

Sobre las Curvas de Engel. Una Breve Revisión de su Evolución Histórica

Rodrigo García Arancibia*

Resumen

En este ensayo se presentan algunas reflexiones sobre los cambios conceptuales y metodológicos a lo largo del pensamiento económico en los estudios referentes a curvas de Engel (CE). Comenzando por el 'inductivismo' bajo un espíritu no paramétrico del trabajo original de Ernst Engel (1895), hasta la posterior inclusión dentro de la teoría del consumidor del programa de investigación neoclásico o *mainstream*, y la problemática subsiguiente de la búsqueda de una especificación consistente, en términos de la adecuación con la teoría y del ajuste econométrico. Se sostiene que la incorporación de especificaciones no paramétricas va en línea con una mayor flexibilidad postulada para la relación de Engel siguiendo su contribución original. Sin embargo, la forma en que generalmente es planteada sigue persiguiendo su adecuación con algunos o todos los requerimientos para su consistencia en el marco de la teoría del consumidor.

Palabras Clave: Ernst Engel ,Gasto de Hogares ,Especificación Econométrica y No Paramétrico.

Abstract

This paper presents some reflections on the conceptual and methodological changes throughout economic thinking in the studies relating to Engel curves (EC), starting by the '*inductivism*' under a non-parametric spirit of the original work of Ernst Engel (1895), to the later inclusion within the consumer theory of the neoclassical research program or *mainstream*, and subsequent problems searching a consistent specification, in terms of alignment with the theory and its econometric adjustment. It is argued that the incorporation of non-parametric specifications is in line with greater flexibility postulated for the relationship of Engel following its original contribution. Nevertheless, the manner in which is usually set up still pursuing its adaptation with some or all of the requirements for its consistency in the context of the consumer theory.

Key Words: *Ernst Engel *Household expenditure *Econometric specification * Non-parametrics.

JEL Classification: B16; B23; D12

Recibido:28-01-2013 Aceptado:14-08-2013

* Doctorando en Economía (Universidad Nacional de Rosario), Magister en Estadística Aplicada (Universidad Nacional de Córdoba, Argentina), Licenciado en Economía (Universidad Nacional de Córdoba, Argentina). Docente Universidad Nacional del Litoral. Correo electrónico: rgarcia@fce.unl.edu.ar

Résumé

Dans cet essai on présente ici quelques réflexions sur les changements conceptuels et méthodologiques tout au long de la pensée économique dans les études au sujet des courbes d'Engel (CE). En commençant par « l'inductivisme » sous un esprit non-paramétrique du travail original d'Ernst Engel (1895), jusqu'à l'inclusion ultérieure dans la théorie du consommateur du programme de recherche néoclassique ou *mainstream*, et la problématique ultérieure de la recherche d'une spécification consistante, en termes de l'adéquation avec la théorie et de l'ajustement économétrique. Il soutient que l'incorporation de spécifications non-paramétriques est alignée à une flexibilité plus grande postulée pour la relation d'Engel selon sa contribution originale. Néanmoins, la façon dont elle est généralement exposée continue à chercher son adéquation à quelques ou à toutes les requêtes pour sa consistance dans le cadre de la théorie du consommateur.

Mots-clés: Ernst Engels, dépense des foyers, spécification économétrique, non-paramétrique.

I. Introducción

Para la visión contemporánea, las curvas de Engel (CE) tienen dos acepciones estrechamente relacionadas, por un lado la teórica y por otra, la empírica o estadística (Lewbel, 2006). Las diferencias existentes entre ambas puede generar cierta preocupación o no, dependiendo de la postura metodológica que se adopte. Se puede pensar desde el enfoque *a priori* de la teoría económica, mediante el desarrollo de los principios básicos de la teoría del consumidor, valiéndose de un dominio diferente al dominio estándar de los fenómenos económicos (Scarano E., 2002). También desde una perspectiva *mishaniana* donde la búsqueda de una coherencia entre la teoría y los resultados resulta simplemente en una pérdida de tiempo y energía, no importando si la curva se deriva de una teoría consistente, sino simplemente de la aplicación de los conceptos (Himmelweit *et al.*, 2001: 55)¹.

Desde el punto de vista teórico, las curvas de Engel quedan definidas como las funciones que relacionan el gasto en bienes y servicios que desembolsa una determinada familia, con sus ingresos o recursos totales percibidos, así como otras variables que caracterizan la composición de la familia, dado los precios fijos. La teoría microeconómica no determina alguna forma funcional específica para las curvas de Engel pero establece criterios que ésta debe cumplir en concordancia con la teoría del consumidor, a partir de lo cual puede realizarse una determinada especificación.

