.

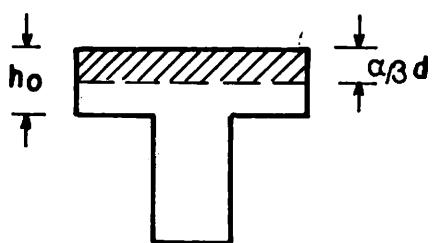
Allí se representan las condiciones de falla balanceada y las condiciones determinadas por la cantidad máxima de refuerzo especificada para



$$\sigma_c' = 0,85 f_c' \quad (8)$$

$$\omega = \frac{A_s f_y}{bd \sigma_c} \quad (9)$$

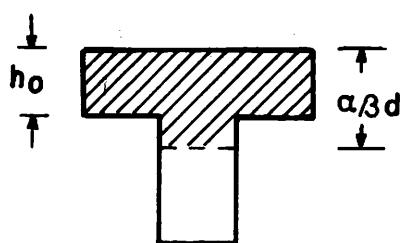
a) Convenciones



$$\omega = \alpha \beta \quad (11a)$$

$$\omega \leq \frac{h_0}{d} = F_3 \quad (15)$$

b) Superficie comprimida rectangular

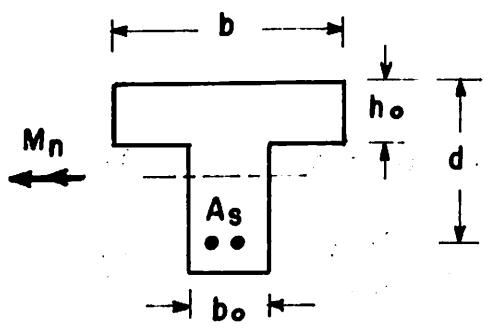


$$\omega > \frac{h_0}{d} = F_3 \quad (16)$$

$$\omega = \frac{\alpha \beta + \left(\frac{b}{b_0} - 1 \right) \frac{h_0}{d}}{\frac{b}{b_0}} \quad (11b)$$

c) Superficie comprimida no rectangular

Figura 4. Relación entre la cuantía mecánica, ω , y la forma de la superficie comprimida

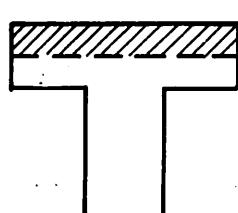


$$\sigma'_c = 0,85 f'_c \quad (8)$$

$$\omega = \frac{A_s f_y}{bd \sigma'_c} \quad (9)$$

$$m = \frac{M_n}{bd^2 \sigma'_c} \quad (10)$$

a) Convenciones



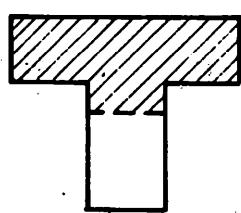
$$\omega \leq \frac{h_o}{d} \quad (15)$$

