

Mathematical model for the distribution network optimization of a courier and parcel company

Silvana Ruiz-Moreno ^a, Martín Darío Arango-Serna ^b, Conrado Augusto Serna-Urán ^c
& Julián Andrés Zapata-Cortes ^d

^a *Facultad de Ingeniería, Universidad de San Buenaventura, Medellín, Colombia. silvana.ruiz@usbmed.edu.co*

^b *Facultad de Minas, Universidad Nacional de Colombia, Medellín, Colombia. mdarango@unal.edu.co*

^c *Instituto Tecnológico Metropolitano, Medellín, Colombia. conradoserna@itm.edu.co*

^d *Escuela de Administración, Fundación Universitaria CEIPA, Sabaneta, Colombia. julian.zapata@ceipa.edu.co*

Received: January 22th, 2020. Received in revised version: July 3rd, 2020. Accepted: July 8th, 2020.

Abstract

The distribution processes of the courier and parcel companies are complex due to the high number of customers, facilities and vehicles involved. This makes that network planning and resources allocation (infrastructure, people and vehicles) becomes a difficult task, requiring tools such as mathematical models that allow finding the best operating conditions, seeking to minimize operating costs and ensure adequate service levels for customer satisfaction. This article presents a mathematical model for the optimization of a courier and parcel distribution network, which is structured including a high number of customers, a set of central consolidation terminals and several satellite platforms, where customers are served, as traditionally occurs in this type of companies. The model allows customers and merchandise to be assigned to each network facilities by modifying the vehicle load factor and the application of the P-median concept, which results in reductions around 19% of the total distribution costs.

Keywords: logistics costs; network design problem; parcel and courier transport.

Modelo matemático para la optimización de la red de distribución de una empresa de transporte de paquetería y mensajería terrestre

Resumen

Los procesos de distribución de las empresas de paquetería y mensajería son complejos debido al alto número de clientes, instalaciones y vehículos involucrados. Esto hace que los procesos de planificación de la red y entre ellos la asignación de los recursos (infraestructura, personas y vehículos) sean difícil de realizar, por lo que es necesario usar herramientas como modelos matemáticos que permiten encontrar las mejores condiciones de funcionamiento, minimizando los costos de operación y asegurando los niveles de servicio adecuados para la satisfacción de los clientes. En este artículo se presenta un modelo matemático para la optimización de una red de distribución de paquetería y mensajería, la cual se estructura incluyendo 200 clientes, un conjunto de 4 terminales centrales de consolidación y 10 plataformas satélite, en donde los clientes son atendidos, como tradicionalmente ocurre para este tipo de empresas. El modelo permite asignar los clientes y las mercancías a cada una de las instalaciones de la red mediante la modificación del factor de carga de los vehículos y de la aplicación del concepto de P-mediana, lo cual produce de reducciones de alrededor del 19% de los costos totales de distribución.

Palabras clave: costos logísticos; problema de diseño de redes; transporte de paquetería y mensajería.

1. Introduction

La logística se define como la planificación, implementación, coordinación y control de todas las

actividades que facilitan el movimiento, tanto de los bienes materiales como de información, desde y hacia los proveedores - empresa y demandantes, considerando los tiempos y cantidades apropiadas [1-3]. En este contexto, las

How to cite: Ruiz-Moreno, S, Arango-Serna, M.D, Serna-Urán, C.A. and Zapata-Cortes, J.A, Modelo matemático para la optimización de la red de distribución de una empresa de transporte de paquetería y mensajería terrestre. DYNA, 87(214), pp. 248-257, July-September, 2020.

empresas de transporte de mensajería y paquetería deben planificarse y analizarse desde su función logística para lograr proponer esquemas de distribución que sean rentables [4]. Algunos de los elementos más característicos de estos procesos de distribución es la complejidad de su red logística y que la mayoría de los procesos de transporte, entrega y recogida de la mercancía se realizan al interior de las ciudades [5,6], lo que dificulta el proceso debido a las necesidades de incluir las particularidades propias de las ciudades en donde se llevan a cabo dichos procesos de distribución, como son las restricciones de movilidad, los actores involucrados y las características de infraestructura urbana [7,8].

Para esto es necesario implementar herramientas de optimización que generen planes de distribución que disminuyan al mínimo los costos en los que se incurre, sin afectar la calidad en las entregas a los clientes [9,10]. En la búsqueda de minimizar los costos como el principal objetivo de análisis en el sector transporte [11], han surgido principalmente cuatro modelos que responden a la cuantificación y optimización de los mismos [12], los cuales son la asignación de clientes a instalaciones; la localización de las instalaciones de consolidación y desconsolidación; el ruteo de vehículos para la distribución de mercancías; y el diseño de redes de servicios. Es necesario que las empresas velen por alcanzar las mejores condiciones para su funcionamiento, requiriendo la implementación de alguno o varios de los modelos mencionados.

En este artículo se aborda un problema de optimización de la red de distribución de una empresa de paquetería y mensajería, utilizando el modelo de asignación de clientes a instalaciones, con el cual se logra disminuir significativamente los costos de distribución y con ello mejorar los niveles de competitividad para la empresa. Este modelo considera la estructura ya existente de la red de distribución de la empresa y se encarga de asignar los clientes, los vehículos y las instalaciones para producir planes de distribución que logran mejorar los costos en hasta un 19%.

2. Problema de diseño de redes Transporte en empresas de mensajería y paquetería

El análisis de redes de transporte es un tema que se ha estudiado ampliamente, debido a que estas condicionan las relaciones entre los recursos para movilizar mercancías y son clave para lograr un transporte eficiente, ya sea en términos de tiempo, distancia o costo [13,14].

El transporte de mensajería y paquetería involucra la movilización de cartas y pequeños paquetes desde y hacia diferentes zonas geográficas. Los problemas logísticos que enfrentan las empresas de transporte de mensajería y paquetería en el día a día están relacionados con la definición de rutas hacia las zonas de envío ya predeterminadas, considerando la naturaleza estocástica de la demanda y la congestión vehicular como principales variables externas que afectan la eficiencia del transporte [15]. Una característica clave de estas redes de transporte es el dinamismo, que hace

referencia a los cambios constantes en la demanda del servicio, la asignación de rutas eficientes que respondan a esta característica, la cual ha sido abordada por trabajos como el de Larsen et al. [16], en donde se analiza el impacto del uso de Tecnologías de la Información y la Comunicación en la eficiencia de las rutas establecidas para los vehículos, cuantificando el grado de dinamismo de la red.

