

# MODELO DE REVISIÓN PERIÓDICA PARA EL CONTROL DEL INVENTARIO EN ARTÍCULOS CON DEMANDA ESTACIONAL. UNA APROXIMACIÓN DESDE LA SIMULACIÓN.

MARIO VÉLEZ

*Departamento de Ingeniería de Producción, Universidad EAFIT, Medellín, Colombia*

CARLOS CASTRO

*Departamento de Ingeniería de Producción, Universidad EAFIT, Medellín, Colombia.*

Recibido para revisar 21 de Enero de 2002, aceptado 2 de Septiembre de 2002, versión final 30 de Octubre de 2002.

**RESUMEN:** La mayoría de los modelos de control de inventarios han sido desarrollados para patrones de demanda determinísticos o probabilísticos, con media constante en el tiempo. En este artículo se describe como el modelo tradicional de control de inventarios (R, S) genera altos niveles de inventario en épocas de baja demanda y bajos niveles de inventario en épocas de alta demanda, un comportamiento indeseable desde todo punto de vista. Se propone una variante al modelo (R, S) de revisión periódica que permite su utilización en artículos con patrones de demanda estacional, y que corrige los problemas encontrados. Por último, se realiza un análisis de sensibilidad de los modelos frente a la estacionalidad y a la variabilidad de la demanda. El modelo propuesto es altamente sensible a la variabilidad de la demanda, pero muy robusto en lo que a la estacionalidad se refiere.

**PALABRAS CLAVES:** Control de Inventarios, Simulación, Logística, Demanda Estacional.

**ABSTRACT:** Most inventory control models have been developed for situations where average demand remains constant with time. This paper shows how the traditional (R, S) model induces the system to maintain high inventory levels in low demand seasons, and low inventory levels in high demand seasons, which is a very undesirable behavior. In this paper the authors propose a variation to the (R, S) model that makes it usable for seasonal demand patterns and corrects the problem found in the traditional model. Finally, a sensibility analysis was conducted to find that the proposed model is very sensitive to changes in demand variability, but no sensitive to changes in seasonality.

**KEYWORDS:** Inventory Control, Simulation, Logistics, Seasonal Demand.

## 1. INTRODUCCIÓN

El caso más simple del modelo (R, S) es aquel en el cual la demanda es determinista y constante en el tiempo. El inventario se revisa cada  $R$  unidades de tiempo y  $S$  es el nivel máximo deseado de inventario. El  $LT$  o el "Lead Time" es el número de unidades de tiempo que transcurren entre el momento en que se hace la orden y el momento

en que la cantidad ordenada ingresa en el inventario.

Si se considera el caso discreto, se supone que cada que transcurre un intervalo de tiempo  $\Delta t$ , el nivel de inventario  $I$  disminuye en una cantidad  $d_t$ , que constituye la demanda durante ese intervalo de tiempo. El modelo más simple supone además que  $d_t$  es una constante conocida, que  $LT$  es menor que  $R$ , es decir, que la orden llegará antes de la próxima revisión; y además

que  $\Delta t$  es también menor que  $LT$ . En la Figura 1.

se ilustra el modelo.

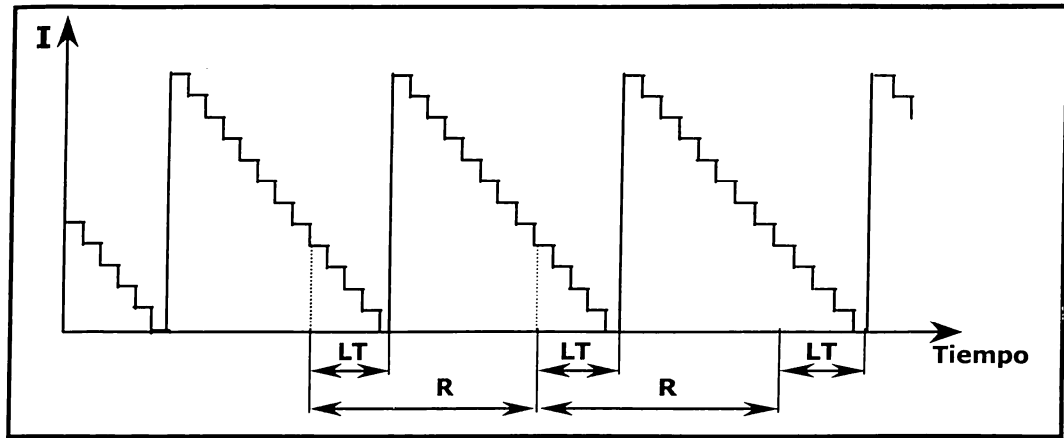


Figura 1. Modelo (R, S) discreto con demanda constante.