$$\omega = 1 - \sqrt{1 - 2 m} \quad (12a)$$

$$m = \left(1 - \frac{\omega}{2}\right) \omega \quad (13a)$$

b) Superficie comprimida rectangular

$$\omega > \frac{h_o}{d} \quad (16)$$

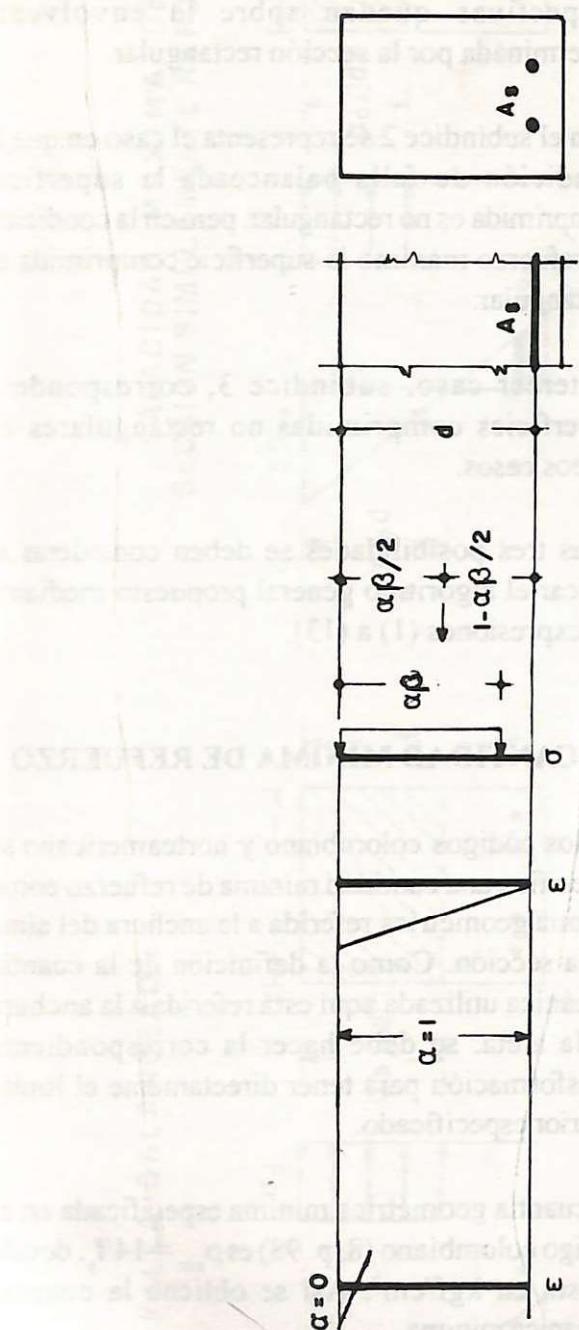


$$\omega = \frac{1 + \left(\frac{b}{b_o} - 1\right) \frac{h_o}{d} - \sqrt{1 - 2 \left[\frac{b}{b_o} m - \left(\frac{b}{b_o} - 1\right) \frac{h_o}{d} \left(1 - \frac{h_o}{2d}\right) \right]}}{\frac{b}{b_o}} \quad (12b)$$

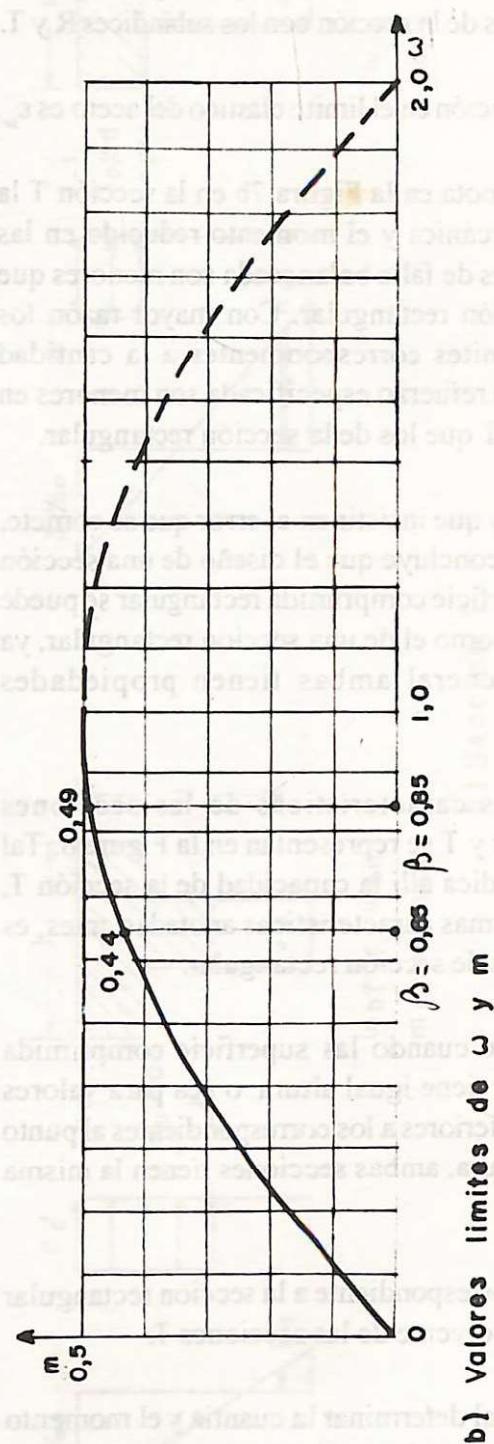
$$m = \left(1 - \frac{\omega b}{2 b_o}\right) \omega + \left(\frac{b}{b_o} - 1\right) \frac{h_o}{d} \left(\omega - \frac{h_o}{2d}\right) \quad (13b)$$

