

# LA COMPATIBILIDAD ENTRE EL CRECIMIENTO ECONÓMICO Y EL MEDIO AMBIENTE: DOS PROPUESTAS DESDE LA ECONOMÍA

Francisco Correa Restrepo\*\*

## RESUMEN:

*El medio ambiente ha tenido un creciente interés desde 1972, cuando se celebró en Estocolmo la Conferencia de las Naciones Unidas sobre el Medio Ambiente. A partir de entonces, las políticas públicas orientadas a integrar el medio ambiente en los planes de desarrollo y en los procesos de adopción de decisiones en el plano nacional han sido aún insuficientes. Aunque se ha avanzado algo a nivel científico y técnico, el deterioro del medio ambiente se ha ido agravando. Es así como hoy existe una mayor preocupación por los posibles efectos negativos del agotamiento del ozono, del calentamiento de la Tierra y la degradación de los bosques. En este sentido, este artículo tiene como objetivo central exponer dos modelos de crecimiento económico que intentan reconciliar el crecimiento de la actividad económica con el concepto de desarrollo sostenible a partir de la consideración del desarrollo de tecnologías limpias y de la adopción de niveles sostenibles de consumo por parte de las sociedades.*

---

\* Fecha de recepción: Abril 8 de 2003. Fecha de aprobación: junio 10 de 2003.

\*\* Profesor auxiliar de la Universidad de Medellín.

**Palabras clave:** *Crecimiento económico, desarrollo tecnológico, consumo de subsistencia, desarrollo sostenible, bienestar, contaminación, recursos naturales.*

### **ABSTRACT:**

*The environment has had an increasing interest from 1972, when the Conference of the United Nations on the Environment was celebrated in Stockholm. From then, the public policies oriented to integrate the environment in the development plans and the processes of a doption of decisions in the national plans have been still insufficient. Although something at scientific level and technical has advanced, the deterioration of the environment has been worsened. Thus, today it exists a greater preoccupation for the possible negative effects of the exhaustion of ozone, the heating of the Earth and the degradation of the forests. In this sense, this paper it has like central objective expose two models of economic growth that try to reconcile the growth of the economic activity with the concept of sustainable development from the consideration of the development of clean technologies and the adoption of sustainable levels of consumption of the societies.*

**Key words:** *Economic growth, technological development, subsistence consumption, sustainable development, welfare, pollution, natural resources.*

## **INTRODUCCIÓN**

El medio ambiente se convirtió en una cuestión de importancia internacional en 1972, cuando se celebró en Estocolmo la Conferencia de las Naciones Unidas sobre el Medio Ambiente. En los años subsiguientes, las actividades encaminadas a integrar el medio ambiente en los planes de desarrollo y en los procesos de adopción de decisiones en el plano nacional no llegaron muy lejos. Aunque se avanzó algo respecto de cuestiones científicas y técnicas, se siguió soslayando la cuestión del medio ambiente en el plano político y se fueron agravando, entre otros problemas ambientales, el agotamiento del ozono, el calentamiento de la Tierra y la degradación de los bosques.

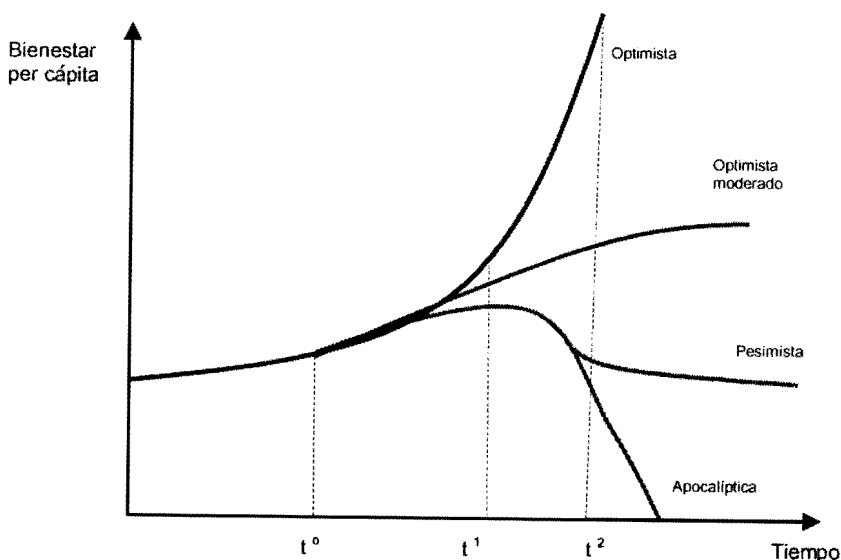
Cuando las Naciones Unidas establecieron la Comisión Mundial sobre el Medio Ambiente y el Desarrollo en 1983, era evidente que la protección del medio ambiente iba a convertirse en una cuestión de supervivencia para todos. La Comisión presidida por Gro Harlem Brundtland (Noruega) llegó a la conclusión de que para satisfacer “las necesidades del presente sin comprometer la capacidad de las futuras generaciones para satisfacer las propias” la protección del medio ambiente y el crecimiento económico habrían de abordarse como una sola cuestión. La afirmación anterior es el primer acercamiento al concepto más “general” de *desarrollo sostenible*.

Sin embargo, la relación entre crecimiento económico y medio ambiente ha sido polémica durante mucho tiempo, por los diversos planteamientos existentes en torno a tal relación. Algunos economistas y muchos científicos no economistas han argumentado que un incremento del Producto Interno Bruto (PIB) dañará el ambiente natural sin duda alguna. De hecho, durante las últimas décadas el crecimiento económico se ha dado gracias a un incremento en el uso de energía y a una mayor utilización de los recursos naturales. Otros economistas han sostenido que la economía puede crecer por siempre sin dañar la calidad del medio ambiente. En este sentido, tanto el progreso técnico como los niveles de consumo sostenibles son considerados como factores críticos para la reconciliación entre crecimiento y medio ambiente. Así, este trabajo tiene como objetivo central exponer dos modelos que intentan adoptar los conceptos de desarrollo sostenible. De esta manera, la primera parte establece el referente analítico en torno a las diferentes visiones que se tienen hoy sobre la evolución futura del bienestar de la sociedad. Por su parte, la segunda sección expone un modelo de crecimiento económico basado en la asignación intertemporal de los recursos renovables a partir del concepto de nivel de consumo de subsistencia. De otro lado, la tercera parte muestra un modelo que trata de reconciliar el crecimiento económico y el medio ambiente, por medio de la incorporación de la contaminación como una variable endógena y planteando la posibilidad del descubrimiento de una tecnología que elimine la contaminación. Por último, la cuarta sección, a modo de conclusiones, registra las implicaciones de cada uno de los modelos revisados.

