

Sección de Estructuras

EL PUNTO DE VISTA MODERNO DE LA FATIGA

Por: Rodrigo J. Mattos, Ph. D.
Gerente, Mattos y Cía. Ltda.,
MATCO, Medellín

Las fallas de los materiales que más frecuentemente se presentan en el campo de la ingeniería son aquellas ocasionadas por fatiga. Intensos estudios durante los últimos quince años han sido realizados en las áreas de mecánica de los materiales y en la metalurgia en un afán de obtener mejores diseños para resistir a la fatiga y de lograr mejor entendimiento (y por lo tanto mejores materiales) del proceso de fractura por fatiga. El avance obtenido en estas áreas ha sido tan halagador que se ha pasado del ensayo directo con estructuras reales sometidas a historias cíclicas de servicio, a pruebas de laboratorio realizadas sobre especímenes de forma sencilla, minimizando por tanto los costos y largos experimentos que eran necesarios anteriormente.

Este artículo presenta los conceptos generales en los cuales se basa la teoría moderna de la fatiga. La orientación impartida en él ha sido la del punto de vista de la mecánica de los materiales y por consiguiente el punto de vista metalúrgico se ha omitido, no porque éste sea menos importante, sino porque las limitaciones de espacio así lo imponen.

Las fallas de los materiales debidas a cargas repetidas llegaron a ser un problema reconocido de ingeniería con el advenimiento de la máquina de rotación recíprocante a principios de 1800. En 1860, Whöler, en Alemania, hizo la primera investigación sistemática del comportamiento a la fatiga de ejes de ferrocarril, utilizando pruebas del tipo de flexión rotativa. La bien conocida curva de esfuerzo (S) contra el logaritmo de los ciclos de falla ($\log N_f$) o curva S-N, como frecuentemente se llama, fue el resultado de estos estudios. Un ejemplo típico de esta curva se muestra en la Fig. 1.

Whöler notó que los ejes de acero exhibían lo que hoy se denomina "límite de fatiga", o el esfuerzo por debajo del cual no ocurre la falla del material sometido a fatiga. Recientemente se ha demostrado que muchos materiales* que exhiben el "fenómeno del punto de cedencia" en la prueba monótona de esfuerzo-deformación** presentan tal límite. La curva punteada en la Fig. 1 representa la respuesta a la fatiga de muchos metales no ferrosos que no poseen el "límite

* Aceros dulces, molibdeno policristalino, latón α y algunas aleaciones de aluminio.

** El término monótono se utiliza en vez de estático ya que la prueba de tracción se realiza incrementando continuamente con el tiempo la distancia entre las mordazas de la máquina de ensayo (o mejor aún, la deformación en el espécimen) hasta fracturar el espécimen.

de fatiga". Cabe recordar sin embargo, que los resultados de la curva S-N se obtienen de pruebas conducidas con amplitud de esfuerzo constante. La aplicación de sobrecargas periódicas o las desviaciones en las pruebas a amplitud constante hacen desaparecer el "límite de fatiga".

Se deben mencionar muchos otros investigadores, entre ellos Ewing y Hamphrey quienes refutaron la teoría de la cristalización de la fatiga***; Bairstow, quien hizo estudios sobre el endurecimiento y el ablandamiento cíclico; Griffith, quien en 1920 desarrolló los conceptos de defectos internos en el comportamiento a la fractura. Sin embargo, no fue sino hasta cerca de 1950 cuando Coffin y Manson, en sus investigaciones de fatiga térmica, desarrollaron la presente teoría de la fatiga basados en consideraciones sobre la deformación plástica.

I. COMPORTAMIENTO CICLICO DE ESFUERZO-DEFORMACION

Las propiedades de fluencia de un metal se pueden modificar grandemente por deformaciones plásticas repetidas. Dependiendo del estado inicial del metal y de las condiciones de la prueba, la resistencia a la deformación de un metal puede aumentar (endurecimiento cíclico), disminuir (ablandamiento cíclico) o permanecer esencialmente constante.

Dos tipos de respuesta de un metal en un ensayo de fatiga en el cual se controla la deformación entre dos límites simétricos con respecto al eje de los esfuerzos, se ilustran esquemáticamente en la Fig. 2. En el primer caso, el esfuerzo requerido para alcanzar los límites de la deformación aumenta con cambios sucesivos del esfuerzo, indicando endurecimiento cíclico. En el segundo caso, el esfuerzo requerido para alcanzar los límites de la deformación disminuye con cambios sucesivos de esfuerzo, indicando ablandamiento cíclico. Para tener una mejor idea del endurecimiento y del ablandamiento cíclico, se muestran, en la Fig. 3, varios resultados de pruebas monótonas y cíclicas para diferentes materiales y para aceros de diferente dureza.

II. LA CURVA CICLICA DE ESFUERZO-DEFORMACION

La resistencia a la deformación cíclica de un metal en el "estado estable" se describe por la curva cíclica de esfuerzo-deformación. Tal curva se obtiene conectando las puntas de las curvas de histéresis estables de especímenes semejantes ensayados a diferentes amplitudes de deformación. Una curva de histéresis estable típica se ilustra en la Fig. 4 y un conjunto de curvas de histéresis estables con la curva cíclica de esfuerzo-deformación dibujada a través de las curvas, se presenta en la Fig. 5. Como se muestra en la Fig. 4, la altura de la curva, medida de punta a punta, se define como el rango de esfuerzo ($\Delta\sigma$) y la mitad del rango del esfuerzo es igual a la amplitud del mismo ($\sigma_a = \Delta\sigma/2$). El ancho de la curva se de-

*** Hasta este tiempo, los metales que eran considerados como "dúctiles" fallaban en forma "frágil" al ser fatigados; la causa aducida era la de que el metal se "cristalizaba".

fine como el rango de la deformación ($\Delta\epsilon$), y la mitad del rango de la deformación es igual a la amplitud de la misma ($\Delta\epsilon/2$). La Fig. 4 también muestra que la amplitud de la deformación es igual a la suma de sus componentes elásticas y plásticas, ésto es:

$$\frac{\Delta\epsilon}{2} = \frac{\Delta\epsilon_e}{2} + \frac{\Delta\epsilon_p}{2} \quad (1)$$

De acuerdo a la ley de Hooke,

$$\frac{\Delta\epsilon_e}{2} = \frac{\Delta\sigma}{2E} \quad (2)$$

en donde E es el módulo de elasticidad.

La relación entre la amplitud del esfuerzo real, σ_a , y la amplitud de la deformación plástica real, $\Delta\epsilon_p/2$, se puede expresar por una función potencial similar a la utilizada para representar la curva monótona de esfuerzo-deformación;

$$\sigma_a = \frac{\Delta\sigma}{2} = K' \left(\frac{\Delta\epsilon_p}{2} \right)^{n'} \quad (3)$$

en donde K' y n' son el coeficiente de resistencia cíclica y el exponente de endurecimiento por deformación cíclica, respectivamente.

Reordenando los términos de la ecuación (3), la relación entre la amplitud de la deformación plástica y la amplitud del esfuerzo es:

$$\frac{\Delta\epsilon_p}{2} = \left(\frac{\Delta\sigma}{2K'} \right)^{1/n'} \quad (4)$$

Sustituyendo las ecuaciones (2) y (4) en la ecuación (1), se obtiene la ecuación que relaciona la amplitud de la deformación cíclica a la amplitud del esfuerzo en términos de variables previamente definidas y del módulo de elasticidad:

$$\frac{\Delta\epsilon}{2} = \frac{\Delta\sigma}{2E} + \left(\frac{\Delta\sigma}{2K'} \right)^{1/n'} \quad (5)$$

La ecuación (5) es conocida como la ecuación de la curva cíclica de esfuerzo-deformación.