c) Superficie comprimida no rectangular

Figura 5. Relación entre la cuantía mecánica, ω , y momento reducido, m , en secciones simplemente reforzadas



a) Ubicaciones límites del eje neutro



b) Valores límites de ω y m

Figura 6. Ubicaciones límites del eje neutro y valores límites de ω y m en secciones rectangulares simplemente reforzadas

sección rectangular y sección T en las Figuras 7a y 7b respectivamente. Ambas condiciones se identifican con los subíndices b y o respectivamente y las formas de la sección con los subíndices R y T.

La deformación en el límite elástico del acero es ε_{se} .

Como se anota en la Figura 7b en la sección T la cuantía mecánica y el momento reducido en las condiciones de falla balanceada son menores que en la sección rectangular. Con mayor razón los valores límites correspondientes a la cantidad máxima de refuerzo especificada son menores en la sección T que los de la sección rectangular.

Por eso hay que insistir en el error que se comete, cuando se concluye que el diseño de una sección T con superficie comprimida rectangular se puede continuar como el de una sección rectangular, ya que, en general ambas tienen propiedades diferentes.

Las curvas características de las secciones rectangular y T se representan en la Figura 8. Tal como se indica allí la capacidad de la sección T, con las mismas características anotadas antes, es inferior a la de sección rectangular.

Unicamente cuando las superficie comprimida rectangular tiene igual altura, o sea para valores iguales o inferiores a los correspondientes al punto A en la Figura, ambas secciones tienen la misma capacidad.

La curva correspondiente a la sección rectangular es pues envolvente de las secciones T.

En general al determinar la cuantía y el momento máximos en secciones T se pueden presentar las tres situaciones características indicadas en la Figura 9. Cada una de estas situaciones se caracteriza por uno de los subíndices 1, 2 y 3.

El subíndice 1 corresponde al caso en que, tanto en la condición de falla balanceada como en la de refuerzo máximo, la superficie comprimida es rectangular y, por lo tanto, las coordenadas respectivas quedan sobre la envolvente determinada por la sección rectangular.

Con el subíndice 2 se representa el caso en que la condición de falla balanceada la superficie comprimida es no rectangular, pero en la condición de refuerzo máximo la superficie comprimida es rectangular.

El tercer caso, subíndice 3, corresponde a superficies comprimidas no rectangulares en ambos casos.

Estas tres posibilidades se deben considerar al aplicar el algoritmo general propuesto mediante las expresiones (1) a (13).

5.6 CANTIDAD MINIMA DE REFUERZO

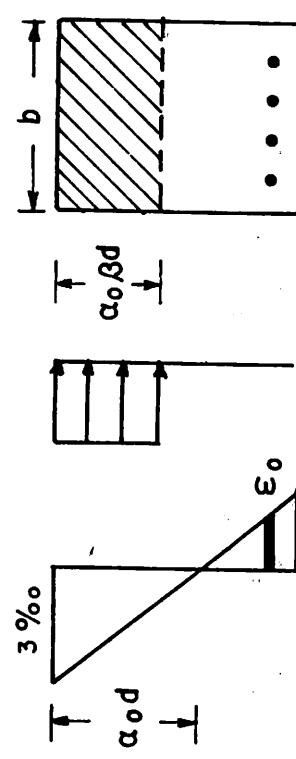
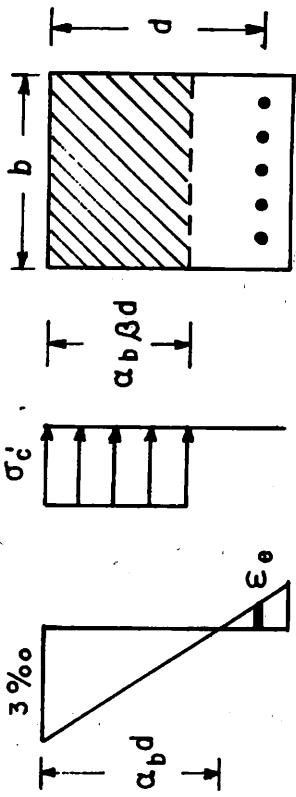
En los códigos colombiano y norteamericano se especifica una cantidad mínima de refuerzo como cuantía geométrica referida a la anchura del alma de la sección. Como la definición de la cuantía mecánica utilizada aquí está referida a la anchura de la aleta, se debe hacer la correspondiente transformación para tener directamente el límite inferior especificado.