# 1. PREVISIONES DE LA EVOLUCIÓN FUTURA DEL BIENESTAR DE LA SOCIEDAD

Para tener una aproximación de la relación entre el concepto de sostenibilidad y el de crecimiento económico desde la perspectiva de la economía, se establecerán algunas consideraciones acerca de los posibles escenarios futuros del bienestar de la sociedad en el largo plazo. Los economistas se plantean cuatro tendencias futuras, a saber:

**Figura 1**  
**Tendencias futuras sobre el bienestar**



TIETENBERG, Tom, *Environmental and Natural Resource Economics*. New York: Harper Collins Publishers, third edition, 1992.

Inicialmente, la tendencia **optimista** representa una dirección de crecimiento exponencial continuo en la cual el futuro es una simple repetición de lo que ha sucedido en el pasado. En este panorama no sólo los niveles de bienestar son sostenibles sino que el crecimiento gradual del bienestar social también lo es. Aquí, la preocupación de la sociedad por la justicia intergeneracional

puede llevar a favorecer a las generaciones actuales, ya que éstos pueden ser los más pobres, haciendo innecesaria la preocupación por las generaciones futuras (Correa y Rendón, 2001).

Por su parte, la tendencia de **optimismo moderado** plantea que en el mediano plazo se produce una breve disminución en el crecimiento de los niveles de bienestar de los individuos, culminando en un estado fijo —*estado estacionario*—, donde el crecimiento económico termina siendo nulo. En este contexto, Correa y Rendón (2001) afirman que el nivel de bienestar de cada generación es al menos igual a los niveles de bienestar de la generación que le antecede. Así, en esta perspectiva se plantea que los niveles actuales de bienestar son sostenibles aunque las tasas de crecimiento pueden no serlo. Ahora, dado que el nivel de cada generación es sostenible, no ser necesario establecer restricciones sobre el proceso económico. Si se restringiera el crecimiento económico, a pesar de que cada vez es menos sostenible, este proceso podría perjudicar a las generaciones futuras<sup>1</sup>.

De otro lado, la tendencia **pesimista** muestra una perspectiva donde se pronostica un crecimiento exponencial en el corto plazo en los niveles de bienestar, para luego pasar a un estado estacionario. Sin embargo, según este escenario, las generaciones siguientes siempre estarán en peores condiciones que la generación actual. Este tipo de escenario fue anticipado por la corriente de Meadows y otros economistas. En este panorama, ningún nivel de bienestar, así como ninguna tasa de crecimiento, es sostenible sobre los niveles actuales del crecimiento económico. En esta situación, el criterio de bienestar es invocado para obtener una transición más rápida hacia niveles de bienestar que puedan ser sostenibles en el largo plazo. Para algunos economistas, esta visión es la que se vive hoy, pues en el mediano plazo se agotarán muchos de los recursos naturales.

Por último, en la tendencia **apocalíptica** se niega la existencia de un nivel *per cápita* de bienestar sostenible. Esta visión sugiere que el único nivel de crecimiento válido para garantizar el desarrollo sostenible es tener una tasa de crecimiento igual a cero. En este escenario el consumo exacerbado de la generación actual simplemente apresura el final de la civilización. Así, esta es una perspectiva apocalíptica sobre el colapso total del planeta.

Para Correa y Rendón (2001), desde el punto de vista de la economía, la línea apocalíptica debe descartarse, pues niega cualquier aumento de la riqueza material del planeta desde la perspectiva de la sustentabilidad del mismo. Por otro lado, la tendencia pesimista es eliminada por la ortodoxia económica, ya que no es posible lograr desarrollo y bienestar social sin crecimiento económico. Por su parte, la visión optimista moderada alimenta la discusión de si el nivel de bienestar de las generaciones futuras puede verse incrementado o disminuido por las acciones de las generaciones presentes. Si realmente ocurre así, el criterio de sostenibilidad debería considerar esas premisas, ya que si ello sucede, las generaciones futuras se verán irremediabilmente empobrecidas en la medida que no se tengan en cuenta sus niveles de bienestar por parte de las generaciones presentes. En cuanto a la tendencia optimista, es claro que, dado los niveles de información actuales sobre el estado de los recursos naturales y ambientales, no puede ser realista dicha tendencia pues la menor disponibilidad de recursos limita el crecimiento económico y con ello el incremento en los niveles de bienestar social.

Como las acciones del hombre hoy pueden reducir los niveles de bienestar mañana, se plantean varios interrogantes sobre el desarrollo sostenible. Si se parte del supuesto "lograr niveles de bienestar sostenibles hoy es factible", la pregunta central es: ¿puede el sistema económico actual, por sí sólo, elegir la senda de crecimiento económico que produzca esos niveles sostenibles o si puede, más bien, elegir una senda que fortalezca a las generaciones actuales en detrimento de las generaciones futuras? (Correa y Rendón, 2001).

En la literatura de la economía ambiental hay consenso en el sentido de que los modelos planteados por los economistas se basan en la tendencia optimista moderada, la cual abarca de manera clara el criterio de desarrollo sostenible. A continuación, se describen dos modelos económicos que intentan adoptar los conceptos de desarrollo sostenible. El primero de ellos plantea la esencia de la asignación intertemporal de los recursos renovables. El segundo modelo trata de reconciliar el crecimiento económico y el medio ambiente, a partir de la incorporación de la contaminación como una variable endógena y planteando la posibilidad del descubrimiento de una tecnología que elimine la contaminación.

## 2. DESARROLLO SOSTENIBLE Y LA ASIGNACIÓN DE RECURSOS RENOVABLES: EL MODELO DE PEZZEY<sup>2</sup>

### 2.1. Preliminares

El siguiente modelo se conoce como un *modelo de consumo de subsistencia*. Como tal, el modelo es pertinente para un escenario de sostenibilidad en una economía pobre, donde la población está creciendo y el producto —esencialmente oferta de alimentos— depende enteramente de un sola fuente renovable, “Maíz”. Así mismo, se asume que el consumo per cápita está cercano a algún nivel mínimo de subsistencia  $C_m$ . Adicionalmente, el modelo no involucra problemas ambientales de propiedad común que lleven a una asignación de no optimalidad.

### 2.2. El modelo

En este modelo la población,  $N$ , crece exponencialmente a una tasa constante exógena  $\lambda$  y es sostenida por el cultivo de un sólo recurso natural renovable  $S$ . Aquí, el capital, el trabajo y los recursos naturales no renovables no se tienen en cuenta. Hay un nivel mínimo de consumo de subsistencia  $C_m$ , por debajo del cual la vida no es posible, y la función de utilidad es puramente materialista (Pezzey, 1992):

$U = (c - c_m)^\nu$ , donde  $c_m > 0$ , y  $0 < \nu < 1$  (esto asegura el supuesto de la utilidad marginal decreciente del consumo). Además,  $\nu$  es la elasticidad de la utilidad con respecto al consumo.

