

EL TEOREMA DE LA POSIBILIDAD DE ARROW: UNA MIRADA DESDE LA TEORÍA DE DISEÑO DE MECANISMOS

EDGARD DAVID SERRANO MOYA*

RESUMEN

La teoría de la elección social (TES) se sitúa en el campo normativo de la moderna teoría económica, y sus desarrollos que van desde Kenneth Arrow (1951) hasta Amartya Sen (1970), entregan un importante punto de reflexión entre la posibilidad de construir mecanismos de elección social partiendo de las elecciones de los individuos, todo un reto de tipo teórico. El propósito central de este documento es mostrar cómo en la literatura relacionada, el Teorema de la posibilidad de Arrow, trabajo seminal en la moderna Teoría de la Elección Social, se puede interpretar en una perspectiva instrumental (desde el manejo de las herramientas que proporciona la matemática en economía) como un caso particular de un problema de implementación por estrategias dominantes, dentro de la perspectiva de los nuevos desarrollos del Diseño de Mecanismos en Economía.

* Profesor asociado Universidad de Caldas. Facultad de Ciencias Jurídicas y Sociales. Estudiante del Doctorado en Economía Universidad Nacional de Colombia. El autor agradece los valiosos aportes de los profesores Sergio Monsalve y Jorge Iván Gonzales para la elaboración del presente documento. El contenido es responsabilidad del autor.

SUMMARY

The social choice theory (SCT) is placed within the normative field of modern economic theory, and its development from Kenneth Arrow (1951) until Amartya Sen (1970), has made an important contribution to the possibility of constructing social choice mechanisms from individual choices, all this being theoretically challenging. This document's main purpose is to show how the literature related to Arrow's theory, a seminal work in modern Social Choice Theory, can be interpreted from an instrumental perspective (in a mathematical economics' sense) such as the specific case of the problem of dominant strategy implementation, within Mechanism Design in Economics.

1. INTRODUCCIÓN

La Teoría de la Elección Social (TES) se preocupa de la relación entre los individuos y la sociedad, en una perspectiva normativa busca mirar como desde lo particular (deseos individuales) se pueden construir decisiones sociales; en palabras de Sen (1987), la TES “en particular trata con la agregación de los intereses individuales, o juicios de valor, o bienestar en la noción agregada de bienestar social”.

Es importante aclarar que el concepto de agregación¹ toma diferentes formas que se acomodan al objeto de lo que va a ser agregado, intereses personales, juicios políticos, la búsqueda de los criterios de agregación de preferencias individuales en sociales van a derivar finalmente en una base para sustentar medidas de bienestar social o decisiones públicas. De esta forma como lo afirma Sen (1970) el objetivo de la TES se centraría en el estudio de “las relaciones entre los objetivos de política social y las preferencias y aspiraciones de los miembros de la sociedad”.

El trabajo de Kenneth Arrow (1951), es el punto de partida de la discusión contemporánea sobre la TES, aunque es preciso comentar que existe una importante tradición anterior que se preocupaba por problemas que se encuentran inscritos dentro de la TES, y que se pueden rastrear desde finales del siglo XVIII, en estos se pueden seguir los pasos de Bentham² (1789) y Condorcet³(1785) para encontrar elementos que han sido base en su desarrollo, Duncan Black (1958) ofrece un interesante recuento de tal evolución.

La pregunta central planteada por Arrow, sobre la elección, se enfocaba en “la forma de construir una ordenación social de todas las situaciones alternativas alcanzables, a partir de un conjunto dado de ordenaciones individuales de dichas situaciones sociales, estando el método de construcción acorde con los juicios de valor de la racionalidad y soberanía de los ciudadanos” (1951,62), esta preocupación fue la piedra angular de su programa de investigación.

La conclusión más relevante del trabajo fue su exposición del Teorema de la Posibilidad⁴ (Arrow (1951)), las implicaciones del teorema que se podrían interpretar en un inicio como “negativas”⁵, dado su resultado, abrieron el camino a nuevas formas para el análisis del comportamiento de la elección en los procesos económicos (Arrow (1995)). Como resultado, el Teorema de la posibilidad entregó las bases formales y epistemológicas para la construcción de un nuevo campo de investigación en la Teoría Económica en la segunda mitad del siglo XX.

Por cerca de dos décadas, el Teorema de la Posibilidad generó una importante controversia teórica en torno a varios aspectos, que fueron modificándose debido a la maduración en la discusión o por simple agotamiento del tema; inicialmente el foco de atención se fijó en la validez de las condi-

ciones que el Teorema debería cumplir; esto se desarrolló en los trabajos de Bergson (1954) y Little (1952). En particular fue bastante destacada la discusión de Arrow con estos autores a quienes se sumaron E.J. Mishan⁶ (1957) y Paul Samuelson (1967); la polémica se dio en torno al resultado de imposibilidad, puesto que para ellos el Teorema de Arrow “nada tenía que hacer en la economía del bienestar Paretiana” (Suzumura (1987,419)), y fácilmente encasillaron a Arrow en la Ciencia Política, resaltando su Teorema de la Posibilidad como una contribución a aspectos de la Política Matemática (Suzumura(1987)).

De otra parte, y en los primeros años de la década del sesenta surgió la preocupación por el concepto de racionalidad colectiva, elemento central en la exposición de Arrow, que fue cuestionado por Tullock y Buchanan en su obra *The Calculus of Consent* (1962); sin embargo, y a pesar de las críticas a Arrow, ellos destacaron la importancia de la formulación de reglas claras para la construcción de un mecanismo de elección social, en una vía diferente a la propuesta en *Elección Social*, en donde el papel del individuo fuese determinante en la elección, pero a través del consenso, en un camino, de todas formas bastante cuestionado, por sustentarse en la idea de votación unánime.

Arrow respondió a estos y otros cuestionamientos en la edición de su obra de 1963, anexando un nuevo capítulo a su trabajo (Notas a la teoría de la elección social), en el cual desde su perspectiva daba una respuesta satisfactoria a las críticas señaladas. Sin embargo, la discusión ya se encontraba establecida.

A finales de los años sesenta e inicios de los setenta los puntos de interés en torno a la elección social y el Teorema de la posibilidad giraron hacia otros focos de interés, destacando entre estos los siguientes⁷:

La corriente centrada en la modificación o relajación de las condiciones impuestas por Arrow a su teorema, en donde existe una gran variedad de trabajos representada por autores como Blau (1957), Murakami (1968), Wilson (1972), Brams (1976), Chichilnisky (1982), Suzumura (1983).