III. COMPORTAMIENTO DE LA VIDA EN LA FATIGA

1. Resistencia al Esfuerzo

De los resultados del trabajo de Whöler, Basquin demostró que la curva S-log N podía ser linearizada en coordenados doblemente logarítmicas, estableciendo por lo tanto la "ley exponencial" de la fatiga. Para datos de fatiga basados en esfuerzos axiales de ingeniería, la curva se hace horizontal a vidas cortas cuando se extrapola a la resistencia última de ingeniería como se muestra en la Fig. 6. Si se utilizaran amplitudes de esfuerzos reales en la Fig. 6, el gráfico sería lineal en el rango total de la vida a fatiga como se muestra en la Fig. 7. La relación entre la amplitud del esfuerzo real, σ_a , y los reversos de falla*, $2N_f$, está dada por:

$$\sigma_a = \sigma'_f (2N_f)^b \quad (6)$$

en donde, σ'_f , el coeficiente de resistencia a la fatiga, es el esfuerzo real necesario para causar la falla en un reverso; y b, el exponente de resistencia a la fatiga, es la potencia a la cual la vida en reversos se debe elevar para ser proporcional a la amplitud del esfuerzo; la resistencia cíclica de un metal al esfuerzo se caracteriza por σ'_f y b los cuales se consideran como propiedades de resistencia a la fatiga.

2. Resistencia a la Deformación Plástica

Por los años de 1950, Coffin y Manson encontraron que los datos deformación plástica-vida, podrían ser linearizados en coordenadas logarítmicas como se muestra en la Fig. 8. La relación resultante entre la amplitud de la deformación plástica real, y los reversos de falla, $2N_f$ es:

$$\frac{\Delta \epsilon_p}{2} = \epsilon'_f (2N_f)^c \quad (7)$$

donde, ϵ'_f , el coeficiente de ductilidad en fatiga, es la deformación real necesaria para causar la falla en un reverso; y c, el exponente de ductilidad en fatiga, es el exponente al cual la vida en reversos se debe elevar para ser proporcional a la deformación plástica real. Estas dos últimas cantidades se consideran como las propiedades de ductilidad en fatiga de un metal.

3. Resistencia a la Deformación Total

Experimentalmente es más conveniente controlar la amplitud de la deformación que la de los esfuerzos o cargas cíclicas, ya que el control de estas últimas

* Un reverso se cuenta cada vez que la señal esfuerzo - o deformación - tiempo cambia de dirección. En pruebas de amplitud constante, un ciclo es igual a dos reversos.

puede ocasionar inestabilidades y el control cíclico de la amplitud de la deformación plástica requiere un equipo sofisticado.

Manson ha demostrado que la resistencia de un metal a la deformación total cíclica puede ser considerada como la suma de su resistencia a la deformación elástica y plástica, ésto es:

$$\frac{\Delta \epsilon}{2} = \frac{\Delta \epsilon_e}{2} + \frac{\Delta \epsilon_p}{2} \quad (8)$$

la relación deformación elástica real-vida es simplemente la relación amplitud del esfuerzo-vida, (ecuación (6)), dividida por el módulo de elasticidad.

$$\frac{\Delta \epsilon_e}{2} = \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^b \quad (9)$$

y la ecuación que relaciona deformación plástica real-vida es la ecuación (7)

$$\frac{\Delta \epsilon_p}{2} = \epsilon'_f (2N_f)^c \quad (10)$$

Sustituyendo las ecuaciones (9) y (10) en la (8), obtenemos la relación entre amplitud de la deformación real y reversos de falla, en términos de las propiedades de fatiga.

$$\frac{\Delta \epsilon}{2} = \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^b + \epsilon'_f (2N_f)^c \quad (11)$$

Esta es la relación deformación total-vida y se muestra en la Fig. 9 con los componentes de la deformación elástica y plástica (las líneas rectas en coordenadas log-log) y la deformación total (la línea curva). Puede observarse en la Fig. 9 que, a vidas cortas, la componente de la deformación plástica predomina enfatizando la importancia de la ductilidad; a vidas largas, la componente de la deformación elástica predomina enfatizando el papel de la resistencia.

La resistencia a la deformación de tres metales ideales se ilustra en la Fig. 10. Se observa que el orden relativo de estos materiales se invierte al pasar de la región de vidas cortas a la región de vidas largas. Esto es, el metal "dúctil" ofrece máxima resistencia a la deformación en la región de bajos ciclos, mientras que el metal "resistente" es superior en la región de altos ciclos. En promedio, se observa buena resistencia a la deformación para el metal "tenaz". Se debe notar que las curvas se interceptan en un punto común, ilustrando la regla de que la mayoría de los metales, cuando han sido sujetos a una amplitud de la deformación de 0.01, fallan aproximadamente a las 2.000 reversos.

De lo anterior, debe ser obvio que no hay un material que sea óptimo para todas las aplicaciones en fatiga; la selección del material se debe basar en:

1. Qué es lo que se va a resistir (i.e., esfuerzo, deformación, etc.)
2. El nivel esperado de esfuerzo o deformación y la vida deseada.
3. La forma en la cual el medio mecánico debe ser resistido (i.e., elásticamente, plásticamente).

IV. ESFUERZOS MEDIOS

Como anteriormente se discutió, los metales dúctiles pueden fallar a esfuerzos o deformaciones repetidas menores a los de sus resistencias a la fractura en la prueba monótona de esfuerzo-deformación. Nuestra discusión hasta ahora ha sido con amplitudes constantes y repetidas de esfuerzos (o deformaciones) totalmente simétricas con nivel cero de esfuerzo medio como se muestra en la Fig. 11. El esforzar o deformar un metal a niveles de esfuerzos medios distintos de cero puede tener un gran efecto en la resistencia a la fatiga. La nomenclatura siguiente, ilustrada en la Fig. 12, será utilizada al tratar con esfuerzos medios distintos de cero. Como se observa en esta figura, la superposición de un esfuerzo medio estable cambia el esfuerzo máximo pero no afecta el rango o la amplitud del esfuerzo cíclico. Sin embargo, la presencia del esfuerzo medio estable altera la resistencia monótona, ya que en un reverso (una prueba monótona) el esfuerzo alternante más el esfuerzo medio no pueden exceder la verdadera resistencia a la fractura (σ_f). La influencia de un esfuerzo medio (σ_o) en fatiga puede considerarse simplemente como un aumento o decremento del coeficiente de resistencia a la fatiga (σ'_f) dependiendo de si σ_o es de tensión (+) o de compresión (-). Introduciendo el esfuerzo medio, σ_o , en la ecuación (6), la ecuación (12) queda:

$$2N_f = \left(\frac{\sigma_a}{\sigma'_f \pm \sigma_o} \right)^{1/b} \quad (12)$$

La ecuación (12) muestra que un esfuerzo medio de tensión reduce la vida a la fatiga, mientras que un esfuerzo medio de compresión la aumenta.

V. DISCONTINUIDADES

Los materiales de ingeniería generalmente contienen discontinuidades geométricas (huecos, filetes, etc.) o metalúrgicas (poros, inclusiones, etc.). Las fallas de estos materiales por fatiga invariablemente se inician en estas discontinuidades por estar éstas sometidas a una más alta deformación; los esfuerzos y deformaciones en estas localizaciones causan y gobiernan el proceso de falla por fatiga. Debido a la alta concentración de esfuerzos en estas discontinuidades, ocurre cedencia plástica localizada, aún cuando el resto de la estructura se comporte elásticamente.

Numerosos análisis han sido elaborados para predecir la vida en fatiga en miembros con discontinuidades. Desafortunadamente, ninguna expresión sencilla como la ley de Hooke ha sido desarrollada cuando ha habido cedencia plástica en la raíz de la discontinuidad. Con el objeto de relacionar esfuerzos y deformaciones nominales a esfuerzos y deformaciones locales, varias expresiones han sido propuestas pero la que ha ganado más popularidad ha sido la de Neuber.

Neuber ha demostrado que para cualquier material, lineal o no linealmente elástico, el factor elástico teórico de concentración de esfuerzos (K_t) es igual a la media geométrica de los factores actuales de concentración de esfuerzo (K_σ) y de deformación (K_ϵ), ésto es:

$$K_t = (K_\sigma \cdot K_\epsilon)^{1/2} \quad (13)$$

la ecuación (13) establece que el producto de K_σ y K_ϵ es constante; ésto es intuitivamente razonable porque K_σ aumenta y K_ϵ disminuye al ocurrir la cedencia plástica. Expresando K_σ y K_ϵ en función de sus definiciones, la ecuación (13) queda:

$$K_t = \left(\frac{\sigma}{S} \cdot \frac{\epsilon}{e} \right)^{1/2} \quad (14)$$

en donde, σ y ϵ son el esfuerzo y la deformación local respectivamente en la raíz de la discontinuidad y S y E son el esfuerzo y la deformación nominal respectivamente. La Fig. 13 ilustra la definición de las anteriores cantidades.

