

UN ENFOQUE DE ANALISIS MULTIOBJETIVO PARA LA PLANEACIÓN AGREGADA DE PRODUCCIÓN

RICARDO SMITH QUINTERO

Director postgrado en Gestión Ambiental, Facultad de Minas, Universidad Nacional de Colombia, Medellín

ALEXANDER CORREA ESPINAL

Profesor Escuela de Ingeniería de la Organización, Facultad de Minas, Universidad Nacional de Colombia, Medellín

JAIME ALBERTO ARISTIZÁBAL

Ingeniero Industrial, Facultad de Minas, Universidad Nacional de Colombia, Medellín

(rasmith@unalmed.edu.co, alcorrea@unalmed.edu.co, jaarist0@tifon.unalmed.edu.co)

Recibido para revisar 28 de Noviembre de 2002, aceptado 13 de junio de 2003, versión final 21 de Julio de 2003

RESUMEN: La finalidad del presente artículo, es difundir las bondades del análisis multiobjetivo como herramienta de vital importancia dentro de las nuevas tendencias de los procesos de toma de decisiones. En concreto, en la planeación agregada de la producción. Para esto, gerencialmente se ha aceptado a la calidad, el tiempo y el costo como los tres objetivos fundamentales de dicho plan. Esto nos lleva a pensar que dentro del proceso de toma de decisiones que debe llevar a cabo un administrador de producción para realizar una correcta asignación de los recursos, existen múltiples sub objetivos empresariales derivados de los tres anteriores, los cuales deben ser cumplidos para alcanzar la meta corporativa. El artículo se basa principalmente en la creación de un modelo de planeación agregada bajo análisis multiobjetivo, sustentado en la teoría de la toma de decisiones contemporánea, y un problema de aplicación usando dicho modelo.

PALABRAS CLAVES: Planeación de producción, análisis multiobjetivo, planeación agregada, optimización, programación matemática.

ABSTRACT: The final purpose in the article is to spread out the advantages of The Multiobjective Analysis as a vital tool with large relevance inside Taking Desicion Processes. In definite terms, its importance in The Aggregate Planning of Manufacturing Processes. Getting this goal, Managerial's Thougth has accepted Quality, Time and Cost as the Three Fundamental Basis of Multiobjective Analysis. Therefore, this statement carries on to think that a Production Administrator who makes a correct resource's assignment in the Taking Desicion Process should has several Sub-Objectives that come out from those Three Fundamental Basis of this analysis. Moreover, those Sub -Objectives must be accomplished to reach a Corporative Goal. This writting is forwarded to the creation of an Aggregate Planning Model under the Multiobjective Analysis supported in the Contemporary Taking Desicion Theory and a particular problem using this model.

KEYWORDS: Production planning, multicriteria, aggregate planning, optimization, mathematical programming.

1. INTRODUCCIÓN

La planeación agregada de la producción es uno de los aspectos en los que los investigadores de operaciones, más tiempo y recursos han invertido a través del tiempo. Por muchos años se han desarrollado infinidad de modelos

basados en programación lineal, que tratan de capturar los aspectos más relevantes como mano de obra, costos e inventarios.

Los modelos matemáticos de planeación agregada de producción son útiles para el encaminamiento de la toma de decisiones administrativas (como por ejemplo la ampliación

de capacidad de una planta), mas no como herramienta de predicción, por ejemplo, el número exacto de unidades a producir en un período, esto debido a que la planeación agregada se basa en unidades y estándares de familias agregados, los cuales, no permiten una correcta precisión en el plan, además, teniendo en cuenta el carácter uniobjetivo con el que los modelos se diseñaban, usualmente generaban soluciones que a pesar de ser la menos costosa, no era la solución más adecuada, dado que no satisfacía los otros objetivos del decisor. Por estas y otras razones se daba ineffectividad e imprecisión en la implementación del plan.

Una de las mayores preocupaciones de la Ingeniería Industrial contemporánea, es la duda de la verdadera aplicabilidad de las técnicas de administración de producción encaminadas hacia la planeación de recursos y la validación de capacidad. Esto se debe normalmente a falta de sistemas de información, pero incluso, en empresas donde existen estos recursos, hay inconformidad debido a que las decisiones administrativas que sugieren los resultados de las técnicas, no reflejan la estructura de preferencias del decisor, de esta manera, quedando insatisfecho con dicha solución.

Lo que se busca en este artículo concretamente, es la implementación de una herramienta informática de toma de decisiones que asista a la planeación agregada de la producción, de manera se satisfagan todos los objetivos propuestos por el decisor para dicho plan. A continuación se desarrollan los conceptos necesarios para el mejor entendimiento del artículo.

La *Investigación de operaciones* puede definirse como la forma científica de tomar decisiones en las organizaciones, y ésta es la principal utilidad de dicha técnica: servir de soporte y ayuda para adoptar decisiones en situaciones complejas. La toma de decisiones sigue siendo una de las actividades inherentes al ser humano, en la que mejor se refleja su grado de conocimiento, desarrollo y libertad, además, estos atributos pueden ser apreciados tanto si las decisiones son tomadas en forma intuitiva como si lo son siguiendo un procedimiento analítico basado en la aplicación del método científico (Guerras, 1989, 19).

El concepto de *Racionalidad limitada* surge como consecuencia de la aceptación de componentes subjetivos de carácter psicológico, sociológico o de otro tipo, en el sujeto que

enfrenta a una situación de decisión. Las dificultades para seguir un comportamiento racional surgen de la imposibilidad de conocer toda la información posible sobre alternativas y determinar con certeza sus consecuencias, por tanto, evaluar objetivamente dicha información. La principal característica de las técnicas de *Programación matemática tradicional*, es la consideración de un objetivo único a maximizar o minimizar. Ello comporta que todas las consecuencias derivadas, de seguir cada alternativa, pueden ser reducidas o expresadas en términos de una sola función evaluadora. En realidad, todo decisor suele utilizar varios criterios para evaluar las distintas alternativas.

El *Análisis multiobjetivo*, a grosso modo, es una herramienta de programación matemática que procura hallar la mejor solución de un sistema teniendo en cuenta la satisfacción de múltiples objetivos (Smith et al, 2000, 1-9).

