

TÉCNICAS MUSIC PARA LA SOLUCIÓN DEL PROBLEMA INVERSO EN ELECTROENCEFALOGRAFIA

MANUEL FORERO

*Grupo de Investigación en Computación Gráfica y Procesamiento de Imágenes OHWAHA, Facultad de Ingeniería,
Universidad Nacional de Colombia, Bogotá*

EDUARDO CARDENAS

*Grupo de Investigación en Computación Gráfica y Procesamiento de Imágenes OHWAHA, Facultad de Ingeniería,
Universidad Nacional de Colombia, Bogotá*

Recibido para revisión 2 de Julio de 2001, aceptado 28 de Agosto de 2001, versión final recibida 2 de Octubre de 2001

RESUMEN: Uno de los mayores problemas en el estudio del cerebro consiste en la búsqueda de la solución del problema inverso para encontrar las fuentes de la actividad cerebral. Este artículo estudia en detalle la solución obtenida mediante la clasificación de múltiples señales (MUSIC) en electroencefalografía con sus diversas variantes, comenzando por el MUSIC original, pasando por el enfoque de correlación de subespacios, hasta la recursión en topografías independientes, tomando como referencia una solución directa para estas técnicas inversas. Además se extiende la teoría original de la técnica MUSIC Clásico enfocando su aplicación en EEG.

PALABRAS CLAVES: Electroencefalografía, MUSIC, Problema inverso.

ABSTRACT: To find the sources of the brain activity is one of the main problems in the study of the brain. This paper presents a study of the solution obtained by Multiple Signals Classification (MUSIC) method with its several variants: original MUSIC, subspace correlation, recursive MUSIC, taking as reference a direct solution for this inverse techniques. In addition, we extend the original theory of the Classic technique MUSIC focusing its application in EEG.

KEYWORDS: Electroencephalography, MUSIC, Inverse problem.

1 INTRODUCCION

La Electroencefalografía (EEG) es una técnica biomédica que permite registrar la actividad eléctrica cerebral. Esta técnica es empleada en medicina para analizar y diagnosticar anomalías asociadas con el cerebro tales como la epilepsia. La EEG es una herramienta que facilita el análisis del comportamiento dinámico del cerebro humano, pues permite seguir los cambios de la actividad cerebral en una escala de milésimas de segundo, en comparación con otras modalidades tales como la tomografía por emisión de positrones y la resonancia magnética funcional, las cuales están limitadas en su resolución temporal.

Dentro de la investigación del cerebro, el grupo de investigación en procesamiento de imágenes y computación gráfica del Departamento de Ingeniería de Sistemas de la Universidad Nacional de Colombia, OHWAHA, ha venido desarrollando una serie de métodos y software para el modelamiento de la actividad eléctrica cerebral (Aponte y Delgado, 1999; Cárdenas, 2001; Forero, 1995, 1996, 1998; Forero y Bocanegra, 2001). Se han desarrollado proyectos en la reconstrucción e interpretación de imágenes de resonancia magnética para extraer los contornos del cerebro y del cuero cabelludo que han sido usados para precisar el

modelamiento del mapa de la actividad cerebral a partir de las medidas tomadas de los datos de EEG.

El problema inverso en EEG consiste en estimar la localización de las fuentes de la actividad eléctrica cerebral a partir de los registros de potencial eléctrico en el cuero cabelludo obtenidos de un electroencefalograma. El mayor problema en la resolución del problema inverso consiste en que existen infinitas configuraciones de fuentes de corriente eléctrica que podrían generar los mismos mapas de potencial en el cuero cabelludo. Existen varias técnicas, como los modelos por elementos finitos y los geométricos simples tales como el modelo de cerebro simple y el de esferas concéntricas, las cuales han sido diseñadas con el fin de lograr una solución al problema inverso. Cada una de ellas tiene ventajas y desventajas con respecto a las otras. Una solución bastante eficiente del problema inverso está basada en el modelo de Clasificación de Múltiples Señales (MUSIC), el cual fue desarrollado con el fin de resolver un problema de ajuste de dirección en radares y sonares (Schmidt, 1979). Esta técnica utilizada por el equipo de Mosher (Mosher *et al.*, 1992, 1999; Mosher and Leahy, 1998) en la solución del problema inverso en EEG fue la escogida para nuestro análisis. A continuación se estudian y comparan los resultados obtenidos al desarrollar los algoritmos que permiten la clasificación de múltiples señales

en EEG con sus diversas variantes. Dichas variantes van desde la formulación de MUSIC original, pasando por el enfoque de correlación de subespacios, hasta la recursión en topografías independientes, tomando como referencia una solución directa para la solución de estas técnicas. La solución del problema inverso requiere la resolución del problema directo, el cual consiste en el modelamiento del potencial eléctrico en el cuero cabelludo ocasionado por pequeños dipolos que representan los focos de la actividad eléctrica cerebral.