Una línea general de investigación en donde se discuten las condiciones para la transitividad, y se trabaja sobre las llamadas condiciones de restricción de dominio⁸ de la función de bienestar social en donde se destacan los aportes de Sen (1970), Slutsky (1977), Kalai y Muller (1977), Suzumura (1983) y Arrow (1986).

Una corriente preocupada por los mecanismos formales utilizados en el planteamiento y resolución del teorema, que preservando las condiciones del teorema de Arrow, abordó el problema desde la perspectiva de manipulación en los procesos de votación y en la implementación de mecanismos que pudiesen garantizar que los electores revelaran sus verdaderas preferencias en estos procesos, aquí se destacan Farquharson (1961) con un trabajo seminal y posteriormente Hurwicz (1972) en la corriente que desarrolló trabajos que conformarían la teoría de diseño de mecanismos, Gibbard (1973) en los modelos de votación y las estrategias dominantes, Satterthwaite (1975) desde la manipulación de los procesos de votación.

Esta última corriente de análisis es el referente para el trabajo que nos proponemos desarrollar en el presente documento. El **objetivo** central es mostrar cómo en la literatura relacionada, el Teorema de la posibilidad de Arrow se interpreta como un caso particular⁹ de un problema de implementación por estrategias dominantes¹⁰ (Gibbard, 1973 y Satterthwaite, 1975), dentro de la perspectiva de los nuevos desarrollos del Diseño de Mecanismos (Monsalve(1998)).

Por otra parte ver como el presupuesto de conocimiento común, es un supuesto implícito de Arrow en su exposición en Elección Social, donde se observa que los individuos revelan espontáneamente sus preferencias verdaderas sin tener ningún incentivo para falsearlas¹¹, presuponiendo *información completa* por parte de todos los agentes, aspecto que se convierte en fundamental en este análisis, puesto que conduce a suponer que la elección hecha a través de la función de bienestar social de Arrow no ha sido afectada por los intereses particulares de los agentes que eligen; teniendo tal situación consecuencias relevantes frente al resultado de imposibilidad que presenta el teorema.

Es claro que en el objetivo de este trabajo, el interés se centra en los problemas axiomáticos que se relacionan con el teorema de Arrow (1951), y en como la imposibilidad es producto de las reglas de juego definidas por éste, conclusión que se desprende del análisis teórico obtenido a partir de importantes trabajos desarrollados en esa vía durante los años setenta y que serán mencionados en el desarrollo de este documento.

De otra parte, el interés puesto en la axiomática y en los mecanismos formales inherentes al trabajo de Arrow en ningún momento busca ignorar la importancia epistemológica que éste tiene frente al problema de la elección, ni desconoce las implicaciones de su resultado en la discusión frente a la formulación de una Constitución y los elementos que la conforman. Simplemente la inquietud teórica y metodológica permite centrarse en aspectos que no por procedimentalistas se pueden desconocer como importantes en el abordaje teórico de la elección¹², tanto el abordaje procedimentalista como el consecuencialista¹³, son sustanciales a la discusión teórica (Sen, 1987a).

2. UNA FORMULACION DEL TEOREMA DE LA POSIBILIDAD DE ARROW

La literatura posterior a la publicación de Elección social y Valores individuales es bastante amplia, en general las presentaciones dentro de estos trabajos han venido variando entre otros aspectos: la notación, el nivel de formalización, la presentación de los supuestos.

El mismo Arrow lo hizo en diferentes exposiciones del teorema (Arrow (1963,1972,1987)) advirtiendo que esos cambios no presentaban mayores inconvenientes para los propósitos buscados desde un inicio. De otra parte los trabajos posteriores, por lo regular, señalan las posibles modificaciones al modelo original, en nuestro caso la siguiente formulación tiene como base el trabajo de Arrow de 1963, con algunas adecuaciones en la notación matemática¹⁴.

La Función de Bienestar Social de Bergson (1938) $W(u_1, \dots, u_n)$ es un elemento básico en la formulación moderna de los problemas de elección colectiva. W es una función real de todas las variables u_1 a u_n , que pueden alterar el bienestar social, u esta representando las funciones de utilidad de los individuos, W y u son elegidas de modo que identifiquen los valores éticos de la sociedad, el objetivo final de Bergson es definir W , u y las restricciones adecuadas que permitan lograr la maximización de W (Muller, 1984).

El carácter ordinal de la FBS de Bergson que posteriormente es asumida por Samuelson (1948), generó una importante discusión en torno de la ordinalidad, y la necesidad de introducir en el análisis índices de utilidad cardinales y por ende de la utilización de comparaciones interpersonales, que inicialmente Bergson y Samuelson rechazaban dentro del contexto de la corriente teórica neoclásica en el que se

encontraban inscritos, y que no veía procedente el uso de la cardinalización en la teoría económica.

En esta discusión finalmente tanto Bergson (1954) como Samuelson (1967) terminan aceptando la necesidad de índices cardinales y de comparaciones interpersonales, (Muller, 1984). Situación que es rechazada por Arrow desde un inicio, como elemento para la construcción de las preferencias individuales y que reafirmó en 1963 “la función de bienestar social había de depender solamente de los mapas de indiferencia; en otras palabras, los juicios sobre bienestar habían de basarse exclusivamente en la conducta interpersonalmente observable” (Arrow (1963, 110)).

Arrow parte de la FBS planteada por Bergson, pues como lo afirma en Elección Social (1963) es una forma refinada de utilitarismo clásico, que se preocupa por enfrentar el problema de medición de las utilidades de los diferentes individuos sobre la base de los ordenamientos individuales. Bergson en su FBS busca “enunciar de una forma precisa los juicios de valor requeridos para la derivación de las condiciones de bienestar económico” para esto está suponiendo que los valores de los individuos dan lugar a un juicio de valor social, que conduce a un método, que partiendo de los gustos de cada individuo pueda determinar la asignación, en su caso particular, de factores productivos y la distribución de bienes finales (Arrow(1951, 23)).

La FBS de Bergson intenta localizar los valores sociales en los juicios individuales sobre bienestar, ésta se encuentra en el plano de la subjetividad, puesto que configura la FBS con juicios de valor; sin embargo, no propone un método de elección de estos juicios de valor, dejándolos sueltos al arbitrio de un planificador. Por tal razón si se establece un juicio social a partir de la FBS se presenta una inconsistencia,

pues no se dispone de criterios para establecer cuales son estos juicios valorativos.