Cuando la demanda varia, los niveles de producción deseados y sus estrategias de producción no son obvias. Debe determinarse un *plan de producción* (cuanto y cuando fabricar cada producto). La meta es hacer coincidir la tasa de producción y la tasa de demanda para fabricar los productos cuando se necesitan.

2. PLANEACIÓN AGREGADA

Puede definirse como un plan de producción a mediano plazo, que es factible desde el punto de vista de la capacidad, y permite lograr el plan estratégico de la forma más eficaz posible en relación con los objetivos tácticos del subsistema de operaciones.

Entre sus funciones básicas están: 1) Permitir la conexión y comunicación de departamento de operaciones con la alta dirección y con el resto de áreas funcionales. 2) Ser el origen del proceso de planificación y control de la producción a desarrollar por la dirección de operaciones. 3) Ser uno de los instrumentos de control del plan estratégico, en cuyo marco las distintas áreas acuerdan en términos agregados, lo que va a producirse y lo que va a estar disponible para la venta.

Los pasos a seguir en un proceso de planificación agregada son: 1) Determinar cantidades a producir mensual o trimestralmente para el horizonte de planeación considerado. 2) Hacer un plan factible, es decir, que pueda ser ejecutado. Para ello habría que establecer las

Costos de mano de obra: Es el coste que define como los costos variables con el incremento de la producción, es decir, no están incluidos los costos fijos en ningún aspecto. Por ejemplo, los costos de supervisión, los cuales no están sujetos a la cantidad producida. De este modo, se definen los costos dentro de este objetivo, los costos asociados a la producción fabricada por los operarios tanto en jornada regular como en horas extras y también de forma subcontratada.

Aunque existen otros objetivos importantes para el administrador de producción, que seguramente quisierra incluir en su análisis de decisión, para modelamiento procuraremos centramos tan solo en estos objetivos, como un paso inicial para mostar las bondades del análisis multobjetivo en la planeación agregada de la producción. A continuación se define en que consiste cada uno de los objetivos que van a ser tomados en cuenta

Maximizar el control sobre la producción

- Los objetivos de planeación agregada mas importantes para los administradores de producción, son los siguientes:
- Mínimizar costos de mano de obra
- Máximizar posesión de inventarios

3.1 Planteamiento de objetivos

Se utilizará un modelo con las siguientes características: Una familia de productos, la cual puede ser extendida para aplicación en empresas en las cuales se tiene una familia de productos. Una sola proceso productivo por familias de producto, el cual es posible expandirlo a varios procesos de fabricación en los que se puede elevar un proceso determinado. Una horizonte de planeación constante de seis meses, el cual es el horizonte más típico en planes, el cual es el planeación de seis meses, el cual es el horizonte más típico en la programación de producción del modelo en el sistema soporte.

recomienda un nivel de complejidad ni bajo ni alto, tan solo apropiado para su utilización, y este, varía de empresa a empresa. Por esto se debe hacer un estudio de las necesidades específicas de la empresa para no incurir en el riesgo que propicia el uso de modelos

Intimididad de detalles incluidos al modelo, como variabes de decision, objetivos o restricciones, se puden plantear para tratar de acercar mas estos modelos a la realidad, sin embargo, dado que nos encontramos aun en una etapa tactica, la exhausitiva complejidad del modelo podria no ser muy necesaria y podria atrofiar sus posibles soluciones o incluso desvirtuarlas. Por eso se empieza.

Extensiones del modelo básico: Las cuales se representan como resticciones de cualquier tipo, ya sea limitando recursos, generando valores máximos y mínimos en las políticas de ajustes transitorios de capacidad, o incluso, en la desagregación del modelo, usualmente expandido a un número plural de familias y procesos productivos dentro de una misma

Restricciones básicas: Las cuales manejan los balances de mano de obra, inventario y capacidad, que son necesarias para la obtención de un plan factible.

Una función objetivo: Si importar el grado de complejidad del modelo, se preservaría la minimización de los costos del plan de medición.

Los modelos de planeación agrícola basado en programación lineal revisados en la bibliografía son muy variados, sin embargo todos ellos tienen rasgos característicos similares. Diclos rasgos, son muchos variados, sin embargo todos ellos tienen rasgos característicos similares. Diclos rasgos, modificados en su concepción, fueron de gran utilidad para el planteamiento del modelo bajo análisis multiojetivo. La estructura general de los modelos revisados es la siguiente:

3. DESARROLLO DEL MODELO

comprender las limitaciones marcadas por el entorno y por la política de la empresa. 3) Facilitar la consecución del plan estratégico, para lo cual deberá responder a las necesidades de producción derivadas del plan de producción a largo plazo, de las previsiones de ventas a medio y corto plazo, de la cartera de clientes y de otras posibles fuentes de demanda. 4) Lograr la mayor efectividad posible en relación con los objetivos tácticos. Tras cumplir lo expuesto en los ítems anteriores esta nueva condición llevará a implementar los mejores niveles posibles de servicio al cliente (calidad, plazos, etc).

de manera que el costo unitario de mano de obra por producto, cobije todos los aspectos importantes como insumos, energía, depreciación de maquinaria y equipos y todos los demás que según la contabilidad de costos, se deba cargar al costo final de fabricación del producto. Este costo se puede entonces definir como:

Costos de mano de obra en el período i =
 (Producción en jornada regular del período i x Costo unitario de producto fabricado en jornada regular) + (Producción en horas extras del período i x Costo unitario de producto fabricado en horas extras) + (producción subcontratada en el período i x Costo de subcontratar una unidad)

Posesión de inventarios: Sabemos por experiencia y/o intuición, que la valoración de las cosas no vienen normalmente dadas por su “valor neto”, sino por la apreciación o juicio de valor que nosotros emitamos de ella. En la administración de producción existe un ejemplo muy claro que son los inventarios. Supongamos una empresa de artículos navideños. El costo unitario de almacenar un árbol de navidad es de \$X/mes, entonces tendríamos que los costos de mantener el inventario un mes, serían simplemente el número de árboles navideños en inventario multiplicado por el costo de almacenaje (X). Pero si nos detenemos a pensar sobre esta afirmación, ¿será verdad que para el administrador de producción le es indiferente el momento en que se genera el inventario? Si vemos que esta empresa posee inventarios en septiembre, la preocupación no es tanta, ya que se podría pensar que en noviembre y diciembre, épocas de temporada navideña, se podrían vender los productos, pero si el inventario se genera en enero, seguramente el administrador de producción lo considere mucho más perjudicial, por esto, el objetivo perjuicio por inventarios no debe incluir solamente los valores netos de costo, sino una unidad más intuitiva e intangible que refleje la estructura de preferencias, temores y necesidades del decisor. De esta manera, sea en unidades de valor (adimensionales) o cuantificado en costos, estos se deben valorar con cierta subjetividad por el decisor, obviamente teniendo en cuenta todos los aspectos como costos y demás factores que afecten dicha valoración.