El recurso natural renovable no tiene valor de disfrute público. Adicionalmente, el stock del recurso  $S$  crece naturalmente a una tasa exponencial  $\rho$ , pero también es consumido por la gente a una tasa  $C$ , sin progresos técnicos en el proceso de consumo:

$$\dot{Z} = \rho S - C \quad , \quad \frac{\dot{Z}}{S} = \rho - \frac{C}{S}$$

Ya que el recurso tiene un valor por productividad, se asumirá la propiedad privada de recurso para evitar cualquier nivel sub

óptimo causado por el acceso abierto al recurso. Convirtiendo a valores per cápita el stock del recurso y el consumo, se tiene:

$s = S/N$  y  $c = C/N$ , luego

$\dot{Z}/S = \dot{z}/S + \dot{N}/N = (\dot{z}/s) + \lambda$ , y  $C/S = c/s$  (con un stock inicial del recurso renovable  $s(0) = s_0$ )

$$\therefore \dot{z}/s + \lambda = \rho - c/s$$

$$\therefore \dot{z} = +(\rho - \lambda)s - c, \text{ con } \rho, \lambda > 0.$$

Ahora, la función de utilidad utilizada para el proceso de maximización es la siguiente:

$$\int_0^{\infty} U[c(t)]e^{-\delta t} dt$$

Esta función expresa la utilidad descontada (y no ponderada) de las diferentes generaciones en el tiempo.

A continuación, se expone el proceso de maximización de esta función de utilidad, sujeta a las restricciones anotadas anteriormente. Dicho proceso se puede expresar mediante la siguiente ecuación diferencial para el stock óptimo del recurso natural renovable en el tiempo  $s(t)$ :

$$(1 - \nu)\partial + [\delta - \gamma(2 - \nu)] \dot{z} + \gamma(\gamma - \delta)s = (\gamma - \delta)C_m \text{ donde } \gamma = \rho - \lambda$$

Donde  $\partial$  representa la primera derivada de  $\dot{z}$

La ecuación anterior es lineal con soluciones para variables per cápita:

Stock del recurso natural renovable:  $S^*(t) = c_m/\gamma + (s_0 - c_m/\gamma)e^{\eta t}$

Donde  $\eta = (\rho - \lambda - \delta)/(1 - \nu)$

Consumo:  $c^*(t) = c_m + (\gamma - \eta)(s_0 - c_m/\gamma)e^{\eta t}$

Utilidad:  $u^*(t) = [(\gamma - \eta)(s_0 - c_m/\gamma)e^{\eta t}]^\nu$

Puede mostrarse que se debe cumplir que  $\gamma > \eta > 0$  para que haya convergencia de la integral de la utilidad, para asegurar que



$\gamma - \eta > 0$ . Así, para el crecimiento sostenible del consumo y la utilidad se necesita que:

$$\eta > 0 \Rightarrow \rho > \lambda + \delta \quad \text{y} \quad s_0 > c_m / \gamma$$

Si  $\eta < 0$ ,  $c$  se aproxima a  $c_m$  con el tiempo, en otras palabras, la sociedad (demasiado impaciente) está disminuyendo su consumo hasta niveles de subsistencia. La tasa de descuento social  $\delta$  es alta para permitir un crecimiento sostenible para la base de los recursos naturales. Por el contrario, si  $\eta > 0$  pero  $s_0 < c_m / \gamma$ , el consumo disminuye dramáticamente hasta llegar a cero en un tiempo finito. Ahora, esto puede suceder en la situación en que el stock inicial del recurso natural renovable sea demasiado pequeño para la población que se alimenta del flujo del recurso natural, de modo que la gente se ve forzada a consumir el capital del recurso con consecuencias desastrosas.

### 2.3. Maximización de la utilidad descontada y ponderada por los niveles de población futura

Según Pezzey, se pueden ponderar los niveles de utilidad per cápita futuros por número de personas vivas en cada generación, por lo que el problema de maximización sería:

$$\int_0^{\infty} U[c(t)]e^{-(\delta-\lambda)t} dt$$

Ahora, con un simple reemplazo de  $\delta$  por  $(\delta - \lambda)$  en la función anterior se obtiene:

$$\eta' = (\rho - \delta)/(1 - \nu)$$

Así, el crecimiento sostenible requiere que  $\eta' > 0 \rightarrow \rho > \delta$ , que es una condición menos rigurosa que la presentada en la situación de una función de utilidad descontada sin ponderaciones, y  $s_0 > c_m / \gamma$  que es la misma condición de antes.

Hasta ahora se habían abordado situaciones donde se involucra el desarrollo sostenible y asignaciones de recursos agotables. Ahora, cuando la situación que se enfrenta es si el desarrollo sostenible es compatible con la asignación de recursos renovables, el dilema no varía mucho. El modelo planteado por

Pezzey (1992) muestra que la sostenibilidad es posible (logrando *ex ante* la asignación eficiente) sólo si se cumplen dos condiciones:

- 1) La tasa de crecimiento del recurso renovable excede a la suma de la tasa de descuento y la tasa de crecimiento de la población, es decir si  $\rho > \lambda + \delta$ .
- 2) La oferta inicial de alimentos es suficiente para que exista la población, matemáticamente se expresa  $s_0 > c_m / \gamma$ .

La primera condición es posible sujeta a que la actual estabilización del crecimiento de la población en países industrializados ocurra igualmente en los países en vía de desarrollo y en los países pobres. Lo anterior es válido porque hay, en la actualidad, muchos países en vía de desarrollo que aún no logran controlar de manera eficaz la tendencia del alto crecimiento de su población. Igualmente, si bien la tasa de renovación de los recursos naturales es relativamente rápida también es cierto que las tasas de explotación de dichos recursos crecen a tasas alarmantes debido a que existen tasas de descuento positivas que representan el costo de oportunidad de las asignaciones tanto de recursos naturales como de capital en el tiempo, expresando la preferencia por el consumo presente en detrimento del consumo futuro. Para que esta condición se cumpla se tendrían que gestar políticas radicales de estabilización de la población, de modo que sean efectivas en el control del crecimiento de la población, además de establecer ponderaciones que reflejen las preferencias por consumo de las generaciones futuras, expresadas en una tasa de descuento más baja. Frente a la segunda condición, no hay dudas de que ésta puede cumplirse, y que si en algún momento esa oferta es insuficiente, las causas son de índole redistributivo y político y no de falta de oferta de recursos naturales.

