

# Estimate of induced stress during filling and discharge of metallic silos for cement storage

Wilmer Bayona-Carvajal <sup>a</sup> & Jairo Useche-Vivero <sup>b</sup>

<sup>a</sup> Universidad Tecnológica de Bolívar, Cartagena, Colombia.

<sup>b</sup> Facultad de Ingeniería, Universidad Tecnológica de Bolívar, Cartagena, Colombia. [usecheijk@yahoo.com](mailto:usecheijk@yahoo.com)

Received: March 19<sup>th</sup>, 2015. Received in revised form: June 1<sup>st</sup>, 2015. Accepted: June 16<sup>th</sup>, 2015.

## Abstract

The present article show the structural analysis realized to metallic silo for storage cement through of the parametric model development in the finite element software ANSYS APDL, the fill and discharge pressures applied on the silo wall is determined with the Eurocode normative EN 1991-4. The model is development with type shell elements allowing that the structure silo fits to the cylindrical and conical geometric of the silo. It explains each of the phases having the development of the model and is made a detailed analysis of the results delivered by the software; different models are evaluated changing the sheet thickness for select the most appropriate. Also the results are analyzed when be changing the tilting the hopper and is reviewed the behavior of the silo when is analyzed with its structure.

*Keywords:* Cement silos, structural analysis, finite element, parametric model, Eurocode EN 1991-4, ANSYS APDL, type shell elements

# Estimación de esfuerzos inducidos durante el llenado y vaciado de silos metálicos para almacenamiento de cemento

## Resumen

El presente artículo describe el análisis estructural realizado a un silo metálico que almacena cemento por medio de un modelo paramétrico desarrollado en el software de elementos finitos ANSYS APDL, las presiones de llenado y vaciado que el material ejerce sobre las paredes del silo se determinan basados en la normativa del Eurocódigo EN 1991-4. El modelo se realiza con elementos tipos cáscara permitiendo que su estructura se ajuste que la geometría cilíndrica y cónica del silo. Se explica cada una de las fases involucradas en el desarrollo del modelo y se hace un análisis detallado de los resultados arrojados por el software, se evalúan diferentes modelos variando los espesores de lámina con el fin de seleccionar el más adecuado. También se analizan los resultados obtenidos cuando la tolva del silo cambia su ángulo de inclinación y se revisa el comportamiento que tiene el silo cuando es analizado en conjunto con su estructura soporte.

*Palabras clave:* Silo de cemento, análisis estructural, elementos finitos, modelo paramétrico, Eurocódigo EN 1991-4, ANSYS APDL, elementos tipo cáscara.

## 1. Introducción

El silo de cemento es el encargado de almacenar el material listo para empacar y para entregar al consumidor, también sirve de reserva para amortiguar los cambios de producción y paradas de mantenimiento, asegurando que todo el tiempo se puede entregar cemento al cliente.

Para realizar el diseño de un silo metálico de manera eficiente, se deben tener en cuenta diferentes variables que afectan el comportamiento del material dentro del esto es fundamental para determinar las cargas que determinaran el comportamiento

estructural del silo. Inicialmente hay que tener claro que el material almacenado en el silo juega un papel crítico en el resultado del análisis estructural que se va a realizar, diferentes características físicas del material influyen sobre la resultante de las fuerzas que generan la presión sobre las caras del silo [5,6].

Actualmente existen diferentes normativas con las que se pueden determinar las presiones en las paredes de los silos, sin embargo el Eurocódigo EN 1991-4 ha ganado relevancia debido a su gran aplicación a nivel mundial y con resultados satisfactorios en los diseños realizados [1]. Con base en esta metodología se desarrolla una hoja de cálculo que involucra

cada una de las variables que están presentes en el cálculo de las presiones y desarrolladas con las normativas estándar estudiadas. Para determinar algunas variables del silo es necesario que se defina la geometría del mismo, por lo que la hoja de cálculo debe tener como entradas las dimensiones del silo además de las características del material a almacenar. Con estos valores y con la información contenida en ella, se obtienen como resultado del cálculo las presiones tanto de llenado como de vaciado en la parte cilíndrica y en la tolva del silo.

Con las presiones determinadas se puede realizar un análisis estructural con elementos finitos, no sin antes buscar el elemento más adecuado para representar la geometría metálica del silo. Los elementos tipos cáscara o más comúnmente conocidos como elementos tipo shell se describen en el desarrollo de este trabajo ya que son estos los elementos con los que se modela el silo [4,7].

El análisis estructural del silo se realiza por medio de un modelo computacional con elementos finitos para determinar el espesor de pared adecuado que debe tener el silo. Inicialmente se generan dos códigos con comandos de ANSYS-APDL en dos pestañas de la hoja de cálculo; uno para el modelo con presiones de llenado y el otro con presiones de vaciado. Cada código tiene como entrada todas las variables del silo que permiten parametrizar cualquier tipo de geometría que se desee. Adicionalmente en este archivo se pueden modificar las características de la malla al seleccionar el tipo, la cantidad y el tamaño de elementos que esta debe tener. El código esta enlazado con los resultados de las presiones de llenado y vaciado obtenidas con la misma hoja de cálculo. Mediante dos vínculos que tiene la hoja de cálculo se pueden generar los archivos de texto en formato txt, que contienen el código que se introduce en la línea de comandos de ANSYS-APDL, allí se corre el programa y son evaluados y analizados los resultados para obtener el diseño adecuado del silo [2,12].

También se analiza la variación de los esfuerzos que tiene el silo cuando cambia el ángulo de inclinación de la su tolva y finalmente se evalúa el comportamiento del silo cuando es analizado en conjunto con una estructura que lo soporte [13].

Con un modelo que pueda variar las propiedades del material almacenado y ajustar las características geométricas del silo, el diseñador estará en la capacidad de evaluar la mejor condición para determinado escenario, teniendo como resultado un diseño adecuado que se ajuste a las necesidades específicas de un caso.

## 2. Metodología

Para determinar los esfuerzos y deformaciones en el silo se trabaja una primera parte determinando las presiones de llenado y vaciado tanto en el cilindro como en la tolva y una segunda parte que es el modelo con elementos finitos de ANSYS-APDL.