El valor del perjuicio por inventarios período a período, es un parámetro ingresado para cada uno de los períodos del horizonte de planeación, por el usuario del modelo según su estructura de preferencias. Este objetivo se define entonces como:

Perjuicios por posesión de inventarios en el período i = (Perjuicio ocasionado por una unidad de inventario en el período i x Inventario al final del período i)

Estabilidad laboral: En todos los procesos productivos y sobre todo en los que se requiere de calificación y experiencia, la estabilidad laboral es de suma importancia. La contratación y el despido de trabajadores es el aspecto que más afecta esta estabilidad, por lo que se define este objetivo, como la valoración monetaria o subjetiva del perjuicio que acarrea tanto los despidos como las contrataciones en cualquier período del horizonte de planeación. La capacitación de un empleado nuevo y la pérdida de un trabajador experimentado son problemas que el administrador de producción debe enfrentar, dado que estos eventos afectan tanto la productividad como la capacidad del proceso. Por dicha razón, se persigue precisamente la disminución de dicha variación en personal. Mientras mas invariable permanezca la fuerza de trabajo, se obtendrán mejores resultados productivos. Dentro de la valoración se debe tener en cuenta los costos que se generan al contratar o despedir trabajadores, no necesariamente en unidades monetarias. Un claro ejemplo del porque es importante la valoración subjetiva es la siguiente: No es lo mismo contratar un trabajador en noviembre para que produzca en la época de alta demanda y luego tener en mente que su permanencia será corta en la empresa, que contratarlo a mitad de año para que permanezca un período más largo. Obviamente el primer caso sería mas perjudicial para la empresa, dado que se incurriría en costos de contratación y despido de un trabajador en tan solo un período de 2 meses, mientras que en la segunda alternativa, se es mas razonable, dado que se incurren en unos costos fijos de contratación y despido, diseminados en más meses de servicio a la empresa. Esta es una de las pruebas de la importancia de la estabilidad laboral y el porque es importante su valoración subjetiva. Los perjuicios por contratación o

despido de trabajadores, son parámetros que el usuario debe ingresar para cada uno de los períodos del horizonte de planeación, valorados según su estructura de preferencias, los cuales serán definitivos en las políticas de variación en la fuerza laboral. Este objetivo podría definirse como:

Estabilidad laboral del período i =

$$(\text{Valoración del perjuicio de despedir un trabajador en el período } i \times \text{número de trabajadores despedidos en el período } i) + (\text{Valoración del perjuicio de contratar un trabajador en el período } i \times \text{número de trabajadores contratados en el período } i)$$

Control de la producción: Es un objetivo muy importante, sobre todo, cuando más se ha difundido la aplicación del “Outsourcing” como forma de mejorar la calidad de los productos y servicios o como forma de suplir la capacidad faltante en la planta.

Normalmente un administrador de producción delega su producción de forma subcontratada por tres simples razones, no existe capacidad suficiente, no existe el proceso dentro de la empresa para cumplir con la demanda ó el proceso productivo es de mejor calidad en la subcontratación. Según la razón, puede considerarse tanto perjudicial como benéfico, y es ahí donde el administrador entra a realizar su juicio. Si considera que los productos subcontratados pueden ser de mala calidad o pueden llegar tarde, no sería benéfico subcontratar y desearía realizar a toda costa la producción dentro de su planta, pero en caso contrario, procuraría delegar la mayor parte de la producción sin generar tiempos ociosos en su planta. Lo que este objetivo procura es mejorar los niveles de calidad y confianza sobre el producto fabricado. Se propone considerar este objetivo como:

Control sobre la producción en el período i =

$$((\text{Producción en jornada regular del período } i + \text{Producción en horas extras del período } i) \times \text{Beneficio/Perjuicio de fabricar una unidad en la planta}) + (\text{Producción subcontratada en el período } i \times \text{Beneficio/Perjuicio de fabricar una unidad en subcontratación})$$

Si le es perjudicial, se sugeriría asignar un valor negativo a dicho perjuicio, si es benéfico se sugiere un valor positivo y si es indiferente, un valor nulo sería lo más correcto.

Cumplimiento de los pedidos: La satisfacción del cliente es un objetivo central de los procesos de producción. De manera que los administradores deben ser oportunos al cumplir con la demanda de cada período, sin permitir que pedidos atrasados se satisfagan en períodos posteriores, provocando posiblemente que no sea recibida la mercancía, o peor aun, pierdan al cliente. Por esta razón el incumplimiento debe ser duramente castigado. Se presenta usualmente una variación de la trascendencia del cumplimiento según el período involucrado, dado que no satisfacer demanda en períodos de alta demanda puede perjudicar mucho mas la imagen de la empresa que en un período de baja demanda, de esta manera, el perjuicio provocado por el incumplimiento de pedidos debe ser definido de manera subjetiva, incluyendo no solo los costos que conlleva el incumplimiento, sino las demás consecuencias que acarrea este. Dicho perjuicio por incumplimiento, es un parámetro variable en el horizonte de planeación, el cual debe ser ingresado por el decisor, de una manera acorde con su estructura de preferencias. Este criterio se puede considerar como:

Cumplimiento de pedidos en el período i =

$$\text{Perjuicio de no satisfacer una unidad en el período } i \times \text{Demanda no satisfecha en el período } i$$