Las implementaciones de las distintas versiones de MUSIC fueron probadas y evaluadas con datos simulados con el fin de comparar la eficiencia de las diferentes técnicas MUSIC.

2 DESARROLLO

Se plantea el siguiente problema: Dado un mapa del potencial eléctrico construido sobre una representación del cuero cabelludo a partir de los datos EEG adquiridos sobre la cabeza, se desea estimar la localización y orientación de los dipolos eléctricos que representan las fuentes de la actividad eléctrica cerebral que generó dicho potencial.

2.1 Solución del Problema Directo para la Aplicación de MUSIC

El problema directo en EEG involucra el cálculo de potenciales en el cuero cabelludo en un conjunto finito de localizaciones de electrodos para una configuración determinada de fuentes. Una solución al problema directo es una componente importante de cualquier método para solucionar el problema inverso en EEG.

Las soluciones al problema directo en EEG para modelos de geometría de cabeza esférica son utilizadas aquí con dos propósitos:

- Proporcionar un marco unificado para comparar el costo de la aproximación y cómputo de las diferentes soluciones inversas.
- Presentar las soluciones en una forma apropiada para su uso directo en procedimientos inversos y para la comparación de diferentes configuraciones de otros modelos.

Los modelos físicos son usados para representar las fuentes de la actividad eléctrica cerebral, la forma y conductividad de la cabeza. Los modelos de las fuentes incluyen desde dipolos de corriente simples hasta superficies de corriente complejas. Los modelos de forma y conductividad de la cabeza van desde conductores simétricos esféricos hasta modelos de elementos finitos basados sobre anatomías individuales (*Ilmoniemi, 1985*). Para la solución del problema directo, se requiere la combinación de estos dos modelos.

Dada una distribución de corriente estática arbitraria, los campos eléctrico y magnético son obtenidos a partir de la ley de Biot-Savart. En el caso de fuentes dipolares en un

conductor simétrico esférico el modelo puede ser concebido tomando en cuenta sólo los elementos de fuentes primarias, despreciando la orientación de los electrodos fuera de la esfera. Si las medidas son restringidas a la orientación radial, el modelo se simplifica considerablemente.

Para simplificar los cálculos, la corriente primaria es representada por un dipolo de corriente y de esta manera las fuentes más complejas pueden ser expresadas como una combinación de dipolos elementales. El volumen de conducción es modelado como una esfera de conductividad σ .

La solución descrita para el problema directo en EEG se logra factorizando el campo principal en el producto de la matriz núcleo y el momento del dipolo. Las matrices núcleo son funciones únicamente de las localizaciones de los electrodos, las fuentes y de la geometría de la cabeza. La forma en la cual el momento del dipolo es explícitamente determinado, es apropiada para los métodos de localización de las fuentes, en los cuales las orientaciones del dipolo están limitadas.

Así, la solución del modelo de EEG puede ser expresada como:

$$v(\mathbf{r}) = ((c_1 - c_2(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_q))\mathbf{r}_q + c_2 r_q^2 \mathbf{r}) \cdot \mathbf{q} \quad (1)$$

donde $v(\mathbf{r})$ es el potencial eléctrico generado sobre el cuero cabelludo, \mathbf{r} es el punto de observación y \mathbf{r}_q el punto de la fuente. c_1 y c_2 están definidas como:

$$c_1 = \frac{1}{4\pi\sigma r_q^2} \left(2 \frac{\mathbf{d} \cdot \mathbf{r}_q}{d^3} + \frac{1}{d} - \frac{1}{r} \right) \quad (2)$$

$$c_2 = \frac{1}{4\pi\sigma r_q^2} \left(\frac{2}{d^3} + \frac{d+r}{rF(\mathbf{r}, \mathbf{r}_q)} \right) \quad (3)$$

donde $F(\mathbf{r}, \mathbf{r}_q) = d(rd + r^2 - (\mathbf{r}_q \cdot \mathbf{r}))$ y $\mathbf{d} = \mathbf{r} - \mathbf{r}'$ cuya magnitud representa la distancia entre el punto de observación \mathbf{r} y la localización de la fuente \mathbf{r}' .