Frecuentemente los servicios de transporte de mensajería y paquetería son representados y configurados como una red que sigue la estrategia Hub and Spoke, la cual se conforma por una plataforma central en donde la mercancía de diferentes orígenes es consolidada y a partir de allí enviada a los clientes, logrando optimizar la capacidad de carga de los vehículos y reduciendo en número de viajes requerido en comparación con otras estrategias, como la de envíos directos [7]. En este sentido los hubs corresponden a las terminales principales y o secundarias de consolidación y desconsolidación de los paquetes, mercancías y/o cartas ubicadas en cada una de las zonas de distribución, mientras que los nodos que deben ser atendidos, sean clientes para recoger o entregar mercancía (o ambas actividades) representan los spoke [17]. La Fig. 1 esquematiza la red que caracteriza el transporte de mensajería y paquetería, donde los múltiples centros de distribución interconectados reciben y despachan paquetes clientes y pueden pasar o no por centros logísticos de mayor tamaño[2]. Esta red se conforma entonces por dos niveles (dos etapas de consolidación/desconsolidación) y es la más usual en los procesos de distribución de mensajería y paquetería [5].

Como se mencionó, cuando una ciudad o zona geográfica cuenta con varias micro-zonas que son atendidas desde una terminal central donde se concentran la totalidad de cartas y pequeños paquetes, la estrategia Hub and Spoke es idónea debido a que las micro zonas podrán ser visitadas por vehículos que conectan las terminales secundarias y las terminales centrales pueden unirse entre sí a través de redes terrestres [14]. La estrategia Hub and Spoke ha sido usada como base para la formulación de modelos de asignación de vehículos y de análisis de las redes [18-20]. En la literatura especializada es posible encontrar casos de estudio del problema de ruteo de vehículos a través de redes Hub and Spoke, siendo necesario además considerar las ubicaciones de

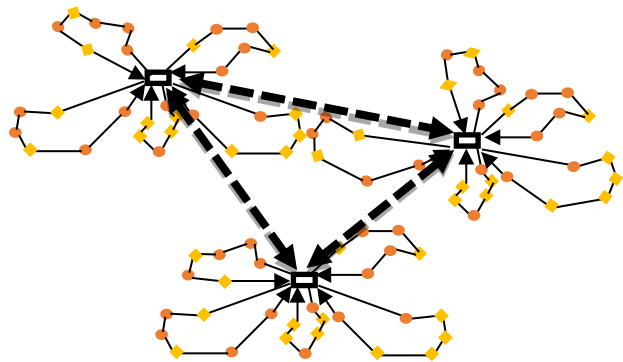


Figura 1. Red de distribución de paquetería y mensajería
Fuente: Los Autores.

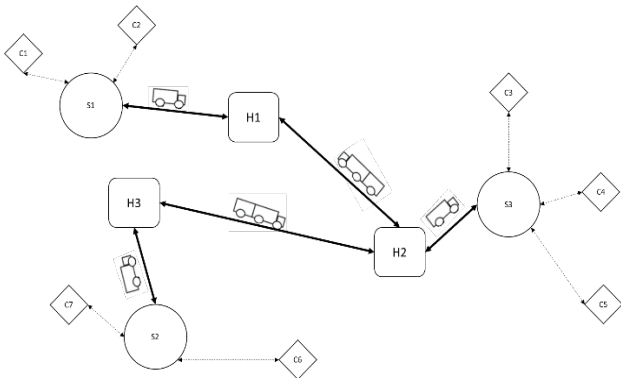


Figura 2. Problema de diseño de redes para la distribución de paquetería. Fuente: Los Autores.

los centros o terminales satélites (hubs) y los costos asociados al transporte de los productos que se da en ellos. Ante esta necesidad, se ha planteado el problema de diseño de redes para distribución de correspondencia (Problem Design Network for Parcel Distribution - PDNDP), el cual se representa en la Fig. 2.

Este diseño generalizado de red tiene como consideración base el ahorro que se alcanza por usar instalaciones de consolidación, permitiendo producir mayores ahorros en rutas de interconexión de hubs, ya que el costo de ir directamente de un hub a otro siempre será menor que transitar por un tercero; es decir, se crean rutas directas entre los centros logísticos; sin embargo, en caso de que el flujo entre hubs sea de bajo volumen, deberán buscarse rutas alternas.

La mayoría de problemas PDNDP están orientados a minimizar los costos operativos a través de la localización de los hubs; sin embargo, en los últimos años se ha incluido el problema de ruteo y costos asociados de transporte al diseño de estas redes, ya que centrarse únicamente en los costos por ubicación limita el problema de tomar decisiones solo considerando distancias y no otros factores como el tipo de mercancía movilizadora y los vehículos implicados en el despacho de la correspondencia y pequeños paquetes [22, 23].

3. Modelo propuesto para el transporte de paquetería y mensajería

De acuerdo con lo expresado anteriormente, dadas las condiciones de transporte de mensajería y paquetería, es necesario caracterizar la red como un PDNDP (Parcel delivery Network Design Problem). En el caso de Colombia, país objeto de estudio de este trabajo, cada ciudad tiene un centro logístico principal que funciona como un hub que desconsolida y consolida envíos hacia centros logísticos principales de otras ciudades; a estos centros logísticos llegan camiones que han recorrido centros de menor tamaño en los barrios o comunidades de cada ciudad que funcionan como centros satélites, donde la mercancía se consolida previamente y después es enviada a los hub principales de cada ciudad.

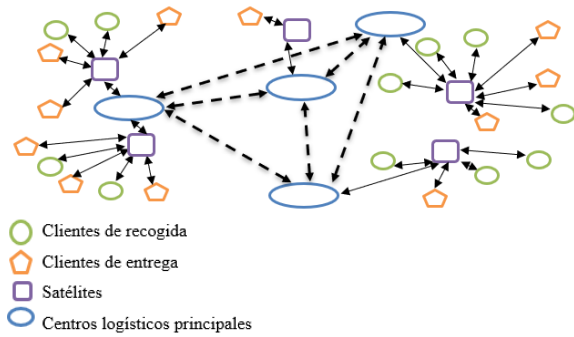


Figura 3. Red de servicios de paquetería y mensajería en Colombia. Fuente: Los Autores.

La representación gráfica de la red descrita es similar a la presentada en la Fig. 3, donde se tienen unos clientes finales que pueden tanto enviar como recibir mercancía y que deben ser asignados a un satélite; posteriormente cada satélite debe ser asignado a un hub; en este caso se considera la distancia lineal entre los nodos como criterio de decisión para estas asignaciones.

El proceso para el diseño de una red de servicios para empresas de mensajería y paquetería se puede describir en 3 etapas (Asignación y transporte de clientes a hub; Asignación de satélites a hub principales; asignación y transporte entre hub principales) tal y como se muestra en la Fig. 4. Estas etapas tienen diferentes costos asociados y las decisiones se centran en la asignación de nodos y los envíos que se realizan entre los diferentes niveles de la red de distribución.

Para simplificar la nomenclatura de las rutas que se generan en cada etapa, los satélites asociados al cliente final se definen como el conjunto s' ; los centros logísticos asociados al satélite final h' y si hubiese un centro logístico intermedio como h'' ; la unión entre estos nodos se denota con un guion; es decir, $(h'-s'-j)$ denota que se genera una ruta entre el centro logístico final h' y el satélite asociado s' para atender al cliente de entrega j .