### 2.1. Cálculo de presiones con base en la normativa del Eurocodigo EN 1991-4

#### 2.1.1. Especificaciones geométricas del silo

La Fig. 1 muestra la geometría del silo con las variables que afectan la curva de presiones y las cuales son entradas para el cálculo del silo [3,10].

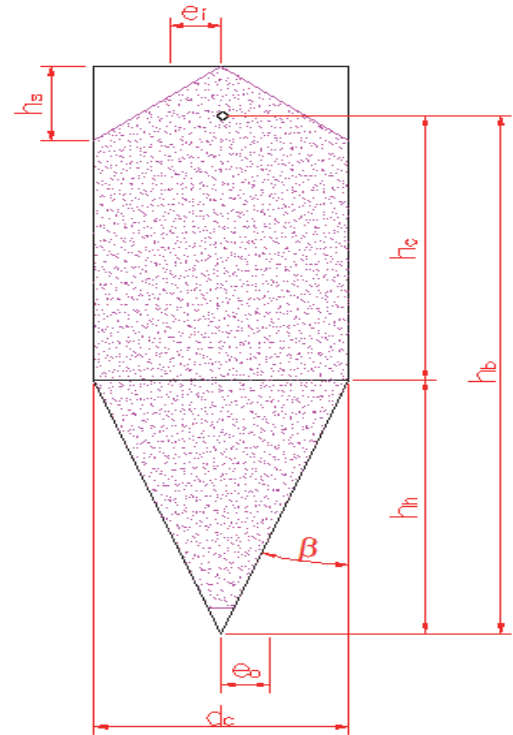


Figura 1. Geometría del silo a diseñar.

Fuente: Propia

Donde;

$d_c$  = Diámetro del silo

$h_b$  = Es la altura que tiene el material

$h_c$  = Altura del material en la parte cilíndrica

$h_h$  = Es la altura que tiene la tolva

$h_s$  = Altura del cono superior que forma el material

$\beta$  = Ángulo entre la pared de la tolva

$e_i$  = Excentricidad del llenado

$e_o$  = Excentricidad del vaciado

#### 2.1.2. Propiedades de los materiales granulares en el cálculo del silo

Las propiedades del material que está contenido en el silo y que son necesarias para el calcular de las presiones sobre las paredes de este son:

- Peso específico del material  $\gamma$
- Ángulo de reposo con la horizontal  $\phi_p$
- Ángulo efectivo de fricción interno  $\phi_i$
- Relación de presión lateral  $\lambda$
- Ángulo de fricción con la pared  $\phi_w$

Las propiedades para diferentes materiales granulares se pueden encontrar en el Eurocodigo EN 1991-4 en el anexo E [3,10].

#### 2.1.3. Cálculo de presiones de llenado en el cilindro y tolva

En la Fig. 3 se aprecia la trayectoria z y las presiones que se ven involucradas en el llenado del silo en su parte cilíndrica [3,10].

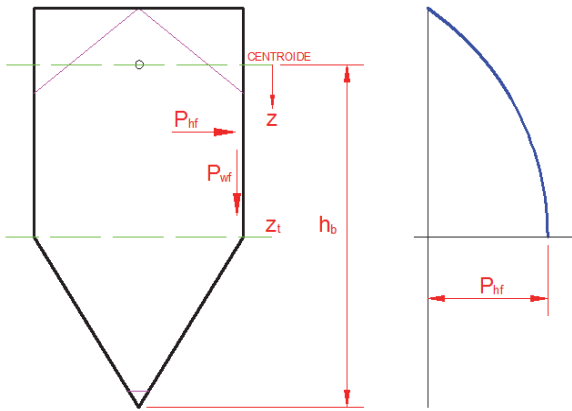


Figura 3. Presión de llenado sobre el cilindro  
Fuente: Propia

Dónde:

$$P_{hf} = P_{ho} \left(1 - e^{-\frac{z}{z_0}}\right)$$

$$P_{vf} = P_{vo} \left(1 - e^{-\frac{z}{z_0}}\right)$$

$$P_{ho} = \frac{\gamma A}{\mu U} = \frac{\gamma r}{\mu 2}$$

$$P_{vo} = \frac{\gamma A}{\lambda \mu U} = \frac{\gamma r}{\lambda \mu 2}$$

$$z_0 = \frac{1}{\lambda \mu} \frac{A}{U} = \frac{1}{\lambda \mu} \frac{r}{2}$$

Con:

- A = Área de la sección transversal del silo.
- U = Perímetro de la sección circular del silo.
- r = Radio del silo.
- z = Recorrido de la presión en el cilindro
- $\gamma$  = Peso específico del material.
- $\lambda$  = Relación de presión lateral.
- $\mu$  = Coeficiente de fricción con la pared.

El cálculo de la presión libre se realiza mediante el aumento de la presión horizontal mediante la siguiente relación:

$$P_{pf} = 0.2 \beta P_{hf}$$

$$\beta = 1 + \frac{e_i}{2r}$$

Dónde:

$e_i$  = excentricidad del llenado.

La presión total horizontal es la suma de las dos presiones horizontales determinadas anteriormente, la presión fija y la presión libre.

$$P'_{hf} = P_{hf} + P_{pf}$$

La presión horizontal de llenado viene dada por:

$$P_{hf,s} = P'_{hf} (1 + 0.1 \beta)$$

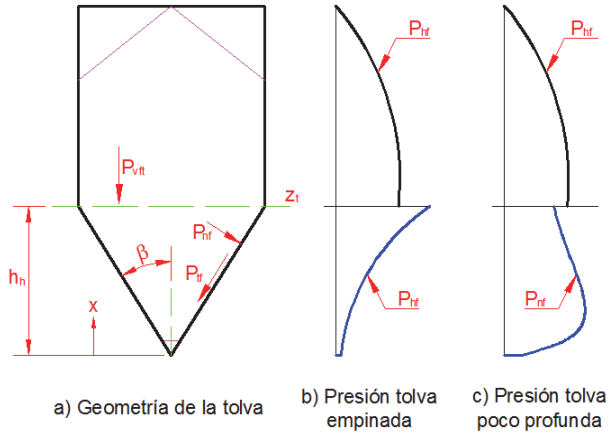


Figura 4. Presiones de llenado sobre la tolva  
Fuente: Propia

Y la presión horizontal por:

$$P_{wfs} = P_{wf} (1 + 0.2 \beta)$$

La Fig. 4 describe la trayectoria x y las presiones que se ven involucradas en el llenado del silo en su parte cónica [3,10].