La cuantía geométrica mínima especificada en el código colombiano (8, p. 98) es $\rho_{min} = 14/f_y$, donde f_y está en kgf/cm². Así se obtiene la cuantía mecánica mínima

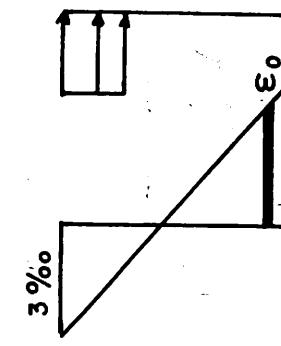
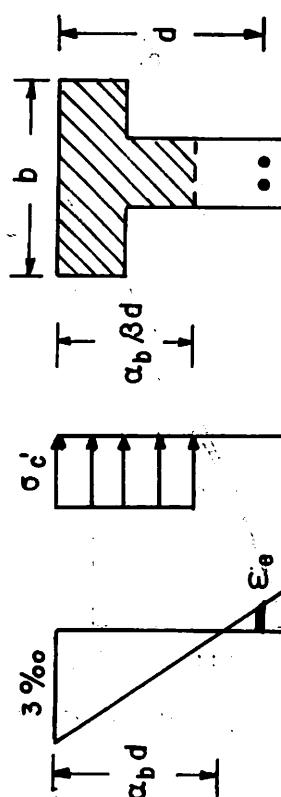
$$\omega_{min} = 14b_o / (\sigma_c' b) \quad (18)$$

FALLA BALANCEADA

CAPACIDAD MAXIMA DE LA SECCION SIMPLEMENTE REFORZADA



a) Sección rectangular



b) Sección T

$$\begin{aligned} \omega_{bT} &< \omega_{bR} \\ m_{bT} &< m_{bR} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \omega_{oT} &< \omega_{oR} \\ m_{oT} &< m_{oR} \end{aligned}$$

Figura 7. Quantias y resistencias máximas diferentes en las secciones T y rectangulares simplemente reforzadas del mismo ancho b