Por último, esta propuesta plantea que para lograr asignaciones eficientes compatibles con los objetivos de desarrollo sostenible debe garantizarse que se efectuarán transferencias desde las generaciones actuales hacia las generaciones futuras bajo la forma de una compensación monetaria, por la acción actual de agotar los recursos que las generaciones futuras requerirán para satisfacer algunas de sus necesidades.

### 3. CRECIMIENTO ECONÓMICO ENDÓGENO Y LA POSIBILIDAD DE ELIMINACIÓN DE LA CONTAMINACIÓN

#### 3.1. Antecedentes

El desarrollo tecnológico ha permitido grandes adelantos en áreas relacionadas con el medio ambiente. Es así como, respondiendo a la amenaza futura del agotamiento de la capa de ozono, el protocolo de Montreal condujo a un acuerdo en 1990 para retirar los ClorofluoroCarbonados (CFC's) en los países industrializados en el año 2002, y a nivel mundial en el año 2010. El Banco Mundial (1992) ha considerado, a su vez, un escenario que incluye la adopción de tecnologías limpias. Este escenario señala, por ejemplo, la eliminación de emisiones de plomo de los vehículos para el año 2015. Los ejemplos anteriores, según Balcao Reis (2001), justifican la esperanza de que ocurrirá un descubrimiento que permita la eliminación de la contaminación. Dasgupta y Maler (1995)<sup>3</sup> ofrecen una idea de lo que podría ser este descubrimiento: "si los descubrimientos tecnológicos fueran a proveer formas efectivas de aprovechamiento de energía solar..., entonces el reciclaje puede ofrecer a la sociedad una forma de expandir la base de la producción sin causar daño al medio ambiente. Sin embargo, esas posibilidades yacen en un futuro impredecible". No obstante, los desarrollos tecnológicos obtenidos en el área de la energía renovable, en los años setenta y ochenta, han permitido reducir de manera significativa los costos en esas tecnologías.

Sin desarrollo tecnológico la existencia de contaminación —como una externalidad negativa de la producción que disminuye la utilidad del agente representativo— implica que la trayectoria óptima para la economía converge al estado estacionario, con capital, producción y consumo constante. Balcao Reis (2001) plantea que lo anterior es verdad aún si la productividad marginal del capital es constante debido a que cuando la producción y el consumo se incrementan demasiado el efecto negativo del aumento de la contaminación sobre la utilidad es más fuerte que el efecto positivo sobre la utilidad de un aumento en el consumo. La consideración del desarrollo tecnológico, determinado de manera exógena o endógena al modelo, recupera la posibilidad del crecimiento positivo en el estado estacionario de la trayectoria óptima.

El modelo que se establece a continuación considera una tecnología con retornos constantes a escala e igualmente plantea un “desarrollo tecnológico que permite que la producción se genere en una forma menos contaminante”<sup>4</sup>. En particular, el modelo a desarrollar permite estudiar como cambia la tasa de crecimiento óptima de largo plazo cuando el bienestar depende del flujo de contaminación. De otro lado, el modelo planteado por Balcao Reis (2001) sugiere no sólo la posibilidad de un desarrollo tecnológico continuo sino también la viabilidad de que ocurra una discontinuidad debido a un descubrimiento importante.

El modelo estudia el efecto sobre el crecimiento óptimo de la posibilidad del descubrimiento de una tecnología que elimine la contaminación, formalizada ésta como una probabilidad  $\rho$  por unidad de tiempo de descubrimiento de una tecnología que permita producir sin contaminación.

En relación al proceso continuo del desarrollo tecnológico, se inicia considerando un desarrollo tecnológico exógeno que permite la reducción de los efectos contaminantes de la producción, para obtener un crecimiento exógeno en la trayectoria óptima de largo plazo. Luego se plantea la existencia de investigación en el desarrollo de tecnologías menos contaminantes y se establece la elección óptima de inversión en dicho desarrollo tecnológico.

Centrándose en el comportamiento de estado estacionario, se mostrará que una probabilidad positiva de eliminación de la contaminación incrementa, en estado estacionario, la tasa de crecimiento económico óptima. Para una economía donde no hay crecimiento en el estado estacionario —cuando no hay esperanza de eliminar la contaminación, es decir cuando  $\rho = 0$ — el surgimiento de una probabilidad positiva de eliminación de la contaminación puede implicar crecimiento positivo. Entre más alta sea esta probabilidad, más grande será la tasa de crecimiento endógeno.

### **3.2. El modelo con desarrollo tecnológico exógeno**

Se parte de un modelo simple de crecimiento endógeno. En particular, se considera una tecnología  $AK^{\delta}$ . Considere una economía cerrada con población constante, normalizada en uno. La

contaminación aparece como una externalidad negativa generada en la producción. La utilidad del agente representativo depende del consumo per cápita,  $C$ , y del flujo de contaminación  $P$ .

$$U = \int_0^{\infty} e^{-\rho t} (\log C_t - DP_t^\gamma / \gamma) dt, \gamma \geq 1, D > 0 \quad (1)$$

Ahora, considérese la función de producción, y la depreciación del capital igual a cero, de modo que:

$$\dot{K}_t = AK_t - C_t \quad (2)$$

El flujo de contaminación en cada momento es proporcional a la producción total, es decir,

$$P_t = AK_t / z_t \quad (3)$$

donde  $z$  es una medida del efecto de la contaminación de la producción. Un incremento en  $z$  implica una disminución en la contaminación por la misma producción. Esta  $z$  puede ser entendida como un índice de la tecnología usada, donde entre más grande sea  $z$  significa una tecnología más limpia. Si no hubiese externalidades de contaminación, la solución óptima para esta economía podría conducir a una tasa de crecimiento constante e igual a  $A - \rho$ , y no podría haber una dinámica transicional. En este modelo, se asume que  $A - \rho > 0$ , la cual es la condición para el crecimiento positivo en este caso.

A continuación se determina la solución óptima cuando hay contaminación. Esta solución depende del comportamiento de  $z$ , donde se asume que el desarrollo tecnológico permite que la producción ocurra de una forma menos contaminante. Así, la función de producción es siempre la misma, pero la contaminación que genera un nivel dado de producción disminuye con el desarrollo tecnológico. Ahora, el desarrollo tecnológico continuo significa que el índice  $z$  se incrementa a una tasa exógena constante,

$$\dot{z}_t = Fz_t \quad (4)$$

También se considera una discontinuidad en el proceso de desarrollo tecnológico. Para formalizar la posibilidad de un descubrimiento de una tecnología que elimine la contaminación, se asume que hay una probabilidad constante por unidad de tiempo

de descubrimiento de una tecnología que permita producir sin contaminación. Sea  $T$  una variable estocástica que denota el momento del descubrimiento. En todos los momentos después de  $T$ , el nivel de contaminación es cero. Se asume que el descubrimiento sucede con probabilidad  $p dt$  en el intervalo  $dt$ <sup>6</sup>. La probabilidad puede tomar valores no negativos, ya que  $p = 0$  indica que el descubrimiento nunca ocurrirá, y  $p \rightarrow \infty$  expresa que el descubrimiento sucederá inmediatamente. Para determinar la trayectoria óptima de la economía se maximiza la utilidad esperada:

$$U = E \left( \int_0^T e^{-\rho t} (\log C_t - DP_t^\gamma / \gamma) dt + \int e^{-\rho t} \log C_t dt \right) \quad (5)$$

con  $\gamma \geq 1$

Sea  $v(K_T)$  el valor del segundo término de (5). Después de  $T$ ,  $\rho = 0$  para todo  $t$ , de modo que el valor de  $z$  es irrelevante. Así,

$$v(K_T) = \text{Max} \int_0^T e^{-\rho t} \log C_t dt \text{ s.a. } K_t = AK_t - C_t, \text{ Con } K_T \text{ dado.}$$