En la etapa 1, se calculan las distancias entre los clientes i y j hacia los satélites en toda el área de distribución, teniendo en cuenta la distancia euclidiana de cada cliente a la totalidad de los satélites. En esta etapa es posible calcular el flujo de mercancía que deberá entrar y salir de cada satélite en función de los clientes asignados y al mismo tiempo, el

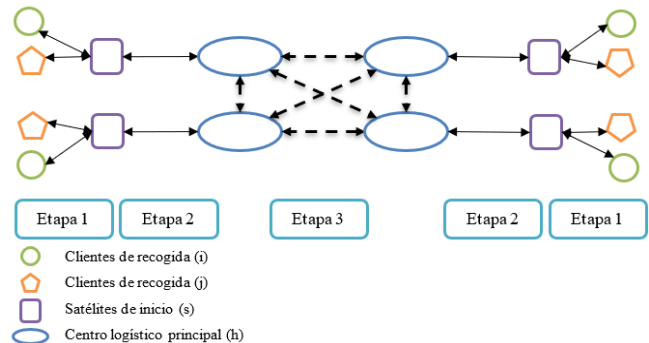


Figura 4. Etapas para el desarrollo del modelo para la red. Fuente: Los Autores.

número de vehículos mínimo necesario para suplir la demanda de sus clientes. En esta etapa se generan dos tipos de rutas que no pueden contemplar sobrecarga: ruta Cliente de recogida a satélites (*i-s*); ruta Satélites a clientes de entrega (*s'-j*).

El número de vehículos requeridos para estas rutas se calcula sumando el flujo total de la mercancía que se deberá recoger y se relaciona con la capacidad de los vehículos, en caso de dar decimal, en número de vehículos se aproxima al mayor y se compara con el número de vehículos requeridos para entregar a los clientes del satélite, seleccionando así el mayor número de vehículos necesarios para atender la totalidad de los clientes.

La asignación que se realiza en la etapa 2 se encarga de determinar los flujos de productos entre los satélites a los centros logísticos principales bajo la misma consideración de distancia euclidiana. Luego se calculan los flujos de mercancía que irán al hub asignado y el número de vehículos requeridos para lograr transportar la totalidad de la demanda. En esta etapa se generan dos rutas y se puede considerar sobrecarga aun cuando la ruta es atendida por los mismos vehículos de la etapa 1: ruta satélite a hub (*s-h*); ruta hub final a satélite (*h'-s*). El número de vehículos se calcula de forma similar a la etapa 1; solo que se suma la totalidad de flujo de mercancía que recoge el satélite y que deberá ser entregado al hub asignado y se relaciona con la capacidad del vehículo (incluyendo sobrecarga). El número de vehículos que se requieren para la ruta del hub al satélite se obtiene al calcular el flujo total que saldrá del hub hacia el satélite y se divide sobre la capacidad del vehículo.

En la etapa 3 se asignan las rutas inter-hub, asumiendo que todos los hubs se encuentran conectados. En esta etapa se deben calcular los vehículos que recorren los centros logísticos, los costos de manejo y el costo asociado a la ruta entre los centros. La generación de rutas en este punto es más compleja y no se limita a asignar vehículos en función de la demanda, sino que se genera un problema de ruteo inter-hub que debe ser abordado desde un enfoque de optimización, ya que las posibles rutas que se pueden generar son: ruta directa del cliente inicio al cliente de fin (*i-s-h-h'-s'-j*) y ruta con hub intermedio (*i-s-h-h'-h'-s'-j*)

En este sentido la cantidad de vehículos y el costo de la ruta inter hub varía y debe abordarse como un problema de optimización. Para lograr hallar la mejor ruta se propone usar el método de la p-mediana que como lo describe [24], permite el diseño de redes asignando uno o varios (*p*) hub concentradores de carga, evitando la conexión innecesaria entre hubs con baja densidad de tránsito. Si bien el método de la p-mediana es un problema en sí NP-hard; se considera como un método de solución que permite realizar un análisis de conectividad interhub eficiente.

En la Tabla 1 se presentan los costos que se asocian a cada etapa y que se considerarán dentro del modelo. Como ya se mencionó, los problemas PDNDP consideran dos tipos de costos: Costos de transporte y costos de manejo; sin embargo, cada uno de estos costos se asocia con variables que afectan la estimación de dicho costo según las características de las redes de transporte propuestas en [21].

Tabla 1. Factores de costos del modelo por etapas.

Costo	Etapa 1	Etapa 2	Etapa 3
Costo de transporte	Costo marginal por kilogramo transportado entre clientes y satélites	Costo marginal por kilogramo transportado entre satélites y hubs	Costo marginal por kilogramo transportado entre clientes y satélites
	Costo marginal por kilómetro entre clientes y satélites	Costo marginal por kilómetro entre satélites y hubs	Costo marginal por kilómetro entre clientes y satélites
	Costo fijo del vehículo que se moviliza entre clientes y satélite	Costo fijo del vehículo que se moviliza entre satélites y hub	Costo fijo del vehículo que se moviliza entre hubs
Costo de manejo	No se consideran costos de instalación debido a que son satélites de terceros.	Costo de manejar el vehículo de red secundaria	Costo de manejar el vehículo de red principal
		Costos fijos de los hubs	Costos fijos hub intermedios

Fuente: Los Autores.

Algunas consideraciones adicionales en los nodos que deben tenerse en cuenta para la construcción de una red que represente la operatividad de las empresas de transporte de paquetería y mensajería es que los centros logísticos principales de cada ciudad ya se encuentran ubicados. A estos centros llegan dos tipos de vehículos: los que provienen de otros centros logísticos principales y que son de mayor tamaño, y los vehículos que llegan desde los satélites de la ciudad. Es importante considerar que aun cuando los centros logísticos principales reciban un vehículo de otro centro logístico adyacente, la mercancía recibida podrá provenir de otro hub inicial si el centro logístico adyacente sirve de hub intermedio. El costo del material que se maneja en los hubs se asocia al volumen de mercancía que se recibe y se despacha, que finalmente, impactará también los costos de transporte. Dada esta condición y que entre hubs puede haber un volumen bajo de material, el uso de vehículos dedicados puede ser costoso.

Los clientes finales también pueden depositar correspondencia y paquetes para ser enviados en los satélites que se encuentran ubicados en diferentes zonas de las ciudades; éstos no implican costos de manejo o de instalaciones para las empresas ya que son centros independientes que prestan este servicio y cuyo costo por paquete recibido es considerado como costo marginal por el número de unidades que recibe. A estos centros satélites llega uno o dos vehículos diarios que reciben el material a ser dirigido a los centros logísticos principales y en ocasiones se deja paquetes que los clientes deciden recoger por cuenta

propia. Como consideraciones generales se encuentra que el volumen total de paquetes que van de un cliente inicial a uno final debe pasar por al menos un hub.