Tiempo extra y ocioso: Las mediciones incorrectas de capacidad perjudican enormemente el funcionamiento de una empresa productiva. Esto se presenta principalmente por las oscilaciones de demanda, que obligan a usar capacidad extra o incluso a veces, tener tiempos ociosos para no generar inventario excesivo. Lo que persigue este objetivo es usar la capacidad correctamente, es decir, que se usen las horas regulares de producción para producir toda la demanda de productos, y no mediante horas extras y menos permitiendo tiempos ociosos que eleven los costos de producción. Este objetivo sería:

Tiempo extra y ocioso en el período i =

$$(\text{Perjuicio por hora extra} \times \text{Horas extras período } i) + (\text{Perjuicio horas ociosas} \times \text{Horas ociosas período } i)$$

Para este objetivo se considera poco sensato pensar que el perjuicio provocado por cada hora extra u ociosa varíe de un período a otro, sin embargo, el administrador de producción, seguramente podría pensar que es mas perjudicial una hora ociosa que una hora extra. En este caso, los perjuicios por horas extras u ociosas, son dos parámetros que no varían en el horizonte de planeación y sus valores deben ser definidos según la estructura de preferencias del decisor. De esta manera, quedan definidos todos los objetivos a ser tenidos en cuenta en el análisis.

3.2 Planteamiento de restricciones

La idea de crear este sistema de apoyo a la planeación de producción, no es nada diferente a dar una visión del funcionamiento de la empresa proyectado en un horizonte, por esto, el cometido no es generar múltiples restricciones al modelo sino permitir que su búsqueda sea amplia para poder observar las inclinaciones de su solución, lo que dará la pauta para tomar decisiones de trascendencia. Por ejemplo, un plan en el que se observe subcontratación excesiva, podría sugerir un mejoramiento del proceso disminuyendo los estándares de la familia, o tal vez la necesidad de ampliar la capacidad de la planta.

La lectura de la solución es un problema complejo, dado que se puede prestar para múltiples interpretaciones, de las cuales depende el curso de acción que se tome, sin embargo existen indicios que usualmente sugieren la existencia de problemas concretos dentro de la empresa. Es importante ingresar todas las restricciones necesarias cuando el cometido no es el de observar las inclinaciones de la empresa, sino buscar una solución que satisfaga un nivel “aceptable” en todos los objetivos, hallando de esta manera una solución acorde con los recursos existentes y no una solución de inclinación que no es mas que la respuesta al problema de recursos infinitos, la cual no es obvia cuando de múltiples objetivos se trata. Existen otro tipo de restricciones que impone el mismo proceso productivo, por ejemplo las restricciones de balance de producción e inventarios, las cuales se plantean para generar una solución que sea factible en la vida real. Concretamente las restricciones son:

De capacidad: Las horas regulares disponibles, están sujetas al número de trabajadores que estén activos en un período determinado y dicha producción en el período esta sujeta al número de horas disponibles.

De fuerza de trabajo: Esta es una ecuación de balance del número de trabajadores activos en un período. Es decir, los trabajadores activos del período siguiente son los que estaban al inicio del período sumando las contrataciones y restando los despidos de dicho período.

De inventario: Ecuación de balance que tiene en cuenta que el inventario al final de un período no es mas que el inventario al principio del período sumando la producción fabricada dentro del período y restando las entregas del período respectivo. Hasta aquí las restricciones necesarias para encontrar una solución factible. Ahora, se pueden plantear otro tipo de restricciones que limitan los recursos, ya sean políticas o imposiciones del sistema.

Límites de inventario por período: Esta restricción se encuentra cuando hay limitaciones para mantener un nivel de inventario inferior al tope; usualmente por razones de espacio en bodega, además puede haber stock de seguridad, el cual debe de asegurar que exista ese nivel mínimo de inventario al final del período.

$$\begin{aligned} \text{Stock de seguridad} &\leq \text{Inventario en} \\ &\quad \text{el} \\ &\quad \text{período } i \leq \text{Capacidad en bodega} \end{aligned}$$

Máximo número de horas extras: En la legislación Colombiana actual, se rige un nivel máximo de horas extras no superior el 10% de la jornada laboral de 48 horas.

$$\begin{aligned} \text{Horas extras en el período } i &\leq \\ &\quad \text{Porcentaje máximo de horas extras} \times \\ &\quad (\text{horas de jornada regular de todos los} \\ &\quad \text{trabajadores}) \end{aligned}$$

Máximo número de despidos y contrataciones: Para no afectar en demasía la estabilidad de la fuerza laboral en la empresa, es posible que se tengan limitados en número de contrataciones y despidos por período.

$$\begin{aligned} \text{Número de contrataciones en el} \\ \text{período } i &\leq \text{Máximo contrataciones} \\ = \text{Número de despidos} &\leq \text{Máximo} \\ &\quad \text{despidos} \end{aligned}$$

Máximo número de unidades subcontratadas por período: Consiste en asignar un límite superior a la producción delegada por subcontratación, debido a que usualmente las empresas subcontratadas tienen un límite de unidades que pueden aceptar para producir, o porque es una política interna de la empresa.

Unidades subcontratadas en el período $i \leq$ Máximo unidades subcontratadas

Número máximo de unidades no entregadas por período: Este es un límite impuesto como política empresarial, para no abusar del incumplimiento como alternativa para reducir costos tanto de producción como de cambio en la fuerza laboral.

Unidades insatisfechas en el período $i \leq$ Máximo unidades insatisfechas

Inventario deseado al final de horizonte de planeación: Esta restricción obliga al plan de producción a culminar con un stock deseado.

Inventario Final = Inventario deseado al final de horizonte

También pueden existir restricciones de productividad, laborales y otros múltiples factores que restringen la búsqueda de las soluciones, pero para el modelo que se construirá, solo se tendrán en cuenta las tres restricciones impuestas por el sistema y las seis restricciones de políticas empresariales descritas anteriormente. Las restricciones de políticas fueron elegidas, dada su alta funcionalidad y trascendencia en los modelos reales, lo que indudablemente hacía meritaria su presencia dentro del modelo.