La solución óptima a este problema implica que en cada momento después del descubrimiento se tiene que  $C_t = \rho K_t$ , y no hay dinámica transicional, además  $K$  y  $C$  crecen a una tasa constante igual a  $A - \rho$ , de modo que:

$$v(K_T) = \frac{e^{-\rho t}}{\rho} [\log \rho K_T + (A - \rho) / \rho] \quad (6)$$

Por las propiedades de la distribución de Poisson, si hay una probabilidad por unidad de tiempo de descubrimiento de una tecnología que elimine la contaminación entonces la probabilidad de que  $P$  (la contaminación) sea positiva en un momento dado  $t$ , implicando que el descubrimiento no haya sucedido hasta ese momento, es  $e^{-\rho t}$ . Ahora, la probabilidad de que se convierta en cero exactamente en el período  $t$  es  $p e^{-\rho t}$ <sup>7</sup>. Teniendo en cuenta esas probabilidades y usando la condición (6), la utilidad esperada puede ser expresada como:

$$\int_0^\infty e^{-\rho t} (\log C_t - DP_t^\gamma / \gamma) e^{-\rho t} dt + \int_0^\infty \frac{e^{-\rho t}}{\rho} [\log \rho K_T + (A - \rho) / \rho] p e^{-\rho t} dt \quad (7)$$

La función objetivo puede ser reescrita juntando los dos términos de la función e incluyendo la probabilidad  $p$  en el factor de descuento intertemporal.

$$\int_0^{\infty} e^{(p+\rho)t} (\log C_t - D_t^\gamma / \gamma + [\log \rho K_t + (A - \rho) / \rho] p - \rho) dt \quad (8)$$

Maximizando (8) con respecto al consumo,  $C$ , sujeta a las restricciones (2), (3) y (4), con  $k_0$  y  $z_0$  dados, el valor actual del Hamiltoniano será:

$$H = \log C_t - \frac{D(AK_t / z_t)^\gamma}{\gamma} + \left\{ \log \rho K_t + \frac{(A - \rho)}{\rho} \right\} \frac{p}{\rho} + \lambda_t [AK_t - C_t]$$

Ahora, las condiciones necesarias son:

$$C_t = \frac{1}{\lambda_t} \quad (9)$$

$$\dot{\lambda} = \lambda_t \left[ p + \rho - A + D(AK_t / z_t)^\gamma / (\lambda_t K_t) - p (\rho \lambda_t K_t) \right] \quad (10)$$

y la condición de transversalidad es:  $\lim_{t \rightarrow \infty} e^{(p+\rho)t} \lambda_t k_t = 0 \quad (11)$

La probabilidad  $p$  entra en la condición (10) en dos formas: de un lado, incrementa el factor de descuento y, por otra parte, disminuye el efecto de un cambio en el capital sobre su costo de oportunidad. Este último efecto sucede debido a que un incremento en el capital incrementa la contaminación pero también incrementa el stock de capital que la economía tendrá al momento del descubrimiento de la tecnología que elimina la contaminación. Así, la utilidad se incrementa después de ese momento, como se muestra en la condición (6) para  $v(K_T)$ .

Esas condiciones caracterizan el comportamiento óptimo para esta economía hasta el momento del descubrimiento de la tecnología que elimina la contaminación. Se ha visto que después del descubrimiento, el consumo y el capital crecen a una tasa constante  $A - \rho$ . A continuación, se describirá la trayectoria óptima y el estado estacionario hacia el cual la economía converge en el periodo antes del descubrimiento. Por supuesto, esta economía puede nunca alcanzar el estado estacionario, ya que salta a una nueva tecnología en el momento del descubrimiento.

Para  $A - \rho > F$ , en el estado estacionario de la trayectoria óptima para el periodo antes del descubrimiento,  $K$ ,  $C$  y el nivel de producción crecen a la tasa constante  $F$  y, además el nivel de contaminación es constante. El precio sombra del capital disminuye a una tasa constante  $F$ , satisfaciendo la condición de transversalidad. Teniendo en cuenta lo anterior, las ecuaciones (2), (4) y (9) implican que en el estado estacionario se debe tener:

$$\frac{K}{x} = \left[ \frac{(A - \rho - F)(\rho + \rho)}{D(A - F)\rho} \right]^{1/\gamma} \frac{1}{A} \quad (12)$$

$$\frac{C}{K} = A - F \quad (13)$$

Por otra parte, si no hay desarrollo tecnológico entonces  $F = 0$  y, por tanto, no hay crecimiento de largo plazo. Esto sucede debido a que la externalidad de la producción reduce el valor social del capital. A medida que el capital es acumulado, la producción y el consumo se incrementan, pero el nivel de contaminación también se incrementa. Después de un valor dado del consumo el efecto negativo de ese incremento en la contaminación es más fuerte que el efecto positivo del incremento en el consumo.

### 3.3. Crecimiento endógeno

Ahora, se va a considerar una situación donde el desarrollo de tecnologías limpias es el resultado de inversión en investigación. En esta situación, se considera que parte de la producción es usada en el sector de investigación y desarrollo, y así determina la elección óptima de inversión en desarrollo tecnológico. La ecuación de flujo de capital es:

$$K = AK_t - C_t - \beta \varepsilon_t z_t \quad (14)$$

donde  $\varepsilon$  es la tasa de crecimiento de  $z$ , la cual es determinada en forma endógena. De otro lado,

$$\dot{z} = \varepsilon_t z_t \quad (15)$$



La tecnología en investigación y desarrollo es tal que un gasto de  $\beta \varepsilon z$  unidades del bien final incrementa  $z$  en  $\varepsilon z$  unidades. Por otra parte, la tasa de desarrollo tecnológico continuo está determinada endógenamente a través de las decisiones de investigación y desarrollo. Sin embargo, se asume, como antes, que la probabilidad de descubrir una tecnología que elimina la contaminación es exógena y constante.