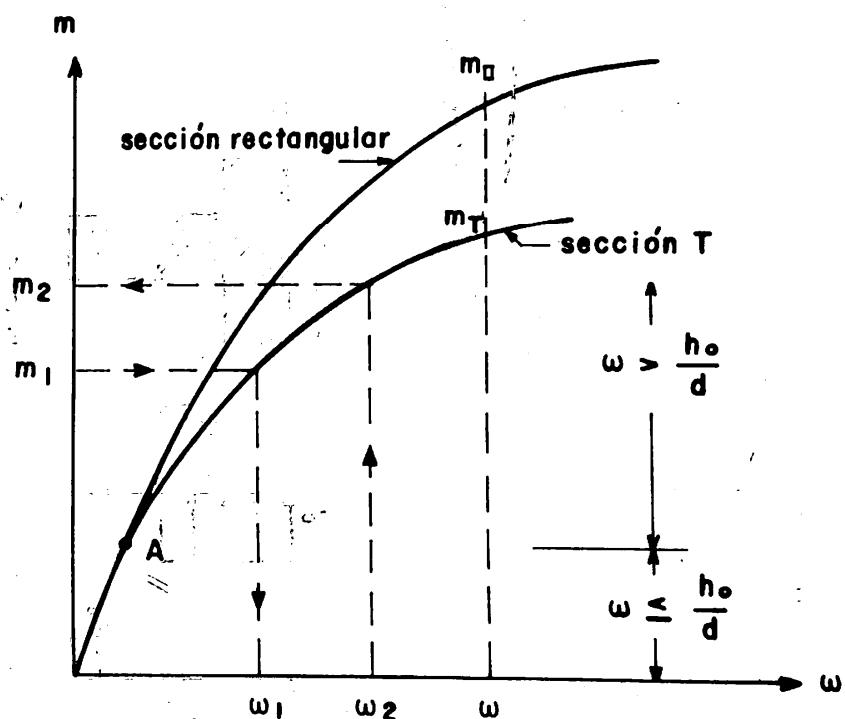
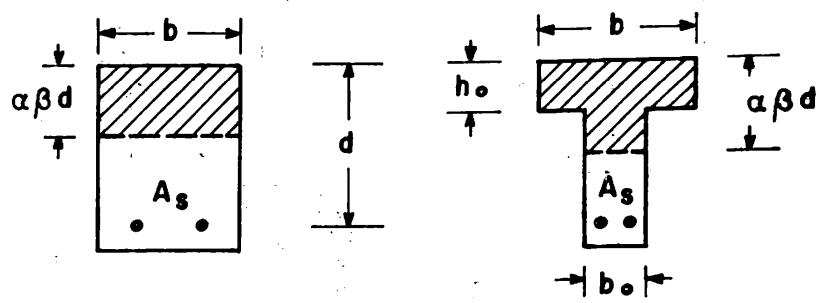
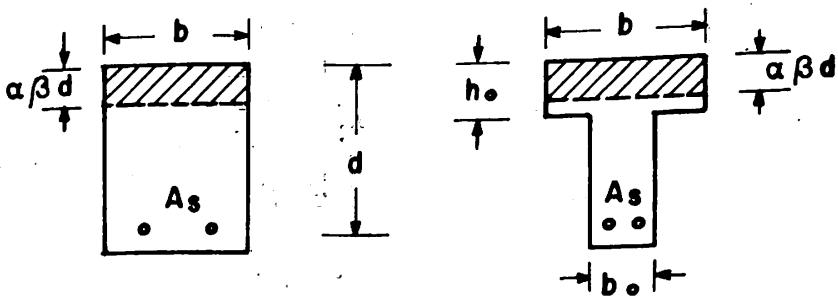


Diagrama en sección T y sección rectangular

Figura 8. Diagrama $\omega - m$ en secciones simplemente reforzadas

5.7 CURVATURA ULTIMA

La curvatura última es para la deformación última especificada para el hormigón, en general,

$$\phi_u = 0,003/(ad) \quad (19)$$

y al aplicar la expresión (11a) para la sección rectangular simplemente reforzada en particular, se obtiene

$$\phi_u = 0,003\beta/(ad) \quad (20)$$

Esta última expresión indiscutiblemente es más simple, en su forma y en su aplicación, que la utilizada usualmente en estos casos, por ejemplo, por Park y Paulay (10, p. 205).

6. PROCEDIMIENTO

El algoritmo propuesto se reduce a la correcta aplicación de las expresiones (11), (12) y (13), asumiendo inicialmente una superficie comprimida rectangular, comprobar esta hipótesis, y si la superficie comprimida no es rectangular, hacer la correspondiente sustitución en los factores de forma adimensionales.

A fin de reducir las expresiones a un mínimo, se considera que las expresiones anotadas establecen relaciones entre las variables, de tal manera, que se pueden transformar para determinar otra de las variables de la relación.

En general se propone determinar inicialmente las propiedades de la sección, que son sus características propias independientes de la solicitud o de la resistencia. Aquí específicamente se trata de la cuantía mecánica y del momento reducido máximos y de la cuantía mecánica mínima.

Además se recomienda, a fin de reducir el número de operaciones aritméticas, utilizar la variable $R = bds'_c$, que se considera como la resultante de compresión sobre una sección rectangular.

7. APPLICACION

7.1 PRESENTACION

El algoritmo propuesto se aplica a continuación a una sección T de materiales y dimensiones usuales. Inicialmente se determinan las propiedades de la sección y luego se hace un diseño a flexión.