En este sentido es que Arrow señala que pueden existir tantas funciones de tipo Bergson, como tantos sean los juicios de valor individual. La idea es construir entonces un proceso intersubjetivo (decisiones sociales) donde los valores individuales se hayan convertido en valores sociales, para lo que se precisa introducir los criterios que Bergson elude, es decir, dictar las condiciones normativas que incorporen esos valores individuales y definir con ellos una regla de elección social.

Otro elemento que introduce Arrow para diferenciar su FBS de la de Bergson, es una frontera ambigua entre gustos y valores, que le permite establecer que son los juicios de valor sobre el bienestar los que determinan el proceso de decisión social, estos juicios los sitúa en las acciones emprendidas por la sociedad a través de las reglas de formación de las decisiones sociales, adicionalmente la elección se hará sobre *estados sociales*¹⁵ y no sobre *canastas de bienes*, pero Arrow finalmente no delineara una frontera clara entre ambas situaciones.

La FBS en Arrow se presenta entonces como un ordenamiento de preferencias sociales, es decir una regla para la elección entre alternativas, dado un conjunto de ordenamientos de preferencias. Sin embargo, el grupo de preferencias no es uno en particular¹⁶, sino que la FBS se define para **cada conjunto lógicamente posible de ordenaciones individuales** (familias de preferencias), que permitan obtener una regla universal que, como Arrow lo plantea, sea aplicable a toda comunidad (Arrow(1951)).

Los individuos de Arrow son maximizadores de la utilidad, para lo cual se supone que estos cumplen los postulados

sobre racionalidad individual (Arrow(1987b)), que son suficientes para definir las ordenaciones de preferencia y para predecir que conjunto de bienes elegirá cada individuo, dentro de las opciones a elegir (aquí es donde se establecen los axiomas sobre las preferencias).

De forma análoga, se formulan los postulados sobre la manera en que se hacen las decisiones sociales, se pasa a trabajar sobre las preferencias sociales. Este paso del nivel individual al social implica pasar de definir los postulados de la racionalidad individual a expresar las normas éticas de la comunidad (propiedades de la FBS), en este sentido las condiciones que se espera satisfaga la FBS, que desde la perspectiva de Arrow implican un contenido de tipo normativo. Es allí cuando se va mas allá de la racionalidad instrumental y Arrow se coloca en el terreno de lo ético.

Esto va a diferenciar a Arrow de Bergson de manera sustancial; el asunto traspasara las interpretaciones que posteriormente introdujeron Bergson y Samuelson en el sentido de que la teoría del bienestar económico se podía analizar mediante un perfil fijo de alternativas, relegando a Arrow y su trabajo a los aspectos concernientes a la *política matemática*, en donde para estos autores se trabajaba con aproximación a múltiples perfiles de ordenamientos (Suzumura(1987)).

El plano normativo, que aleja a Arrow de Bergson y Samuelson, lo conducen a plantear que los juicios del bienestar de la sociedad son equivalentes a una constitución.

“En forma específica la constitución es una regla que asocia a cada conjunto posible de ordenamientos de preferencia individuales una regla de elección social. A su vez la regla de elección social es una regla para la selección de

una acción socialmente preferida en cualquier conjunto de alternativas que pueda ser viable” (Arrow (1972,185)).

El análisis que se desarrollará a continuación, no se ocupa de la discusión sobre las condiciones que debe cumplir la Constitución, esta discusión pertenece a un ámbito diferente al de nuestro interés; sin embargo, esto no desconoce su importancia. Para cumplir con nuestro objetivo centraremos el análisis en el resultado de imposibilidad de la FBS, y en el tipo de mecanismo empleado para llegar a éste, asumiendo que las condiciones que cumple la FBS son las propuestas por el propio Arrow.

2.1 Formulación

Sea $I=\{1,2,\dots,i\}$ un conjunto de individuos. **Una regla de elección (FBS)** es una función $f: \Omega P_r(X)$ donde Ω es una familia dada de conjuntos de preferencias de los agentes y $P_r(X)$ el conjunto de preferencias “ \prec ” sobre el conjunto de estados sociales X . Más específicamente Ω es una familia de colecciones $\{(\succ_i)_{i \in I}\}$ de preferencias individuales de la forma $(\succ_1, \dots, \succ_i)$ donde \succ_i es una relación de preferencia estricta del individuo $i \in I$ sobre X . A la tripla (I, X, Ω) se le conoce como **el ambiente**¹⁷.

En Arrow, el rango de las preferencias Ω no se encuentra acotado; esto significa que para él estas serán **todas** las posibles colecciones de preferencias sobre el conjunto de alternativas, como se había recalcado anteriormente sobre la recurrente afirmación del propio Arrow sobre este aspecto¹⁸, que va a tener interesantes consecuencias de tipo formal y analítico, como más adelante se muestra.

Expuestos los elementos que caracterizan la FBS, miremos los axiomas que Arrow coloca a las preferencias y las

condiciones *plausibles*, en el plano normativo que debe cumplir la FBS; condiciones que en su visión reflejarían los valores liberales democráticos aceptados por la sociedad. En este orden de exposición, Arrow (1951) planteó dos axiomas sobre las preferencias sociales $\succ \in \text{Pr}(X)$ que son similares a los utilizados en la teoría del consumidor neoclásica y son la base de la racionalidad de las personas que eligen:

i) el de conectitud o asimetría (**C**) donde para $\succ \in \text{Pr}(X)$ y para todo x e $y \in X$ $x \succ y$ o $y \succ x$, (en otras palabras, no existe en ningún par x e y tales que $x \succ y$ e $y \succ x$); ii) y el de transitividad (**T**), en donde para todo $x, y, z \in X$, $x \succ y$ e $y \succ z$ implica $x \succ z$. Una relación que cumpla las dos propiedades es un orden que permite formar una escala ordinal entre diferentes alternativas.

Para Arrow (1951, 19) "los individuos se comportan racionalmente, con lo cual se quiere decir que las relaciones de orden satisfacen los axiomas i y ii", que son las condiciones esenciales para la maximización de algo (Arrow, 1987b) .

Arrow inicialmente expuso cinco condiciones que debía cumplir la FBS $f(\cdot)$; sin embargo, y como es conocido, en años posteriores él realizó algunas modificaciones¹⁹ a las condiciones sin provocar mayores alteraciones a su exposición, ni afectar su resultado.

Las condiciones expuestas en el trabajo de 1951 se pueden resumir como sigue:

Condición 1²⁰, donde la regla de elección social es definida para todo conjunto lógicamente posible de ordenaciones individuales sobre el conjunto de alternativas, implicando que todos los estados alternativos deben ser capaces de ordenarse. Y será conocida como racionalidad colectiva (U) o

condición de dominio no restringido (Arrow(1972,185)). Su carácter normativo se encuentra en la posibilidad de elegir o de expresarse de las personas.