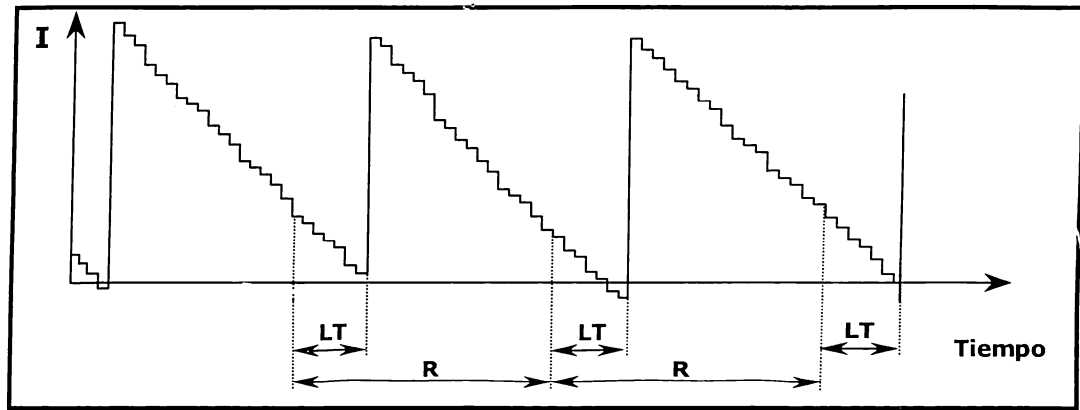


Figura 2. Modelo (R, S) con demanda aleatoria.

En este modelo de control del inventario la cantidad a ordenar, que se denota como  $q$ , debe ser igual a la cantidad consumida durante el tiempo que transcurre entre dos revisiones:

$$q = R \times d_t \quad (1)$$

Este es el modelo (R, S) más simple debido a que todos los parámetros son conocidos y constantes o determinísticos. Tal vez el supuesto más fuerte en este modelo es el que tiene que ver con la tasa constante de demanda. Es muy improbable que exista un producto cuya demanda por periodo sea siempre la misma. Por lo general la demanda  $d_t$  causada durante un periodo es una variable aleatoria. Si se supone que  $d_t$  es una variable aleatoria normal, con media  $\bar{d}_t$  y desviación estándar  $\sigma_d$ ; entonces el gráfico del inventario

tendría una forma como la que se ilustra en la Figura 2.

En esta situación no es posible conocer con exactitud la cantidad de producto demandada durante el tiempo transcurrido entre las revisiones del inventario, así que la cantidad a ordenar  $q$  deberá ser el valor esperado de demanda durante el periodo de revisión de duración  $R$ , menos la cantidad disponible en inventario al momento de la llegada de la orden. Esta última puede expresarse como el inventario actual  $I$  menos la tasa de demanda  $d_t$  multiplicada por el tiempo de reposición  $LT$ .

$$\begin{aligned} q &= R \times \bar{d}_t - (I - LT \times \bar{d}_t) \\ q &= \bar{d}_t (R + LT) - I \end{aligned} \quad (2)$$

En esta expresión, al término  $R+LT$  se le ha dado el nombre de periodo de vulnerabilidad (Chase, 2001).

Si  $d_t$  es una variable aleatoria normal de media  $\bar{d}_t$ , entonces el término  $\bar{d}_t(R+LT)$ , que es la demanda esperada durante el periodo de vulnerabilidad, es también una variable aleatoria normal con media  $\bar{d}_t(R+LT)$  y por consiguiente, con una probabilidad de 0,5, el consumo durante este intervalo de tiempo será mayor que el valor esperado. Si esto es cierto, quiere decir entonces que en el 50% de los intervalos de vulnerabilidad ocurrirá que el inventario se agote antes de la llegada de la reposición. Si se desea evitar que esto ocurra, al menos con una frecuencia tan alta, será necesario introducir el concepto de inventario de seguridad o SS, para prevenir esta situación.

Dado que la desviación estándar de un conjunto de variables aleatorias independientes es igual a la raíz cuadrada de la suma de las varianzas (Chase, 2001); entonces la desviación estándar durante el periodo de vulnerabilidad, que se denota como  $\sigma_{R+L}$  se puede expresar de la siguiente manera:

$$\sigma_{R+LT} = \sqrt{\sum_{i=1}^{R+LT} \sigma_{d_i}^2} \quad (3)$$

Si  $\sigma_{d_i}^2$  es constante, entonces la desviación estándar de la demanda durante el periodo de vulnerabilidad sería:

$$\sigma_{R+LT} = \sqrt{(R+LT)\sigma_d^2} \quad (4)$$

Si se denota como  $\alpha$  a la probabilidad de que se agote el inventario durante el periodo de vulnerabilidad, entonces el inventario de seguridad puede definirse de la como:

$$SS = z_{1-\alpha} \sigma_{R+LT} \quad (5)$$

donde  $z_{1-\alpha}$  es el valor de la variable aleatoria normal estándar cuya probabilidad acumulada es igual a  $1-\alpha$ .