Primero se maximiza la función de utilidad descrita en la ecuación (5) sujeta a la ecuación (14) —la cual describe la evolución del capital—, a la ecuación (3) —que describe el nivel de contaminación que ocurre hasta el período  $T$ — y, por último, sujeta a la ecuación (15) que muestra la evolución de  $z$ . Después del período  $T$ ,  $P$  es igual a cero para todo  $t$  y el valor de  $z$  se vuelve irrelevante, implicando que el valor óptimo para  $\varepsilon$  es cero. Así, el segundo término de (5) es igual al que fue obtenido en la sección previa, y que está dado en la condición (6). Se obtiene otra vez la expresión (8) para la función de utilidad. Esta expresión se reescribe así:

$$\int_0^{\infty} e^{-(\rho+\rho)t} (\log C_t - DP_t^\gamma / \gamma + [\log \rho K_t + (A - \rho) / \rho] p / \rho) dt \quad (16)$$

Se maximiza (16) con respecto al consumo (C) y a la tasa endógena de desarrollo tecnológico  $\varepsilon$ , sujeto a las ecuaciones (3), (14) y (15), con  $K_0$  y  $z_0$  dados. El valor actual del hamiltoniano es:

$$H = \log C_t - \frac{D(AK_t / z_t)}{\gamma} + \left[ \log \rho K_t + \frac{A - \rho}{\rho} \right] \frac{p}{\rho} + \lambda_t [AK_t - C_t - \beta \varepsilon_t z_t + \tau_t \varepsilon_t z_t]$$

Las condiciones de primer orden para este problema son:

$$C_t = 1/\lambda \quad (17)$$

$$\beta \lambda_t \geq \tau_t \quad \wedge \quad \varepsilon_t \geq 0 \quad \wedge \quad \varepsilon_t (\beta \lambda_t - \tau_t) = 0 \quad (18)$$

$$\dot{\lambda} = \lambda_t [\rho + \rho - A + D(AK_t / z_t)^\gamma / (\lambda_t K_t) - p / (\rho \lambda_t K_t)] \quad (19)$$

$$\dot{\tau} = \tau_t [\rho + \rho - D(AK_t / z_t)^\gamma / (\tau_t z_t) + \varepsilon_t (\beta \lambda_t / \tau_t - 1)] \quad (20)$$

y las condiciones de transversalidad son:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e^{-(p+\rho)t} \lambda_t K_t = 0 \quad ; \quad \lim_{t \rightarrow \infty} e^{-(p+\rho)t} \tau_t z_t = 0 \quad (21)$$

Las soluciones esquina son relevantes para este problema en la medida que la tasa óptima de inversión en desarrollo tecnológico pueda ser cero. La condición (18) implica que si  $\beta\lambda_t > \tau_t$ , entonces  $\varepsilon_t = 0$ , significando que si el precio sombra de una tecnología limpia es demasiado bajo en relación al costo de desarrollarla, entonces este desarrollo tecnológico no es digno de inversión. De otra parte, las condiciones (17) a (21) caracterizan el comportamiento óptimo para esta economía hasta que surja el descubrimiento de una tecnología que elimine la contaminación. A continuación, se determinará el estado estacionario al cual la economía converge en el periodo antes del descubrimiento. Como antes, la economía puede nunca alcanzar este estado estacionario, ya que salta a una nueva trayectoria en el momento del descubrimiento.

En el estado estacionario de la trayectoria óptima para el periodo antes del descubrimiento,  $K$ ,  $C$  y el nivel de producción crecen a la tasa constante y el nivel de contaminación es constante. Así mismo, el precio sombra del capital y el precio sombra de disminuyen a la tasa constante  $\varepsilon$ , satisfaciendo las condiciones de transversalidad. Tomando esto en cuenta, las condiciones (14), (15) y (17) a (20), conllevan a que en el estado estacionario se debe tener:

$$\frac{K}{z} = \frac{\beta [\rho + \varepsilon]}{A - \varepsilon - \rho} \quad \text{para} \quad \varepsilon > 0 \quad (22)$$

$$\left[ DA^\gamma \left( \frac{K}{z} \right)^\gamma - \frac{p}{\rho} \right] \left[ (A - \varepsilon) - \frac{\beta \varepsilon}{K/z} \right] = A - \rho - \varepsilon - p \quad (23)$$

La condición (22) resulta de la condición (18) con  $\varepsilon > 0$ , lo cual lleva a plantear que  $\beta\lambda = \tau$ . Así, la condición (22) es necesaria sólo cuando  $\varepsilon > 0$ . Adicionalmente, para obtener la ecuación (22) también se necesita establecer que la tasa de crecimiento del precio sombra del capital,  $\lambda$ , es igual a la tasa de crecimiento del precio sombra de  $z$  e igual a  $(-\varepsilon)$  y que la tasa de crecimiento del capital es igual a  $\varepsilon$ . De igual manera, la condición (23) resulta de la condición (17) y de la condición de que el capital se incrementa

y  $\lambda$  disminuye a la tasa  $\varepsilon$ . Sustituyendo (22) en (23) se obtiene que, para  $\varepsilon > 0$ , la tasa de crecimiento del estacionario es tal que:

$$\left(\frac{A - \rho - \varepsilon}{A}\right)^{\gamma+1} \frac{1 + \frac{p}{\rho + \varepsilon}}{(\rho + \varepsilon)^{\gamma-1} \rho D \beta^{\gamma}} = 1 \quad (24)$$

La condición anterior implícitamente define la tasa de crecimiento de estado estacionario como una función de las siguientes variables:

$\varepsilon = \varepsilon \left( \underset{-}{p}, \underset{-}{\rho}, \underset{+}{A}, \underset{-}{D}, \underset{-}{B} \right)$ . Los signos de las variables

muestran el signo de la respectiva derivada. Así, cuando no hay contaminación, la tasa de crecimiento se incrementa con la productividad marginal del capital  $A$ , y disminuye con el factor de descuento,  $\rho$ . Los otros parámetros están relacionados a la existencia de contaminación: un gran impacto de la contaminación sobre el bienestar, medido por  $D$ , disminuye la tasa de crecimiento de estado estacionario. Así mismo, un mayor costo de mitigación de las externalidades negativas de la producción también reduce la tasa de crecimiento de estado estacionario. Finalmente, la tasa de crecimiento de estado estacionario se incrementa con la probabilidad  $p$  de descubrimiento de una tecnología que elimine la contaminación.