La ecuación (14) se ha aplicado a problemas de fatiga en miembros con discontinuidades si se sustituye K_f por K_t y si K_σ y K_ϵ se expresan en términos de los rangos de esfuerzo y deformación:

$$K_f = \left(\frac{\Delta\sigma}{\Delta S} \cdot \frac{\Delta\epsilon}{\Delta e} \right)^{1/2} \quad (15)$$

en donde,

K_f = Factor de reducción de resistencia a la fatiga

$\Delta\sigma$ y $\Delta\epsilon$ = Rangos de esfuerzos y deformaciones locales respectivamente en la raíz de la discontinuidad.

ΔS y Δe = Rangos de esfuerzos y deformaciones nominales, respectivamente.

Reordenando la ecuación (15) y multiplicando ambos lados de la ecuación por \sqrt{E} obtenemos:

$$K_f (\Delta S \Delta e E)^{1/2} = (\Delta\sigma \Delta\epsilon E)^{1/2} \quad (16)$$

La importancia de esta ecuación radica en la manera como están agrupadas las distintas cantidades. Debe recordarse que $\Delta\sigma$ y $\Delta\epsilon$ son cantidades en la raíz de la discontinuidad en donde normalmente son de difícil medición. Al mismo tiempo, ΔS y Δe son valores nominales que son fácilmente calculados conociendo la carga externa y la curva esfuerzo-deformación. La ecuación (16) relaciona el comportamiento esfuerzo-deformación nominal del miembro con la discontinuidad, con el comportamiento actual de esfuerzo-deformación en la localización crítica.

En la mayoría de los problemas de ingeniería, los esfuerzos y deformaciones nominales son elásticos; por tanto, la ley de Hooke es utilizable: $\Delta S = E\Delta e$, y la ecuación (16) se reduce a:

$$\Delta\sigma \Delta\epsilon = \left(\frac{K_f \Delta S}{E} \right)^2 \quad (17)$$

si la raíz de la discontinuidad permanece esencialmente elástica (a pequeños valores de S), la ecuación (17) se reduce a la forma familiar:

$$\Delta\sigma = K_f \Delta S \quad (18)$$

esta ecuación es, sin embargo, frecuentemente utilizada a vidas cortas cuando el material en la raíz de la discontinuidad se comporta inelásticamente.

La ecuación (17) contiene dos incógnitas, $\Delta\sigma$ y $\Delta\epsilon$ que deben ser evaluadas si se desea predecir la vida en fatiga de un miembro con discontinuidades; estas cantidades pueden ser calculadas resolviendo simultáneamente las ecuaciones (5) y (17) para $\Delta\epsilon$. Una vez que el rango de la deformación total es conocida, la vida puede ser calculada utilizando datos obtenidos en especímenes pulidos (ecuación (11)) o la Fig. 9.

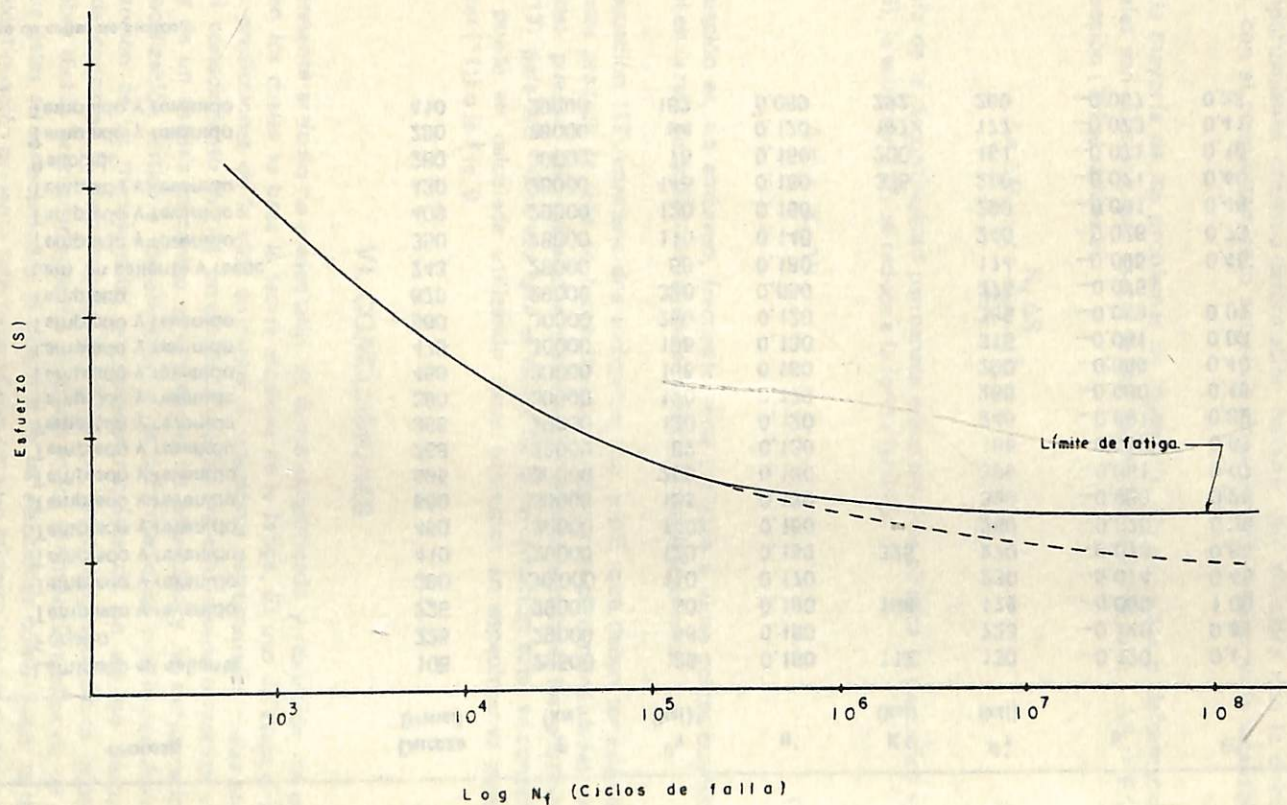
VI. CONCLUSIONES

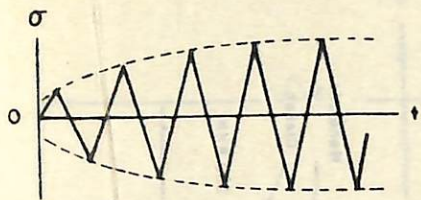
El presente artículo ha presentado, en forma simplificada y resumida, los principios en los cuales se basa la teoría moderna de la fatiga. El uso de estos principios en predicciones de la vida en fatiga en miembros estructurales reales presupone el conocimiento de las propiedades cíclicas de esfuerzo-deformación y de fatiga y de un análisis mecánico que relacione los esfuerzos y las deformaciones en la localización crítica a los esfuerzos y las deformaciones nominales. Aunque la obtención de las mencionadas propiedades requiere de un equipo adecuado capaz de controlar la deformación entre límites prescritos, abundante información sobre dichas propiedades se ha generado en los últimos diez años de tal manera que éstas se conocen para la mayoría de las aleaciones comerciales; la tabla dada a continuación presenta tales propiedades para un número selecto de aceros.

