EDITORIAL

DYNA quiere contribuir a la necesaria reflexión sobre el cambio dramático que está ocurriendo en la formación y en la práctica profesional de los ingenieros. En este número se trabaja sobre el papel de las matemáticas en la ingeniería. En un futuro se dedicarán números de la revista a las otras ciencias básicas. Una razón de fondo para estas reflexiones, es que solamente lograremos la competitividad en esta sociedad global del conocimiento en la medida en que desarrollemos una mejor fundamentación, es decir en la medida que construyamos sobre bases más amplias y más sólidas, que nos puedan dar mayor perspectiva. El mensaje es que si nosotros queremos ser competitivos, si queremos una ingeniería moderna, productiva, creativa tenemos que reforzar la formación matemática de nuestros ingenieros.

No hay nada más aplicado que una buena teoría, decía Albert Einstein (1879-1955). Las matemáticas son el fundamento de la ingeniería. No son toda la ingeniería, pero cada vez más penetran en todos sus campos. Necesitamos que penetren también en todos los campos de la vida. En épocas de crisis necesitamos buenas teorías.

Un ejemplo corto para ilustrar la importancia de las matemáticas es la historia sobre el desarrollo de los computadores. Podemos decir sin exagerar que los computadores, tal vez el aporte maestro de la ciencia y la tecnología del siglo XX, son creación de la matemática. Claro que en esta pieza convergen muchas cadenas de desarrollo científico y tecnológico que vienen de la física, de la electrónica, pero su fundamentación viene completamente desde las matemáticas. Fueron los matemáticos los que pensaron los computadores, los diseñaron, los que demostraron que se podían construir, incluso los que los construyeron efectivamente. Hagamos un recuento de esa idea, de esa historia, simplemente para mostrar cómo una buena teoría, una buena pregunta teórica tiene consecuencias inmensas desde el punto de vista práctico, incluso cuando su respuesta parece negativa. Todos saben que las matemáticas contribuyeron en el desarrollos de los computadores a través de dos grandes nombres: Alan Turin (1912-1954) y John von Neumann (1903-1957). Pero realmente la historia empieza un poco más atrás con Georg Cantor (1845-1918) y sus esfuerzos por formalizar el razonamiento matemático a través de la teoría de conjuntos, sus análisis del infinito y su desarrollo de los números reales en el sentido de demostrar la existencia de bastante mayor cantidad de números reales que de números racionales. Su trabajo sobre la medida de los conjuntos infinitos lo llevó a ser uno de los grandes matemáticos del siglo XIX con mayor influencia en el siglo XX, a pesar de que no fuera reconocido en su época. Prácticamente gastó toda su vida trabajando en instituciones de segunda clase pero inventó la lógica y la teoría de conjuntos, lo cual tuvo grandes consecuencias prácticas. Después de Cantor viene una contribución muy importante, que generó la llamada crisis de los fundamentos en la matemática. Esta contribución corresponde fundamentalmente a Bertrand Russell (1872-1970) y sus paradojas, quien encontró que tanto en la teoría de Cantor como en la lógica eran posibles afirmaciones, que llamamos paradojas hoy en día, que miradas rápidamente parecen ser lógicas pero examinadas con un poco más de cuidado se encuentran contradictorias. Una de ellas, la más conocida con el nombre de Russell, es la siguiente: considere el conjunto U, de todos los conjuntos que no son miembros de sí mismos. A continuación se afirma que U es miembro de sí mismo. Claramente, si este conjunto es miembro de sí mismo, no cumple la condición de pertenencia; y si no es miembro de sí mismo, cumple la condición y debería pertenecer. Es una contradicción. Bueno, estas paradojas aparentemente no tienen ninguna implicación en la matemática común y corriente o en la vida real y son simples juegos de palabras que no tienen ninguna implicación y simplemente se pueden ignorar. Pues no, es fácil demostrar que si se ignoran estos problemas y se acepta que haya afirmaciones que son a la vez falsas y verdaderas, se puede demostrar que toda la matemática está equivocada, se puede demostrar que 1+1=3. En este punto de la historia llega el tercer nombre que podemos poner como uno de los que contribuyó al desarrollo de los computadores, aunque él no fuera consciente de que sus trabajos iban a llevar hacia eso: es David Hilbert (1862-1943). Hilbert era un matemático alemán, muy reconocido, muy riguroso, con muy importantes contribuciones en varios campos de la matemática. Como respuesta a esa crisis de los fundamentos propuso un programa que fue muy revolucionario y significó mucho para la matemática y que buscaba salvar ese maravilloso edificio reconstruyendo las fundaciones. El programa era formalizar, axiomatizar las matemáticas. Sería algo así como volver a las matemáticas un lenguaje de computador. En ese momento no existían los computadores, ni siquiera en la mente de los teóricos. Pero ese es el tipo de idea que hay en el método axiomático, que se apoya en la tradición clásica desde los griegos, desde la geometría euclidiana. El programa era el desarrollo de una lógica simbólica, una lógica en el mismo espíritu de Leibniz (1646-1716) y de otros grandes matemáticos como Boole (1815-1864), Frege (1848-1945) y Peano (1858-1932). Cuentan que el gran matemático Gottfried Wilhelm Liebniz quería evitar los aspectos negativos de los alegatos, disputas y discusiones. Para ello quería desarrollar una manera objetiva de poder determinar quién tenía la posición correcta en una discusión. Él creía que esto podía ser realizado a través de una formalización de la lógica matemática. Igualmente, según la propuesta de Hilbert se quería formalizar el razonamiento, como si fuera un álgebra, que hubiera manera automática de saber si un argumento era correcto o no, mediante formulas, como si uno estuviera calculando. Hilbert pensaba que mediante la axiomatización se iba a poder eliminar las maneras de pensar inquietantes que estaban representadas por las paradojas tipo Russell. Pues resulta que Hilbert no tenía razón, la matemática no iba a poder desarrollar ese programa. Sin embargo, en el esfuerzo por conseguirlo, por responder a esa gran pregunta de Hilbert de axiomatizar y formalizar las matemáticas, nos encontramos que se desarrollaron los computadores. Se construyeron mentalmente, teóricamente. Había entonces en el programa de Hilbert una gran potencialidad.