Ahora, la condición (22) implica que el valor de estado estacionario de  $(K/z)$  se incrementa con  $\varepsilon$ . A medida que  $\varepsilon$  se incrementa con  $p$ , se obtiene que el valor de estado estacionario de  $(K/z)$ , y en esa medida el valor de estado estacionario de la contaminación, se incrementa con un incremento en  $p$ . De otro lado, de (24) se puede deducir la combinación umbral de parámetros que determinan si el estado estacionario de la economía es una solución esquina con  $\varepsilon = 0$ , o una solución con crecimiento positivo. Si se sustituye para  $\varepsilon = 0$ , en la condición (24) se obtiene que  $(A - \rho)^{\gamma+1} (\rho + p) = A^{\gamma+1} \rho^{\gamma} \beta^{\gamma} D$ . La condición (24) es una condición necesaria únicamente para valores positivos de la tasa de crecimiento. La función implícita definida en esta condición es continua en  $\varepsilon$  y disminuye con  $\varepsilon$  para  $\varepsilon \geq 0$  (Balcao Reis, 2001). Así, en el estado estacionario se debe tener que:

$$\varepsilon > 0 \text{ si } p > \bar{p} = \bar{\rho} \frac{A^{\gamma+1} \rho^{\gamma} \beta^{\gamma} D}{(A - \rho)^{\gamma+1}} - 1 \quad (25)$$

En otro caso,  $\varepsilon = 0$ .

Cuando la ecuación (24) implica una tasa de crecimiento negativa esto significa que se está ante una solución esquina con crecimiento cero<sup>8</sup>. La ecuación (25) implica un valor positivo para  $\rho$  sólo si  $\rho^\gamma D \beta^\gamma A^{\gamma+1} > (A - \rho)^{\gamma+1}$ . Por tanto, en el estado estacionario se debe tener que:

$$(A - \rho)^{\gamma+1} > A^{\gamma+1} \rho^\gamma \beta^\gamma D \Rightarrow \varepsilon > 0$$

para cualquier  $\rho \geq 0$

$$(A - \rho)^{\gamma+1} \leq A^{\gamma+1} \rho^\gamma \beta^\gamma \Rightarrow \begin{cases} \varepsilon = 0 & \text{para } 0 < \rho \leq \bar{\rho} \\ \varepsilon > 0 & \text{para } \rho \geq \bar{\rho} \end{cases}$$

Así, se tiene que para una economía dada, cuando no hay esperanza de eliminar la contaminación, la tasa de crecimiento óptimo es cero. Pero si la probabilidad  $\rho$  de descubrir una tecnología que permita eliminar la contaminación es lo suficientemente alta, la misma economía tiene crecimiento positivo en el estado estacionario. Como debería esperarse, el valor umbral de que  $\rho$  implique crecimiento positivo en el estado estacionario se incrementa con  $D$ , con el impacto de la producción sobre el bienestar, y con  $\beta$ , que es el costo de disminución de la contaminación. Nótese que si  $D$  o  $\beta$ , son cero se obtiene una solución diferente. Si  $D = 0$ , no hay externalidades de contaminación, de modo que el capital, la producción y el consumo crecen a la tasa  $(A - \rho)$ , y  $\varepsilon = 0$ . Si  $\beta = 0$ ,  $\varepsilon \rightarrow +\infty$ ; esto significa que la inversión en la disminución de contaminación no tiene costos.

Una probabilidad más grande incrementa la tasa de crecimiento óptimo y, por tanto, disminuye la diferencia entre la tasa de crecimiento óptimo y la tasa obtenida para la economía sin contaminación. Sin embargo, la ecuación (24) significa que siempre se va a tener  $\varepsilon < A - \rho$ . Así, no hay valor de probabilidad que haga a la tasa de crecimiento óptimo de estado estacionario igual a la tasa de crecimiento óptimo para la economía sin contaminación. Se puede deducir que  $\varepsilon \rightarrow A - \rho$  únicamente si el descubrimiento de la tecnología que hace posible que se suprima la contaminación sucede instantáneamente ( $\rho \rightarrow \infty$ ).

## 4. CONCLUSIONES

En torno al primer modelo se plantean las siguientes implicaciones:

Primero, asumiendo que los tomadores de decisiones no ponderan el crecimiento de la población futura cuando descuentan la utilidad, del modelo resulta que el consumo per cápita (y por tanto, la utilidad,  $U$ ) puede crecer sosteniblemente si se cumplen dos condiciones: 1) La tasa de crecimiento del recurso excede a la suma entre la tasa descuento y la tasa de crecimiento de la población. Si esto no es así el nivel del consumo declinará exponencialmente hasta llegar al consumo de subsistencia y, por tanto, el consumo de la sociedad se detendrá gradualmente en niveles de subsistencia por siempre. 2) El nivel de consumo mínimo de subsistencia per cápita es menor que la productividad per cápita del stock de recursos inicial permitido para el crecimiento de la población:  $c_m < s_0 (\rho - \lambda)$ .

Si los tomadores de decisiones establecen ponderaciones al crecimiento de la población futura cuando se descuenta la utilidad, lo cual parece un criterio más justo en este modelo donde el crecimiento es exógeno, entonces el criterio de sostenibilidad (1) resulta ser  $\rho > \delta$ . Esto es más fácil de lograr y el crecimiento per cápita es reducido, debido a que la gente realiza provisiones conscientes para individuos adicionales que deben ser alimentados en el futuro. Sin embargo, el criterio de utilidad ponderada es cuestionable filosóficamente, ya que en la práctica el crecimiento de la población es pocas veces exógeno y usar efectivamente el criterio de ponderación es tratar el crecimiento futuro como algo bueno. La condición (2) es una condición inicial para permitir un despegue en el crecimiento sostenible. Si la cosecha del stock inicial no es lo suficientemente grande, la gente se verá forzada a consumir lo que ha guardado a fin de sobrevivir en el presente, y esto conducirá a un inevitable desastre social. Las implicaciones más crudas para la política pública son que para que una economía insostenible sea convertida en una economía sostenible deben suceder una o todas las siguientes situaciones:

- Incremento en la tasa de crecimiento del recurso ( $\rho$ ), por ejemplo, a través del mejoramiento de la eficiencia de la agricultura.

- Disminución de la tasa de crecimiento de la población ( $\lambda$ ), promoviendo la planificación familiar.
- Aumento del stock inicial del recurso  $s_0$ , buscando ayudas de desarrollo, técnicas y financieras, por parte de los países desarrollados.
- Disminuir la población inicial  $N_0$  (hambrunas).

Los gobiernos de países muy pobres pueden no ser capaces de implementar las primeras tres recomendaciones de política sin asistencia externa, desde el caso de la asistencia de desarrollo de los países ricos. Por lo demás, la cuarta solución severa es imposible por sí misma.