Condición 2, asociación positiva de los valores individuales y sociales que hará explícita posteriormente como condición de monotonicidad (M). La ordenación social responde de manera positiva a las variaciones de los valores individuales.

Condición 3, independencia respecto de las alternativas irrelevantes, denominada condición I. La idea básica es la de consistencia frente al conjunto de elección, buscando limitar la atención solo a las alternativas alcanzables. Por otra parte no hay lugar para las comparaciones interpersonales de alternativas.

Condición 4, soberanía del ciudadano o no-imposición (N), en donde se expone que la regla no debe ser impuesta. Esta condición está expresando el ideal de que efectivamente las elecciones sociales son determinadas por los deseos individuales.

Condición 5, no-dictadura (D) la constitución no es dictatorial. Es decir que las elecciones sociales no se pueden basar en las preferencias de una sola persona, con lo que se quiere expresar en palabras de Arrow (1987, 126) un mínimo grado de democracia.

La condición 1 va a ser cambiada por una versión más general dada la consistencia requerida para que la condición de no-dictadura (5) se pueda sostener. Arrow explica en el capítulo VIII de Elección Social(1963) que la versión inicial de la condición 1 no permitía que se cumpliera la condición de no-dictadura al estar definida en principio para un

subconjunto de tres alternativas, por eso era necesario definirla para todo el conjunto de alternativas y no para un subconjunto (Arrow(1987)), con esto la condición 5 podía sostenerse en el planteamiento del Teorema, solucionando el problema que Blau había señalado en su trabajo de 1957.

Las condiciones de 2 y 4 de la versión inicial, fueron consideradas por Arrow (1951, 30) como correspondientes a la soberanía del consumidor. Sin embargo, la no inclusión del supuesto de Pareto lo preocupaba, de un lado por las críticas (referidas en la sección uno) que suscitó la exposición de 1951 y de otra parte por la "aceptación universal del principio" (Arrow(1963)). Por tal razón la condición 2 en particular va a ser reemplazada por el principio de Pareto y para preservar la consistencia del enunciado, al ser el principio de Pareto una condición básica, la condición 4 puede ser eliminada, además porque "es obvio que el principio de Pareto implica no-imposición, dado que la elección puede ser hecha por un acuerdo general" (Arrow(1987)).

Las condiciones finales sobre la FBS $f(\cdot)$ se pueden exponer de la siguiente manera:

i) **Racionalidad colectiva (U):** La regla de elección social $f(\cdot)$ debe prescribir una ordenación $= f((\succ_i)_{i \in \Omega})$ sobre los estados sociales X para toda colección de preferencias individuales $((\succ_i)_{i \in \Omega}) \in \Omega$.

ii) **Independencia de Alternativas Irrelevantes (I):** Sean x e y en X . La ordenación social de x e y no varía con los cambios en la serie de ordenaciones hechas por los consumidores en otros estados sociales. Esto es, si (\succ_i) y (\succ'_i) son series de ordenaciones de los consumidores que satisfacen $x \succ_i$ y $x \succ'_i$ y para todo i , entonces la ordenación social de x e y es la misma en las dos situaciones.

iii) **Principio de Pareto (P):** Sea $((\succ_i)_{i \in I}) \in \Omega$. Si $x \succ_i y$ para todo $i \in I$, entonces $x \succ y$ donde $\succ = f((\succ_i)_{i \in I})$. Si a de un individuo no se opone ninguna preferencia contraria de otro individuo, esa preferencia se preserva en la ordenación social.

iv) **Condición de no - dictadura (D):** Sea $((\succ_i)_{i \in I}) \in \Omega$. Ningún individuo j es un dictador, en el sentido de que $x \succ_j y$ implique $x \succ y$ y implique $x \succ_j y$, *sin importar cuáles puedan ser las preferencias de los restantes individuos, donde también $\succ = f((\succ_i)_{i \in I})$.*

Una vez planteadas las condiciones, explicado su significado y desarrollados un conjunto de definiciones, teoremas y demostraciones, que no son del caso tratar en este documento, Arrow llega a la exposición de su conocido teorema, que expresado en nuestros términos plantea:

Teorema 1 (Teorema de la posibilidad-imposibilidad) (Arrow 1951))

Bajo las hipótesis sobre las preferencias sociales C y T es imposible encontrar una FBS $f()$ que satisfaga las condiciones U, I, P, D.

En otras palabras, ninguna regla de elección social puede satisfacer las cuatro condiciones expuestas arriba²¹.

Este resultado genera un importante reto a la teoría económica, tanto en los aspectos formales como en la concepción epistemológica que encierra el problema de la elección social en Arrow, sobre este último aspecto es importante subrayar la importancia de la discusión normativa sobre los elementos que conformarían la Constitución, discusión que como ya se menciono no hace parte de los objetivos del

presente documento, pero que implica un importante campo de reflexión teórica.

De otra parte, el Teorema de la posibilidad se puede interpretar como una barrera teórica a la viabilidad de construir mecanismos, que bajo las condiciones señaladas como aceptables por Arrow permitan proveer proposiciones normativas relevantes para la toma de decisiones de la sociedad. Por esto los diversos intentos de solución al resultado del teorema buscaban, a través de la relajación de las condiciones o de la eliminación de una o varias de estas, lograr una FBS consistente, diversos resultados se han obtenido.

3. EL TEOREMA DE ARROW DESDE LA TEORÍA DEL DISEÑO DE MECANISMOS

El problema propuesto por Arrow en su teorema de la imposibilidad, generó importantes críticas y reflexiones al interior de la teoría económica; estos procesos condujeron a desarrollos teóricos posteriores, que de forma esquemática hemos clasificado en las tres perspectivas mencionadas en la introducción, aquí nos detendremos en el aspecto formal del problema de diseño de mecanismos, enfatizando en algunos de los trabajos que trabajaron el resultado de Arrow desde la perspectiva de la manipulación e implementación tanto de los procesos de votación como de las FBS.

Varios trabajos desarrollados durante la década de los setenta en la perspectiva de la teoría de la implementación muestran las conexiones entre la teoría de juegos²² y la TES. El escenario de este abordaje señala como los procesos de votación son idénticos a las FBS, y como los procesos de votación se pueden modelar como un juego no cooperativo²³, **demonstrando además que las condiciones impuestas a cada uno de los mecanismos se mantienen en el**

proceso, con lo que se garantiza las condiciones para las que fueron diseñados, pero permitiendo en el nuevo entorno ampliar el panorama para el análisis. En el caso particular del trabajo de Arrow, esta situación permite enriquecer la visión sobre el tipo de mecanismo utilizado y sus efectos sobre el resultado obtenido.