Esta forma mejorada de la solución del problema directo en EEG es una formulación algebraica con énfasis en la notación vectorial. Usando estas propiedades y observaciones la solución para EEG puede ser reducida a su forma núcleo:

$$g(\mathbf{r}, \mathbf{r}_q) = [(c_1 - c_2(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_q))\mathbf{r}_q + c_2 r_q^2 \mathbf{r}] \quad (4)$$

2.2 MUSIC Clásico

La técnica de Clasificación de Múltiples Señales (MUSIC por sus siglas en inglés) que en principio se utilizó para MEG, es usado ahora por nosotros, para localizar múltiples fuentes de corriente asincrónica a partir de los datos obtenidos en el EEG. La técnica busca un dipolo en una cabeza esférica y calcula las proyecciones sobre un subespacio de señales. Para localizar dichas fuentes se deben detectar en la cabeza, múltiples picos en la métrica de proyección.

Del modelo directo se adoptan los resultados necesarios para describir el método de subespacio de señales, utilizado en la localización de las fuentes; dichos resultados deben expresarse en forma matricial. Para utilizar el modelo de una cabeza esférica se presenta una forma matricial del campo primario de las medidas de EEG. En cada caso, las medidas pueden ser expresadas como una función explícita de la actividad de corriente primaria. Así se obtiene como resultado que la medida $\tilde{f}(r)$, función escalar que representa el potencial de voltaje observado en el electrodo de localización r , puede ser expresada como:

$$\tilde{f}(r) = \int_V g(r, r') \cdot j(r') dr' \quad (5)$$

donde

V : volumen de la esfera.

$j(r')$: densidad de corriente primaria en cualquier punto r' en el volumen.

$g(r, r')$: vector del campo primario que relaciona el punto del electrodo con el punto de corriente primaria.

Asumiendo que:

A. La corriente primaria existe únicamente en un punto discreto r_q , la corriente primaria es $j(r')\delta(r'-r_q)$ donde $\delta(r'-r_q)$ es la función delta de Dirac, luego

$$\tilde{f}(r) = g(r, r_q) \cdot q$$

donde q es el momento dipolar eléctrico del dipolo localizado en r_q .

B. La actividad eléctrica medida comprende:

p fuentes de actividad eléctrica cerebral representadas por dipolos eléctricos.

m electrodos.

n instancias de tiempo.

la matriz de datos espacio-temporal de tamaño $m \times n$ será:

$$\begin{bmatrix} \tilde{f}(r_1, t_1) & \dots & \tilde{f}(r_1, t_n) \\ \dots & \dots & \dots \\ \tilde{f}(r_m, t_1) & \dots & \tilde{f}(r_m, t_n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g(r_1, r_{q1})^T & \dots & g(r_1, r_{qp})^T \\ \dots & \dots & \dots \\ g(r_m, r_{q1})^T & \dots & g(r_m, r_{qp})^T \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} q_1(t_1) & \dots & q_1(t_n) \\ \dots & \dots & \dots \\ q_p(t_1) & \dots & q_p(t_n) \end{bmatrix}$$

A partir del método MUSIC puede establecerse el siguiente algoritmo:

1. Dada la matriz de datos F de tamaño $m \times n$ para m electrodos y n instancias de tiempo, hacer la descomposición en valores propios de la estimación $\hat{R}_F = (1/n)FF^T = \Phi\Lambda\Phi^T$. Ordenar los valores propios tal que $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_m$, en Λ .
2. Seleccionar el punto de separación $1 \leq r < m$ entre los valores propios del subespacio de señal y de ruido de acuerdo a las suposiciones A y B de la sección anterior; de tal forma que \hat{R}_F se ajuste y $r = 2p_r + p_f$ donde p_r es el número de dipolos rotativos y p_f es el número de

dipolos fijos. Por lo tanto, r es el número de dipolos elementales y se fija aleatoriamente de acuerdo a la experiencia del usuario.