La formalización parte de un acuerdo inicial mínimo. Hay que ser completamente precisos acerca de las reglas, las definiciones, los conceptos elementales, la gramática y el lenguaje. Todos estarán de acuerdo en cómo hay que hacer matemáticas. En la práctica sería mucho trabajo, pero conceptualmente sería muy significativa pues eliminaría las contradicciones.

La teoría resultante debe cumplir dos propiedades muy deseables, consistencia y completez. Un sistema axiomático es "completo"si es posible probar A o su negación, dada cualquier afirmación A. Un sistema axiomático es "consistente", si para ninguna afirmación A, es posible demostrar A y la negación de A. Este programa permite entonces construir una sola versión de las matemáticas, sin variantes.

Sin embargo, Kurt Gödel (1906-1978) en 1931 demostró el teorema de la incompletez. En otras palabras demostró que el programa de Hilbert estaba equivocado. No hay manera de tomar toda la matemática y ponerse de acuerdo con un conjunto de reglas y tener un sistema axiomático, totalmente cristalino. Gödel demostró que la aritmética (teoría axiomática de Peano) es o incompleta o inconsistente. Es decir, que si se asume que la teoría es consistente entonces necesariamente será incompleta, habrá afirmaciones que no se pueden demostrar y tampoco probar las negaciones. Y por el contrario, sí se asume que es completa, entonces la teoría es inconsistente.