4. MODELO

4.1 Definición de variables de decisión

t : Período de tiempo (dado en meses)

TR_t : Número de trabajadores en el período t .

PR_t : Producción en jornada regular en el período t .

PE_t : Producción en horas extras en el período t .

PS_t : Producción subcontratada en el período t .

PNS_t : Producción no satisfecha en el período t .

PO_t : Producción dejada de realizar en horas ociosas en el período t .

I_t : Inventario al final del período t .

C_t : Contrataciones en el período t .

D_t : Despidos en el período t .

4.2 Definición de parámetros

DEM_t : Demanda de producto en el período t .

DP_t : Días productivos en el período t .

PI_t : Perjuicio por unidad de inventario en el período t .

PC_t : Perjuicio por contratación en el período t .

PD_t : Perjuicio por despido en el período t .

$PDNS_t$: Perjuicio por unidad de demanda no satisfecha en el período t .

$HETD$: Horas estándar trabajador - día

$HEUF$: Horas estándar para fabricar una unidad de familia.

CHR : Costo hora regular.

CHE : Costo hora extra.

CUS : Costo por unidad subcontratada.

BPP : Beneficio/Perjuicio de producir una unidad en planta.

BPS : Beneficio/Perjuicio de producir una unidad por subcontratación.

PHE : Perjuicio por hora extra.

PHO : Perjuicio por hora ociosa.

SS : Stock de seguridad.

CB : Capacidad de bodega.

PME : Porcentaje máximo de horas extras.

MC : Máxima contratación de trabajadores en un período.

MD : Máximos despidos de trabajadores en un período.

MS : máximo número de unidades subcontratadas cada período.

$MDNS$: Máxima demanda no satisfecha en cada período (en unidades de familia).

IFD : Inventario final deseado por el decisor al final del horizonte de planeación.

4.3 Objetivos

Costos de producción: El primer paréntesis son los costos de mano de obra regular, el segundo de horas extras y el tercero de subcontratación.

$$Z_{\min} = \sum_{t=1}^6 \left[(TR_t \times DP_t \times HETD \times CHR) + (PE_t \times HEUF \times CHE) + (PS_t \times CUS) \right] \quad (1)$$

Perjuicio por inventarios: El perjuicio causante del inventario multiplicado por el inventario promedio del período actual y anterior.

$$Z_{\min} = \sum_{t=1}^6 \left[PI_t \left(\frac{I_t + I_{t-1}}{2} \right) \right] \quad (2)$$

Estabilidad Laboral: El primer paréntesis se refiere al perjuicio de las contrataciones y el segundo a los despidos.

$$Z_{\min} = \sum_{t=1}^6 [(C_t \times PC_t) + (D_t \times PD_t)] \quad (3)$$

Control sobre la producción: El primer paréntesis se refiere al beneficio/perjuicio de producir en planta y el segundo, fuera de ella.

$$Z_{\max} = \sum_{t=1}^6 [(BPP \times (PR_t + PE_t)) + (BPS \times PS_t)] \quad (4)$$

Cumplimiento: Castiga cada unidad de producción no satisfecha multiplicada por su perjuicio.

$$Z_{\min} = \sum_{t=1}^6 [PNS_t \times PDNS_t] \quad (5)$$

Tiempo extra y ocioso: El primer paréntesis castiga las horas extras y es segundo las ociosas.

$$Z_{\min} = \sum_{t=1}^6 [(PE_t \times PHE_t) + (PO_t \times PHO_t)] \quad (6)$$

4.4 Restricciones

Fuerza de trabajo: El número de trabajadores al final de un período es igual a los existentes en el período anterior mas las contrataciones menos los despidos.

$$TR_t = TR_{t-1} + C_t - D_t \quad (7)$$

Producción regular: La producción realizada sumada a la producida no realizada debe ser igual a la cantidad total de producción que podía hacerse en el tiempo regular disponible.

$$PO_t + PR_t = \frac{TR_t \times DP_t \times HETD}{HEUF} \quad (8)$$

Balance-Inventario: El inventario al final de un período debe ser igual al inventario del período anterior sumada la producción del período menos la demanda. En caso tal de que la demanda sea mayor que el nivel de inventario, se balancea la ecuación con la producción no satisfecha.

$$\begin{aligned} I_t &= I_{t-1} + PR_t + PE_t + PS_t \\ &- DEM_t + PNS_t \end{aligned} \quad (9)$$

Política de Inventario: Los niveles máximos y mínimos de inventario pueden estar condicionados por la siguiente restricción.

$$SS \leq I_t \leq CB \quad (10)$$

Política Horas extras: El número máximo de unidades producidas en tiempo extra, suele ser un porcentaje de la producción en tiempo regular. Para Colombia, por ley, se tiene estipulado un 10% (0.1).

$$PE_t = PME \times PR_t \quad (11)$$

Política de contrataciones y despidos: una política empresarial puede ser no contratar o despedir más de un número de empleados en un solo período.

$$\begin{aligned} C_t &\leq MC \\ D_t &\leq MD \end{aligned} \quad (12)$$

Política de máxima subcontratación: Esta determina hasta que número de unidades, es deseado o conveniente delegar unidades de producción a otra empresa.

$$PS_t \leq MS \quad (13)$$

Política de máximas unidades insatisfechas: Esta restricción limita los niveles de insatisfacción del cliente (demanda insatisfecha).

$$PNS_t \leq MDNS \quad (14)$$

Inventario al final del horizonte: Esta restricción obliga al plan de producción a culminar con un stock igual al deseado.

$$I_{final} \leq IFD \quad (15)$$

No negatividad: Ninguna de las variables de decisión involucradas en el modelo deber ser negativa.

4.5 Condiciones iniciales

I_0 : Inventario al inicial el horizonte de planeación

TR_0 : Número de trabajadores al comienzo del horizonte de planeación.

Este modelo permitirá al decisor, incluir más de un objetivo y expresar su estructura de preferencias en los parámetros del modelo,

obteniendo así, un conjunto de soluciones no dominadas que lo satisfagan.