Aunque teóricamente $\lambda_{\min} = \sigma^2$ se repite con multiplicidad $m - r$, en la práctica hay alguna variación alrededor del valor propio más pequeño, dependiendo del número de instancias de tiempo n usadas para la estimación R_F .

Si las señales son de suficiente amplitud y no están suficientemente correlacionadas durante el intervalo de tiempo tomado, entonces se presenta un descenso notable en la magnitud de los valores propios entre λ_r y λ_{r+1} . Formar las matrices estimadas Φ_s y Φ_n a partir de los vectores propios de señal y de ruido correspondientes.

3. Sobre una rejilla fina de localizaciones tridimensional $\{(x, y, z)_i\}$, calcular la matriz de ganancia correspondiente G_i de tamaño $m \times 3$ para cada localización y obtener los vectores propios a izquierda U_{G_i} de G_i , usando una descomposición en valores singulares (SVD por sus siglas en Inglés) tal que $G_i = U_{G_i} \Sigma_{G_i} V_{G_i}^T$, y evaluar $J_h(i) = \lambda_{\min} \{U_{G_i}^T \hat{\Phi}_n \hat{\Phi}_n^T U_{G_i}\}$, es decir, el valor propio mínimo de la expresión entre llaves. Formar particiones bidimensionales a través del espacio tridimensional. Por ejemplo, planos (x, y) para constantes z y graficar la función $Z\{(x, y, z)_i\} = 1/J_h(i)$ como contornos o gráficas de mallado tridimensional.
4. En cada punta aguda de z (mínimo de J_h) verificar si el subespacio entero de G_i es ortogonal al subespacio de ruido, es decir, observar que los tres valores propios de $\{U_{G_i}^T \hat{\Phi}_n \hat{\Phi}_n^T U_{G_i}\}$ son aproximadamente cero, indicando que el dipolo es rotativo. En cada punto cuando se evalúa $J_h(i)$ puede igualmente calcularse la función de costo $J_r(i) = \frac{\|\hat{\Phi}_n^T U_{G_i} \Sigma_{G_i}\|_F^2}{\|\Sigma_{G_i}\|_F^2}$ (si no hay problema en el almacenamiento de memoria). Las localizaciones donde $J_r(i) \approx J_h(i) \approx 0$ indican dipolos rotativos. Si el dipolo es fijo, únicamente $J_h(i) \approx 0$, y es posible estimar su orientación calculando el vector propio asociado con λ_{\min} . Repetir este análisis hasta encontrar p_r dipolos rotativos y p_f dipolos fijos tal que $r = 2p_r + p_f$. Es posible refinar las estimaciones de las localizaciones usando una rejilla más fina en esas áreas.

2.3 MUSIC en términos de correlación de subespacios y MUSIC Recursivo

La técnica denominada MUSIC Recursiva (R-MUSIC) introduce una variante más a la técnica clásica y utiliza el modelo de Topografías Independientes (IT por sus siglas en Inglés).

A continuación se analiza la relación entre el modelo IT y el subespacio de señales que estima los datos espacio-temporales. Se asume que una matriz de error aleatorio comprende n instancias de tiempo $E \equiv [e(t_1), \dots, e(t_n)]$, que es adicionada a los datos $\tilde{F} = A(\rho, \theta)S^T$, para producir un conjunto de datos espacio-temporal con ruido de tamaño $m \times n$, $F = AS^T + E$.

El propósito del problema inverso es estimar los parámetros $\{\rho, \theta, S\}$ dado el conjunto de datos F . La suposición más común es que el ruido es blanco de media cero, es decir; $E\{e(t_i)e(t_i)^T\} = \sigma_e^2 I$.

Bajo la suposición de ruido blanco de media cero, puede representarse el valor esperado del producto exterior de F , FF^T como:

$$R_F \equiv E\{FF^T\} = AS^T S A^T + \sum_{i=1}^n E\{e(t_i) \cdot e(t_i)^T\} \\ = AS^T S A^T + n\sigma_e^2 I$$