1 Las afirmaciones de Mishan (1961) se refieren más específicamente a la *ley de demanda*, considerándolo aquí como un enfoque general de esta disyuntiva, aplicándose claramente al problema de especificación de las formas de Engel.

Desde el punto de vista empírico o estadístico, el término curva de Engel es usado para describir la dependencia empírica entre el gasto realizado en un determinado bien (o conjunto de bienes) y el ingreso o gasto total en una población de consumidores muestreada en un lugar y tiempo determinado. En esta última definición se enmarca el trabajo original de Engel, quien infirió desde el estudio estadístico de las proporciones del gasto asignadas por las familias en función de su ingreso, una de las proposiciones más relevantes del estudio de los presupuestos familiares, y más tarde, de la teoría del consumidor.

Las investigaciones tempranas de Ernst Engel transcurren en la segunda mitad del siglo XIX², cuando la incipiente teoría del consumidor carecía de una incorporación cabal de los efectos ingresos sobre las decisiones de las familias, al mismo tiempo en que no se contaba con una sólida fundamentación de los modelos de regresión estadística. Si bien la derivación de las funciones de demanda a partir del análisis de la utilidad, desarrollada en los trabajos de Jevons y Walras, fueron contemporáneos a las obra de Engel, hay autores que sostienen la inexistencia de indicios de que el mismo Engel utilizara tales conceptos o soporte teórico. Por ello proponen re-interpretar la obra de Engel, despojando las ideas del *mainstream* actual, corroborando las leyes empíricas reveladas por él, sea utilizando nuevos datos (y realidades) como así también métodos estadísticos más consolidados y aplicados a la luz de las concepciones originales de Engel, no así de la moderna teoría del consumidor. En esta línea se encuentran los trabajos recientes de Chai y Moneta (2008; 2011), y Chakrabarty y Hildenbrand (2011).

Entre los primeros en reconocer la importancia de una adecuación del análisis empírico de los presupuestos familiares con la teoría microeconómica se encuentran Allen y Bowley (1935). Desde este punto de vista se busca obtener un modelo del comportamiento individual de los hogares y derivar conceptos teóricos de la función de demanda individual, en base a hipótesis de la maximización de la utilidad sujeto a una restricción presupuestaria. Tal enfoque es el que ha sido adoptado comúnmente en las investigaciones micro-económicas de consumo y demanda de las últimas décadas. Una de las obras con mayor impacto en esta línea es la de Deaton y Muelbauer (1980_a), quienes realizan una excelente presentación del ensamble posible de la microeconomía teórica y aplicada.

Bajo una perspectiva empírica o aplicada, las CE han recorrido un camino que va desde la inferencia de una ley a la especificación de una forma funcional, y luego una vuelta a un análisis de mayor flexibilidad funcional, manteniendo los requerimientos básicos de la teoría del consumidor. El objetivo de este trabajo es mostrar dicho recorrido de una forma resumida. Para ello se busca sintetizar los fundamentos detrás de las CE, tanto en lo que hace al marco teórico en el cual se sustentan como así también en el modo en el que ha sido encarada su estimación y tratamiento estadístico a lo largo de la historia a partir de la obra original de Engel. Lejos de ser exhaustivo, este tratamiento busca ser ilustrativo y resumido a la vez, dirigido a una audiencia más general de la academia económica.

2 *Die Productions- und Consumtionsverhältnisse des Königreichs Sachsen*, E. Engel (1857)

Lo que resta del presente ensayo se organiza de la siguiente manera. En primer lugar, se realiza una presentación de las ideas originales del Engel, a la luz de lo que se entiende hoy por CE, y cómo se encara su tratamiento empírico. Luego se esboza el marco teórico propuesto por la teoría (neoclásica) del consumidor. Las últimas dos secciones están dedicadas a presentar la forma en que se viene desarrollando la especificación econométrica de las CE, finalizando el trabajo con unas breves conclusiones.