Dónde:

$$P_{vft} = P_{vo} \left(1 - e^{-\frac{z_t}{z_0}}\right)$$

$$P_{hf} = F_f P_{vf} \quad y \quad P_{tf} = \mu_h P_{nf}$$

$$P_{vf} = \frac{\gamma h_h}{n-1} \left\{ \left(\frac{x}{h_h}\right) - \left(\frac{x}{h_h}\right)^n \right\} + P_{vft} \left(\frac{x}{h_h}\right)^n$$

Con:

$$n = 2(F_f \mu_h \cot \beta + F_f - 1)$$

Dónde:

- $\gamma$  = Peso específico del material.
- $h_h$  = Altura de la tolva, desde la punta del cono hasta la unión con el cilindro.
- x = Recorrido de la presión en la tolva.
- $\mu_h$  = Coeficiente de fricción con la pared de la tolva.
- $\beta$  = Ángulo de la tolva.
- $P_{vft}$  = presión vertical de la sección cilíndrica.

$$F_f = \frac{1 + a \mu \cot \beta}{1 + \mu \cot \beta}$$

a = 0.8 para presiones de llenado.

#### 2.1.4. Cálculo de presiones de vaciado en el cilindro y tolva

La Fig. 5 muestra las presiones involucradas en el vaciado del silo en su parte cilíndrica. A continuación sus ecuaciones [3,10].

$$P_{he} = C_h P_{hf} \quad y \quad P_{we} = C_w P_{wf}$$

$$C_h = C_o \quad y \quad C_w = 1.1$$

$$P_{ne} = F_e P_{ve} \quad y \quad P_{te} = \mu_h P_{ne}$$

$$C_o = 1.35 + 0.02 (\varphi_i - 30^\circ)$$

$$P_{pe} = 0.2 \beta P_{he} \quad P'_{he} = P_{he} + P_{pe}$$

La Fig. 6 muestra las presiones involucradas en el vaciado del silo en su parte cónica. A continuación sus ecuaciones.

$$P_{ve} = \frac{\gamma h_h}{n-1} \left\{ \left( \frac{x}{h_h} \right) - \left( \frac{x}{h_h} \right)^n \right\} + P_{vft} \left( \frac{x}{h_h} \right)^n$$

$$n = 2(F_f \mu_h \cot\beta + F_e - 1)$$

$$F_e = \frac{1 + \sin \varphi_i + \cos \varepsilon}{1 + \sin \varphi_i \cos(2\beta + \varepsilon)}$$

$$\varepsilon = \varphi_{wh} + \sin^{-1} \left\{ \frac{\sin \varphi_{wh}}{\sin \varphi_i} \right\}$$

Donde;

$\mu_s$  = coeficiente de fricción de pared de la tolva

$\varphi_{wh}$  = ángulo de fricción de la pared de la tolva

$\varphi_i$  = Ángulo efectivo de fricción interna del material solido

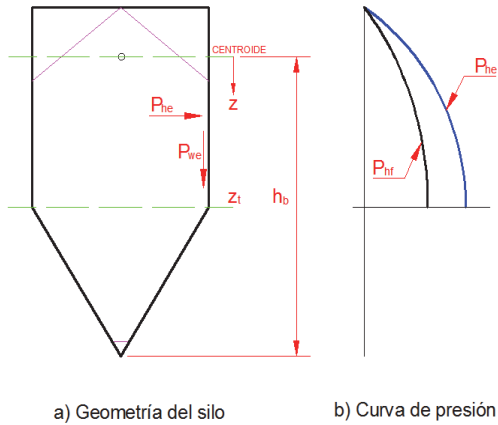


Figura 5. Presiones de vaciado en el cilindro  
Fuente: Propia

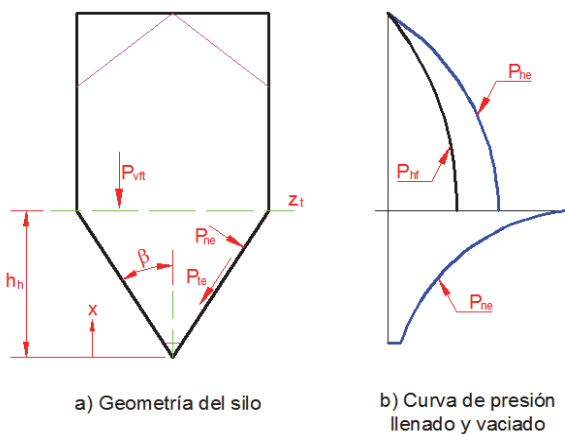


Figura 6. Presiones de vaciado en la tolva  
Fuente: Propia

## 2.2. Modelo con elementos finitos en ANSYS-APDL

Para este proyecto se eligió la plataforma de Mechanical APDL (lenguaje de diseño paramétrico) porque permite desarrollar un código de comandos donde se estructuran cada una de las fases del análisis estructural y donde se puede parametrizar las entradas geométricas, características de material, tipo y tamaño del elemento a utilizar, detallado del mallado y características de las cargas sobre el modelo, además permite proporcionar al modelo una curva de presiones, caso que no es posible en Workbench ya que este permite únicamente presiones hidrostáticas[2,12].

### 2.2.1. Procedimiento para generar el mallado del silo

Antes de realizar el mallado se nombran las variables que geométricas del silo para que el modelo quede paramétrico, en esta parte también se nombra el tipo de elemento a usar (shell 281, para que se ajuste mejor a las curvaturas del silo), tamaño del elemento y las propiedades del material del silo. La Fig. 7 muestra estas variables.

Una vez definidas las variables de la geometría del silo se procede a ubicar puntos estratégicos en el espacio (keypoint) con el fin de dibujar la geometría del silo, con los keypoint se generan líneas y cuando se hacen rotar en el eje del silo estas líneas se obtienen las superficies del silo, la Fig. 8 muestra este resultado.