PROPIEDADES CICLICAS DE ESFUERZO-DEFORMACION Y DE FATIGA DE ALGUNOS ACEROS

Especif. SAE	Proceso	Dureza Brinell	E (ksi)	σ_y (ksi)*	n'	K' (ksi)	σ'_f (ksi)	b	ϵ'_f	c
1020	Laminado en caliente	108	29500	35	0.180	112	130	-0.120	0.41	-0.51
1040	Forjado	225	29000	56	0.180		223	-0.140	0.61	-0.57
1045	Templado y revenido	225	29000	60	0.180	195	178	-0.095	1.00	-0.66
1045	Templado y revenido	390	30.000	110	0.170		230	-0.074	0.45	-0.68
1045	Templado y revenido	410	29000	120	0.150	325	270	-0.073	0.60	-0.70
1045	Templado y revenido	450	30000	140	0.150		260	-0.070	0.35	-0.69
1045	Templado y revenido	500	30000	185	0.120		330	-0.080	0.25	-0.68
1045	Templado y revenido	595	30000	250	0.130		395	-0.081	0.07	-0.60
4130	Templado y revenido	258	32000	82	0.130		185	-0.083	0.92	-0.63
4130	Templado y revenido	365	29000	120	0.120		246	-0.081	0.89	-0.69
4142	Templado y revenido	380	30000	120	0.170		265	-0.080	0.45	-0.75
4142	Templado y revenido	450	30000	155	0.150		290	-0.080	0.40	-0.73
4142	Templado y revenido	475	30000	195	0.130		315	-0.081	0.09	-0.61
4142	Templado y revenido	560	30000	250	0.120		385	-0.089	0.07	-0.76
4142	Templado	670	29000	320	0.050		375	-0.075		
4340	Lam. en caliente y recoc.	243	28000	66	0.180		174	-0.095	0.45	-0.54
4340	Templado y revenido	350	28000	110	0.140		240	-0.076	0.73	-0.62
4340	Templado y revenido	409	29000	120	0.150		290	-0.091	0.48	-0.60
5160	Templado y revenido	430	28000	145	0.150	335	280	-0.071	0.40	-0.57
9262	Recocido	260	30000	76	0.150	200	151	-0.071	0.16	-0.47
9262	Templado y revenido	280	28000	94	0.120	197	177	-0.073	0.41	-0.60
9262	Templado y revenido	410	29000	152	0.089	292	269	-0.057	0.38	-0.65

* Esfuerzo de cedencia ciclico.

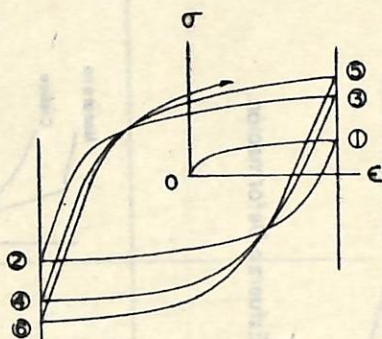
Fig. 1 Curva Típica S Versus Log N_f



Respuesta del esfuerzo

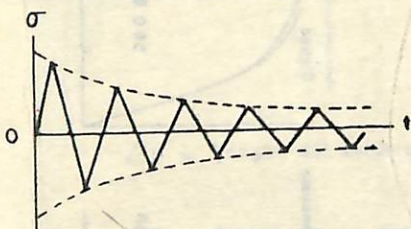


Ensayo controlando la deformación.

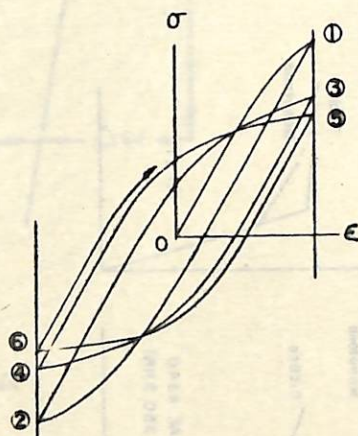


Curvas de histéresis σ vs. ϵ

Fig. 2A Endurecimiento por deformación cíclica.



Respuesta del esfuerzo



Curvas de histéresis σ vs. ϵ

Fig. 2B Ablandamiento por deformación cíclica.

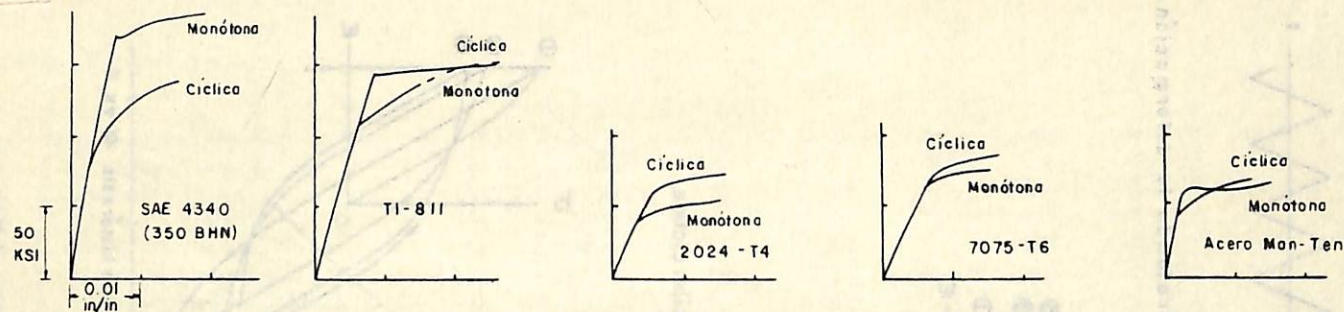


Fig. 3A Ejemplos de curvas cíclicas de Esfuerzo-Deformación.

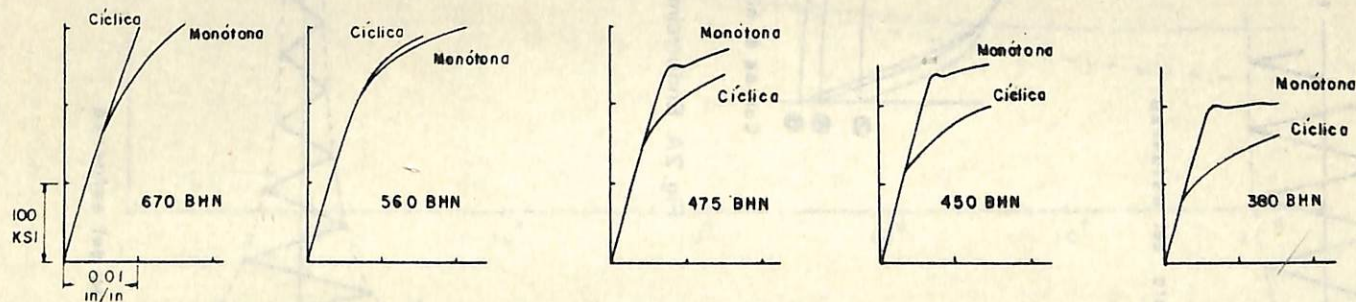
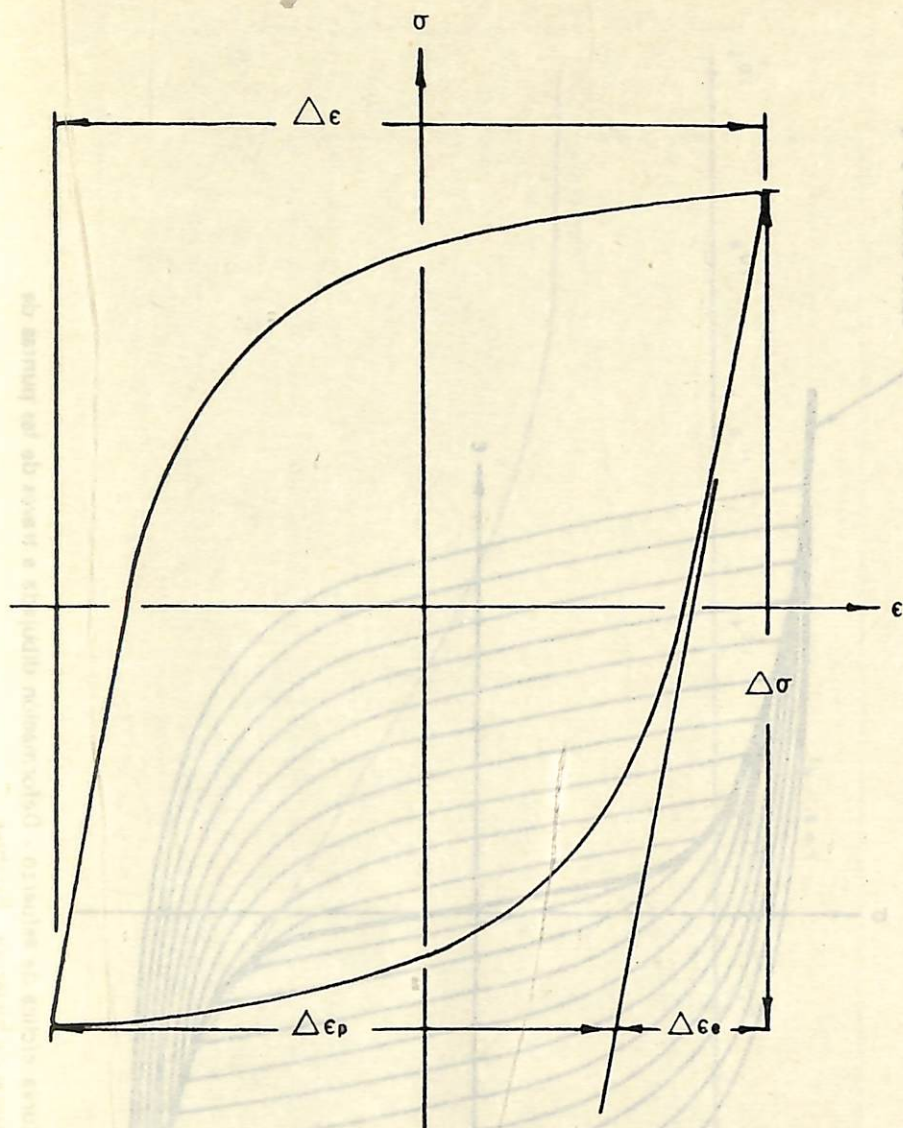