II. La Ley de Engel por Ernst Engel

La investigación de Ernst Engel (1857) se centró en el estudio del comportamiento de las familias en cuanto a la asignación que realizan de sus gastos en diferentes categorías de bienes, tomando como medida aproximada del bienestar, la proporción del gasto en ciertos bienes, específicamente considerando la noción *smithiana* de 'necesidades'. De aquí el foco en la relación de tales proporciones presupuestarias y los cambios en los niveles de ingresos, contemplando específicamente categorías dentro de una definición previa de clases socioeconómicas – específicamente, fundamentado en nivel de ingreso medio – obteniendo mediante el estudio de una serie de datos de consumo de las familias, la famosa *ley* de Engel: "Mientras más pobre es una familia, una mayor proporción de su gasto total es destinado al consumo de alimentos"³.

Si bien no es objetivo en el presente indagar en el problemático terreno de las 'leyes' de la economía, el enunciado de *ley* por parte de Engel cobra el sentido de una relación teórica inferida desde los datos por inducción. Al sostener un enfoque metodológico inductivista, se refiere con ello a la posibilidad de descubrir resultados teóricos desde el *ensamble* y *clasificación* de hechos y observaciones (Chai y Moneta, 2008; citado a partir de la obra original de E. Engel de 1857). En este sentido, siguiendo a Blaug (1985) podemos considerar la propuesta de *ley* de Engel, como una ley estadística para la cual su cumplimiento está ligado a una alta probabilidad de que se cumpla (análogamente, a la ley de demanda).

Lo curioso es que en esta primera formulación no existe ninguna imposición sobre la forma funcional específica para la derivación de la curva de Engel, lo que lleva a tal estimación a encontrarse dentro del espíritu no paramétrico, si bien los métodos aplicados por entonces, no pueden considerarse rigurosamente dentro de las regresiones paramétricas o no paramétricas como son conocidas hoy en día (Chai y Moneta, 2008). A pesar de ello, la estimación de Engel tiene una gran similitud con la estimación no paramétrica por intervalos conocida como *regresogramas* (Engel y Kneip, 1996). Claramente, como señalan estos autores, dada la época en la que Engel desarrolla sus investigaciones, ni el método de mínimos cuadrados, y menos aún, los fundamentos de la estadística no paramétrica estaban aún desarrollados. En este punto es necesario aclarar que si bien el método de mínimos cuadrados

3 "je ärmer eine Familie ist, einen desto grösseren Antheil von der Gesamtausgabe muss zur Beschaffung der Nahrung aufgewendet werden". Traducción de Stigler (1954: 98): "the poorer a family, the greater the proportion on its total expenditure that must be devoted to the provision of food". Traducción propia al español.

fue desarrollado y publicado de forma casi simultánea por Adrien-Marie Legendre en 1805 y por Carl Friedrich Gauss en 1809 (en el que menciona que tal método fue planteado por el mismo en 1795), recién con Galton en 1886 se desarrolla dicho método en un marco más acorde al enfoque de la estadística moderna (Abdi, 2007: 532).

Por lo tanto, de aquí podría pensarse que existen dos factores determinantes en la decisión de no fijar una forma funcional precisa para el estudio de la relación entre la asignación de los presupuestos familiares y los ingresos percibidos por las mismas. Por un lado, como ya se mencionó, el estado del arte de las técnicas estadísticas de estimación desarrolladas a fines del siglo XIX. Por otra parte - los cuales son vinculantes por medio del desarrollo posterior de *modelos* - para el período se tiene un incompleto desarrollo de la teoría del consumidor y más precisamente, del papel del ingreso o renta como variable clave de la teoría económica, que no fue teóricamente reconocido hasta la década de 1890 y no fue sistemáticamente analizado a partir de 1930 (Blaug M., 1985: 189). Por lo tanto es esperable el desarrollo tardío que fundamenta la especificación entre el ingreso de las familias y la proporción del gasto que realizan en un determinado producto respecto a la estimación temprana de esta relación, sin forma funcional alguna, infiriéndose desde valores observados; con una clasificación final de los tipos de consumo descrito por las elasticidades- ingreso tratadas posteriormente por la teoría, y con un tratamiento empírico más claro mediante el impulso de los desarrollos econométricos. Sin embargo, desde el enfoque de Chakrabarty y Hildenbrand (2011), si lo que se busca es indagar en el cumplimiento empírico de la ley de Engel tal como fue concebida por el mismo Ernst Engel (en una re-interpretación muy cuidadosa de la obra original que realizan dichos autores), el camino no es la estimación de una CE sino la contrastación de una 'asociación estocástica negativa' en la distribución bivariada del gasto o ingreso total y la participación presupuestaria de los alimentos. A pesar de ello, las CE son para la economía teórica y aplicada mucho más que la (primera) ley de Engel, de aquí que tenga sentido seguir indagando en la dirección de una correcta (o aceptable) especificación econométrica.