La cantidad a ordenar  $q$  de un modelo (R, S) que involucra inventario de seguridad es:

$$q = \bar{d}_t(R+LT) - I + z_{1-\alpha} \sigma_{R+L} \quad (6)$$

## 2. EL MODELO DE SIMULACIÓN

Las técnicas de simulación son una herramienta de gran utilidad para evaluar el desempeño de sistemas de control de inventarios. Una de sus principales ventajas consiste en la posibilidad que ofrece de recrear la condición aleatoria de la demanda y de los tiempos de abastecimiento o LT.

Con el fin de evaluar el comportamiento del modelo (R, S) de control de inventario frente a patrones estacionales de demanda, se desarrolló un modelo de simulación en el programa ProModel 4.2. Las características principales de este modelo se describen a continuación:

- El modelo de simulación representa un sistema de control de inventarios de producto terminado. El modelo consta de un sitio para el almacenamiento del producto terminado, de un sistema de procesamiento de los pedidos y un sitio de llegada de clientes. En la Figura 3 se puede apreciar la configuración básica del modelo.
- La lógica básica del modelo es la siguiente: Los clientes del sistema llegan al almacén y solicitan una cantidad de producto terminado. Cada  $R$  unidades de tiempo el sistema calcula la cantidad a pedir  $q$  y pone un pedido, que se convierte desde ese momento en un pedido en tránsito. Una vez se cumple el  $LT$  para el pedido, éste ingresa en el almacén y abastece el inventario.
- La demanda se causa diariamente; es decir, se supone que toda la demanda de un día se consolida para ser entregada al final del día.
- Para simular el patrón de demanda estacional, se utilizó la siguiente función:

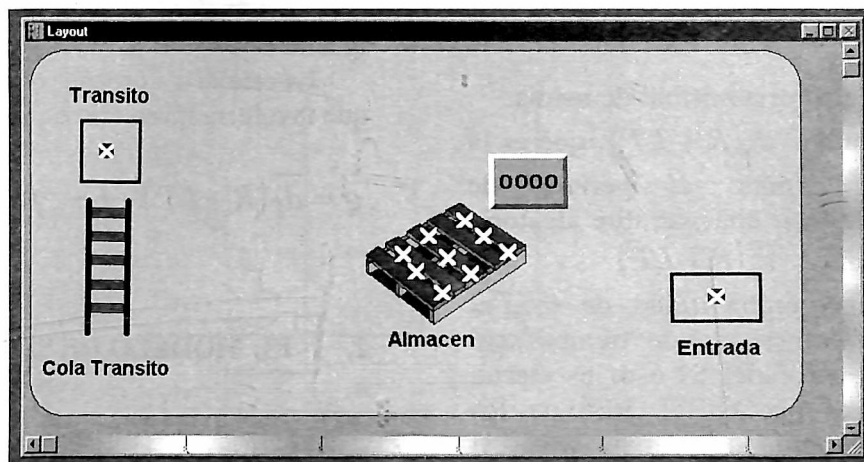


Figura 3. Representación gráfica del modelo de simulación.

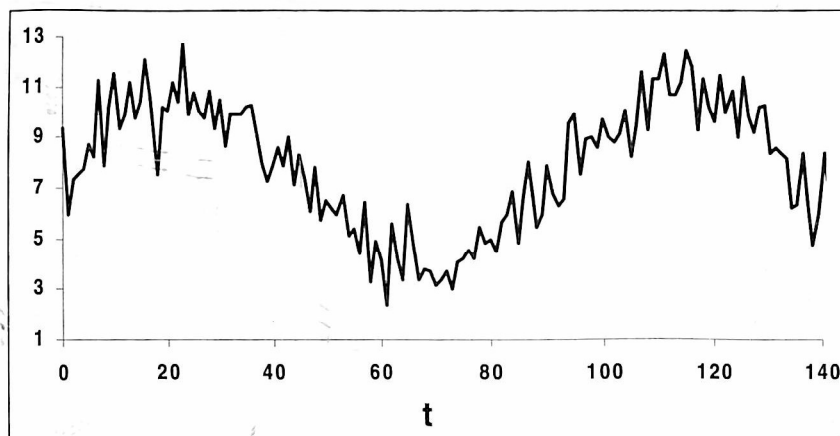


Figura 4. Demanda estacional.

$$d_t = k + A \cdot \text{Seno}\left(\frac{2\pi \cdot t}{T}\right) + \varepsilon_t, \quad (7)$$

donde:

- $A$  : Amplitud de la onda  
 $T$  : Periodo de la onda  
 $t$  : Instante en el cual se causa la demanda.  $t=0, \Delta t, 2\Delta t, 3\Delta t \dots$   
 $k$  : Constante  
 $\varepsilon_t$  : Error aleatorio.  $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma_\varepsilon)$

Los valores utilizados en los modelos fueron los siguientes:  $A=3,4$ ,  $T=91$ ,  $k=7,4$ ,  $\varepsilon_t \sim N(0,1)$ ,  $R=7$  y  $LT \sim E(2)$  (Tiempos de reposición o Lead Times con distribución exponencial con media iguala dos (2) unidades

de tiempo). El comportamiento de la demanda generada por esta función se puede apreciar en la Figura 4.

- Los tiempos de abastecimiento o  $LT$  se generaron aleatoriamente con distribución exponencial.
- Las medidas de desempeño seleccionadas para evaluar el comportamiento del sistema fueron el nivel de servicio o  $NS$ , definido como la relación entre la cantidad de unidades entregadas y la cantidad de unidades demandadas; y el inventario promedio  $\bar{I}$ , que está directamente relacionado con el costo de mantenimiento del inventario.

### 3. COMPORTAMIENTO DEL MODELO (R, S) ANTE PATRONES ESTACIONALES DE DEMANDA

El modelo se replicó 30 veces. Los resultados obtenidos se muestran en la Tabla 1.

Tabla 1. Resultados del modelo de simulación del modelo (R, S) tradicional.

	Promedio	Desviación estandar
<b>Inventario promedio</b>	37,42	0,801
<b>Nivel de Servicio</b>	0,87	0,015

Las Figuras 5 y 6 ilustran el comportamiento del nivel de servicio y del inventario durante una de las replicaciones del modelo.

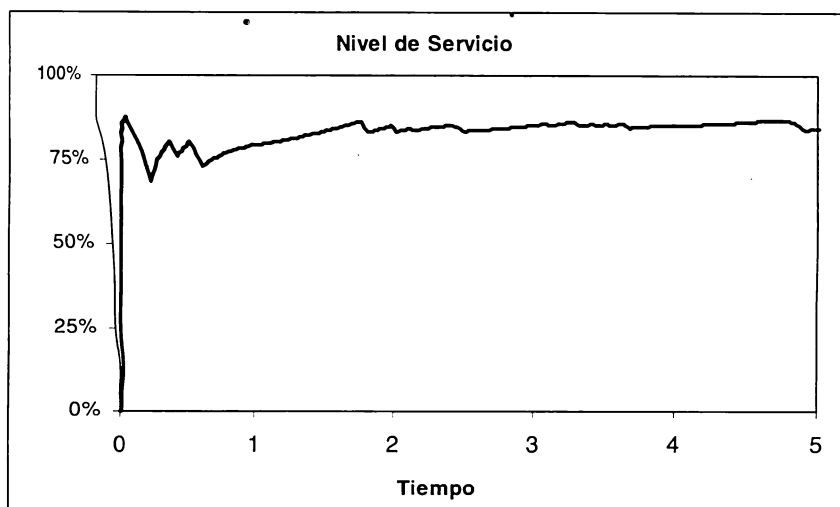


Figura 5. Comportamiento del nivel de servicio en el modelo (R, S) tradicional.

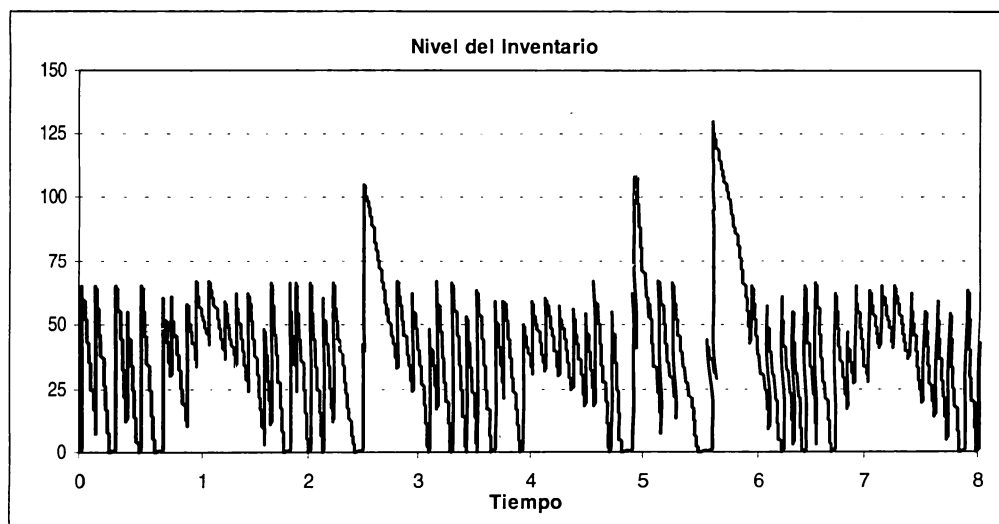


Figura 6. Comportamiento del inventario promedio en el modelo (R, S) tradicional.