3.1 Problemas de información y mecanismos de elección

La implementación de reglas como los métodos de votación, que pueden o no cumplir con la propiedad **C**, los sistemas de doble vuelta, son posibles para adelantar procesos de elección social. Sin embargo, presentan un serio problema: son métodos manipulables pues los agentes tienen incentivos para declarar preferencias que no corresponden con las verdaderas, con el propósito de obtener resultados más cercanos a sus preferencias (se entiende tal situación como un caso particular de Moral Hazard²⁴).

Este problema se presenta de igual manera en Arrow, pues sus requerimientos de información están sustentados en la ordenación expresada por los distintos agentes; para valorar las alternativas x e y , solo se necesita saber cual es la valoración de los individuos respecto a estas dos alternativas y sobre ésta se hace la valoración social, y cuando se toma en cuenta sólo esta información se presentan problemas. En general en ellos se desconocen tres elementos sustanciales frente a los requerimientos de información (Monsalve(1998)): i) las expectativas de los individuos frente a la elección; ii) las expectativas de los individuos frente a la elección de los demás; iii) la información general del individuo. Se deja de lado entonces la posibilidad de que información falsa sea recogida.

Por tal razón se puede considerar, en el sentido que se ha mencionado de supuesto implícito, como un supuesto muy fuerte en el teorema de la posibilidad: la presunción de **conocimiento común** de todos los agentes del medio ambiente (individuos, preferencias y resultados) y la información perfecta, situación que implica que todos los individuos revelan sus verdaderas preferencias.

En TES es clave conocer cuánta información entregan las funciones de utilidad, para establecer el tipo de agregación que es posible implementar en un mecanismo. En este sentido, **es preciso determinar el contenido informativo de las funciones de utilidad**: cuanta más información se proporciona, existe una mayor probabilidad de encontrar mecanismos de elección colectiva; pero cuando se restringe la regla de agregación, como en el caso de Arrow (por los axiomas que deben cumplir las ordenaciones individuales y las condiciones a la FBS, que llevan al supuesto implícito de conocimiento común), la solución es necesariamente el dictador.

En el contexto del análisis presentado se observa para la FBS de Arrow una estructura de información *pobre*, es una estructura similar a la que presentan las soluciones por estrategias dominantes, pues los agentes no tienen restricciones sobre como los otros agentes resuelven su incertidumbre estratégica” (Monsalve(1998)). En ambas situaciones los juicios de valor que se realizan solo utilizan información sobre los valores de los individuos y el ordenamiento social de las preferencias es independiente del modo en que las utilidades de los individuos pueden compararse²⁵, en consecuencia, la información de la función individual de utilidad es del tipo ordinal, y no se puede decir casi nada acerca de las utilidades de los individuos.

Acorde con lo anterior mayores restricciones sobre el mecanismo diseñado restringen el contenido informativo. Los mecanismos «más pobres» en información son los que corresponden a la “implementación en estrategias dominantes”: los individuos no se interesan en cómo se comportan los otros individuos (aspecto ya planteado), o, al menos, esas expectativas no afectan su comportamiento (Monsalve (1998)).

3.2 El mecanismo

El problema del Teorema de la Posibilidad de Arrow, se puede abordar desde el diseño de mecanismos bajo el supuesto de que la FBS (regla de elección) es la deseable en tanto está asociada con cada ordenación \succ_i algún resultado $f(\succ_1, \dots, \succ_n) = X$, resultado que se implementa, lo que se busca es si esta regla se puede implementar de manera verosímil (que los individuos no falseen sus preferencias) (Kreps(1995)) y para esto se aplica el principio de revelación y se utiliza el diseño de mecanismos.

En forma abstracta, un mecanismo es un juego no cooperativo y diremos que el mecanismo (juego) implementa la regla de elección $f(\cdot)$ si sus equilibrios coinciden con lo elegido a través de la regla (Monsalve(1998)). Cuando se expuso el teorema de Arrow, el razonamiento era diseñar una regla de elección social a partir de los ordenamientos individuales transformándolos en las preferencias de la sociedad. Sin embargo, podría pensarse en la posibilidad de manipulación estratégica de las reglas de decisión en un proceso de elección, por ejemplo cuando un individuo elige, falseando sus verdaderas preferencias. La exposición de Gibbard (1973) y Satterthwaite(1975) (**teorema G-S**) es un análisis a este problema, desde una perspectiva que puede parecer diferente, pero que presenta un resultado similar al de Arrow,

y que por lo mismo ha determinado la dirección de la investigación sobre implementación a través de incentivos.

Para Satterthwaite(1989) las preferencias de los agentes se pueden modelar como una función del conjunto de preferencias sociales; sin embargo, las preferencias son información privada y los agentes pueden mentir cuando entregan su información, buscando manipular el proceso de elección en su favor. Arrow en Elección Social reconoce este aspecto, planteando que los agentes tienen incentivos para falsear información; pero no lo considera sustancial en su análisis, como se ha argumentado en la sección anterior. Esto implica una restricción clave en la FBS, que evidencia "pobreza" informativa, lo que permite plantear que el mecanismo es del tipo que se corresponde con la implementación en estrategias dominantes.

Implementar en estrategias dominantes una regla (FBS) $f(\cdot)$ es encontrar un juego g tal que $f((\succ_i)_{i \in I})$ coincida con las estrategias no eliminadas por dominancia del juego $g(\cdot)$, para toda n -tupla de preferencias $((\succ_i)_{i \in I}) \in \Omega$ (Monsalve (1998)). En general un mecanismo de estrategia dominante, es un mecanismo en que todo participante para cualquier valor posible de su información privada, tiene un curso de acción que domina a todos los demás, sin que tenga importancia lo que hagan los demás participantes en el mecanismo.. Este tipo de mecanismo por hacer las hipótesis más sencillas sobre como se comportan los agentes, es la más atractiva forma de implementación.

Las ventajas que presenta la implementación en estrategias dominantes son al menos dos: no se necesita conocer el comportamiento estratégico de los otros individuos y el mecanismo es simple. Sin embargo, no son implementables por dos circunstancias: i) cuando los individuos mienten, es

decir, en la implementación por estrategias dominantes, los agentes se ven obligados a revelar sus verdaderas preferencias lo que implica de por sí una estrategia dominante (aspecto que no es desarrollado por Arrow), y ii) con rangos muy amplios como sucede en el caso de Arrow con todas las preferencias (Kreps (1995)).