La complejidad del modelo, obliga a pensar en herramientas informáticas que ayuden a que sea factible su utilización, por esta razón se programó un modulo de planeación agregada dentro del Sistema de Análisis Multiobjetivo "SIAM" (*Smith et al, 2001*), para hallar solución al modelo planteado en este artículo.

5. APLICACIÓN

Es necesario aclarar que ningún modelo continuo de análisis multiobjetivo como el planteado, por su concepción, tienen la posibilidad de generar una solución "optima" en el sentido tradicional de optimalidad. Los métodos continuos de análisis multiobjetivo brindan la oportunidad de encontrar un conjunto de alternativas consideradas como satisfactorias, de las cuales, de manera intuitiva o sea utilizando métodos discretos de análisis multiobjetivo, se jerarquizan, siendo la alternativa posicionada en el primer lugar, la más conveniente para su implementación. De manera que el proceder para solucionar los problemas continuos de análisis multiobjetivo es el siguiente:

Creación del modelo continuo: Esto incluye la definición de variables de decisión, parámetros, funciones objetivo y restricciones.

Obtención del conjunto de soluciones no dominadas: Este consiste en la exploración de alternativas satisfactorias para el decisor dentro del espacio factible de soluciones. Esto se realiza mediante un método continuo de análisis multiobjetivo.

Jerarquización de Alternativas no dominadas: Consiste en dar un ordenamiento descendente teniendo en cuenta el beneficio global de la alternativa. Esto se logra mediante los métodos discretos de análisis multiobjetivo.

La siguiente aplicación fue desarrollada en una empresa metalmecánica de la ciudad de Medellín-Colombia, con el fin de demostrar la utilidad del análisis multiobjetivo y su diferenciación de los métodos tradicionales. Esta empresa produce herrajes eléctricos para redes de transmisión eléctrica.

5.1 Objetivos.

El administrador de producción de la empresa, como decisor en este caso, divulgó su escala de

preferencias de dichos objetivos planteando las siguientes ponderaciones para cada uno de ellos, los cuales se muestran en la Tabla 1.

Tabla 1. Ponderación de objetivos

OBJETIVO	PESO
Costos de Producción	100
Perjuicio por Inventarios	70
Estabilidad Laboral	80
Control sobre el Proceso	50
Cumplimiento	60
Tiempo extra y ocioso	40

5.2 Parámetros variables.

La Tabla 2 muestra los parámetros variables en el horizonte de tiempo. Los valores subjetivos allí incluidos fueron determinados por el administrador de producción de la empresa. Las filas en la tabla 2 corresponden a: A) Período, B) Demanda por mes, C) Días Productivos/Mes, D) Perjuicio por Inventario, E) Perjuicio por Contratación, F) Perjuicio por Despedir, G) Perjuicio Demanda no Satisficha.

Tabla 2. Parámetros variables

A	1	2	3	4	5	6
B	3352	3489	3643	3787	3932	4078
C	21.0	22.0	20.0	19.0	21.0	20.0
D	60.0	60.0	70.0	70.0	90.0	90.0
E	80.0	80.0	80.0	80.0	60.0	60.0
F	70.0	70.0	80.0	80.0	90.0	90.0
G	30.0	30.0	50.0	60.0	80.0	80.0

5.3 Restricciones

En la tabla 3 se muestran los parámetros de las restricciones incluidas en el modelo.

Tabla 3. Restricciones

RESTRICCIÓN	VALOR
Porcentaje Máximo de horas extras	10%
Inventario Máximo	200
Inventario Mínimo	50
Contratación Máxima	2
Despido Máximo	1
Máxima Subcontratación	200
Máximo Incumplimiento	30

Estas restricciones son impuestas por deseos del administrador de producción o por políticas de la empresa. Para el caso, la tercera, cuarta, quinta y sexta, son políticas de empresa. La primera es

restricción legal, y la segunda por restricciones de espacio.

5.4 Parámetros constantes

Tabla 4. Parámetros constantes

PARÁMETRO	VALOR
Horas estándar trabajador – día	8
Horas estándar unidad de familia	0.16
Costo hora regular	1411
Costo hora extra	1764
Costo unidad subcontratada	350
Beneficio/Perjuicio de fabricar en planta	20
Beneficio/Perjuicio de subcontratar	-10
Perjuicio hora extra	60
Perjuicio hora ociosa	90
Inventario inicial	50
Trabajadores iniciales	3
Perjuicio por inventario en el período 7	95
Inventario Final	100

Luego de ingresados los parámetros constantes (tabla 4), formalizamos el modelo continuo para el problema específico y elegimos un método continuo de análisis multiobjetivo para la obtención del conjunto de soluciones no dominadas. El método elegido fue el “Método de las Restricciones”, tomando como referencia al objetivo “Costos de Producción”. El Método de las Restricciones convierte el problema de múltiples objetivos en un problema de un solo objetivo, escogiendo un objetivo a ser optimizado e incorporando las demás funciones objetivo como restricciones. Al variar los parámetros de los límites de esas restricciones se genera el espacio de soluciones no dominadas. (Smith et al, 2000, 111)

Usando el Sistema de Análisis Multiobjetivo “SIAM” (Smith et al, 2001) y luego de ingresar toda la información necesaria, elegir el método de solución correspondiente y realizar la ejecución, se obtuvieron los siguientes resultados: Cuatro alternativas no dominadas con los siguientes valores en sus objetivos.

Tabla 5. Alternativas no dominadas

Objetivo	Costos	Inventario	Laboral
Alt 1	5000809.76	61999.99	137.11
Alt 2	5007794.21	53374.99	222.87
Alt 3	5014919.76	44750.0	300.81
Alt 4	5024853.2	36125.0	104.48

Objetivo	Control	Cumplimiento	Ocioso
Alt 1	443020.0	9899.99	0.0
Alt 2	443638.75	7424.99	0.0
Alt 3	444270.0	4949.99	0.0
Alt 4	445150.0	2475.0	0.0

Los valores de los objetivos de la tabla 5, son los logros correspondientes a cada una de las alternativas dominadas obtenidas (en las unidades ya descritas en la definición de objetivos) a través del Sistema de Análisis Multiobjetivo (SIAM) mediante el método de las restricciones. Gráficamente se observa el comportamiento de las diferentes alternativas. Por ejemplo, la alternativa 2, posee un nivel de perjuicio por inventarios muy alto, sin embargo, posee un bajo perjuicio por inestabilidad laboral, lo que la hace equiparable a la alternativa 3 quien posee bajo perjuicio por inventarios y mayor perjuicio por inestabilidad laboral. De aquí en adelante es donde se encuentra el proceso de toma de decisiones y donde se verá reflejada la estructura de preferencias del decisor.