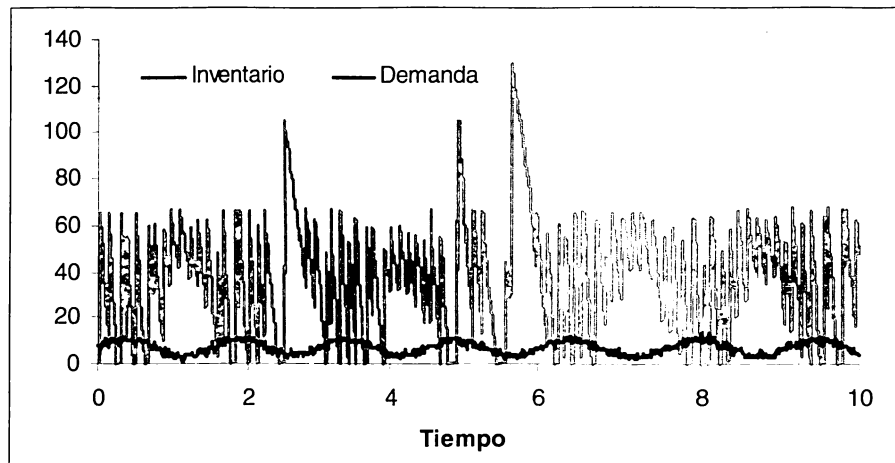


Figura 7. Gráfico superpuesto de la demanda y el inventario en el modelo tradicional.

Un análisis interesante con respecto a los resultados obtenidos se puede llevar a cabo si se superponen los gráficos de demanda e inventario, como se observa en la Figura 7.

En esta Figura puede observarse como la curva de inventario se encuentra desfasada con la curva de demanda; esto es, que el nivel de inventario alcanza su valor máximo cuando la demanda está en su valor mínimo y viceversa. Este hecho se puede explicar porque cuando la demanda inicia su ciclo de crecimiento, el inventario disminuye como consecuencia de dicho aumento, y de igual forma, cuando la demanda decrece, el inventario aumenta debido a la disminución en la demanda. Como consecuencia de este comportamiento, el modelo (R, S) hace que se tengan altos niveles de inventario en épocas de baja demanda y bajos niveles de inventario en épocas de alta demanda, lo cual es, desde todo punto de vista, un comportamiento indeseable.

#### 4. EL MODELO (R, S) PARA DEMANDAS CON MEDIA VARIABLE EN EL TIEMPO

Esta propuesta de variación al modelo (R, S) pretende mejorar el desempeño observado en el modelo antes descrito. La idea principal es utilizar una estimación de la demanda para el próximo periodo de vulnerabilidad en vez de usar

la demanda promedio, para calcular la cantidad a ordenar durante las revisiones periódicas del inventario. De igual manera se propone reemplazar la desviación estándar histórica de la demanda por el error estándar de la estimación, así:

$$q_t = F_{t+1}(R + LT) + zI - \alpha S - I \quad (8)$$

En esta expresión, el valor de  $\bar{d}$  es reemplazado por  $F_{t+1}$ , que representa la estimación de la demanda para el próximo periodo de vulnerabilidad. En este caso se utilizó un modelo de descomposición multiplicativa de series de tiempo (Ballou, 1999). El valor de  $\sigma_{R+L}$  también es reemplazado por el error estándar de la estimación  $S$ , que se define como:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (F_i - d_i)^2}{n-1}} \quad (9)$$

donde  $n$  es el número de intervalos para los cuales se realiza el cálculo de  $S$ .

Si se presenta una situación donde es necesario controlar el nivel de inventario de algún artículo con un patrón de demanda cuya media varía en el tiempo, parece más lógico pensar que si se logra obtener una buena estimación de la demanda para el futuro más próximo, entonces las cantidades a ordenar deberían responder a esta

estimación, y no a lo que históricamente se ha demandado del artículo. Además, el inventario de seguridad debería también calcularse con base en la magnitud del error que presenta dicha estimación, y no con la variación histórica de la demanda.

Al introducir las modificaciones antes descritas en el modelo (R, S) y al simular su comportamiento ante un patrón de demanda idéntico al utilizado para el modelo (R, S) tradicional, se encontraron los resultados que se observan en la Tabla 2

Tabla 2. Resultados del modelo de simulación del modelo (R, S) propuesto.