7.2 SISTEMA

7.2.1 Materiales

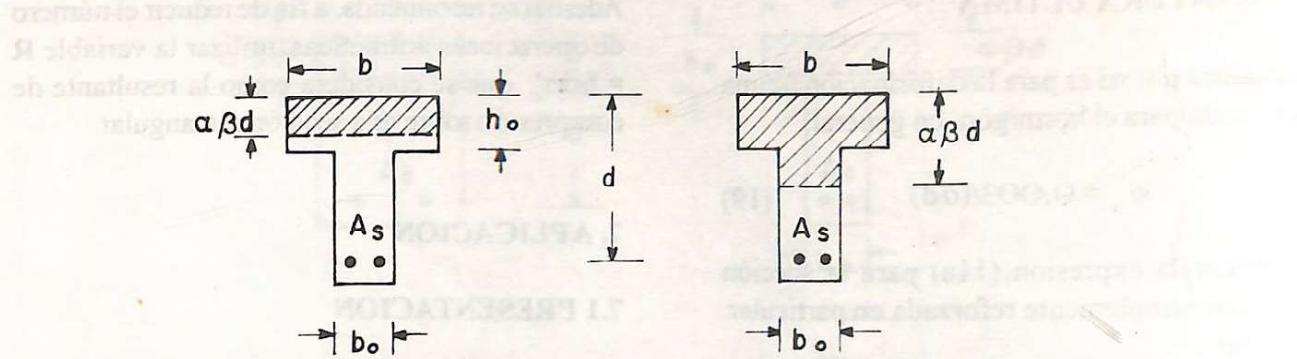
ACERO	HORMIGON
$f_y = 4200 \text{ kgf/cm}^2$	$f'_c = 210 \text{ kgf/cm}^2$
$E_s = 2,04 \cdot 10^6 \text{ kgf/cm}^2$	$\sigma'_c = 178,5 \text{ kgf/cm}^2$
$\epsilon_e = 0,00206$	$\beta = 0,85$

7.2.2 Geometría y coeficientes de forma adimensionales

Dimensiones	Superficie comprimida rectangular
$b = 100 \text{ cm}$	(6): $b_A = b = 100$
$b_o = 25 \text{ cm}$	(1): $F_1 = 1$
$h_o = 10 \text{ cm}$	(2): $F_2 = 0$
$d = 50 \text{ cm}$	(3): $F_3 = 10/50 = 0,20$
	(4): $F_4 = 0$

Resultante de compresión sobre la sección

$$R = bds'_c = 100 \cdot 50 \text{ cm}^2 \cdot 178,5 \text{ kgfcm}^{-2} = 892,5 \cdot 10^3 \text{ kgf}$$