Fig. 3B Influencia de la dureza en la respuesta cíclica de esfuerzo - deformación del acero SAE 4142



$\Delta\sigma$ = Rango del esfuerzo

$\Delta\epsilon$ = Rango de la deformación

$\Delta\epsilon_e$ = Rango de la deformación elástica

$\Delta\epsilon_p$ = Rango de la deformación plástica

Fig. 4 Parámetros de una curva de histeresis estable de esfuerzo - deformación.

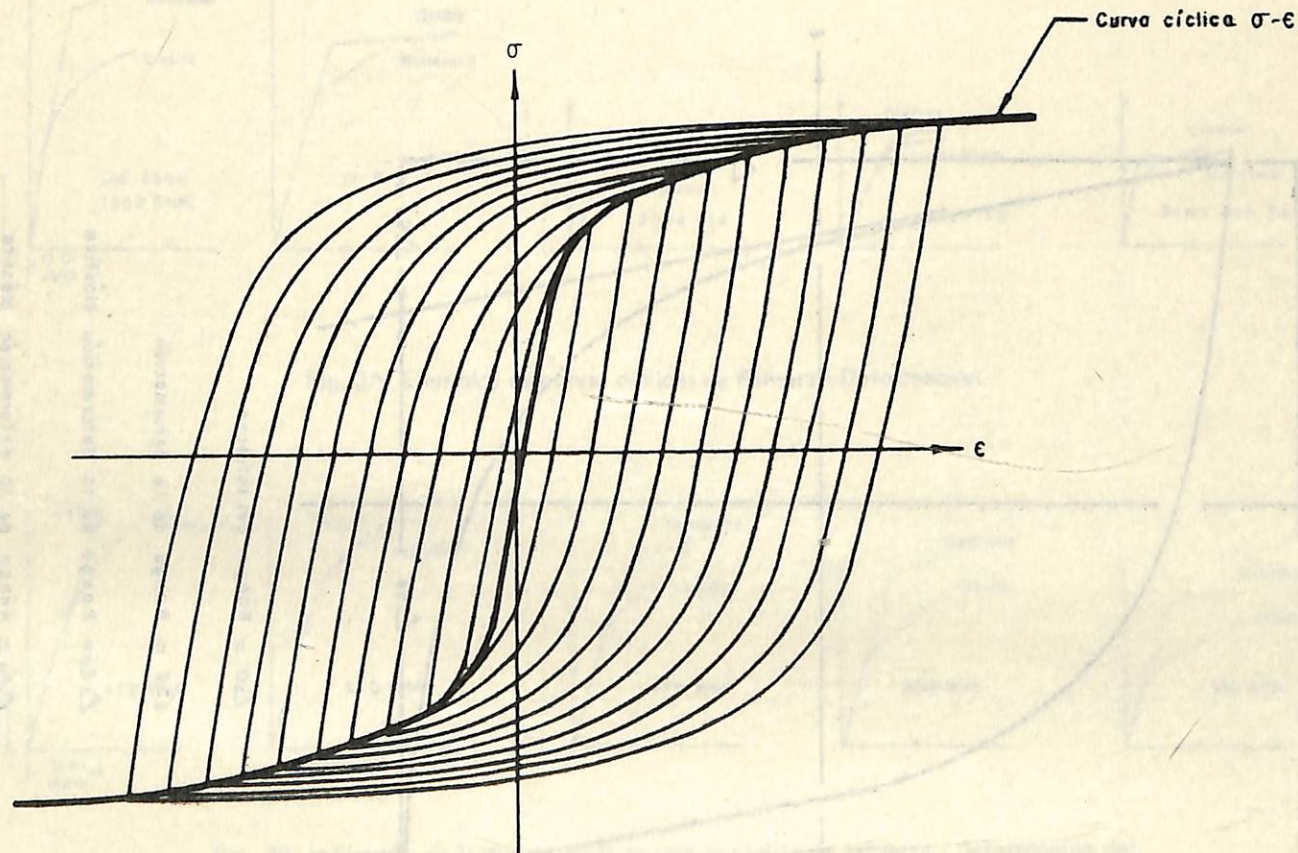


Fig. 5 Curva cíclica de esfuerzo - Deformación dibujada a través de las puntas de curvas de histéresis. Estables.