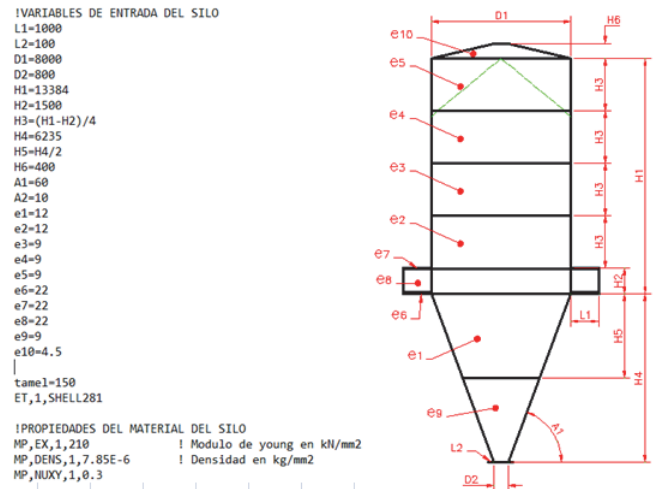


Figura 7. Variables de entrada del silo.  
Fuente: Propia

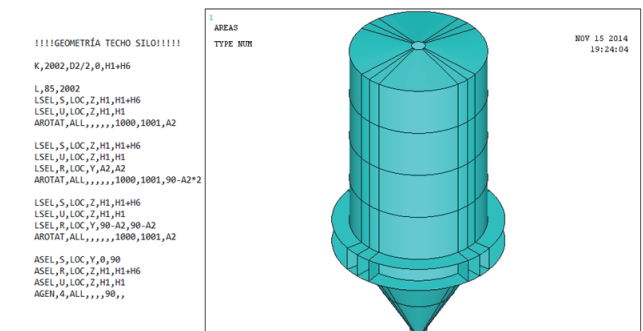


Figura 8. Geometría del silo en superficies  
Fuente: Propia

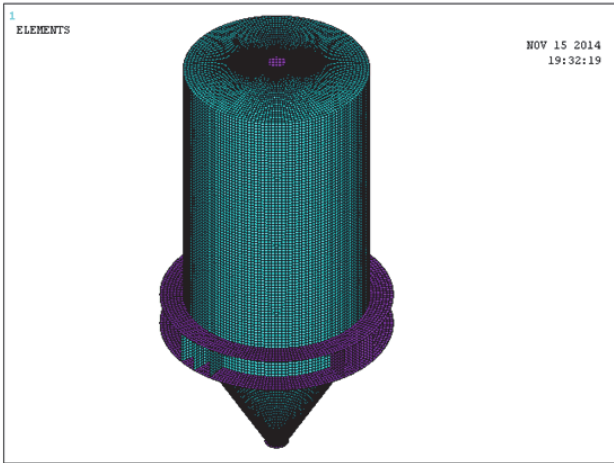


Figura 9. Visualización de la mala del silo  
Fuente: Propia

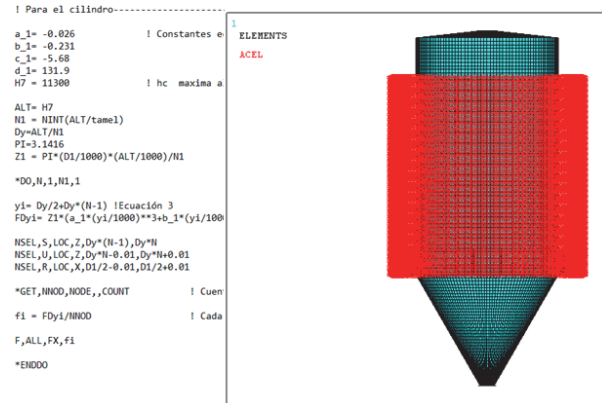


Figura 11. Asignación de cargas en el cilindro.  
Fuente: Propia

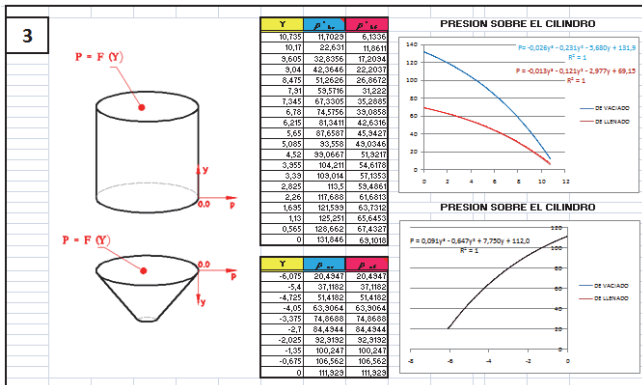


Figura 10. Curvas de presiones sobre el silo.  
Fuente: Propia

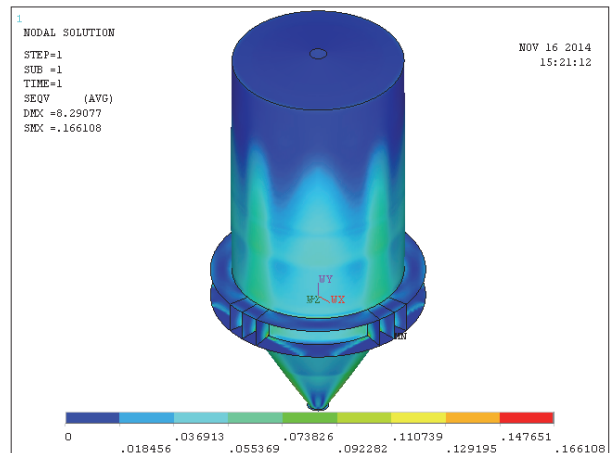


Figura 12. Esfuerzo Von Mises - General  
Fuente: Propia

### 3. Resultados

#### 3.1. Esfuerzos y deformaciones del silo estudiado

Las Figs. 12 y 13 muestran el esfuerzo de Von Mises producido por la presión de vaciado, se evidencia que su máximo valor de 0.166Mpa está ubicado en los refuerzos del

#### 2.2.2. Asignación de cargas al modelo

Las ecuaciones usadas en el numeral 2.1.3 y 2.1.4 son ingresadas a una hoja de cálculo donde se determinan las presiones de llenado y vaciado del cilindro y de la tolva del silo, de allí se determinan las constantes de una curva de tercer orden para graficar las curvas de presión y se pueden apreciar en la Fig. 10. Con estas constantes y relacionando el área donde es aplicada la presión, se asignan cargas a los nodos del modelo mediante dos ecuaciones que varían con la altura; una para la parte cilíndrica y otra para la parte cónica. La Fig. 11 representa la asignación de cargas en el cilindro.