Superficie comprimida rectangular

Superficie comprimida no rectangular

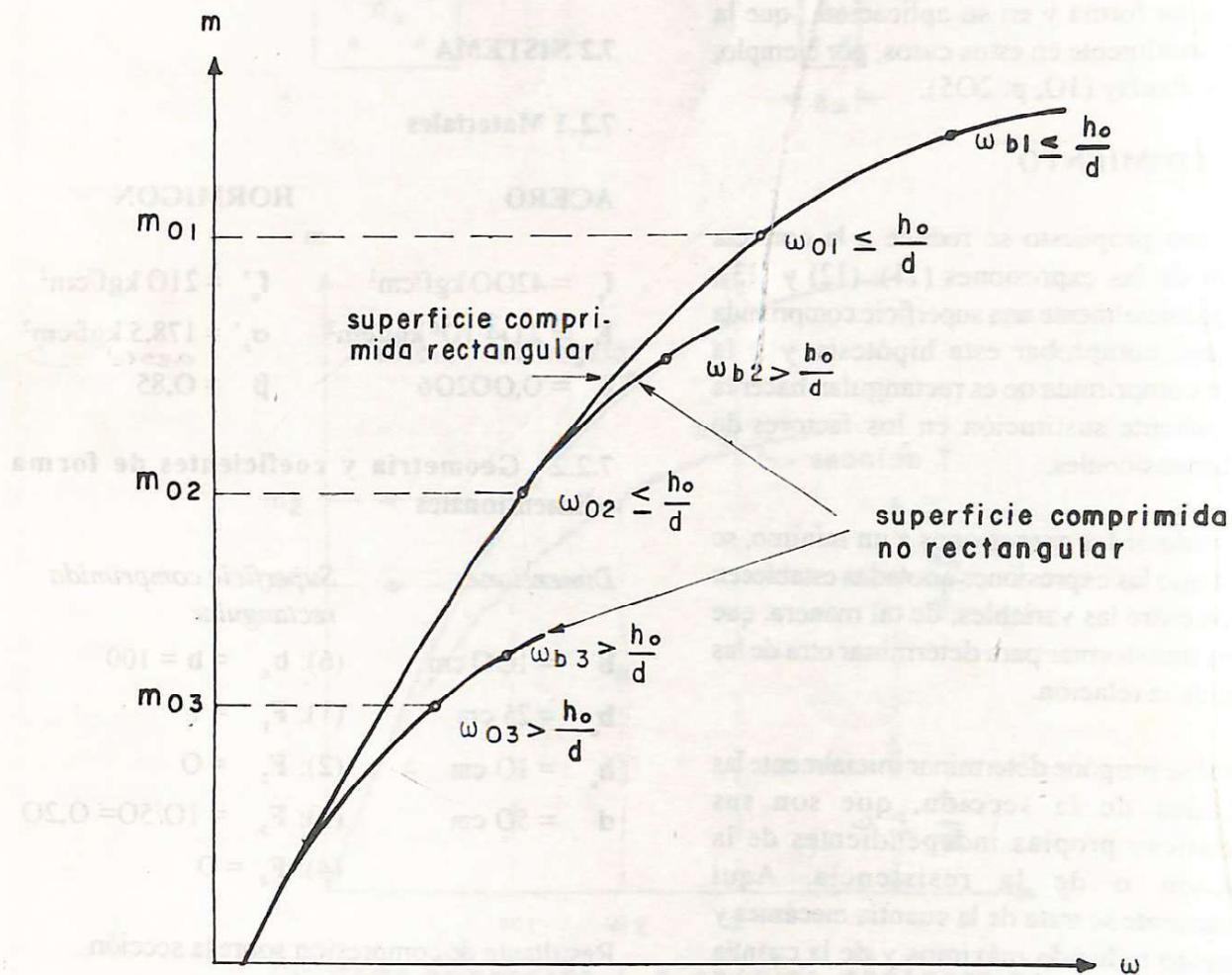


Figura 9. Formas de la superficie comprimida en la condición de falla balanceada y correspondiente a la capacidad máxima de la sección simplemente reforzada. Determinación del momento reducido correspondiente.

7.2.3 Propiedades de la sección

Para la condición de falla balanceada, asumiendo inicialmente una superficie comprimida rectangular, se obtiene

$$(14): \alpha_b = 0,003 / (0,003 + 0,00206) = 0,593$$

$$(11): \omega_b = 0,593 \cdot 0,85 = 0,504$$

Al evaluar la condición

$$(16): \omega_b = 0,504 > F_s = 0,20$$

se determina que la superficie comprimida no es rectangular y, por lo tanto, se calculan a continuación los factores de forma adimensionales y la cuantía correspondiente.

$$(7): b_A = b_o = 25$$

$$(1): F_1 = 100/25 = 4$$

$$(2): F_2 = 4 - 1 = 3$$

$$(4): F_4 = 3 \cdot 0,20 = 0,60 \text{ y}$$

$$(11): \omega_b = (0,504 + 0,060)/4 = 0,276$$

Según las especificaciones consideradas la cuantía máxima es

$$\omega_o = 0,75 \quad \omega_b = 0,75 \cdot 0,276 = 0,207.$$

Al comprobar para este último caso la condición

$$(16): \omega_o = 0,207 > F_s = 0,20$$

se determina también que la superficie comprimida no es rectangular. El momento reducido correspondiente es

$$(13): m_o = (1 - 0,5 \cdot 0,207 \cdot 4) \cdot 0,207 + 0,6 \cdot (0,207 - 0,5 \cdot 0,20) = 0,186$$

La cuantía mínima especificada es

$$(19): \omega_{min} = 14 / (178,5 \cdot 4) = 0,0196$$

El refuerzo longitudinal y el momento máximos son

$$(9): A_{so} = \omega_o R / f_y = 0,207 \cdot 892,5 \cdot 10^3 \text{ kgf/} \\ (4200 \text{ kgf/cm}^2) = 44 \text{ cm}^2 \text{ y}$$

$$(10): M_o = 0,186 \cdot 892,5 \cdot 10^3 \text{ kgf} \cdot 50 \text{ cm} = \\ 8,3 \cdot 10^6 \text{ kgfcm}$$

Aunque estas dos últimas variables dimensionales no son necesarias, tal como se indica a continuación, aquí se calculan para indicar su posibilidad.