A partir de la ecuación anterior se tiene que el rango de $A(\rho, \theta)$ es r y el rango de $\hat{\Phi}_s$ es al menos r , y se tiene que la correlación de subespacio más pequeña:

$$c_r \equiv \text{subcorr}\{A(\rho, \theta), \hat{\Phi}_s\}_r$$

Representa la correlación de subespacio mínima (máximo ángulo principal) entre los vectores principales en el espacio de columnas de $A(\rho, \theta)$ y el subespacio de señales $\hat{\Phi}_s$. La correlación de subespacio de cualquier columna individual $a(\rho_i, \theta_i)$ con el espacio de señales debe, por lo tanto, igualar o exceder esta correlación de subespacio mínima:

$$\text{subcorr}\{a(\rho_i, \theta_i), \hat{\Phi}_s\}_1 \geq c_r, i = 1, \dots, r.$$

2.4 Algoritmo para MUSIC clásico en términos de correlación de subespacios

El algoritmo MUSIC original de Schmidt encuentra dipolos en puntos múltiples. A continuación se actualiza éste en una forma resumida incluyendo los resultados de correlación de subespacios. Los pasos son:

1. Obtener la matriz de datos espacio-temporal F que contenga información de m electrodos y n instancias de tiempo.

Descomponer FF^T mediante una SVD y seleccionar el rango del subespacio de señales para obtener $\hat{\Phi}_s$. (Si se sobreestima el rango verdadero usualmente se tiene un pequeño efecto sobre el rendimiento).

2. Construir una rejilla relativamente densa de localizaciones de fuentes dipolares.

En cada punto de la rejilla construir la matriz de ganancia G para el dipolo.

En cada punto de la rejilla, calcular la correlación de subespacio $\text{subcorr}\{G, \hat{\Phi}_s\}$

3. Como una ayuda gráfica, dibujar $\frac{1}{1 - c_1^2}$, donde c_1 es la correlación de subespacio máxima. Las correlaciones cercanas a la unidad exhibirán picos agudos. Localizar r o menos picos en la rejilla.
4. En cada pico refinar la rejilla para mejorar la aproximación de la localización y verificar la segunda correlación de subespacio. Si la segunda correlación de subespacio es grande, indica la existencia de un dipolo rotativo.

2.5 Método MUSIC Recursivo

El método MUSIC descrito anteriormente tiene un problema. Sus resultados en general tienen errores en la estimación del subespacio de señales y la correlación del subespacio pues las correlaciones son calculadas en un único conjunto finito de puntos de la rejilla. El pico más alto es fácilmente localizado buscando sobre la rejilla hasta obtener la mayor correlación. Sin embargo, los picos siguientes deben ser localizados refinando la rejilla. El método MUSIC recursivo (R-MUSIC) supera este problema construyendo recursivamente el modelo IT y comparando este modelo completo con el subespacio de señales.

Se asume que el modelo directo ha sido alterado por ruido blanco de media cero con una matriz de covarianza espacial conocida como $\sigma_e^2 I$.

Se descompone FF^T y se selecciona el rango r del subespacio de señales para formar $\hat{\Phi}_s$, el cual es la estimación de un conjunto de vectores que abarcan el subespacio de señales (si se estima el rango por encima, el rango del subespacio de vectores adicional abarcaría un subespacio arbitrario de ruido y la probabilidad de que esos vectores se correlacionen con el modelo es pequeña). Se diseña una rejilla l_i suficientemente densa en la sección del volumen de interés y en cada punto de la rejilla se forma el modelo de cabeza para la matriz de ganancia del dipolo singular $G(l_i)$.

Se inicializan las topografías como topografías 1-dipolar, es decir; cada topografía comprende un dipolo singular y se realizan los siguientes pasos:

1. Para $index$ desde 1 hasta el rango r :
2. Sea $\lambda = [a_1, \dots, a_{index-1}]$ el modelo extraído del ciclo previo. λ es una matriz nula para el primer ciclo.
3. Formar conjuntos de puntos λ_i en la rejilla, donde para una topografía 1-dipolar cada conjunto consiste de la localización de un punto singular de la rejilla l_i . Para una topografía 2-dipolar λ_i contiene la localización de cada par de puntos de la rejilla.