El objetivo del modelo es minimizar el costo total como función de la suma de los costos de viaje y de la instalación. Si bien esta función es un costo anual, los flujos de mercancía son diarios; con el fin de considerar las economías de escala, no hay vehículos dedicados de un hub a otro; ya que el volumen total a transportar entre hubs adyacentes puede ser bajo. En este sentido se usan dos tipos de vehículos: Vehículos que van únicamente entre hubs y los que van de un hub a centros satélites y clientes. Dado los vehículos que pueden transitar, se tiene el conjunto de vehículos V con una capacidad q_v^k de volumen para el tipo de mercancía K que puede corresponder a mensajería o paquetería. El costo anual asociado a la operación del vehículo entre centros logísticos principales será C_{vhh} y el número de vehículos tipo V necesario para transportar carga entre ellos será Z_{vhh} . Se asigna la variable binaria Y_h que indica si el nodo es un centro logístico principal para así asignar los costos de operación, mientras que la variable Y_{sh} indica si el centro satélite s se asocia al centro logístico h .

Para los volúmenes diarios del producto k que son transportados de un cliente i a uno j , se debe considerar su paso por los centros satélite y el o los centros logísticos principales que se requiera, para lo cual se utiliza la siguiente notación: X_{iis}^k ; X_{ish}^k ; X_{ihs}^k ; X_{ihh}^k ; X_{ihj}^k (Lo anterior implica un tránsito por los nodos i - s ; s - h ; h - h' ; h' - s' ; s' - j . Igualmente, se consideran los costos asociados a los viajes como C_{vis}^k ; C_{vsh}^k ; C_{vhh}^k ; C_{vhj}^k . El costo marginal de cada satélite y de los centros logísticos son C_s^k y C_h^k . También se debe considerar el costo fijo en los centros logísticos principales únicamente, es decir C_h . El resto de la nomenclatura para el modelo se describe a continuación:

Conjuntos:

- I = Conjunto de clientes que envían (Recogida)
- J = Conjunto de clientes que reciben (Entrega)
- H = Conjunto de centros logísticos principales (Hubs)
- S = Conjunto de satélites
- V = Conjunto de vehículos

Parámetros:

- k = Tipo de envío (Mensajería o Paquetería)
- F_{ij} = Kilogramos de flujo entre $i - j$
- C_s = Costo de manejo en satélites
- C_h = Costo de manejo en centros logísticos principales
- C_{is} = Costo entre clientes de recogida y satélites
- C_s^k = Costo de manejo marginal en S de k
- C_h^k = Costo de manejo marginal en H de k
- C_{vsh}^k = Costo de envío desde un s al h de la mercancía tipo k
- C_{vhh}^k = Costo de envío entre el hub de inicio y el de fin
- q_v^k = Capacidad del vehículo tipo v para mercancía k
- q_v^{lk} = Capacidad de sobrecarga del vehículo v para mercancía k

Los tipos de envío de mercancía k son de dos clases: Mensajería que toma el valor de 1 kg o paquetería que es

cualquier valor superior a 1 y se definen como valores enteros.

En cuanto a los kilogramos de flujo, es necesario considerarlos para garantizar las restricciones de capacidad. El costo de manejo en satélites y hubs responde a las estimaciones de las empresas de transporte y se expresa en \$/Kg. Los costos de los arcos entre clientes, satélites y centros logísticos principales consideran el valor por kilogramo/kilómetro recorrido en función del tipo de vehículo que se usa en los diferentes niveles. En cuanto a las capacidades de los vehículos, se contará con la posibilidad de viajar sobrecargados entre satélites y hubs, sin embargo, no es posible viajar con sobrecarga desde o hacia los clientes i , j .

Las variables de decisión del modelo son:

- Y_s = Variable binaria que es 1 si se usa la instalación s , 0 en caso contrario
- Y_h = Variable binaria que es 1 si se usa la instalación h , 0 en caso contrario
- Y_{is} = Variable binaria que es 1 si el cliente i pertenece al satélite s , 0 en caso contrario
- Y_{sh} = Variable binaria que es 1 si el satélite s pertenece al h , 0 en caso contrario
- Z_{vsh} = Variable binaria que es 1 si el vehículo v va de s a h 0 en caso contrario
- Z_{vhh} = Variable binaria que es 1 si el vehículo v va de h a h' , 0 en caso contrario
- X_{vsh}^{lk} = Cantidad de carga sobrecargada que va en el vehículo v de s a h
- X_{vhs}^{lk} = Cantidad de carga sobrecargada que va en el vehículo v de h a s
- X_{vhh}^{lk} = Cantidad de carga sobrecargada que va en el vehículo v de h a h'
- X_{iis}^k = Cantidad de flujo que se originó en el cliente i que va de i a s
- X_{isj}^k = Cantidad de flujo que se originó en el cliente i que va de s a j
- X_{ihs}^k = Cantidad de flujo que se originó en el cliente i que va de h a s
- X_{ish}^k = Cantidad de flujo que se originó en el cliente i que va de s a h
- X_{ihh}^k = Cantidad de flujo que se originó en el cliente i que va de h a h'

La función objetivo se define como

$$\text{Min } CT = C_1 + C_2 + C_3 + C_4 + C_5 \quad (1)$$

En donde C_1 son los costos fijos y marginales en los centros logísticos principales.

$$C_1 = \sum_{h \in H} \sum_{j \in J} C_h Y_h + \sum_{h \in H} C_h^k \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \left(X_{ish}^k + \sum_{h \in H} X_{ih'h}^k \right) \quad (2)$$

C_2 son los costos marginales asociados a los satélites, ya que no hay costo fijo

$$MC_2 = \sum_{h \in H} C_s^k \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \left(X_{iis}^k + \sum_{s \in S} X_{ih_s}^k \right) \quad (3)$$

C_3 los costos asociados al recorrido desde los clientes iniciales hacia los centros satélite y el costo asociado de los centros satélite a los clientes de envío j .

$$C_3 = \sum_{i \in I} \sum_{s \in S} C_{is} Y_{is} + \sum_{i \in I} \sum_{s \in S} C_{sj} Y_{sj} \quad (4)$$

C_4 es el costo de movimiento de los centros satélite a los centros logísticos principales, se considera el costo de sobrecarga asociado únicamente entre los centros satélite y los centros logísticos principales.

$$C_4 = \sum_{v \in V} \sum_{s \in S} \sum_{h \in H} [C_{vsh}^k Z_{vsh} + C_{vhs}^k Z_{vhs} + C_{vsh}^{lk} (X_{vsh}^{lk} + X_{vhs}^{lk})] \quad (5)$$

Por último, C_5 son los costos asociados a los arcos que unen los centros logísticos principales considerando la posibilidad de sobrecarga

$$C_5 = \sum_{v \in V} \sum_{h \in H} \sum_{h' \in H'} (C_{vhh'}^k Z_{vhh'} + C_{vhh'}^{lk} X_{vhh'}^{lk}) \quad (6)$$