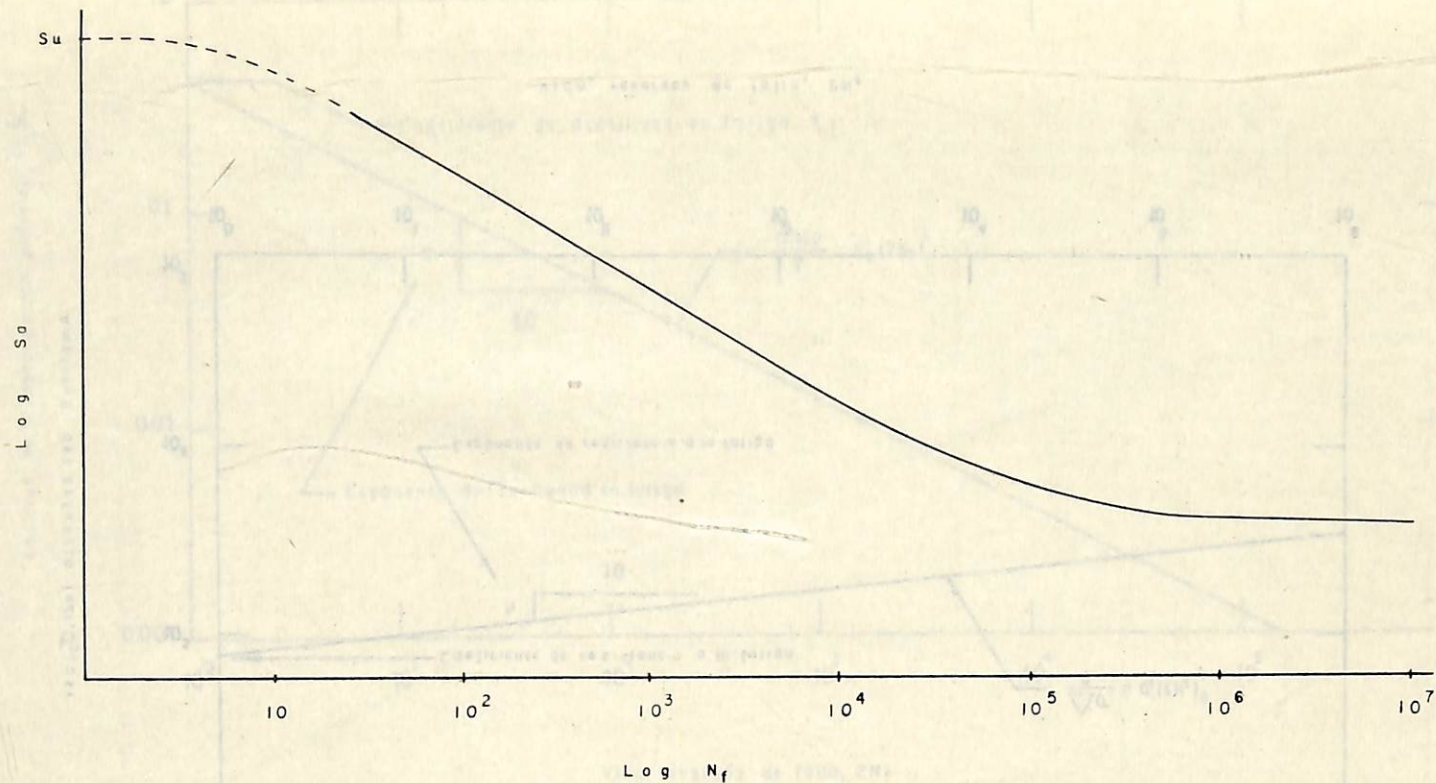


Fig. 6 Curva $\text{Log } S_a$ Versus $\text{Log } N_f$.

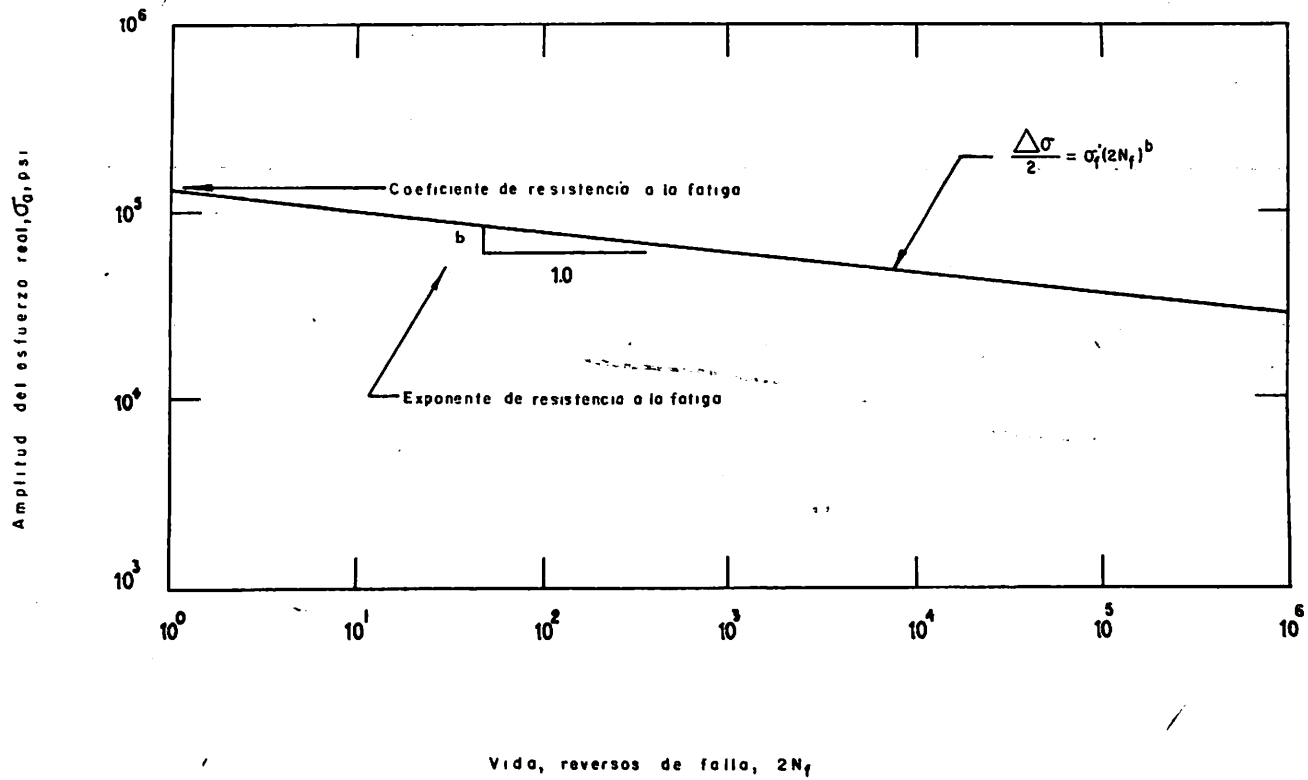


Fig. 7 Amplitud del esfuerzo versus reversos de falla.

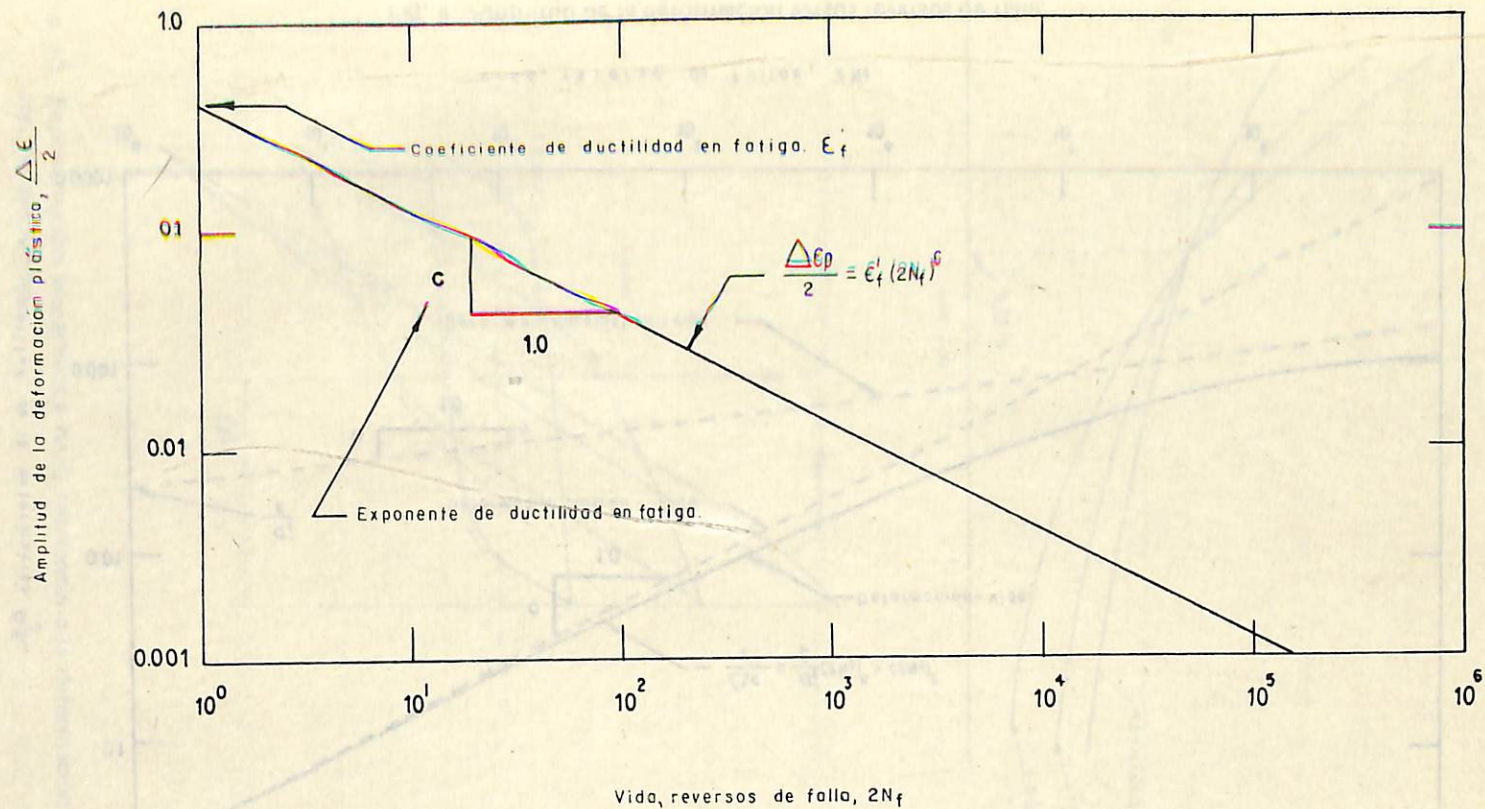


Fig. 8 Amplitud de la deformación plástica versus reversos de falla.