4. Para cada conjunto de puntos λ_i en la rejilla $M_i = [\hat{A}, G(\lambda_i)]$ formar el modelo de la rejilla, es decir, concatenar el conjunto de puntos del modelo de la rejilla al actual modelo extraído.
5. Calcular el conjunto de correlación de subespacio $\{c_1, c_2, \dots\} = \text{subcorr}\{M_i, \hat{\Phi}_s\}$.
6. Encontrar el máximo c_{index} sobre todos los conjuntos de puntos de rejilla λ_i , por ejemplo; para $index = 2$, debe encontrar la segunda máxima correlación de subespacio.
7. Si c_{index} indica una buena correlación, proceder con el paso 10 si no seguir al paso 8.
8. (Correlación insuficiente en el paso 7). Si el número estimado de dipolos es superior al real, es decir, el rango verdadero del subespacio de señales es sobreestimado, se está intentando ajustar una topografía en una componente de subespacio de sólo ruido. Si así es, reducir el rango r o disminuir el coeficiente de correlación aceptado como bueno. Si se cree que aún persistirá el ruido romper el ciclo o de lo contrario proceder con el paso 9.
9. Incrementar la complejidad de la topografía (de 1 a 2-dipolar) y retornar al paso 3 sin incrementar $index$.
10. (Buena correlación en el paso 8). Se ha encontrado el mejor conjunto de localizaciones $\hat{\rho}_{index}$ de la próxima IT, con la matriz de ganancia correspondiente $G_{index}(\hat{\rho}_{index})$. Es necesario ahora encontrar la orientación de mejor ajuste. Calcular el vector de orientación principal x_1 desde $\text{subcorr}\{G_{index}(\hat{\rho}_{index}), \Phi_s\}$, normalizar $\hat{n}_{index} = x_1 / \|x_1\|$ y formar el vector topográfico $\hat{a}_{index} = G_{index}(\hat{\rho}_{index}) \hat{n}_{index}$.
11. Incrementar $index$ en el paso 1, para la próxima IT.

3 RESULTADOS

A continuación se discuten los resultados obtenidos a partir de los algoritmos logrados para el problema directo y para el problema inverso como son: Music Clásico, MUSIC en términos de correlación de subespacios y R-MUSIC. Las implementaciones fueron realizadas con el paquete de simulación y programación Scilab (Scientific Laboratory, que se encuentra en la dirección www.inria.fr).

Con el propósito de comparar las tres variantes del algoritmo MUSIC: MUSIC clásico, MUSIC en términos de correlación de subespacios y finalmente R-MUSIC, se exhibe un ejemplo partiendo de una solución al problema directo.

En este caso se construyó la matriz de datos para una localización de 25 electrodos siguiendo el sistema

estándar 10-20 en EEG sobre el hemisferio superior de la esfera del modelo, tomando un número distinto de muestras para cada ejemplo. Los momentos dipolares eléctricos están dados en nA . El radio del modelo fue establecido en 88 mm y la conductividad del cuero cabelludo en $0.33 \Omega^{-1}m^{-1}$.

Dipolo fijo centrado en $[0 \ 0 \ 10]$ con momento tangencial $[15 \ 0 \ 0]$. Se tomaron 40 instancias de tiempo. Inicialmente se calcula el mapa de potenciales para el dipolo con su momento respectivo mediante la resolución del problema directo. El mapa de potenciales obtenido, mostrado en la Figura 1, permite observar la simetría total entre la actividad, positiva y la negativa, dado que el dipolo tiene un momento tangencial puro y está ubicado sobre el eje z .

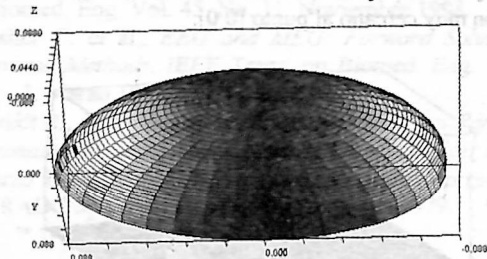


Figura 1. Reconstrucción potencial eléctrico para un Dipolo fijo centrado en $[0 \ 0 \ 10]$ con momento tangencial $[15 \ 0 \ 0]$.

3.1 Aplicación del algoritmo MUSIC clásico

A partir de las 40 muestras obtenidas mediante la simulación del problema directo se toman 20 intervalos como parámetro inicial para la rejilla y una cota de control de datos de 50 (Cárdenas, 2001). A partir de estos datos se obtiene la matriz v en la cual se observa como los datos aparecen cercanos al punto $[0.0000000 \ 0.0000000 \ 10.0000000]$ que se encuentra en las 3 primeras columnas de la fila 7 de la matriz, con orientación unitaria de momentos $[0.9999667 \ -0.0002532 \ -0.0081601]$ obtenida a partir de las columnas 4 a 6. Se observa que la orientación de momento es $[1 \ 0 \ 0]$, que es efectivamente la orientación unitaria del momento real $[15 \ 0 \ 0]$.