Finalmente se le asignan las condiciones de frontera a los nodos que representan la base soporte del silo impidiendo su movimiento en cualquier sentido. Una vez terminado este código se copia en la línea de comandos de ANSYS y se digita SOLVE, de esta manera el programa calcula los esfuerzos y deformaciones del silo.

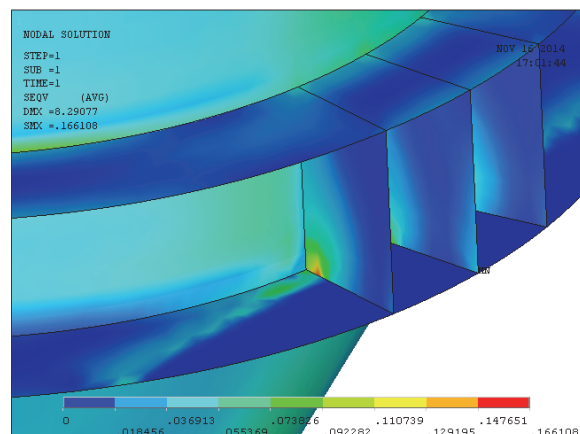


Figura 13. Esfuerzo Von Mises – Detalle  
Fuente: Propia

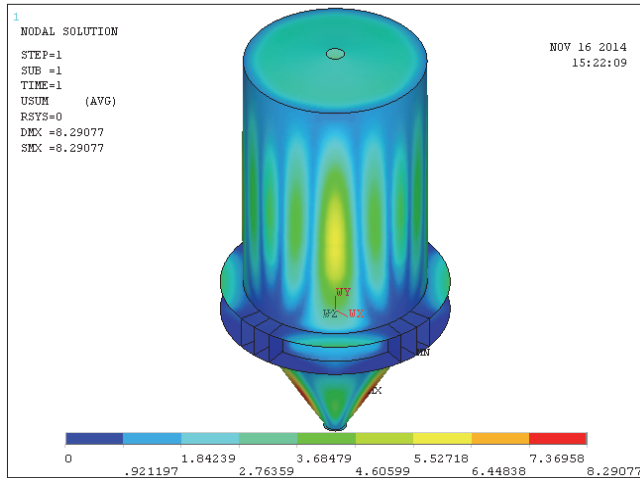


Figura 14. Suma de desplazamientos - General  
Fuente: Propia

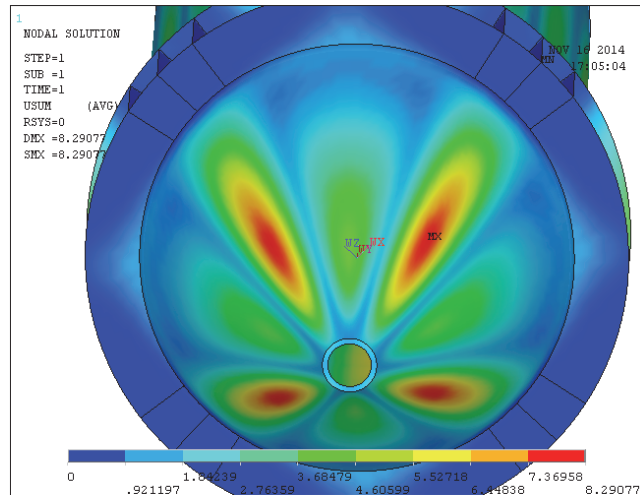


Figura 15. Suma de desplazamientos - Detalle  
Fuente: Propia

cinturón, esto es lógico si se tiene en cuenta que el apoyo del silo está ubicado en esta parte y que allí soporta toda la carga. En cuanto a las deformaciones las Figs. 14 y 15 muestran que el valor máximo de 8.29mm está presente en la tolva y justamente bajo los refuerzos del cinturón, fenómeno que ocurre por la restricción de movimiento que tiene el soporte.

### 3.2. Selección del modelo más conveniente

Se realizaron análisis a 6 modelos de silos de igual geometría pero con diferentes espesores, para poder evaluar cual ofrece un mejor factor de seguridad y es menos pesado, esto con el fin de reducir sus costos de fabricación y montaje. Se encuentra que el modelo 5 es el adecuado debido a que arroja factores de seguridad de 1.51 para llenado y 1.37 para vaciado y su peso es de 40256kg. La Tabla 1 muestra estos resultados.

Tabla 1.  
Resultados de varios modelos de un silo

ANÁLISIS SILO DE 1020 Ton						
VARIABLE	MODELO 1	MODELO 2	MODELO 3	MODELO 4	MODELO 5	MODELO 6
L1 (mm)	1000	1000	1000	1000	1000	1000
L2 (mm)	100	100	100	100	100	100
D1 (mm)	8000	8000	8000	8000	8000	8000
D2 (mm)	800	800	800	800	800	800
H1 (mm)	13384	13384	13384	13384	13384	13384
H2 (mm)	1500	1200	1200	1200	1200	1000
H3 (mm)	2971	3046	3046	3046	3046	3096
H4 (mm)	6235	6235	6235	6235	6235	6235
H5 (mm)	3117,5	3117,5	3117,5	3117,5	3117,5	3117,5
H6 (mm)	400	400	400	400	400	400
A1 (grados)	60	60	60	60	60	60
e1 (mm)	12	12	11	12	12	14
e2 (mm)	12	12	11	11	12	14
e3 (mm)	9	9	11	11	9	9
e4 (mm)	9	9	9	9	9	9
e5 (mm)	9	9	9	9	9	9
e6 (mm)	22	19	19	19	19	19
e7 (mm)	22	19	19	19	19	19
e8 (mm)	22	19	25	25	25	25
e9 (mm)	12	12	11	12	12	12
e10 (mm)	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5
Peso (kg)	40673	39578	39839	40620	40256	42875
DMXe (MPa)	167	202	170	171	166	164
DMXe (mm)	6,44	6,86	7,53	6,87	6,74	6,69
F.S.vaciado	1,50	1,24	1,47	1,46	1,51	1,52
DMXf (MPa)	184	217	186	187	182	178
DMXf (mm)	6,7	7,18	7,92	7,18	7,06	6,71
F.S.llenado	1,36	1,15	1,34	1,34	1,37	1,40

Fuente: Propia

### 3.3. Análisis de un esfuerzo en un silo con tolvas de diferente inclinación

Tomando como referencia el silo del modelo 5 se realizan dos análisis modificando el ángulo de inclinación de la tolva (valor A1 de la Tabla 1 = 60 grados), caso 1 para tolva con 70 grados y caso 2 con 50 grados.