Teorema 2 (Principio de Revelación para implementación en Estrategias dominantes)

Si una regla de elección $f(\cdot)$ es implementable en estrategias dominantes entonces los agentes deben revelar verdaderamente sus preferencias \succ_i .

En estas circunstancias, para implementar en estrategias dominantes los agentes deben decir la verdad, o ser obligados a tal situación, lo que en el caso de Arrow se ha presupuesto de forma implícita, como se ha venido reiterando en la exposición.

Teorema 3 (Teorema G-S)

Si el dominio de la regla de elección f es el espacio de **todas** las n -tuplas de preferencia sobre X . Entonces ninguna regla de elección en el que el conjunto X tiene al menos tres resultados diferentes, puede implementarse por medio de un mecanismo en estrategias dominantes, a menos que sea dictatorial; es decir existe algún agente i (dictador) tal que $f(\succ_1, \dots, \succ_i) = \succ_i$.

El teorema G-S establece que ninguna regla de elección con al menos tres resultados sociales distintos puede ser implementada en estrategias dominadas a no ser que sea dictatorial. El elemento clave de este teorema se encuentra en que en situaciones muy generales (cuando se consideran

todas las estrategias de los agentes), no existe manera de implementar reglas de elección social en estrategias dominantes que den como solución una situación diferente a la del dictador, condición no deseada en la solución del Teorema de la Posibilidad. **La generalidad se especifica en el rango de acción de la elección y Arrow establece un dominio muy amplio a la FBS, al incluir todos los ordenes de preferencia posibles**²⁶.

El tercer planteamiento destacado es el teorema de Kalai y Muller (1977). Su propósito es caracterizar los dominios de las preferencias individuales que admiten FBS tipo Arrow. El desarrollo de este trabajo²⁷, que es punto de conexión entre el teorema de G-S y El Teorema de Posibilidad de Arrow, se expone de la siguiente forma:

Teorema 4 (Kalai y Muller (1977))

Para un ambiente dado $[I, X, \Omega]$ una FBS no dictatorial que satisfaga la condición P, puede ser implementada en estrategias dominantes si y sólo si la FBS satisface las condiciones U, P, I.

En otras palabras el resultado del dictador que se da al teorema de la Posibilidad de Arrow es soluble por la vía de las estrategias dominantes, y al ser una regla de este tipo, el teorema de Arrow es, en la práctica, un caso particular del teorema G-S.

Sobre una solución diferente al problema se puede afirmar que poco se puede implementar en estrategias dominantes cuando el dominio de la FBS sea el conjunto de todas las n -tuplas posibles de preferencias sobre el resultado social, pero existen otros ambientes donde los perfiles de preferencias se pueden restringir.

Para estos se pueden diseñar mecanismos que sí se implementan en estrategias dominantes y no son dictatoriales. El de Clarke(1971) y Groves(1973) sobre implementación muestra una función de elección en teoría de bienes públicos, éste mecanismo es quizás el más conocido dentro de la literatura actual (Monsalve (1998)).

4. CONCLUSIONES

El trabajo de Arrow se presenta como un aporte fundamental a la TES. Con su obra abre las compuertas a diferentes enfoques en el desarrollo teórico que ha tenido la elección social pues los efectos de un resultado como el del teorema de la posibilidad, al interior de la teoría económica y su desarrollo, son enormes.

El proceso presentado en este documento se circunscribe a los aspectos formales del Teorema de Arrow, aspectos que se desarrollaron de forma posterior a la publicación de su obra y que después de veinte años interpretan el trabajo de Arrow en un camino que no se había explorado hasta el momento, se aprovecha entonces la ventaja que se obtiene del desarrollo de la Teoría de Juegos inicialmente y el Diseño de Mecanismos unos años después. Estos elementos proporcionados por el avance teórico van a proporcionar al análisis herramientas metodológicas fundamentales, enriqueciendo así las perspectivas teóricas sobre el problema de la Elección Social.

De otra parte, los aspectos centrales de la discusión que se sitúan en el orden epistemológico del problema son de otra esfera de la discusión, en particular enfocados en la discusión sobre las condiciones que la FBS a la Arrow debe cumplir y su pertinencia, esto en la vía de construcción de una Constitución deseable por la sociedad. Otro aspecto que

se desprende de la exposición es el relacionado con la racionalidad, tanto en lo individual como en lo social, discusión que llamo la atención de Buchanan.

Acorde al tema un primer aspecto en la discusión aquí expuesta es el presupuesto implícito de conocimiento común, asumido en el teorema de la posibilidad por parte de Arrow, tiene importantes consecuencias frente al tipo de mecanismo que estaba utilizando en la solución de su problema teórico y de su resultado, los individuos escogen a partir de sus preferencias sin estar influenciados por los otros individuos, las expectativas de preferencias de los otros agentes no influyen sus decisiones, de esta forma existe una estrategia dominante en cada individuo.

Arrow reconoce que los individuos pueden tener incentivos para no revelar sus verdaderas preferencias, lo que implica que estos pueden manipular las decisiones que se tomen a través de una FBS; sin embargo, no desarrollo esto en su trabajo, abriendo campo para un abordaje como el presentado en este documento.

El teorema de G-S permite verificar **desde los aspectos formales** que los mecanismos en estrategias dominantes existen y que el teorema de Arrow por su estructura y la solución del dictador que da por la vía de las estrategias dominantes, es una regla de este tipo, lo que permite plantear que en este sentido es un caso particular del teorema G-S.

El resultado que se desprende de las conclusiones de G-S no es alentador, pues en conjuntos de señales muy grandes (dominio muy rico de preferencias), como en el caso de Arrow, ningún mecanismo es implementable por esta vía.

Un elemento sustancial es tener claro que las implicaciones de los diversos resultados presentados aquí hacen referencia a un marco específico, el del abordaje de un problema en su parte procedimental, aspecto en donde se desarrollan los modelos diseñados. En este sentido no se puede desconocer cómo los aspectos formales pueden acercarnos a ver las equivalencias entre FBS, modelos de votación, y cómo las lecturas pueden ser similares. De hecho esto es lo que sucede con los resultados presentados en el tema referente al mecanismo: el problema de Arrow se circunscribe de manera procedimental a un problema de dominancia, en donde su planteamiento se puede mirar como un caso particular de resolución de cierto juego por estrategias dominantes.