La función objetivo se encuentra condicionada a las siguientes restricciones:

$$\sum_{s \in S} X_{iis}^k = \sum_{j \in J} F_{ij}^k \quad i \in I, k \in K \quad (7)$$

$$\sum_{s \in S} X_{isj}^k = F_{ij}^k \quad i \in I; j \in J; k \in K \quad (8)$$

$$X_{iis}^k = \sum_{h \in H} X_{ish}^k \quad i \in I; s \in S; k \in K \quad (9)$$

$$\sum_{h \in H} X_{ih_s}^k = \sum_{j \in J} X_{isj}^k \quad i \in I; s \in S; k \in K \quad (10)$$

$$\sum_{s \in S} X_{ish}^k + \sum_{h' \in H'} X_{ih'h}^k = \sum_{s \in S} X_{ih_s}^k + \sum_{s \in S} X_{ih'h}^k \quad i \in I; h \in H; k \in K \quad (11)$$

$$\sum_{s \in S} Y_{is} = 1 \quad i \in I \quad (12)$$

$$\sum_{s \in S} Y_{sj} = 1 \quad j \in J \quad (13)$$

$$\sum_{h \in H} Y_{sh} = Y_s \quad s \in S \quad (14)$$

$$Y_{is} \leq Y_s \quad i \in I; s \in S \quad (15)$$

$$Y_{sh} + Y_{hs} \leq Y_s + Y_h \quad s \in S; h \in H \quad (16)$$

$$X_{iis}^k \leq \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} F_{ij}^k Y_{is} \quad i \in I; s \in S; k \in K \quad (17)$$

$$\sum_{j \in J} X_{jsi}^k \leq \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} F_{ij}^k Y_{is} \quad i \in I; s \in S; k \in K \quad (18)$$

$$\sum_{i \in I} X_{ish}^k \leq \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} F_{ij}^k Y_{sh} \quad h \in H; s \in S; k \in K \quad (19)$$

$$\sum_{i \in I} X_{ih_s}^k \leq \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} F_{ij}^k Y_{sh} \quad h \in H; s \in S; k \in K \quad (20)$$

$$\sum_{i \in I} X_{ihh'}^k \leq \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} F_{ij}^k Y_h \quad h, h' \in H; k \in K \quad (21)$$

$$\sum_{i \in I} X_{ihh'}^k \leq \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} F_{ij}^k Y_{h'} \quad h, h' \in H; k \in K \quad (22)$$

$$\sum_{v \in V} (q_v^k Z_{vsh} + X_{vsh}^{sck}) \geq \sum_{i \in I} X_{ish}^k \quad h \in H; s \in S; k \in K \quad (23)$$

$$\sum_{v \in V} (q_v^k Z_{vsh} + X_{vhs}^{sck}) \geq \sum_{i \in I} X_{ih_s}^k \quad h \in H; s \in S; k \in K \quad (24)$$

$$\sum_{v \in V} (q_v^k Z_{vhh'} + X_{vhh'}^{sck}) \geq \sum_{i \in I} X_{ihh'}^k \quad h, h' \in H; k \in K \quad (25)$$

$$X_{vsh}^{lk} \leq q_v^{lk} Z_{vsh} \quad h \in H; s \in S; v \in V; k \in K \quad (26)$$

$$X_{vhs}^{lk} \leq q_v^{lk} Z_{vsh} \quad h \in H; s \in S; v \in V; k \in K \quad (27)$$

$$X_{vhh'}^{lk} \leq q_v^{lk} Z_{vhh'} \quad h, h' \in H; v \in V; k \in K \quad (28)$$

$$Z_{vhh'} = Z_{vhh'} \quad h, h' \in H; v \in V \quad (29)$$

$$Y_s, Y_h, Y_{is}, Y_{sh} \in (0,1) \quad i \in I; s \in S; h \in H \quad (30)$$

$$Z_{vsh}; Z_{vhh'} \in N; \quad i \in I; s \in S; h \in H \quad (31)$$

$$X_{vsh}^{lk}, X_{vhs}^{lk}, X_{vhh'}^{lk}, X_{iis}^k, X_{isj}^k, X_{ih_s}^k, X_{ish}^k, X_{ihh'}^k \geq 0 \quad v \in V; i \in I; j \in J; s \in S; k, sck \in K; h, h' \in H \quad (32)$$

Las restricciones (7) a (11) corresponden a la conservación de flujo entre nodos y garantizan que la cantidad de paquetes enviados desde el cliente inicial hasta el cliente final, transiten a través de cada uno de los nodos. Las restricciones (12) a (14) aseguran que los centros logísticos principales y los satélites estén funcionando y se relacionen respectivamente entre ellos (Cada centro satélite está

conectado a un centro logístico principal). Estas relaciones están dadas en función de las ecuaciones (15) y (16) que garantizan la conexión entre los clientes, satélites y centros logísticos principales.

Las ecuaciones (17) a (22) garantizan que en las rutas generadas se transite la cantidad total de paquetes que se generan en los clientes de inicio. Las restricciones (23) a (24) garantizan que la cantidad de carga asignada a un vehículo ya sea con sobrecarga o sin ella, es menor a su capacidad en función de la ruta que transite. Las ecuaciones (26) a (28) definen el límite de la capacidad de sobrecarga entre centros logísticos principales y satélites, mientras que la ecuación (29) establece la conservación de flujo de entrada y salida en los centros logísticos principales. Las ecuaciones (30) a (32) determinan el tipo de cada variable.

4. Validación del modelo

El modelo se aplicó para el análisis de un proceso de distribución de mensajería y paquetería compuesto por 10 satélites, 4 centros logísticos principales y 200 clientes de recogida y entrega, que en total suman 100 envíos diarios, tal y como se muestra en la Fig. 5. Para su validación se simularon tres escenarios de operación: el primero contempla un diseño de red tradicional, el segundo incluye la posibilidad de incorporar un factor de sobrecarga y el tercero permite la asignación entre centros logísticos que incorpora el concepto de p-mediana para el uso de centros logísticos intermedios, correspondiente al modelo propuesto en el apartado anterior. La simulación se realiza para cada una de las etapas del modelo propuesto. De esta forma en la primera etapa los clientes son asignados en función de su distancia euclidiana a los satélites y bajo el mismo criterio se asignan los satélites a los centros logísticos principales. La Fig. 6 esquematiza como se realiza la asignación obtenida, en donde un mismo color representa los clientes (puntos) que debe ser atendidos por el satélite correspondiente (triángulo).

Es en la segunda y tercera etapa en donde se desarrollan los tres escenarios, tal y como se presenta a continuación:

- Escenario 1: Se diseña la red bajo consideraciones clásicas del modelo PND (Parcel Network Delivery). En la etapa 2 y en la etapa 3 se asume que los envíos son directos y no se tiene sobrecarga en ningún recorrido.