Tomando ahora el punto $[0 \ 0]$ para efectuar un refinamiento de los resultados obtenidos se obtiene una nueva matriz v . Se encuentra nuevamente en la fila 4 de esta matriz el punto de coordenadas $[0.0000000 \ 0.0000000 \ 10.0000000]$ y los otros puntos muy cercanos a éste. Nuevamente su vector de orientación es $[0.9999667 \ -0.0002532 \ -0.0081601]$. En la Figura 2 se muestra el pico obtenido alrededor del punto $[0 \ 0]$.

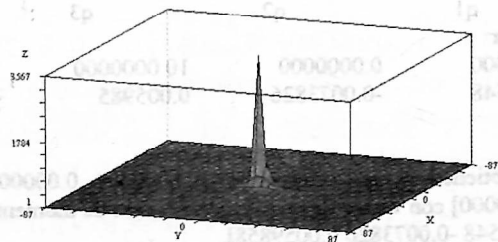


Figura 2. Pico obtenido alrededor del punto $[0 \ 0]$.

3.2 Aplicación del algoritmo MUSIC en términos de correlación de subespacio

Tomando los mismos datos iniciales, se aplica el algoritmo MUSIC en términos de correlación de subespacios, con un coeficiente de correlación del 99%, obteniendo la matriz v . En v se encuentran ahora 29 localizaciones. Se observa nuevamente la tendencia de los datos alrededor del punto $[0.0000000 \ 0.0000000 \ 10.0000000]$ encontrado en la fila 15 con un vector de orientación unitario de momentos:

$[0.9998836 \ -0.0032707 \ -0.0149041]$ que nuevamente está bastante cerca de la orientación real $[1 \ 0 \ 0]$. En la Figura 3 se puede observar el pico de la función inversa de la medida de correlación muy cercano al punto $[0 \ 0]$.

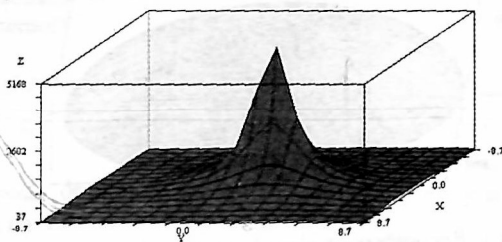


Figura 3. Pico de la función inversa de la medida de correlación.

Haciendo luego un refinamiento alrededor del punto $[0 \ 0]$ se encuentra la matriz v para este caso hallando ahora 283 localizaciones para el dipolo, hallando el punto $[0 \ 0]$ en la fila 14 de la matriz.

Al comparar estos resultados con los obtenidos al aplicar MUSIC clásico, se encuentra que la diferencia radica en el mayor número de posibles localizaciones dado que la correlación de subespacios se presenta bastante cercana a la unidad (0.99). Salvo esta diferencia, el MUSIC Clásico y el MUSIC en términos de correlación de subespacios arrojan los mismos resultados.

3.3 Aplicación del algoritmo R-MUSIC

Tomando los mismos datos iniciales se aplicó el algoritmo R-MUSIC con un coeficiente de correlación de 90%. Se obtuvieron una matriz vacía y una matriz de una fila constituida por los valores de:

x	y	z
q1	q2	q3
dada por:		
0.0000000	0.0000000	10.0000000
0.9999548	-0.0073826	0.005985

Se obtiene así la localización $[0.0000000 \ 0.0000000 \ 10.0000000]$ con vector de orientación unitario de momentos $[0.9999548 \ -0.0073826 \ 0.0059858]$.

Si se disminuye gradualmente el coeficiente de correlación, puede observarse como el algoritmo R-MUSIC permite encontrar la localización del dipolo, aunque para el ejemplo se tomó un coeficiente de correlación bastante bajo, igual a 80%.