Por último, del segundo modelo se derivan consideraciones igualmente importantes, a saber:

- La esperanza del descubrimiento de una tecnología que elimine la contaminación incrementa la tasa óptima de crecimiento y puede, a su vez, implicar un crecimiento positivo para una economía donde, de otra manera, podría no haber crecimiento económico de largo plazo. Un mayor valor de la probabilidad de este descubrimiento incrementa la tasa óptima de este desarrollo tecnológico y así incrementa la tasa óptima de crecimiento. Sin embargo, anota Balcao Reis (2001), la tasa de crecimiento óptimo disminuye, en relación a la tasa de crecimiento óptima de la economía sin contaminación, aún para cualquier valor de la probabilidad. Ahora, este modelo determina la tasa de crecimiento óptimo de la economía. Para implementar esta solución, los gobiernos deben gravar la producción cuando las empresas generan contaminación o introducir alguna clase de regulación ambiental.
- Algunos estudios, como Stockey (1998), analizan el problema de la implementación de la solución óptima en una economía que está creciendo y donde el bienestar del agente representativo disminuye con la contaminación, lo cual se conoce como una externalidad negativa desde la producción. En ajustes estáticos ha sido mostrado, desde la literatura de la economía ambiental, que los esquemas de impuestos y de derechos de contaminación que establecen un precio de mercado para la contaminación son preferibles a la regulación directa, ya que el gobierno necesita menos información para implementarlos. Stockey (1998) mues-

tra que en una economía que está creciendo “los esquemas de impuestos y derechos de emisión de contaminación tienen una ventaja adicional sobre la regulación directa: bajo esos sistemas la tasa de interés de mercado provee el incentivo correcto para la acumulación de capital”. Así, esos son los esquemas que deberían ser considerados para una economía como la descrita en el modelo anterior. Un alto valor de la probabilidad de descubrir una tecnología que permita eliminar la contaminación incrementa la tasa de crecimiento óptima, permitiendo más bajos impuestos sobre la producción.

- En el modelo analizado se supone que la elasticidad de sustitución del consumo es uno. Cambiando este supuesto pueden no cambiar las conclusiones en el caso del crecimiento exógeno, pero puede ser relevante en el caso de crecimiento endógeno. Ahora, el estudio de la interacción entre la elasticidad intertemporal de sustitución y un coeficiente que mida los retornos crecientes o decrecientes en las tecnologías de reducción de contaminación son campos de investigación futura en los temas planteados en la revisión de este modelo establecido por Balcao Reis (2001).
- Los resultados arrojados por el modelo implican que es el optimismo en vez del egoísmo de la generación presente lo que puede explicar la preferencia por altas tasas de crecimiento, de lo contrario dicho optimismo podría llegar a ser entendido como resultado de no notar los efectos de la contaminación. Sin embargo, los efectos negativos de la contaminación sobre el bienestar siempre implican una disminución en la tasa óptima de crecimiento de la economía.

## ANEXO A

### Lista de símbolos del modelo de crecimiento económico y contaminación

$p$ : Probabilidad por unidad de tiempo del descubrimiento de una tecnología que permita producir sin contaminación.

$U$ : Utilidad

- C: Consumo
- P: Contaminación
- $\rho$ : Tasa de descuento intertemporal
- $\gamma$ : Parámetro que mide la concavidad de la función de utilidad con respecto a la contaminación
- D: Peso de la contaminación sobre la función de utilidad
- A: Productividad
- K: Capital
- z: Índice de la tecnología usada, donde un valor alto de indica una tecnología más limpia.
- F: Tasa exógena de desarrollo tecnológico
- T: Momento del descubrimiento
- $u(K_T)$ : Valor de la utilidad desde el momento del descubrimiento
- $\lambda$ : Precio sombra del capital
- $\varepsilon$ : Tasa endógena de desarrollo tecnológico
- $\beta$ : Costo del desarrollo tecnológico
- $\tau$ : Precio sombra de z.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Balcao Reis, Ana, "Endogenous Growth and the possibility of eliminating Pollution", en: *Journal of Environmental Economics and Management*, Vol. 42, 2001.
- Barro, Robert, Sala-i-Martin, Xavier, *Economic Growth*, Mc Graw Hill, New York, 1995.
- Correa R., Francisco, Rendón A., Jaime. "Economía y Desarrollo: el debate por la sostenibilidad", Revista *Economía Autónoma*, No. 1, septiembre 2001.
- Daly, Herman, "The Economic Growth debate: What some economist have learned but many have not", en: *Journal of Environmental Economics and Management*, number 14, december 1987.



- Dasgupta, Partha and Maler, Karl Poverty, "Institutions and the environmental resource-base", in: *Handbook of Development Economics*, (J. Berhman and T. N. Srinivasin, Editors), Vol. 3, North Holland, Amsterdam, 1995.
- Goodland, Robert et al, *Desarrollo económico sostenible: avances sobre el Informe Bruntland*. Santafé de Bogotá, Tercer Mundo Editores - Uniandes, 1997.
- Pezzey, John, *Sustainable Development Concepts: An Economic Analysis*, Washington, World Bank, World Bank Environment paper, number 2, 1992.
- Stockey, Nancy, "Are the limits to growth?", *International Economic Review*, No. 39, 1998.
- Tietenberg, Tom, *Environmental and Natural Resource Economics*, New York, Harper Collins Publishers, third edition, 1992.
- Toman, M. A., Pezzey, J. and Krautkraemer, J., "Neoclassical Economic Growth, Theory and "Sustainability"", Chap 7, in: *The Handbook of Environmental Economics*, edited by D. W. Bromley, Cambridge, M. A., Basil Blackwell, 1995.
- World Bank, *World Development Report: Development and the Environment*, Oxford University Press, Washington, D. C., 1992.

## NOTAS

1. Ya que restringir las tasas de crecimiento económico puede alterar la sostenibilidad de los niveles de bienestar de cada generación siguiente, es decir, la pérdida paulatina de bienestar se da por agotamiento natural de los recursos más que por sobre explotación. Véase: Tietenberg, Tom, *Environmental and Natural Resource Economics*. New York, Harper Collins Publishers, third edition, 1992.
2. Para una profundización en el estudio del modelo ver Pezzey (1992).
3. Citados por Balcao Reis (2001).
4. El modelo que se describirá aquí fue planteado por Balcao Reis en el *Journal of Environmental Economics and Management*, Vol. 42, en el año 2001.
5. En el modelo AK se tiene una productividad marginal física del capital constante. Este modelo es una simplificación de un modelo más complejo donde K es una mezcla de capital físico y capital humano.
6. Esta clase de formulación con una distribución de Poisson para la probabilidad de desarrollar una nueva tecnología ha sido ampliamente usada en la teoría del crecimiento endógeno.
7. Ver por ejemplo, Barro & Sala-i-Martin (1995, p. 248).
8. El valor de probabilidad no debe ser negativo.