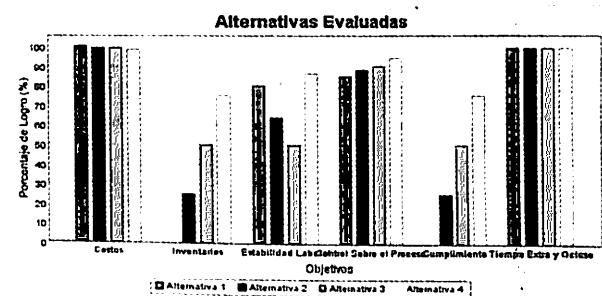


Figura 1. Alternativas no dominadas

Como es lógico, el problema de toma de decisiones aun no ha finalizado, debido a que hasta este instante se poseen cuatro satisfactorias soluciones obtenidas mediante un método continuo de análisis multiobjetivo. El cometido siguiente, será hacer una clasificación de estas alternativas, de manera que se obtenga una sola alternativa elegida, la cual será la adoptada para el plan de producción agregado.

5.5 Problema discreto

Toda la anterior información acerca de los objetivos y las alternativas no dominadas, se recopila en un nuevo problema discreto, el cual posee cuatro alternativas y seis objetivos. Para determinar cual de las cuatro alternativas es la más conveniente, utilizamos un método discreto, en este caso, el “Método de los Promedios Ponderados”, el cual es uno de los métodos discretos de análisis multiobjetivo más simple y difundido.

A grosor modo, el método de los Promedios Ponderados, consiste en la normalización de los valores de cada objetivo, de manera que todos se encuentren expresados en términos del porcentaje de logro, considerándose el 100% de logro el valor mas alto de un objetivo en todas las alternativas e igualmente 0% para le mas bajo. Luego de esto, se realiza una suma ponderada del aporte de cada uno de los objetivos para de esta manera, consolidar un valor por cada alternativa, el cual describe de manera global, el “rendimiento” de dicha alternativa (*Smith et al, 2000, 149*).

Después de plantear el problema discreto en el Sistema de Análisis Multiobjetivo “SIAM” (*Smith et al, 2001*), y luego de realizar la ejecución correspondiente, se obtuvieron los siguientes resultados de la tabla 6.

Tabla 6. Jerarquización discreta

POSICIÓN	ALTERNATIVA	VALOR
1	Alternativa 4	75.0
2	Alternativa 1	51.67
3	Alternativa 2	50.14
4	Alternativa 3	49.33

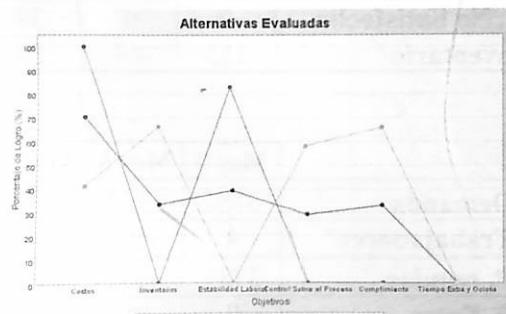


Figura 2. Alternativas discretas

Se puede observar que la alternativa 4 es la más conveniente, dado que posee el mayor valor en el escalafón de clasificación (tabla 6). Esta alternativa se puede considerar como la más

robusta desde el punto de vista global (todos los objetivos). A la luz de los métodos continuos, se podía observar que las cuatro alternativas se consideraban buenas soluciones y además una no mejor que otra, sin embargo, a la hora de establecer una jerarquización mediante métodos discretos, nos encontramos que la estructura de preferencias del decisor, en este caso expresada en la ponderación de los objetivos, fue determinante para establecer un “desempate” entre las cuatro alternativas.

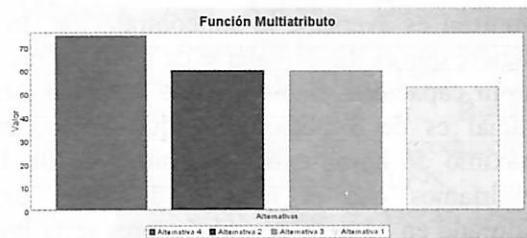


Figura 3. Jerarquización discreta

Estos logros en los objetivos están asociados a un plan correspondiente, y dicho plan esta descrito por 54 variables de decisión incluidas en el modelo (tablas 7 y 8). Se debe verificar que las soluciones como en este caso, cumplen con todas las restricciones impuestas dentro del modelo.

5.6 Plan de producción

Puede observarse en la tabla 8, el plan de producción obtenido, no es directamente aplicable a la empresa, dado que posee variables no enteras en el número de trabajadores, despidos y contrataciones (Las fracciones en las unidades de familia no son preocupantes, dado que aun son unidades agregadas), que imposibilitan su directa implementación. Sin embargo este resultado obtenido, mas que un plan a implementar, *es una solución semilla para obtener un plan factible* mediante el método de hoja de calculo o métodos de ramificación como la programación lineal entera, en el que se harían los ajustes correspondientes a la fuerza laboral, de manera que se eliminan dichas fracciones y se obtenga un plan factible y adaptable a la empresa.

Las diferentes interpretaciones del plan de producción elegido, deben de ser obtenidas por una persona idónea en el campo de planeación, de manera que no se cometan errores en la implementación y en la adopción de soluciones. Por eso se sugiere ser cautelosos en ese sentido

para detectar las verdaderas fallas del sistema productivo de la empresa y los correctivos acertados.