Las alternativas propuestas al problema se han desarrollado en dos caminos, la flexibilización de las condiciones impuestas a la regla de elección, que no se toca en este trabajo, y la implementación por vías diferentes a la de estrategias dominantes. Sin embargo, los resultados obtenidos en esta última no han sido favorables, por lo que se sigue investigando en ello, lo que está relacionado con el avance de la actual teoría de diseño de mecanismos.

BIBLIOGRAFÍA

- ARROW K. (1951), (1963) *Elección social y valores individuales*. Planeta-Agostini. 1994.
- ARROW K. (1978) "El equilibrio económico general: propósito, técnicas analíticas, elección colectiva, En *Los premios Nobel de Economía 1969-1977*. FCE. pp. 155-187.
- ARROW K.(1987) "Arrow's Theorem", En *The New Palgrave A Dictionary of Economics*, vol. 1, A to D, pp. 124-126.
- ARROW K.(1987b) "Economic theory and the hypothesis of rationality". En *The New Palgrave A Dictionary of Economics*, vol. 2, E to pp. 69-74.
- ARROW K. (1995) Kenneth Arrow, Lives of the Laureates. Thirteen Nobel Economist. Breit and Spencer, editors.
- GIBBARD, A. (1973) Manipulation of voting schemes: A general result. *Econometrica* 41, 587-601.

- KALAI, E. MULLER, E. (1977) Characterization of domains admitting non-dictatorial social welfare functions and non manipulable voting procedures. *Journal of Economic Theory*. 16, 211-26.
- KREPS, D. (1995) *Curso de Teoría Microeconómica*. Mc Graw Hill.
- MAS-COLLEL A., Et.al.(1995) *Microeconomic Theory*. Oxford.
- MULLER, D.,(1984). Elección pública. Alianza editorial.
- MONSALVE,S.(1998) Implementación, Elección Social y Teoría de Juegos. Mimeo.
- RUBINSTEIN, A. (1998). *Modeling Bounded Rationality*. MIT.
- SALCEDO D.(1994) Elección social y desigualdad económica. *Anthropos*.
- SATTERTHWAITE, M.(1975) Strategy-Proofness and Arrow's Conditions:Existence a Correspondence Theorems for Voting Procedures and Social Welfare Functions. *Journal of Economics Theory* 10, 187-217.
- SATTERTHWAITE, M.(1989) Strategy-Proof Allocation Mechanisms. En: *Game Theory*. En *The New Palgrave A Dictionary of Economics*, Norton.
- SEN Amartya., (1970). *Collective Choice and Social Welfare*, New York: John Willey .
- SEN A. (1977). Social choice theory: A re-examination. *Econometrica* 45, 52-64.
- SEN A. (1987). "Social Choice". En *The New Palgrave A Dictionary of Economics*, vol. 4, Q to Z, pp. 382-390.
- Sen, A. (1987a). *On Ethics and Economics*. Blackwell.
- SEN A.(1997) Bienestar, Justicia y Mercado. *Pensamiento contemporaneo* 48. Paidós.
- SUZUMURA K. (1987). "Social Welfare Function". En *The New Palgrave A Dictionary of Economics*, vol. 4, Q to Z, pp. 418-420.
- SHUBIK M.(1982). *Game Theory in the Social Sciences- Concepts and Solutions*. MIT (1995).
- VARIAN H. (1992) *Análisis Microeconómico*. Antoni Bosh.
- VILLAR.(1992) *Curso de microeconomía avanzada. Un enfoque de equilibrio general*. Antoni Bosch.
- WILSON, R.(1972). The Game-Theoretic Structure of Arrow's General Possibility Theorem. *Journal of Economic Theory* 5, 14-20.

NOTAS

- 1 La idea de agregación no se puede entender como una suma de utilidades individuales, el concepto es más amplio y las posibilidades matemáticas de construcción de una estructura agregativa van más allá de la simple adición, aquí se encuentran los siguientes problemas: decisiones de comité, juicios de bienestar social, indicadores normativos (Sen, 1977) en donde como requerimiento básico se busca la consistencia, allí entran a jugar condiciones de la moderna teoría del consumidor (transitividad, completitud, reflexividad) pensando en la manera de ordenar las preferencias de quienes están participando en los procesos.
- 2 En sus estudios relacionados con el bienestar personal.
- 3 Con la construcción de métodos electorales.
- 4 Conocido también como Teorema de la Imposibilidad.

- 5 Este resultado se puede considerar un obstáculo teórico a la construcción de un mecanismo de elección que implicara realmente las preferencias individuales y se manifestara socialmente como producto de la agregación de esos intereses individuales.
- 6 Arrow (1963, 108) plantea que en una separación entre teoría del bienestar y elección social, la primera se enfocaría en el estudio de las implicaciones paretianas, por lo que según él esto justifica su exclusión de ese campo de análisis por parte de Mishan.
- 7 Siguiendo a Sen (1987) se realizó esta agrupación, destacando en cada grupo un interés por un problema particular.
- 8 Desde la formulación de su trabajo Arrow había considerado una solución al teorema a través de una restricción a las preferencias llamada "single peaked preferences", donde las alternativas pueden ser ordenadas en una fila por intensidad y donde la preferencia tiene un solo pico. Trabajos posteriores en la misma vía, relacionan las condiciones de dominio con el método de decisión mayoritaria o para otro tipo de reglas de votación. Lo clave es que las restricciones impuestas en los ordenamientos se satisfagan de lo contrario no se producen una solución en los problemas de votación.
- 9 Es un caso particular en tanto hace parte de un problema más amplio, el problema de diseñar cualquier tipo de mecanismo para cualquier situación.
- 10 Cuando nos referimos a estrategias dominantes se hace referencia al concepto desarrollado en teoría de juegos en donde una estrategia dada es una estrategia dominante si es estrictamente la mejor respuesta de un jugador a cualquier estrategia que hayan podido elegir los otros jugadores, en el sentido de que de que cualquiera que sean las estrategias que elijan, el pago de él es el más alto.
- 11 Para ampliar el marco de referencia frente al problema de revelación de preferencias verdaderas y no-manipulación ver Satterthwaite (1989), el supuesto de conocimiento común que implica poder aceptar que se conoce toda la información sobre los agentes se puede estudiar en Arrow (1987) y Rubenstein (1998) entre otros.
- 12 Es importante recalcar que el interés de la elección surge por la preocupación de Arrow en los problemas de la votación, y en particular de lo que en un principio él creyó que era su hallazgo seminal, la paradoja de la votación, que posteriormente reconocerá como un error en su rigor investigativo (Arrow, 1995), al darse cuenta que este era un hallazgo de fines del siglo XVIII, debido al Marques de Condorcet.
- 13 Discusión planteada por Sen, en donde se argumenta que el procedimiento no es la esencia de los problemas teóricos, y que son las consecuencias de los abordajes mucho más importantes en los procesos de investigación; pero no por esto, afirma el mismo Sen, lo procedimental deja de ser relevante.
- 14 Si el cambio frente al texto original se muestra como relevante, se señalará oportunamente.
- 15 Un estado social "sería una descripción completa de las cantidades de cada tipo de mercancías en las manos de cada individuo... De esto se asume que cada individuo tiene en la comunidad un orden definitivo de todos los estados sociales concebibles, en términos de su deseabilidad" (Arrow, 1951, 17)
- 16 Para Arrow se requiere eliminar la posibilidad de todo conocimiento anterior de los gustos individuales para evitar que estos influyan en la decisión del individuo, ésta es una de las razones por las que va a definir la FBS para todo el conjunto de ordenamientos posibles (Arrow, 1951, 12).