Las Figs. 16 y 17 muestran el esfuerzo de Von Mises generado por la presión de llenado para el caso 1 y 2 respectivamente y en las Figs. 18 y 19 para las cargas de vaciado.

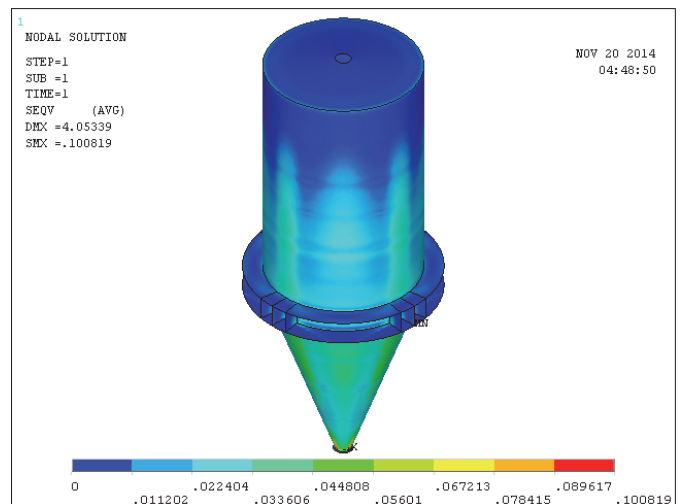


Figura 16. Silo con tolva 70 grados – Presión llenado  
Fuente: Propia

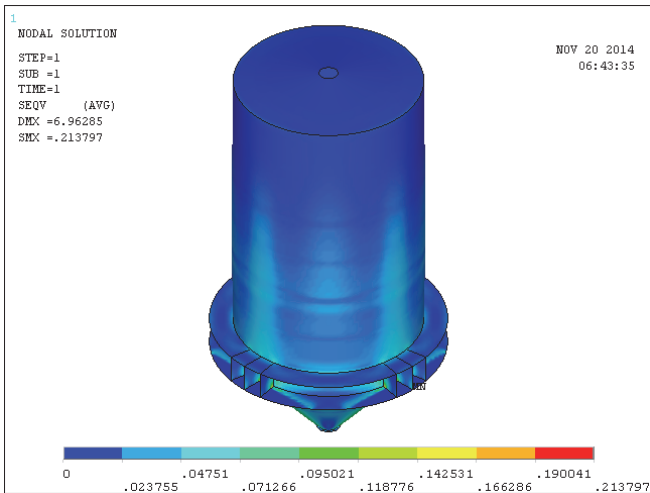


Figura 17. Silo con tolva 50 grados – Presión llenado  
Fuente: Propia

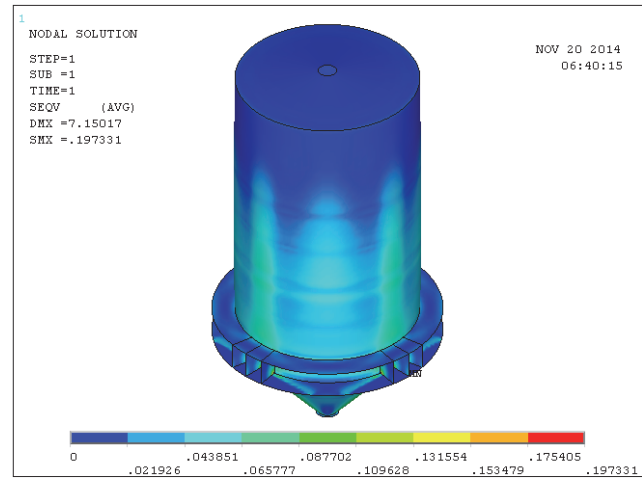


Figura 19. Silo con tolva 50 grados – Presión vaciado  
Fuente: Propia

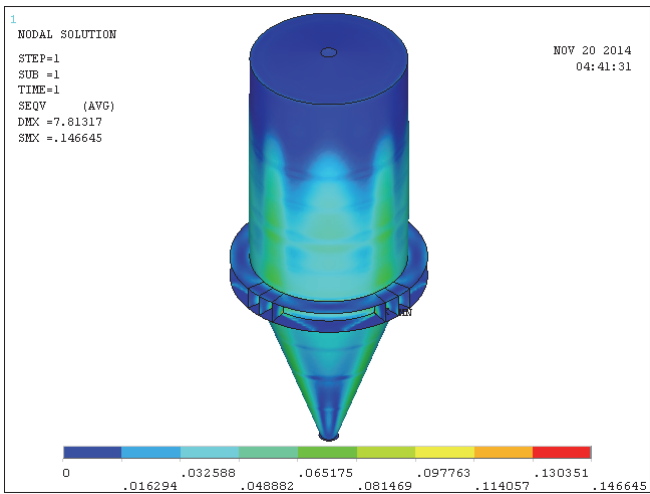


Figura 18. Silo con tolva 70 grados – Presión vaciado  
Fuente: Propia

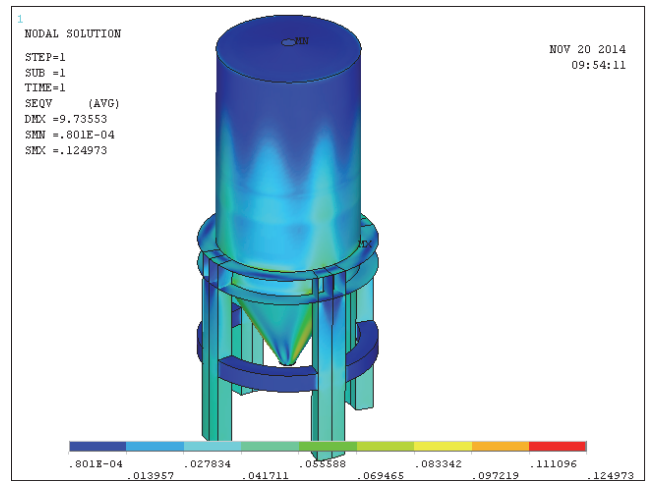


Figura 20. Esfuerzo Von mises con presión llenado  
Fuente: Propia

Nótese que para el caso 1 el esfuerzo de Von Mises es mayor para el vaciado (0.146GPa vs 0.100GPa), esto ocurre porque la tolva tiene mayor inclinación y las fuerzas verticales son menores, caso opuesto ocurre en el caso 2 donde el esfuerzo de Von Mises es de 0.197GPa para el vaciado 0.213GPa para el llenado.