Aun cuando se reduzca el número de muestras tomadas y se tome un coeficiente de correlación del 90%, la diferencia es mínima. Así, se obtiene una matriz vacía y la matriz de una fila:

0.0000000	0.0000000	10.0000000
0.9999008	0.0025721	-0.01352101

notándose como el vector de orientación unitario de momento $[0.9999008 \ 0.0025721 \ -0.01352101]$ cambia muy poco con respecto al obtenido anteriormente.

4 DISCUSION

Al comparar los tres algoritmos se observa como MUSIC clásico es muy subjetivo pues exige que el usuario, mediante la ayuda gráfica indique el punto sobre el cual cree necesario hacer el refinamiento. La técnica MUSIC escrita en términos de la correlación de subespacios presenta la misma desventaja, mientras que la R-MUSIC encuentra el dipolo de una manera más inmediata y efectiva cuando discrimina entre las topografías independientes que puede encontrar en la búsqueda de una manera recursiva.

5 CONCLUSIONES

Se han presentado en detalle los algoritmos fundamentales de clasificación de múltiples señales y aplicado en una simulación de datos de EEG, que hacen posible una comparación entre las diferentes técnicas para resolver el problema inverso en EEG.

Un punto importante es haber podido explicar en detalle las teorías matemáticas y de procesamiento de señales involucradas en esta técnica. Se explicó la solución del problema directo y las técnicas de resolución del problema inverso desarrolladas dentro de los métodos de clasificación de múltiples señales que pueden ser aplicados a técnicas médicas tales como la EEG y que de alguna manera contribuyen al diagnóstico de enfermedades y síndromes cerebrales.

Se integraron los conceptos de las tres variantes de la técnica MUSIC para la resolución del problema inverso de una forma coherente partiendo de los conceptos de la solución del problema directo, siempre encaminados a su aplicación en EEG. Así se extendió el modelo MUSIC Clásico para su utilización en la EEG, para obtener los algoritmos de aplicación de dichas técnicas para la localización de las fuentes de la actividad eléctrica cerebral.

REFERENCIAS

- Aponte A. y Delgado N., *Construcción de un software para el cálculo de potenciales eléctricos cerebrales usando el método de tres esferas concéntricas*. Tesis de pregrado. Ingeniería de sistemas. Universidad Nacional de Colombia. 1999.
- Cárdenas E., *Estudio comparativo de técnicas para la resolución del problema inverso en electroencefalografía*. Tesis de maestría. Ingeniería de sistemas. Universidad Nacional de Colombia. 2001.
- Forero M. and Langevin F., *Electrical brain mapping on the real surface of the scalp obtained by IRM*. Proc. 17th Conf. IEEE-EMBS'95. Montreal. Canadá. 1995.
- Forero M., *Cartographies électriques cérébrales sur les surfaces réelles du scalp*. Septiembre 1996. Tesis de Doctorado. Ingeniería Biomédica. Université de Technologie de Compiègne. Francia. 1996.
- Forero M., *Reconstrucción tridimensional de la cabeza y el cerebro a partir de IRM*. Memorias I Congreso Latinoamericano de Ing. Biomédica. Mazatlán. México. Nov. 1998.
- Forero M. y Bocanegra J., *Aplicación semiautomática para la identificación de tejidos del cerebro humano basado en el atlas de Talairach and Tournoux*. Proc. II Congreso latinoamericano de ingeniería biomédica. La Habana. Cuba. Mayo 2001.
- Ilmoniemi J. and Hamalainen M., *The Forward and Inverse Problem in the Spherical Model*. In Biomagnetism: Applications and Theory. H. Weinberg. Eds. Oxford: Pergamon. 1985.
- Mosher C. et al., *Multiple Dipole Modeling and Location from Spatio-Temporal MEG Data*. IEEE Trans. on Biomed. Eng. Vol. 39. No. 6. Junio 1992.
- Mosher C. and Leahy. R., *Recursive MUSIC: A Framework for EEG and MEG Source Localization*. IEEE Trans. on Biomed. Eng. Vol. 45. No. 11. Noviembre 1998.
- Mosher C. et al., *EEG and MEG: Forward Solutions for Inverse Methods*. IEEE Trans. on Biomed. Eng. Vol. 46. No. 3. Marzo 1999.
- Schmidt R., *Multiple Emitter Location and Signal Parameter Estimation*. IEEE Trans. Antennas Propagat. Vol. AP-34. Marzo 1986, reimpresión del artículo original presentado en RADC Spectrum Estimation Workshop. 1979.