	Promedio	Desviación estandar
<b>Inventario promedio</b>	23,50	0,805
<b>Nivel de Servicio</b>	0,821	0,017

El gráfico superpuesto de demanda e inventario para este modelo de control de inventarios es el que se muestra en la Figura 8.

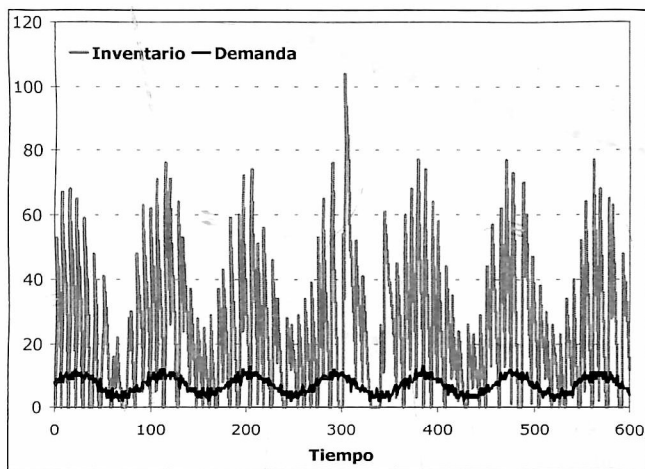


Figura 8. Gráfico superpuesto de la demanda y el inventario en el modelo propuesto.

En este gráfico se puede apreciar como las curvas de demanda e inventario se encuentran en fase; es decir, que se cuenta con un valor máximo de inventario en las épocas de máxima demanda, y en las épocas de menor demanda el inventario es también mínimo, la cual es una condición deseable en este caso particular de demanda estacional.

## 5. ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD

Hasta ahora se ha encontrado que el modelo (R, S) propuesto en este artículo logra niveles de servicio inferiores a los obtenidos con el modelo tradicional, pero con la ventaja de hacerlo con un inventario promedio considerablemente menor; sin embargo, es necesario evaluar la sensibilidad de ambos modelos frente a la estacionalidad y variabilidad de la demanda.

### 5.1 Análisis de sensibilidad frente a la estacionalidad de la demanda

Para efectos de este análisis, la estacionalidad de la demanda se define como la magnitud de las oscilaciones que presenta ésta a través del tiempo. Si se utiliza la función de demanda descrita con anterioridad, se puede asociar esta estacionalidad con el valor de la amplitud  $A$  de la curva de demanda. La Figura 9 ilustra varias demandas con diferentes amplitudes.

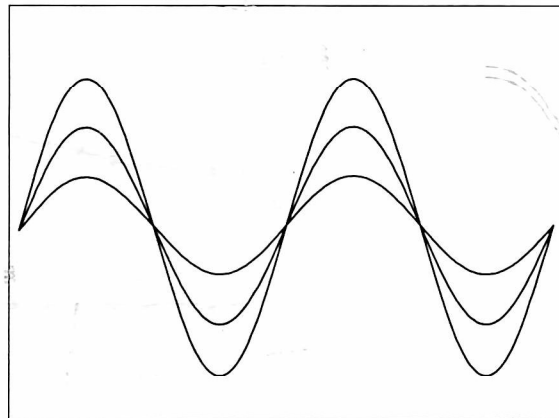


Figura 9. Demandas con diferente amplitud e igual periodo.

Mediante el uso de los modelos de simulación se observó el efecto que la variación del valor de  $A$  induce sobre el inventario promedio y el nivel de servicio.

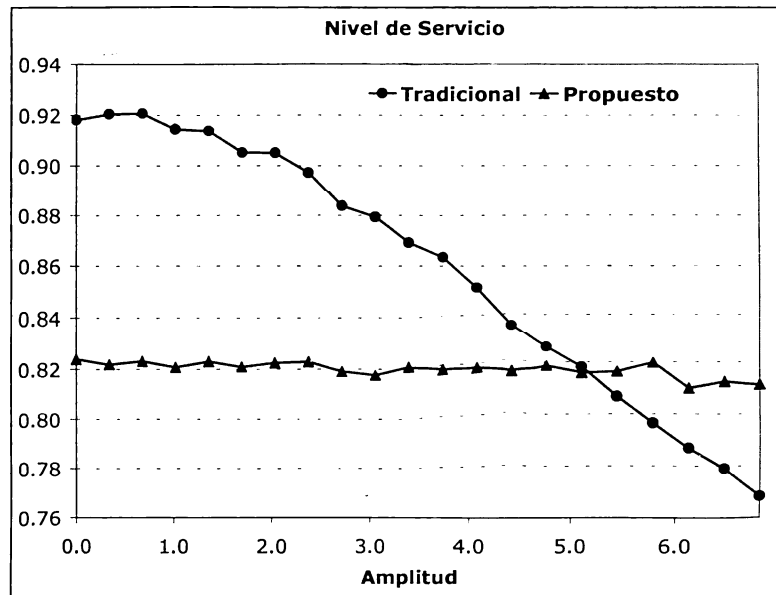


Figura 10. Comportamiento del nivel de servicio frente a variaciones en la estacionalidad de la demanda.