### 3.4. Análisis de un silo con estructura

Como se pudo apreciar en los análisis anteriores el silo mostró sus esfuerzos máximos en cinturón y las deformaciones máximas en la tolva, por este motivo se realiza un análisis del silo contemplando una estructura de soporte de 10 metros de altura, dimensión comúnmente usada para este tipo de silos en el proceso de empaque del cemento. Se usa como base el código de ANSYS del modelo 5 adicionándole la geometría de las columnas y vigas de la estructura.

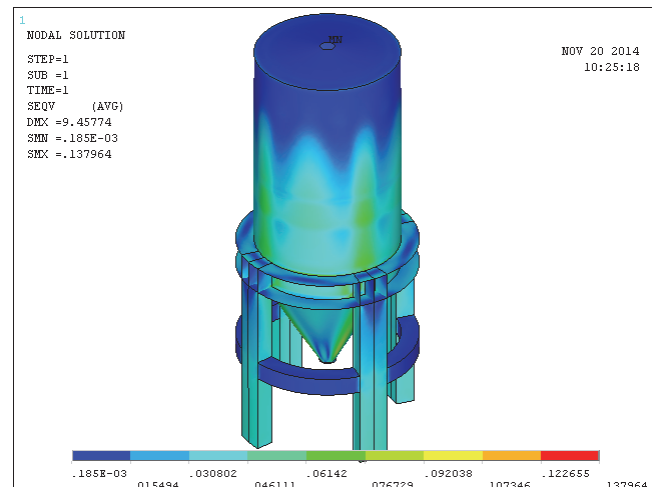


Figura 21. Esfuerzo Von mises con presión vaciado  
Fuente: Propia

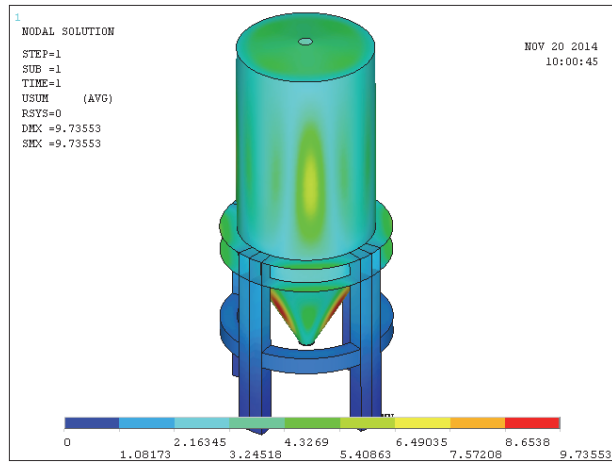


Figura 22. Suma de deformaciones con presión llenado  
 Fuente: Propia

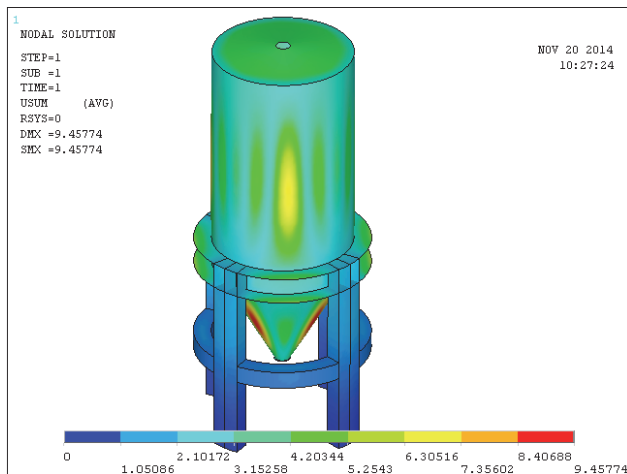


Figura 23. Suma de deformaciones con presión vaciado  
 Fuente: Propia

Las Figs. 20 y 21 representan el esfuerzo de Von Mises para presiones de llenado y vaciado respectivamente y las figuras 22 y 23 las deformaciones en los mismos casos.

De los resultados obtenidos se puede deducir que los esfuerzos en el silo son menores cuando se analiza en conjunto con su estructura, lo anterior se debe al efecto que se induce las dos diferentes condiciones de contorno de cada modelo.

Cuando se analiza únicamente el silo sus puntos de apoyo no tienen ningún grado de libertad, mientras que en el caso silo-estructura estos mismo puntos tienen grados de libertad y su desplazamiento depende de la rigidez de la estructura.

#### 4. Conclusiones

El modelo paramétrico desarrollado con un código y en el software de elementos finitos ANSYS APDL permite realizar el cálculo de un silo con cualquier geometría, tamaño, espesores de lámina y tipo de material, tamaño y tipo de elemento finito a usar. En este modelo se pueden manipular los espesores de diferentes secciones del silo para

realizar un análisis comparativo y evaluar la conveniencia de uno u otro diseño, permitiendo al calculista desarrollar un modelo adecuado y que se ajuste a las condiciones de fabricación y montaje del silo.

Al determinar las presiones ejercidas por el material y que están aplicadas en las paredes del silo, tanto en su parte cilíndrica como en su parte cónica, se encuentra que hay dos tipos de comportamiento en lo referente a las presiones en la parte cónica, encontrando que para tolvas con inclinaciones altas las presiones de vaciado son notoriamente mayores que las de llenado, caso contrario ocurre en las tolvas con una inclinación pequeña donde las presiones de llenado y vaciado son similares.