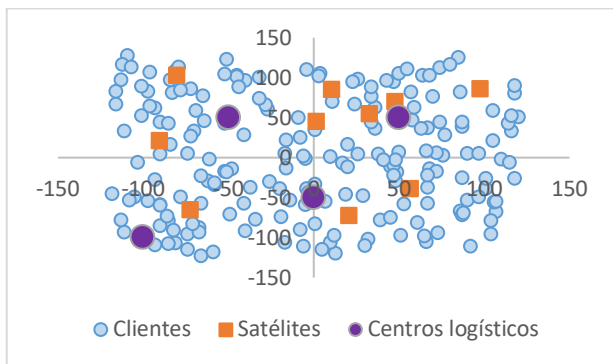


Figura 5. Nodos de la red
Fuente: Los Autores.

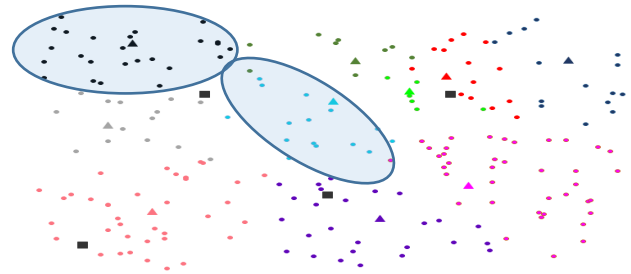


Figura 6. Asignación de clientes a satélites
Fuente: Los Autores.

- Escenario 2: Se evalúa el modelo propuesto; es decir, en la etapa 2 se incluye un factor de sobrecarga y siempre se propenderá por enviar vehículos cargados en su totalidad. En la etapa 3 se asignarán también vehículos completamente cargados; sin embargo, si se asignan los vehículos con sobrecarga y aún hay demanda restante por asignar, siendo su valor inferior a la capacidad del vehículo, se evalúa la posibilidad de enviarlo a través de un centro logístico intermedio que también deba enviar al centro logístico final.
- Escenario 3: Es la estrategia que contempla la totalidad del modelo propuesto e incorpora el concepto de p-mediana, donde se asigna uno o varios centros logísticos primarios en función de su tamaño (demanda que procesa), resultando la eliminación de una o más rutas entre los hub con el fin de aprovechar economías de escala. Para esto, debido a que en la etapa 3 la demanda que ingresa a cada centro y que debe distribuirse a los demás es conocida, permite identificar el o los centros logísticos primarios y asignar la demanda a los vehículos que irán a cada centro logístico principal. Si no se completa la capacidad de vehículo de un hub al otro, este será enviado al centro logístico primario, siempre que éste último tenga envíos para el hub final

Los resultados de la comparativa de los tres escenarios se presentan en la Tabla 2.

Dado que los escenarios no generan impacto en la etapa I de asignación de clientes a satélites, el número de vehículos no varía. Sin embargo, los vehículos que transitan entre centros logísticos principales disminuyen en los escenarios 2 y 3. De forma análoga, los costos entre clientes y satélites no se reducen ya que los vehículos y la carga transportada en cada uno de ellos no varía; sin embargo, el costo de transito de los satélites a los centros logísticos se reduce significativamente,

Tabla 2.
Resultados de la simulación de los tres escenarios.

VARIABLES RESPUESTA	Escenario 1	Escenario 2	Escenario 3
Cantidad de vehículos i-s-h	43	43	43
Cantidad de vehículos h-h	15	13	11
Costo i-s	\$18.791.175	\$18.791.175	\$18.791.175
Costo s-h	\$7.508.450	\$2.703.500	\$2.703.500
Costo h-h	\$6.214.480	\$6.730.809	\$4.632.434
Costo total	\$32.514.105	\$28.225.484	\$26.127.109

Fuente: Los Autores.

Tabla 3.
Cambios en las variables de respuesta

Variable respuesta	Estrategia 2	Estrategia 3
Cantidad de vehículos h-h	-13,0%	-27,0%
Costo s-h	-36,0%	-36,0%
Costo h-h	8,0%	-24,5%
Costo total	-13,0%	-19,6%

Fuente: Los Autores.

ya que se está haciendo uso del factor de sobrecarga, lo que aumenta la utilización de vehículos y disminuye los costos fijos asociados a los mismos. En cuanto al costo entre centros logísticos, en el escenario 2 se aumenta levemente, lo que puede deberse a la conexión entre la totalidad de los centros logísticos, puesto que impide el aprovechamiento de las economías de escala que se ve reflejado en la disminución del mismo costo en la estrategia 3. Los cambios porcentuales obtenidos en la función de costos para los escenarios 2 y 3 en comparación con el escenario 1 se presentan en la Tabla 3.

El flujo de paquetería enviado a través de los centros logísticos principales se ilustra en la Fig. 7. En esta figura se observa que en el escenario 3, a diferencia de los otros no hay transporte entre el centro logístico 0 y el 1, por lo cual los paquetes se desvían hacia el centro 2. Esto se debe a que la decisión no solo contempla la sobrecarga sino también la demanda de los centros logísticos, y en este caso el centro logístico 2 es aquel que más paquetes y mensajes procesa.

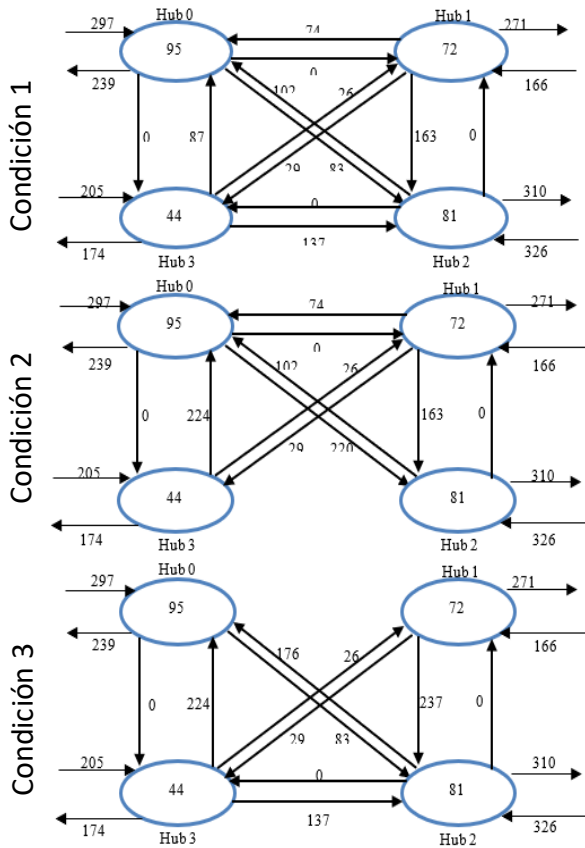


Figura 7. Flujo entre centros logísticos principales para cada estrategia
Fuente: Los Autores.