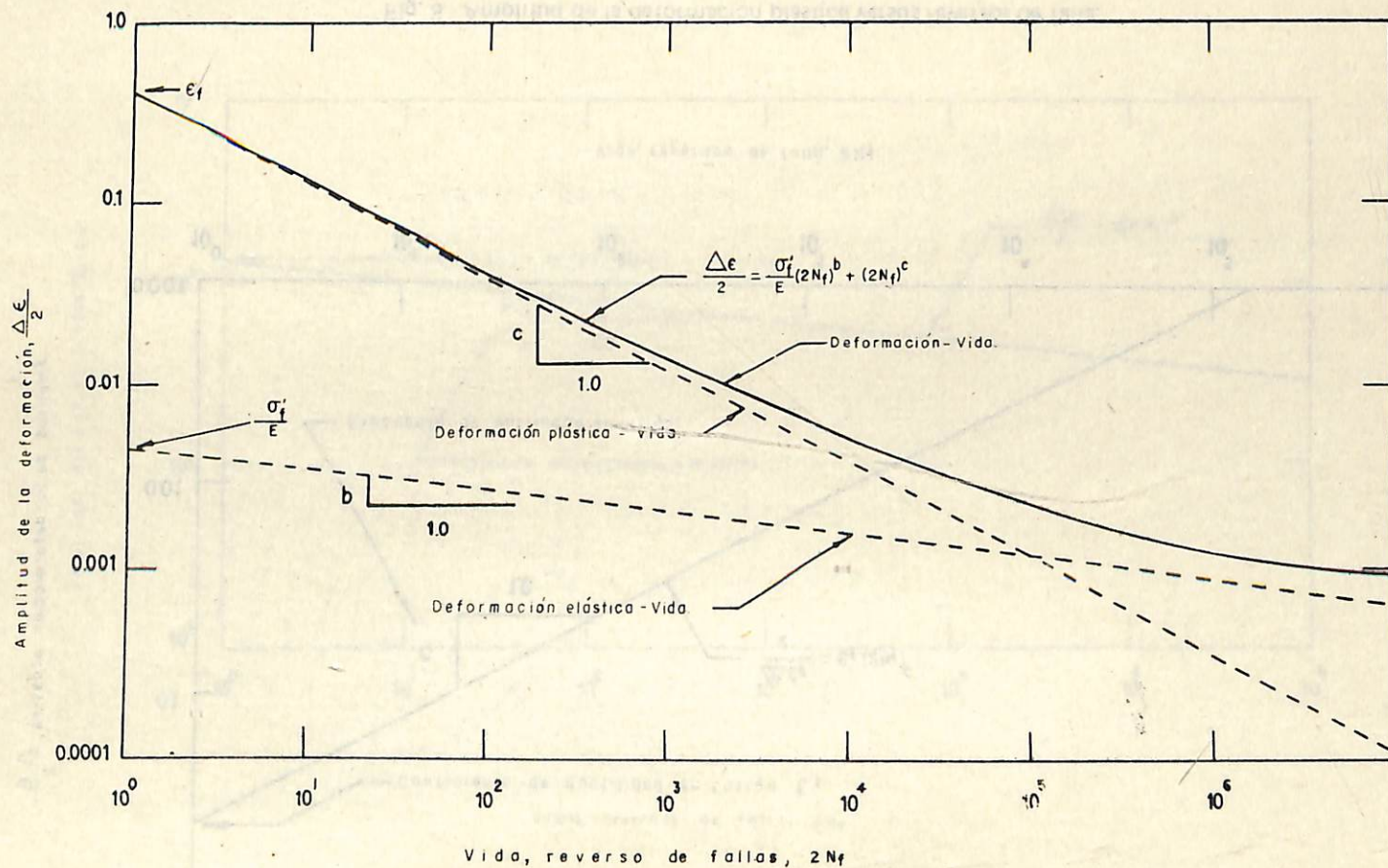


Fig. 9 Amplitud de la deformación versus reversos de falla.

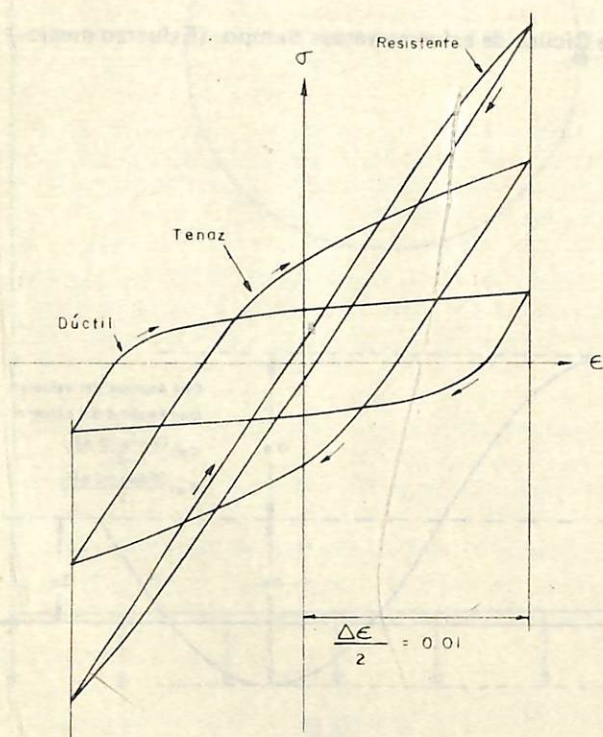
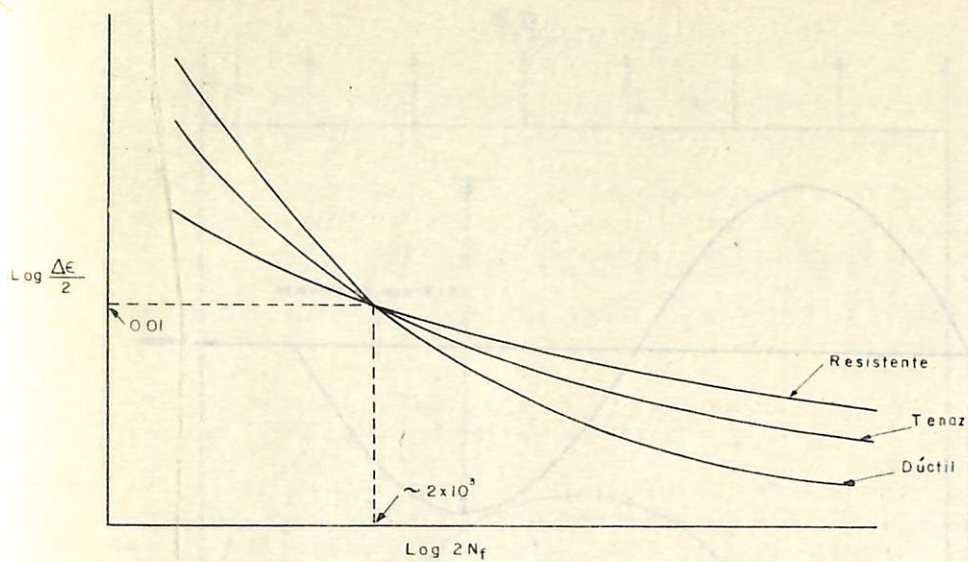


Fig. 10 Representación esquemática de la resistencia a la deformación cíclica de tres metales ideales.