Este resultado "negativo"era devastador y dejaba por el piso toda la filosofía matemática tradicional. Históricamente se estaba en medio de una crisis económica y se cocinaba una guerra mundial y el resultado no fue muy apreciado. ¿Cómo demostró Gödel la incompletez? Esencialmente, lo que hizo fue construir en la aritmética una afirmación que decía de sí misma que era indemostrable. Note que si tal afirmación puede ser construida en la aritmética elemental, lo cual es técnicamente muy sofisticado, la teoría está en problemas. Un razonamiento elemental lo comprueba: si tal afirmación es demostrable entonces es falsa. Por lo tanto la teoría es inconsistente, porque en ella se pueden demostrar afirmaciones falsas. Ahora, si no es demostrable, entonces es verdadera y por lo tanto la teoría matemática es incompleta pues hay resultados verdaderos que no se pueden demostrar.

La demostración original de Gödel es bastante ingeniosa y difícil de entender. Está llena de detalles técnicos complicados. Desde una perspectiva moderna, el trabajo original de Gödel parece un programa de computador escrito en LISP. Aunque en esa época no había computadores, ni lenguajes de programación.

Por mucho tiempo la gente no sabía que hacer con el resultado de Gödel.

El siguiente desarrollo importante fue en 1936 por Alan Turing (1912-1954). Turing sacó a la luz el computador, que estaba implícito en el trabajo de Gödel. Turing construyó en la mente un "computador", una máquina (hoy conocida como máquina de Turing) que era capaz de realizar cualquier cálculo que un humano fuera capaz de realizar. Turing desarrolló además un lenguaje de programación, un lenguaje de muy bajo nivel, hoy lo llamaríamos Asembler o lenguaje de máquina, mucho más elemental que el lenguaje que hay implícito en el trabajo de Gödel.

Como buen matemático, inmediatamente Turing se hizo una pregunta matemática: ¿Cuáles programas terminan y cuáles no? ¿Cuáles se quedan en ciclos infinitos? El tiempo infinito es fundamental en esta pregunta. Por esta razón la pregunta es matemática, está más allá de la importancia práctica donde siempre hay un límite en el tiempo. Turing demostró que no hay manera de decir por anticipado si un programa va a terminar o no. El problema de la terminación de un programa cualquiera, no tiene solución. No hay ningún programa de computador que pueda anticipadamente decir si otro programa termina o no. La demostración que Turing dio a este resultado "negativo"es semejante a los argumentos que Cantor usó con el infinito. A continuación Turing dedujo inmediatamente que si el problema de la terminación de un programa no podía solucionarse mediante cálculo con otro programa, tampoco podría ser resuelto por razonamiento. Es decir, ninguna teoría axiomática formal podría solucionar el problema.

Turing profundizó el resultado de Gödel. Su resultado se aplica a cualquier sistema axiomático formal, no sólo a uno en particular, como en el caso de Gödel. Además, Turing hizo explícito un computador y un lenguaje de programación, mientras que para Gödel esto sólo estaba implícito. Sin embargo, Gödel tiene el mérito de haber sido lo suficientemente valiente como para creer y demostrar que Hilbert estaba equivocado. John von Neumann

(1903-1957), estudiante de Hilbert y quien contribuyó luego de manera significativa al desarrollo de los computadores lo dijo claramente: "Lo dejé ir, no ví ese barco, ese tren me dejó, mi razonamiento no era correcto". Sin embargo, von Newman fue muy rápido en apreciar la fundamental contribución de Turing.

Posteriormente, la teoría de la complejidad Algorítmica le dio mayor claridad a todo esto. Pero nuestro propósito es mostrar que una teoría tiene mucho potencial práctico y ya tenemos la historia completa. El programa de Hilbert de formalizar completamente toda la matemática, todo el razonamiento matemático, la actividad deductiva fue un glorioso fracaso. Este es el resultado de Gödel. Sin embargo, Hilbert tenía razón en un sentido muy importante, pues el formalismo fue el mayor éxito del siglo XX, no para razonar, pero sí para calcular, para programar, para computar. Esa pregunta teórica nos dio los computadores.

Oscar José Mesa Sánchez
Director