- 17 El ambiente consiste de: un número finito de agentes que se ha definido por I , en donde $I \geq 2$, un conjunto de resultados posibles $Pr(X)$ y un conjunto de perfiles de preferencia Ω . En Arrow los estados del Mundo o estados sociales se encuentran dentro del ambiente, y se han identificado con X . Arrow en su notación denomina S al ambiente, el conjunto de alternativas posibles, que es análogo al descrito en nuestra formulación donde Ω es $C(S)$ alternativas elegidas en S y R .
- 18 El dominio de la definición de la regla de elección social tiene que consistir en todas las series imaginables de preferencias individuales (ver Arrow 1951, 12, 24, 96).
- 19 Entre la publicación de la obra de Arrow y la revisión de 1963, surgen toda una serie de trabajos críticos sobre su obra, que serán claves en posteriores referencias al texto original. Es de destacar que en el caso particular de Arrow este sostiene que tales cambios no son decisivos frente a su argumentación inicial, y expresa que los cambios introducidos entregan más claridad a su exposición (Arrow, 1963 y 1987).
- 20 La condición 1 original, presenta problemas que Arrow (1963, 96 y 102) reconoce frente a la consistencia de las condiciones 2 y 4 y que fue explicada por Blau (1957), finalmente decide modificarla, para salir del problema.
- 21 La prueba del teorema parte de la condición U, lo que hace posible cualquier conjunto posible de preferencias. Cuando no aparece una alternativa que sea unánimemente preferida, entra a intervenir un procedimiento en el sentido de Pareto. La condición I lleva en la prueba a escoger 2 alternativas cualquiera, entre 2 alternativas se puede decidir sin problema pero cuando son tres se produce el ciclo de transitividad, pues además el axioma ii implica esto, y como el proceso no puede quedar indeciso solo queda el Dictador, violando entonces la condición D, de no-dictadura (Muller(1984)).
- 22 Mencionamos de manera esquemática el trabajo de Robert Wilson(1971) que señaló el camino para conectar el trabajo de Arrow con la teoría de juegos, este básicamente demuestra que la intransitividad de la preferencia social de la FBS y la relación de dominancia **se presentan como equivalentes** en un proceso de votación que se modela como un juego cooperativo. Tal situación permite reiterar que una FBS opera de forma idéntica a un proceso de votación, y estos dos procesos se catalogan como reglas de elección que pueden ser implementadas a través del diseño de mecanismos.
- 23 Es importante comentar que la racionalidad contenida en el trabajo de Arrow es la misma que presenta la teoría de juegos en general y en particular la teoría de juegos no cooperativos, la racionalidad es la maximización de la utilidad del individuo que elige, en Arrow se desprende del cumplimiento de los axiomas i y ii, como ya se había mencionado, en la teoría económica el hombre racional conoce el problema, tiene claridad sobre las preferencias y una habilidad para optimizar, debe entonces cumplir las condiciones de consistencia **C** y de transitividad **T**; la condición **C es conocida como Independencia de alternativas Irrelevantes** (Rubenstein,1998) que está presente en los planteamientos de diseño de mecanismos que se desarrollan a continuación. Arrow establece la condición C para los ordenamientos a nivel de los individuos y para la FBS, es un requerimiento tanto a nivel individual como social. Pero se presta para confusión cuando se le maneja con dos nombres distintos.
- 24 Los problemas de Moral Hazard se encuentran relacionados con problemas de información, este se da cuando las decisiones que toman los agentes no se pueden observar ni tampoco su estado del mundo, la información es endógena solo la conoce el agente, lo que hace que su acción no sea predecible.
- 25 El trabajo de Arrow no daba espacio a las comparaciones interpersonales de la información de utilidad, y en realidad tomaba la información de la utilidad en la forma de clasificaciones de utilidad ordinal no comparable, posición dominante en la teoría del Bienestar de la época.

- 26 Arrow expone esto en Elección Social de la siguiente manera: "el individuo que realiza la elección considera sucesivamente todos los pares posibles de alternativas."
- 27 El teorema **se puede resumir en los siguientes aspectos**: existen funciones para dominios dados en donde al menos éstas son independientes del número de personas que allí intervienen. De esta manera el concepto de dominio puede ser definido independientemente del número de individuos en la sociedad. La exposición consta de tres teoremas planteados de la siguiente manera: (I) **Independencia** de n en donde se afirma: Para $n \geq 2$ existe una FBS de n -personas sobre Ω si y sólo si existe una FBS no dictatorial de dos personas sobre Ω . **Probando** este teorema los autores pasan (II) La caracterización de los dominios de preferencia no dictatoriales, en donde el conjunto de preferencias $\Omega \subset \Sigma$ es no dictatorial si existe una FBS de n -personas sobre Ω . Aquí lo que se quiere en palabras de K-M "es caracterizar todos las familias de preferencias no dictatoriales". El punto clave aquí es demostrar que Ω es descomponible y esto es así si existe un conjunto R con $TR \cdot R \cdot T$, que es cerrada bajo implicaciones de decisión. Luego el teorema (II) se plantea como que Ω es no dictatorial si y solo si esta es descomponible. Por último (III) Para n como un entero, $n \geq 2$ las siguientes afirmaciones son equivalentes para cada $\Omega \subset \Sigma$: 1) Ω admite un procedimiento de votación de n -personas no dictatorial ni manipulable. 2) Ω admite una FBS de n -personas no dictatorial. 3)