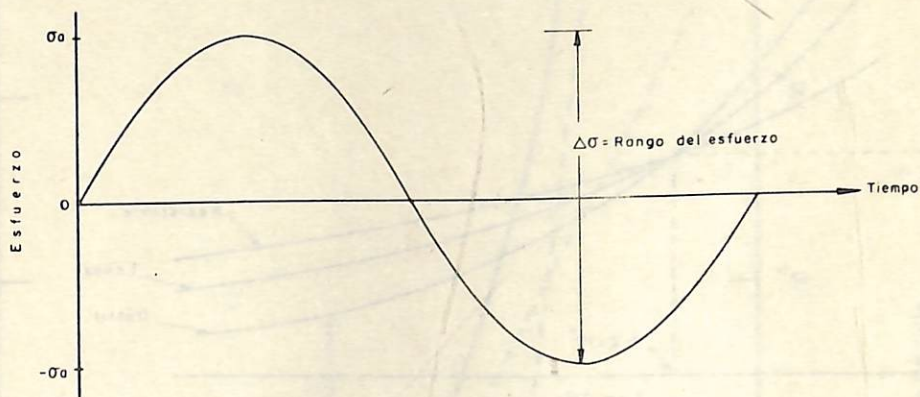


Fig. 11 Diagrama Cíclico de esfuerzo versus tiempo. (Esfuerzo medio = 0)

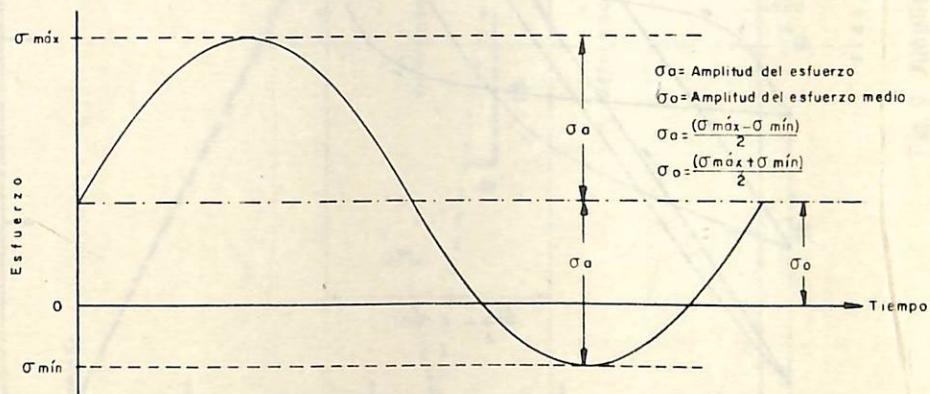


Fig. 12 Diagrama cíclico de esfuerzo versus tiempo. (Esfuerzo medio = σ_o)

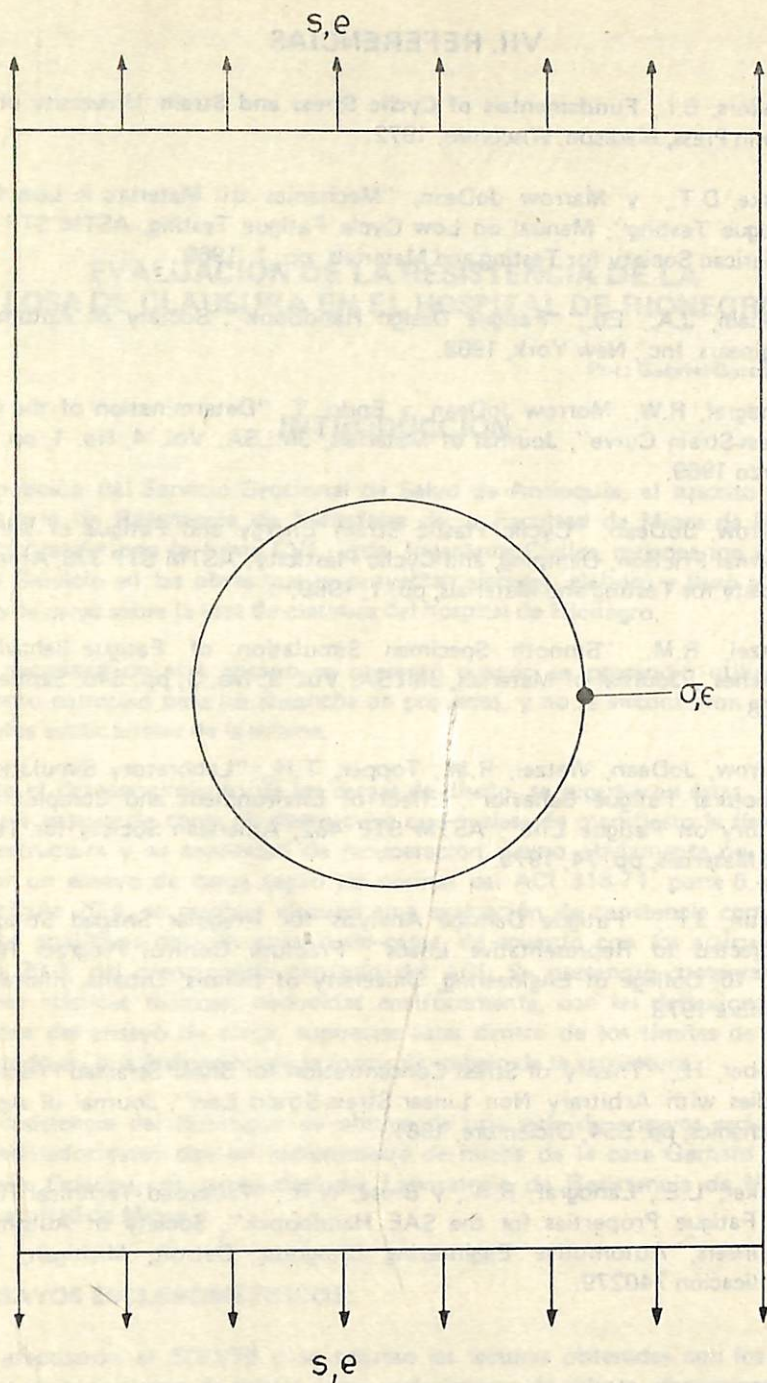


Fig. 13 Parámetros utilizados en la descripción de un miembro que contiene una discontinuidad.

VII. REFERENCIAS

- (1) Sandors, B.I., **Fundamentals of Cyclic Stress and Strain**, University of Wisconsin Press, Madison, Wisconsin, 1972.
- (2) Raske, D.T., y Morrow JoDean, "Mechanics of Materials in Low Cycle Fatigue Testing", Manual on Low Cycle Fatigue Testing, ASTM STP 465, American Society for Testing and Materials, pp. 1, 1969.
- (3) Graham, J.A., Ed., "Fatigue Design Handbook". Society of Automotive Engineers, Inc., New York, 1968.
- (4) Landgraf, R.W., Morrow JoDean, y Endo, T. "Determination of the Cycle Stress-Strain Curve", Journal of Materials, JMLSA, Vol. 4, No. 1, pp. 159, Marzo 1969.
- (5) Morrow, JoDean, "Cyclic Plastic Strain Energy and Fatigue of Metals", Internal Friction, Damping, and Cyclic Plasticity, ASTM STP 378, American Society for Testing and Materials, pp. 1, 1969.
- (6) Wetzel, R.M., "Smooth Specimen Simulation of Fatigue Behavior of Notches", Journal of Materials, JMLSA, Vol. 3, No. 3, pp. 646, Septiembre 1968.
- (7) Morrow, JoDean, Wetzel, R.M., Topper, T.H., "Laboratory Simulation of Structural Fatigue Behavior", Effect of Environment and Complex Load History on Fatigue Life", ASTM STP 462, American Society for Testing and Materials, pp. 74, 1970.
- (8) Martin, J.F., "Fatigue Damage Analysis for Irregular Shaped Structures Subjected to Representative Loads", Fracture Control Program Report No. 10, College of Engineering, University of Illinois, Urbana, Illinois, Diciembre 1973.
- (9) Neuber, H., "Theory of Stress Concentration for Shear Strained Prismatical Bodies with Arbitrary Non Linear Stress-Strain Law", Journal of Applied Mechanics, pp. 554, Diciembre, 1961.
- (10) Tucker, L.E., Landgraf, R.W., y Brose, W.R., "Proposed Technical Report on Fatigue Properties for the SAE Handbook", Society of Automotive Engineers, Automotive Engineering Congress, Detroit, Michigan, 1974, publicación 740279.

N. de la D.: Invitamos a los lectores a discutir este artículo. Se reciben comentarios hasta Junio 30/78.