5.7 Interpretación

La interpretación del plan obtenido es la siguiente: Puede observarse en la tabla 8, que la fuerza laboral o número de trabajadores aumenta período a período de una manera fraccionada. Esto conlleva a pensar en la necesidad de realizar una contratación en un determinado período del horizonte de planeación. Se sabe que esta empresa es aversa a la subcontratación, lo que sugiere que es mejor valerse de horas extras para suplir capacidad. Sabiendo que la fuerza laboral inicial es de 3 personas y que el porcentaje máximo de horas extras permitido es de 10%, tendríamos que el número de horas extras, valorado en número de trabajadores sería igual a 0.3 trabajadores. Es decir, cuando en el horizonte de planeación, se encuentre un número de trabajadores menor que 3.3, no será necesario contratar a nadie debido a que es posible suplir la necesidad de producción mediante horas extras, pero cuando es mayor de 3.3, como en el caso del mes 3, será necesario contratar un trabajador más. Estos son los ajustes necesarios para realizar el plan de producción factible mediante la hoja de cálculo. Se desarrolla toda la producción en jornada regular y extra con 3 trabajadores hasta el final del período 3, en adelante solo jornada regular con 4 trabajadores. Los niveles de inventario oscilan entre los valores máximos y mínimos, lo que sugiere que a medida que la demanda aumenta, también aumenta la necesidad de generar inventario para suplir demandas posteriores.

Tabla 7. Variables de decisión

INTERVALO	VARIABLE
X1-X6	Trabajadores al comienzo del Período t
X7-X12	Producción Regular en el Período t
X13-X18	Producción Extra en el Período t
X19-X24	Producción Subcontratada en el Período t
X25-X30	Contrataciones en el Período t
X31-X36	Despidos en el Período t
X37-X42	Producción No Satisfactoria en el Período t
X43-X48	Unidades dejadas de Producir en el Período t
X49-X54	Inventario al Final del Período t

Tabla 8. Plan semilla

X1	X2	X3	X4	X5	X6
3.16	3.14	3.75	3.85	3.74	4.12
X7	X8	X9	X10	X11	X12
3322.0	3459.0	3752.71	3663.78	3932.0	4128.0
X13	X14	X15	X16	X17	X18
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
X19	X20	X21	X22	X23	X24
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
X25	X26	X27	X28	X29	X30
0.16	0.0	0.6	0.1	0.0	0.38
X31	X32	X33	X34	X35	X36
0.0	0.01	0.0	0.0	0.11	0.0
X37	X38	X39	X40	X41	X42
30.0	30.0	13.49	0.0	0.0	0.0
X43	X44	X45	X46	X47	X48
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
X49	X50	X51	X52	X53	X54
50.0	50.0	173.21	50.0	50.0	100.0

La clave del éxito de la interpretación está en la forma como se entienda las fracciones de trabajador. Por esto, para realizar aplicaciones, se sugiere seguir la metodología del ejemplo. En la tabla 9 se muestra el plan ajustado en hoja de cálculo Excel.

Tabla 9. Plan ajustado

	Mes 1	Mes 2	Mes 3
Demanda	3352	3489	3643
Trabajadores	3	3	3
P. regular	3150	3150	3150
P. Extra	315	315	315
P. Subcontratada	0	0	50
P. Ociosa	0	0	0
P. No Satisfactoria	0	0	39
Inventario	113	89	50

	Mes 4	Mes 5	Mes 6
Demanda	3787	3932	4078
Trabajadores	4	4	4
P. regular	3787	3932	4128
P. Extra	0	0	0
P. Subcontratada	0	0	0
P. Ociosa	413	268	72
P. No Satisfactoria	0	0	0
Inventario	50	50	100

Como puede observarse, el plan derivado de la solución semilla obtenida por métodos de análisis multiobjetivo, se puede ajustar de manera que se cumplan todas las restricciones y se tengan variables enteras de fuerza laboral.

Este plan utiliza toda su capacidad regular y de horas extras los primeros tres períodos, generando inventarios para suplir en la medida de lo posible, la demanda de los meses dos y tres. En el mes tres existe demanda no satisfecha y es necesario utilizar la subcontratación como último recurso para mantener el stock mínimo. De allí en adelante, el plan es más flexible, ya que se ha contratado un nuevo trabajador. Se aplica estrategia de caza los períodos cuatro y cinco, y el último se produce un poco mas de la demanda para cumplir con el stock final deseado.

Este plan modificado, cumple todas las restricciones, y si bien no podemos asegurar que es el plan óptimo, el cual se conseguiría por programación lineal entera, se puede decir que es un muy buen plan que satisface todos los objetivos.

Los ajustes pertinentes de la solución semilla, son según el gusto del administrador de producción, por ejemplo, también pudo haberse planteado la posibilidad de contar con cuatro trabajadores a partir del tercer mes.

De esta manera queda demostrada la utilidad e ilustrado el proceder del problema de planeación agregada de la producción bajo análisis multiobjetivo.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

1. Moreno J., José María. La Investigación operativa y el nuevo método científico. Escuela de perfeccionamiento en investigación de operaciones. Universidad de Zaragoza. España. Facultad de económicas, Mayo 2001.
2. Guerras M. Luis Ángel. Gestión de empresas y programación multicriterio. Primera edición. Madrid. 1989.
3. Machuca, José Antonio. Dirección de operaciones, Aspectos tácticos y operativos. Segunda edición. México D.F. 1998.
4. Sipper, Daniel y Bulfin jr., Robert. Planeación y control de la producción. Primera edición. México D.F. 1998.
5. Smith Q., Ricardo. Mesa S., Oscar, Dyner R., Isaac, Jaramillo A., Patricia, Poveda J., Germán y Valencia R., Darío. Decisiones con múltiples objetivos e incertidumbre. Segunda edición. Postgrado en Aprovechamiento de Recursos Hídricos, Facultad de Minas, Universidad Nacional de Colombia sede Medellín, 2000.
6. Smith Q., Ricardo y Jaramillo, Patricia. Sistema de Análisis Multiobjetivo "SIAM". Informe de investigación. "Creación de un sistema soporte para la toma de decisiones en la gestión de recursos naturales" Postgrado en Gestión Ambiental, Facultad de Minas, Universidad Nacional de Colombia sede Medellín, 2001.