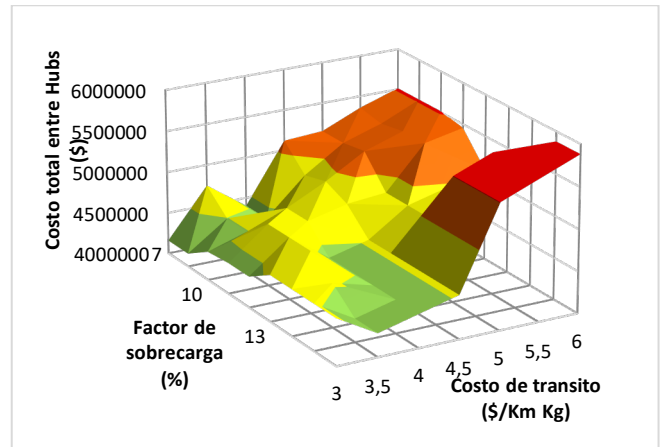


Figura 8. Gráfico de superficie de respuesta del costo entre centros logísticos
Fuente: Los Autores.

5. Análisis de sensibilidad del modelo

Para evaluar la robustez del modelo, se realiza una variación en los parámetros de costo de tránsito y de factor de carga para identificar el impacto que estas variaciones tienen sobre el costo entre centros logísticos, para de esta forma determinar si la respuesta del modelo es lógica ante dichas variaciones. En la Fig. 8 se presenta el comportamiento del modelo con respecto a las variaciones mencionadas, de donde se puede resaltar como regla general, al incrementar los costos de transporte los costos totales se incrementan. Además, se puede observar que en el centro de la gráfica existe un valle que atraviesa transversalmente en un factor de sobrecarga de aproximadamente el 11%, esto indica que independientemente del costo de tránsito, el costo entre centros logísticos tiende a minimizarse para factores de sobrecarga de 11% a 12%; mientras que para valores entre 7% y 9% o de 13% y 15%, el costo total obtenido entre centros logísticos es altamente sensible a variaciones en el costo de tránsito.

En general, de la simulación realizada es posible afirmar que el escenario de solución 3 que se propone, el cual corresponde enteramente al modelo propuesto, permite mejorar el desempeño de los costos de distribución, debido a las reducciones en el número de vehículos usados, los costos de operación y la utilización de los arcos entre centros logísticos.

6. Conclusiones

En este artículo se presentó un modelo matemático que permite optimizar los costos logísticos en empresas de mensajería y paquetería permitiendo incorporar variables de decisión asociadas a la utilización de la infraestructura, la sobrecarga de los vehículos y el envío entre centros logísticos intermedios pertenecientes a la red de distribución. De la literatura científica fue posible establecer que la estrategia Hub and Spoke es la más utilizada para modelizar las redes de transporte de paquetería y mensajería. Sin embargo, esta estrategia hace necesario considerar la asignación adecuada

de clientes a cada uno de las plataformas de consolidación, además de determinar la asignación de otros elementos que propendan por el óptimo uso de los recursos en las rutas que conectan los centros logísticos principales, como es el caso de los vehículos; ya que su utilización e intensidad de movimiento impacta directamente los costos operativos en las empresas de este sector. Lo anterior es posible mediante la aplicación del modelo matemático presentado.

El modelo matemático presentado permite optimizar los costos logísticos asociados al transporte de paquetería y mensajería terrestre, los cuales normalmente, como es el caso del contexto colombiano, utilizan estructuras de red del tipo hub and spoke. Este modelo, mediante la inclusión del factor de sobrecarga y el uso de centros logísticos intermedios, permite obtener economías de escala, logrando así reducciones alrededor del 13% en los costos totales con respecto a una configuración tradicional de una red de paquetería y mensajería. Adicionalmente, al implementar el concepto de p-mediana para la decisión de la ruta entre centros logísticos principales, estos costos se lograron disminuir hasta en un 19.6% en comparación con la misma configuración tradicional.

Como futuras investigaciones y trabajos adicionales, se recomienda ampliar el modelo presentado con componentes de ruteo de vehículos, de forma que se pueda obtener una optimización aún mayor en la red de distribución estudiada. También es posible incluir en el modelo otros factores críticos para el funcionamiento de este sector económico como lo son el dinamismo y la determinación de impactos ambientales, como el caso de la contaminación producto de la generación de gases efecto invernadero, ya que la mayor parte de los procesos de paquetería se realiza en el interior de las ciudades, donde este es un elemento crítico para la calidad de vida de las personas que habitan en las mismas.