Los entornos gráficos, que son bastante amigables pero poco manipulables, de los principales software de elementos finitos no tienen la opción de ingresar al modelo presiones con variación respecto a una altura, lo más cercano que ofrecen es aplicación de presión hidrostática la cual es lineal. Como las curvas de presión determinadas son de orden tres, se hace necesario realizar un código que reemplace la presión por una rutina de aplicación de fuerzas equivalentes sobre los nodos de cada área, parte cilíndrica y parte cónica. Lo anterior es otra razón por la cual se escogió ANSYS APDL como software para realizar el análisis por elementos finitos, su plataforma permite cualquier tipo de aplicación de carga.

Realizado el análisis estructural se encontró que no necesariamente las presiones de vaciado pueden ocasionar fallas en un silo, es fácil sesgar esta información ya que las presiones de vaciado siempre son mayores en el silo, pueda que en la tolva se dé la salvedad anteriormente descrita, pero en el total del silo siempre es mayor. El caso específico ocurre en una de las partes importantes del silo y que muchas veces se relega; es el cinturón que se encarga de unir el silo a una estructura. Se encontró que los valores los esfuerzos eran mayores cuando se aplicaba la carga de llenado, esto ocurre porque justo en ese punto hay un equilibrio entre las cargas de la tolva y del cilindro, si se disminuyen las del cilindro las de la tolva empiezas a pandear mas esta área, haciendo que se incrementen los esfuerzos en este punto. Es importante aclarar que los esfuerzos en el cuerpo del silo si son mayores en el vaciado que en el llenado.

Para describir el comportamiento de superficies curvadas del silo el modelo se desarrolla con elementos tipo cáscara más conocidos como "shell" ya que estos simultáneamente muestra esfuerzos de flexión y tensiones de membrana, los primeros corresponden a los esfuerzos de flexión de una placa produciendo momentos de flexión y momentos de torsión y los segundos corresponden a los esfuerzos en un problema de tensión plana, los cuales actúan tangente a la superficie media y producen fuerzas tangentes en la membrana.

#### Referencias

- [1] Aguado, P., Métodos avanzados de cálculo de presiones en silos agrícolas mediante la técnica de los elementos finitos. El vaciado de silos y las paredes de chapa ondulada. PhD Thesis, Escuela Técnica Superior de Ingenieros Agrónomos UPM, España. 1997.
- [2] Ansys, Inc., Ansys Mechanical APDL Introductory Tutorials. Canonsburg, USA, 2013.



- [3] CEN (European Committee For Standardization). Eurocode EN 1991-4. Bruselas, Bélgica. Actions on structures - Part 4: Silos and tanks, 2005.
- [4] Cook, R., Malkus, D., Plesla, M. and Witt, R., Concepts and applications of finite element analysis, University of Wisconsin, Madison, 2001.
- [5] Ding, S., Rotter, M., Ooi J. and Enstad, G., Development of normal pressure and frictional traction along the walls of a steep conical hopper during filling: Thin-Walled Structures 49, pp. 1246-1250, 2011. DOI: 10.1016/j.tws.2011.05.010
- [6] Ercoli, N, Ciancio, P. y Massey, L., Evaluación de la interacción grano-pared en el comportamiento estructural de silos. Mecánica Computacional XXVII, pp.161-180, 2007.
- [7] Ercoli, N., Ciancio, N. y Berardo, C., Análisis para el diseño de un silo de clinker y su implementación computacional, en: Buscaglia, G., Dari, E. and Zamonsky, O., (Eds.), Mecánica Computacional. XXIII, pp. 619-638, 2004.
- [8] Jürgen, T., Assessment of mechanical properties of cohesive particulate solids – Part 2. Particulate science and technology, 19, pp. 111-129, 2001. DOI: 10.1080/02726350152772065
- [9] Rodríguez, W. y Pallares, R., Modelado tridimensional de un pavimento bajo carga dual con elementos finitos. Revista DYNA, 82(189), pp. 30-38, 2015. DOI: 10.15446/dyna.v82n189.41872
- [10] Rotter, J., Guide for the economic design of circular metal silos. CRC Press. London and New York, 2001.
- [11] Ulrich, H. and Josef, E., Numerical investigations on discharging silos. Journal Of Engineering Mechanics, 110, pp. 957-971, 1984. DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9399(1984)110:6(957)
- [12] University of Alberta – ANSYS tutorials. Canada. [Online]- Available at: <http://www.mece.ualberta.ca/tutorials/ansys/>
- [13] Yanes, Á., Fernández, M. y López, P., Análisis de la distribución de presiones estáticas en silos cilíndricos con tolva excéntrica mediante el M.E.F. influencia de la excentricidad y comparación con el eurocódigo 1. Informes de la Construcción, 52, 2001, 472 P.

**Bayona, W.**, Recibió su BSc. en Ingeniería Electromecánica en 2004 en la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, por más de 10 años se ha desempeñado en el área del diseño mecánico desarrollando ingenierías conceptuales, básicas y de detalle de diferentes plantas del sector energético, metalmecánico, siderúrgico, cementero y del petróleo. Áreas de investigación de interés: análisis de esfuerzos y deformaciones por el método de elementos finitos, estudio del comportamiento de los fluidos y materiales pulverizados por medio de fluidodinámica computacional, diseño de silos, tanques y recipientes a presión.  
ORCID: 0000-0001-5799-5246

**Useche, J.**, es profesor de ingeniería mecánica de la Universidad Tecnológica de Bolívar (UTB), Colombia, es coordinador del Grupo de Investigación de Materiales y Estructuras Continuas de la UTB. Es PhD en Ingeniería Mecánica de la Universidad Estatal de Campinas, Brasil. Recibió su BSc en Ingeniería Mecánica en la Universidad Tecnológica de Bolívar, Colombia y es MSc. en Ingeniería Mecánica de la Universidad de los Andes, Colombia. Áreas de investigación de interés: método de elementos finitos, método de elementos de frontera y métodos libres de malla para análisis de esfuerzos y deformaciones, mecánica del daño y evaluación de la vida residual.  
ORCID: 0000-0002-9761-2067



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

SEDE MEDELLÍN  
FACULTAD DE MINAS

Área Curricular de Ingeniería Mecánica

Oferta de Posgrados

Maestría en Ingeniería - Ingeniería Mecánica

Mayor información:

E-mail: [acmecanica\\_med@unal.edu.co](mailto:acmecanica_med@unal.edu.co)  
Teléfono: (57-4) 4259262