7.2.4 Diseño para un momento $M_o = 80 \cdot 10^3 \text{ kgfcm}$

El momento reducido es

$$(10): m = 80 \cdot 10^3 \text{ kgfcm} / (892,5 \cdot 10^3 \text{ kgf} \cdot 50 \text{ cm}) = 0,179.$$

La sección es simplemente reforzada porque $m = 0,179$ es menor que $m_o = 0,186$. Al asumir superficie comprimida rectangular se obtiene

$$(12): \omega = 1 - (1 - 0,279)^{0,5} = 0,199,$$

hipótesis que queda comprobada al evaluar la condición

$$(15): \omega = 0,199 < F_s = 0,200.$$

Como esta cuantía es mayor que la mínima especificada $\omega_{min} = 0,0196$ se determina la sección del refuerzo requerida

$$(9): A_{so} = 0,199 \cdot 892,5 \cdot 10^3 \text{ kgf/} \\ (4200 \text{ kgf/cm}^2) = 42,3 \text{ cm}^2.$$

8. BIBLIOGRAFIA

- (1) **CASTRILLON O. ELKIN:** Ejercicios, tablas y diagramas de diseño. Universidad Nacional de Colombia, Medellín, 1979
- (2) **CASTRILLON O. ELKIN:** Determinación general de los momentos de inercia en secciones de hormigón reforzado. Seminario internacional sobre criterios en el uso de programas de computador en ingeniería estructural. Asociación Colombiana de Ingeniería Estructural. Bogotá, D.C., Colombia, Julio de 1992
- (3) **EVERARD Noel J. y TANNER JOHN L.:** Theory and problems of reinforced concrete design. Schaum Publishing, New York, USA, 1966
- (4) **FERGUSON Phil M., BREEN JOHN E. Y JIRSA JAMES O.:** Reinforced concrete fundamentals. 5. Edición. Wiley International Edition, Singapur, 1988
- (5) **GRASSER E., KUPFER H., PRATSCH G. y FEIX J.:** Bemessung von Stahlbeton- und Spannbetonbauteilen. Beton Kalender, 1993, Parte 1, p. 313-458. Ernst & Sohn, Berlin, Alemania Federal, 1993
- (6) **KIRSCH URI:** Optimum structural design. McGraw-Hill, New York, USA, 1981
- (7) **LEONHARDT FRITZ y MÖNNIG EDUARD:** Estructuras de hormigón armado. Tomo 1. Bases para el dimensionado de estruc-
turas de hormigón armado. 2. Edición. El Ateneo, Buenos Aires, Argentina, 1986
- (8) **MINISTERIO DE OBRAS PUBLICAS Y TRANSPORTE:** Decreto 1400 de 1984. Código colombiano de construcciones sismoresistentes. Asociación Colombiana de Ingeniería Sísmica, Bogotá, 1984
- (9) **NILSON ARTHUR H. y WINTER GEORGE:** Design of concrete structures. 11. Edición. Wiley International Edition, Singapur, 1991
- (10) **PARK R. y PAULAY T.:** Reinforced concrete structures. Wiley, New York, USA, 1975
- (11) **THIELEN GERD:** Bemessung von Plattenbalkenquerschnitten aus Stahlbeton und Spannbeton mit Hilfe von neuen Diagrammen und vereinfachten Formeln. Beton und Stahlbetonbau, Nr. 3, 1973, p. 61 a 65
- (12) **VALENCIA M. LUIS A. y VASQUEZ V. LUIS A.:** Diseño y revisión de secciones rectangulares y secciones T a flexión. Trabajo Dirigido de Grado. Dir.: E.Castrillón Universidad Nacional de Colombia, Medellín, 1986
- (13) **WANG CHU-KIA y SALMON CHARLES G.:** Reinforced concrete design. 4. Edición. Harper International, New York, USA, 1985
- (14) **WITFOHT HANS:** Puentes - Ejemplos internacionales. Gustavo Gili, Barcelona, España, 1976