Referencias

- [1] Ballou, R., *Logística: administración de la cadena de suministros*, Quinta Ed., Pearson Educación, México, 2004.
- [2] Daganzo, C.F., *Logistics systems analysis*, 4th Ed. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, Berlin, 2005. DOI: 10.1007/3-540-27516-9
- [3] Langevin, A. and Riopel, D., *Logistics systems: design and optimization*. Springer Science & Business Media, Boston, USA, 2005. DOI: 10.1007/b106452
- [4] Lindholm, M. and Behrends, S., Challenges in urban freight transport planning - a review in the Baltic Sea Region. *J. Transp. Geogr.*, 22, pp. 129-136, 2012. DOI: 10.1016/j.jtrangeo.2012.01.001
- [5] Ducret, R., Parcel deliveries and urban logistics: changes and challenges in the courier express and parcel sector in Europe — The French case. *Res. Transp. Bus. Manag.*, 11, pp. 15-22, 2014. DOI: 10.1016/j.rtbm.2014.06.009
- [6] Estrada, M.Á., *Análisis de estrategias eficientes en la logística de distribución de paquetería*, Tesis Dr., Universidad Politécnica de Cataluña, Barcelona, España, 2007.
- [7] Zapata-Cortés, J.A., *Optimización de la distribución de mercancías utilizando un modelo genético multiobjetivo de inventario colaborativo de m proveedores con n clientes*, Tesis Dr., Universidad Nacional de Colombia, Medellín, Colombia, 2016.
- [8] Serna, C.A., *Modelo multi-agente para problemas de recogida y entrega de mercancías con ventanas de tiempo usando un algoritmo memético con relajaciones difusas*, Tesis Dr., Universidad Nacional de Colombia, Medellín, Colombia, 2016.
- [9] Arango-Serna, M.D., Serna-Uran, C.A. and Zapata-Cortes, J.A., Multi-agent system modeling for the coordination of processes of distribution of goods using a memetic algorithm. In: García-Alcaraz, J., Alor-Hernández, G., Maldonado-Macías, A. and Sánchez-Ramírez, C., Eds., *New perspectives on applied industrial tools and techniques*, Springer, 2018, pp. 71-89. DOI: 10.1007/978-3-319-56871-3_4
- [10] Arango-Serna, M.D., Zapata-Cortes, J.A. and Serna-Uran, C.A., Collaborative multiobjective model for urban goods distribution optimization. In: García-Alcaraz, J., Alor-Hernández, G., Maldonado-Macías, A. and Sánchez-Ramírez, C., eds., *New Perspectives on Applied Industrial Tools and Techniques*, Springer, 2018, pp. 47-70. DOI: 10.1007/978-3-319-56871-3_3
- [11] Arango-Serna, M.D., Zapata-Cortés, J.A. and Andres-Romano, C., Metaheuristics for goods distribution. *Proceedings of 2015 International Conference on Industrial Engineering and Systems Management (IESM)*, IEEE Publications. pp.99-107, 2015. DOI: 10.1109/IESM.2015.7380143
- [12] Bettinelli, A., Ceselli, A. and Righini, G., A branch-and-cut-and-price algorithm for the multi-depot heterogeneous vehicle routing problem with time windows. *Transp. Res. Part C Emerg. Technol.*, 19(5), pp. 723-740, 2011. DOI: 10.1016/j.trc.2010.07.008
- [13] Gomez-Marin, C.G., Arango-Serna, C.A. and Serna-Urán, C.A., Modelos logísticos aplicados en la distribución urbana de mercancías. *Rev. EIA*, 14(28), pp. 57-76, 2018. DOI: 10.24050/reia.v14i28.1055
- [14] Lee, J.-H. and Moon, I., A hybrid hub-and-spoke postal logistics network with realistic restrictions: a case study of Korea Post. *Expert Syst. Appl.*, 41(11), pp. 5509-5519, 2014. DOI: 10.1016/j.eswa.2014.02.027
- [15] Yan, S., Lin, J.-R. and Lai, C.-W., The planning and real-time adjustment of courier routing and scheduling under stochastic travel times and demands. *Transp. Res. Part E Logist. Transp. Rev.*, 53, pp. 34-48, 2013. DOI: 10.1016/j.tr.2013.01.011
- [16] Larsen, A., Madsen, O.B.G. and Solomon, M.M., Recent developments in dynamic vehicle routing systems. In: Golden, B., Raghavan, S. and Wasil, E., Eds., *The Vehicle routing problem: latest advances and new challenges*, Springer, 2008, pp. 199-218. DOI: 10.1007/978-0-387-77778-8_9
- [17] Wasner, M. and Zäpfel, G., An integrated multi-depot hub-location vehicle routing model for network planning of parcel service. *Int. J. Prod. Econ.*, 90(3), pp. 403-419, 2004. DOI: 10.1016/j.ijpe.2003.12.002
- [18] Gelareh, S., Nickel, S. and Pisinger, D., Liner shipping hub network design in a competitive environment. *Transp. Res. Part E Logist. Transp. Rev.*, 46(6), pp. 991-1004, 2010. DOI: 10.1016/j.tr.2010.05.005
- [19] Sun, L., Zhao, L. and Hou, J., Optimization of postal express line network under mixed driving pattern of trucks. *Transp. Res. Part E Logist. Transp. Rev.*, 77, pp. 147-169, 2015. DOI: 10.1016/j.tr.2015.01.003
- [20] Sun, L., Wang, H. and Hou, J., Optimization of postal distribution network based on rendezvous with heterogeneous vehicles and capacity constraints. *Procedia Comput. Sci.*, 60, pp. 1347-1356, 2015. DOI: 10.1016/j.procs.2015.08.207
- [21] Ben-Ayed, O., Parcel distribution network design problem. *Oper. Res.*, 13(2), pp. 211-232, 2013. DOI: 10.1007/s12351-011-0118-2
- [22] Baumung, M.N., Gündüz, H.I., Müller, T. and Sebastian, H.-J., Strategic planning of optimal networks for parcel and letter mail. In: Sebastian, H.-J., Kaminsky, P. and Müller, T., Eds., *Quantitative approaches in logistics and supply chain management*, Springer International Publishing, 2015, pp. 81-103. DOI: 10.1007/978-3-319-12856-6_4
- [23] Chen, W., Mes, M. and Schutten, M., Multi-hop driver-parcel matching problem with time windows. *Flex. Serv. Manuf. J.*, 30(3), pp. 517-553, 2018. DOI: 10.1007/s10696-016-9273-3
- [24] Arango-Serna, M.D., Zapata-Cortes, J.A., Serna-Urán, C.A., Gómez, J.A., Gutiérrez, D. and Ruiz, S., *Sistema logístico de carga en Colombia: retos y escenarios futuros*, 1^a Ed. Universidad Nacional de Colombia, Medellín, Colombia, 2018.

S. Ruiz-Moreno, is BSc. Eng in Industrial Engineer from the Universidad Nacional de Colombia, Medellín campus. MSc. in Management Engineering in 2019. She is associate professor at the Universidad de San Buenaventura,

Medellín campus. She belongs to the Research Group on Modeling and Computational Simulation (GIMSC) of the University of San Buenaventura and to the research and development group "GICO" of the Faculty of Mines, Universidad Nacional de Colombian, Medellín campus. Her research areas includes logistics, production systems and business management.
ORCID: 0000-0003-0914-1224

M.D. Arango-Serna, is BSc. Eng in Industrial Engineer in 1991 from the Universidad Autónoma Latinoamericana, Colombia, MSc. in Systems Engineering in 1997 from the Universidad Nacional de Colombia - Medellín campus, PhD. in Industrial Engineering in 2001 from the Polytechnic University of Valencia, Spain. He is a full professor at the Department of Organization Engineering at the Faculty of Mines, Universidad Nacional de Colombia, Medellín Campus. He is senior researcher according to Colciencias classification. Director of the Industrial-Organizational Logistics R +D+I Group "GICO". The topics in which professor Arango-Serna works are related to logistics processes in the supply chain, operations research, plant design, industrial-organizational optimization techniques, among others.
ORCID: 0000-0001-8448-8231

C.A. Serna-Uran, is BSc. Eng in Industrial Industrial Engineer from the Universidad Nacional de Colombia. MSc. in Management Engineering in 2009 and PhD. in Engineering in 2017, from the same university. He is currently associate researcher classified by Minciencias and head of the Quality and Production department of the Instituto Tecnológico Metropolitano (ITM), Medellín, Colombia. Professor Serna-Urán belongs to the quality, metrology and production research group of the Instituto Tecnológico Metropolitano. His research areas includes, among others: Logistics and production systems, expert systems, multiagent systems, programming and diffuse inference and heuristics and metaheuristics design.
ORCID: 0000-0002-1620-8290

J.A. Zapata-Cortes, is BSc. Eng in Chemical Engineer in 2006, MSc. in Management Engineering in 2011 and as PhD. in Engineering - Industry and Organizations, all of them from the Universidad Nacional de Colombia. He currently works as a postgraduate researcher at the CEIPA Business School. junior researcher according to Colciencias classification. His topics of interest are the optimization of transport and inventory networks, information and communication technologies applied to the supply chain and business administration processes, among others.
ORCID: 0000-0002-1270-3577