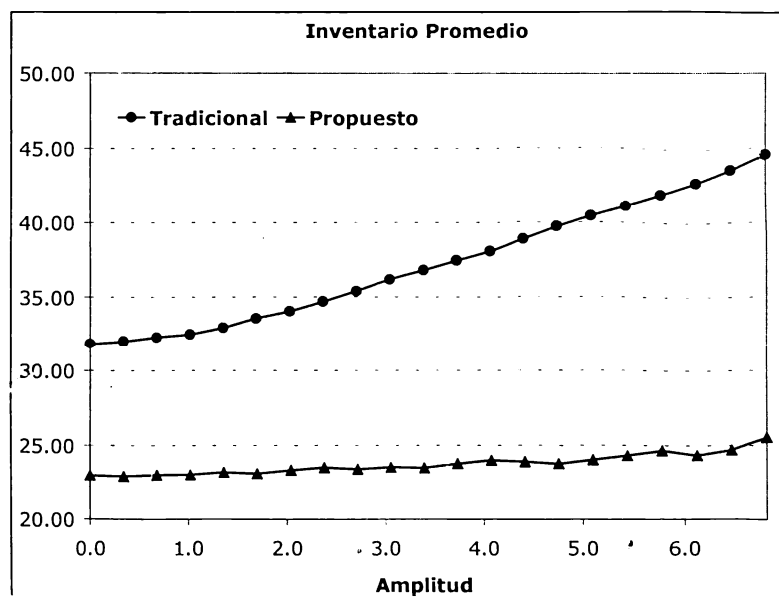


Figura 11. Comportamiento del inventario promedio frente a variaciones en la estacionalidad de la demanda.

En la curva de nivel de servicio (Figura 10) es posible observar como el modelo (R, S) tradicional presenta, en principio, un nivel de servicio mucho mejor que el presentado por el modelo propuesto; esto es, cuando la amplitud es cero. Esto se explica debido a que  $A=0$ , y por lo tanto no existe ninguna estacionalidad de la

demanda. A medida de que la amplitud crece, el nivel de servicio del modelo tradicional se deteriora drásticamente, mientras que en el modelo propuesto permanece prácticamente constante. Para valores de  $A>5$ , el modelo propuesto responde mejor que el tradicional. Un valor de  $A=5$  implica que el pico máximo de



demanda es 2.5 veces la demanda promedio, y que el valor mínimo de la demanda es 2.5 veces la demanda promedio.

En la curva de inventario promedio (Figura 11) el comportamiento es muy diferente, ya que el modelo propuesto es siempre superior al modelo tradicional.

## 5.2 Análisis de sensibilidad frente a la variabilidad de la demanda

En este caso, la variabilidad de la demanda hace referencia a la variabilidad del error aleatorio introducido en la función de demanda: el término  $\varepsilon_t$ . Teniendo en cuenta que  $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma_\varepsilon)$ , la variabilidad de la demanda se puede modificar a través del valor de  $\sigma_\varepsilon$ . Se considera este valor de interés debido a que se puede esperar que a medida que se incremente  $\sigma_\varepsilon$ , el desempeño del modelo propuesto se deteriore, debido a que la estimación de la demanda será cada vez menos

precisa. Esta es la principal razón por la que se desea observar el efecto de  $\sigma_\varepsilon$  en el desempeño de los modelos en estudio. El efecto de la variación de  $\varepsilon_t$  en las medidas de desempeño del sistema fue el descrito en la Figura 12.

En el gráfico de nivel de servicio se puede observar como el modelo propuesto es altamente sensible a incrementos en la variabilidad de la demanda y cómo el nivel de servicio se ve afectado por esta situación. En el modelo tradicional ocurre el efecto inverso, es decir, que el nivel de servicio se incrementa a medida que la variabilidad crece. Este efecto se debe al incremento de la desviación estándar de la demanda, lo que a su vez hace crecer el inventario de seguridad calculado por el modelo.

De otro lado, como se observa en la Figura 13, los niveles de inventario se ven igualmente afectados por el incremento en la variabilidad de la demanda, siendo más afectado el modelo tradicional que el modelo propuesto.

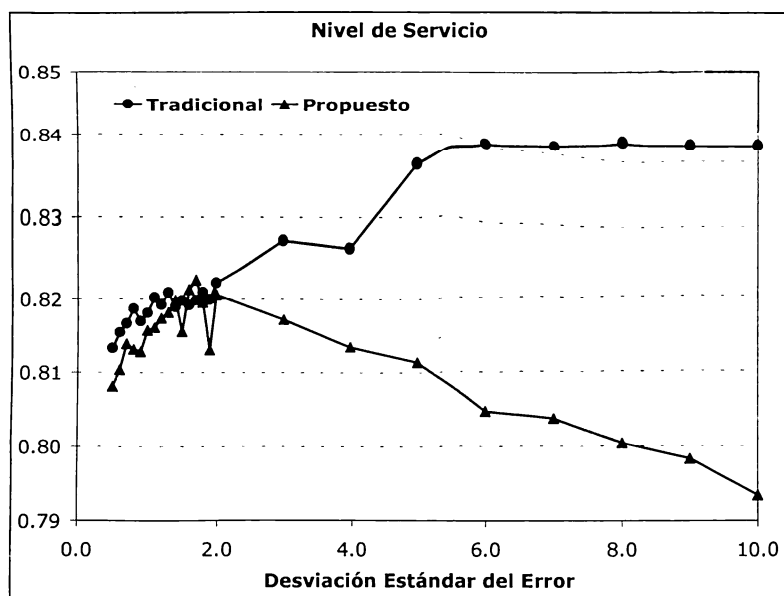


Figura 12. Comportamiento del nivel de servicio frente a variaciones en la variabilidad de la demanda.



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

SEDE MEDELLÍN

DEPTO. DE BIBLIOTECAS  
BIBLIOTECA "EFE" GOMEZ

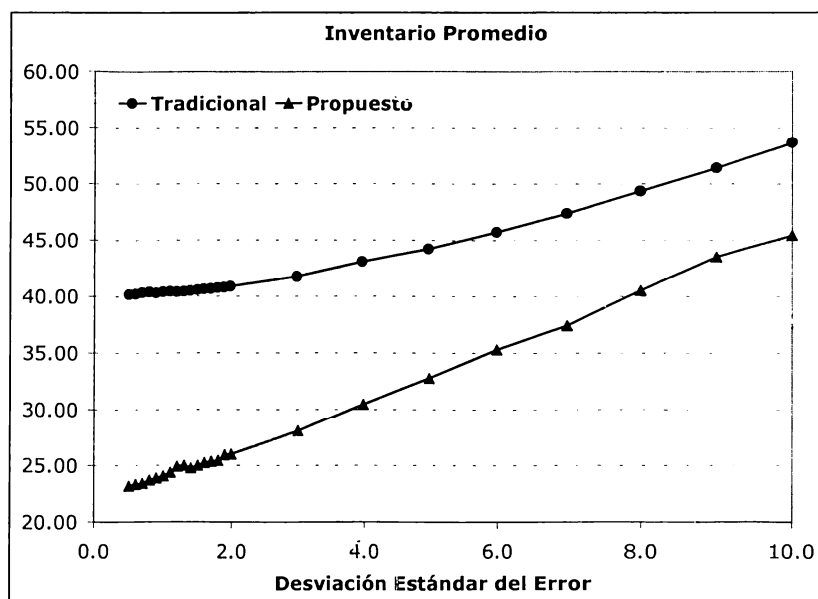


Figura 13. Comportamiento del inventario promedio frente a variaciones en la variabilidad de la demanda.

## 6. CONCLUSIONES

Los modelos de control de inventario tradicionales presentan desempeños indeseables ante patrones de demanda con media variable en el tiempo. En particular, el modelo (R, S) de revisión periódica, induce al sistema a mantener inventario máximo en épocas de mínima demanda y viceversa. El modelo propuesto, que replantea el sistema (R, S) tradicional, permite solucionar este problema en situaciones de alta estacionalidad, y además presenta la ventaja de lograrlo con niveles inferiores de inventario, lo cual es altamente beneficioso debido a que esta diferencia representa una disminución importante en la inversión necesaria para el funcionamiento del sistema.

Por último, el sistema propuesto es altamente sensible a la calidad de la estimación de la demanda, con la cual se calculan las cantidades a ordenar. Cuando esta estimación es relativamente buena, su desempeño es significativamente superior al modelo tradicional.

## REFERENCIAS

Ballou, R., *Business logistics management*. Prentice Hall, 1999.

Chase, R., et al., *Operations management for competitive advantage*. Mc Graw Hill, 2001.

Hariga, M., A stochastic inventory model with lead time and lot size interaction. *Production Planning and Control*, 10, 434-438, 1999.

Herrell, Ch., et al., *Simulation using ProModel*. Mc Graw Hill, 2000

Silver, E. et al., *Inventory management, production planning and scheduling*. John Wiley and Sons, 1998.

Starr, M. y Miller, D., *Inventory control: theory and practice*. Prentice Hall, 1962