A pesar de que la diferencia temporal parece ser crucial a la hora de diferenciar el tratamiento original de la obra de Engel respecto a las investigaciones actuales de estimación de funciones de Engel y de los sistemas de demanda, claramente el inductivismo creador de teorías genera a la vez una separación mayor con los desarrollos tempranos de especificaciones paramétricas. También un acercamiento hacia la generalización de las expresiones funcionales generadas por los recientes estudios no paramétricos. Al fin, esta ambivalencia parece ser resuelta ante una posición equilibrada donde la flexibilidad de la CE y su adecuación teórica pueden tener lugar en una misma línea de investigación.

III. La Curva de Engel desde la Teoría del Consumidor

En lo que sigue se presentarán, de una forma simple, los fundamentos teóricos básicos del comportamiento del consumidor a partir del cual se derivan las CE. Esto se realiza en el marco onto-metodológico de la teoría neoclásica del consumidor; entendida ésta a partir del afianzamiento con el ordinalismo introspectivo de Slutsky, Allen y Hicks, la generaliza-

ción mediante la teoría de las preferencias reveladas de Samuelson, la teoría de la utilidad esperada de Neumann-Morgestern y la teoría de las características de las mercancías de Lancaster (Blaug, 1985: 186).

Suponiendo que $u(\mathbf{q})$ es la función de utilidad de una familia u hogar que representa sus preferencias en cuanto a la elección de n bienes representados por el vector de cantidades $\mathbf{q}^T = (q_1, \dots, q_n)$. Sea G el gasto total del hogar en bienes y servicios o su 'ingreso nominal' (Barnett y Serletis, 2008), y $\mathbf{p}^T = (p_1, \dots, p_n)$ el vector correspondiente de precios de los n bienes⁴, luego el problema del hogar se traduce en

$$\max_{\mathbf{q}} u(\mathbf{q}) \quad \text{sujeto a} \quad \mathbf{p}^T \mathbf{q} = G \quad [1]$$

De las condiciones de primer orden del problema de optimización [1] se obtiene las usuales funciones de demanda marshalianas

$$q_j \equiv g_j(\mathbf{p}, G) \quad j = 1, \dots, n \quad [2]$$

Si los precios son absorbidos por la forma funcional, luego de [2] se obtiene la denominada curva de Engel (Deaton y Muellbauer, 1980_a: 19), esto es

$$q_j = g_j^*(G) \quad [3]$$

Los sistemas de Demanda o de curvas de Engel en general son expresados en términos de la participación que tiene cada bien en el gasto total o presupuesto del hogar w_j donde

$$w_j = p_j g_j(\mathbf{p}, G) / G \quad [4]$$

Las demandas marshalianas satisfacen ciertas propiedades, algunas de ellas derivadas de los requerimientos del problema del óptimo y con ello de las propiedades de las funciones de utilidad, mientras que otras se derivan de la misma restricción presupuestaria. Entre las más relevantes se tienen

-
- 4 En este ensayo se toma a G como un equivalente del gasto o del ingreso total. Sin embargo, claramente ambos conceptos son diferentes. La elección del gasto total como medida de poder adquisitivo se fundamenta en aspectos tanto teóricos-empíricos, como prácticos. Por un lado, su elección permite el cumplimiento de algunas propiedades teóricas en las especificaciones empíricas al tratar con sistemas (Deaton y Muellbauer, 1980a). A su vez, la elección del gasto total resulta más compatible con la investigación original de Engel. Desde el punto de vista práctico, el ingreso total es más difícil de captar que el gasto total, existiendo a su vez una alta correlación entre ellos (Iyengar, 1967)

- (i) *Aditividad*. Ésta se deriva del hecho de que las funciones que conforman el sistema (2) deben cumplir con la restricción presupuestaria, por lo tanto

$$\mathbf{p}^T \mathbf{g}(\mathbf{p}, G) = G$$

- (ii) *Homogeneidad*. Las funciones de demanda son homogéneas de grado cero en i.e. (\mathbf{p}, x) , y $j \forall \theta > 0 = 1, \dots, n$, se cumple que $\mathbf{g}_j(\theta \mathbf{p}, \theta G) = \mathbf{g}_j(\mathbf{p}, G)$

En términos económicos esta restricción indica la ausencia de *ilusión monetaria*: la forma en que están expresados los precios y el gasto o ingreso total no tienen efecto sobre el consumo.

- (iii) *Simetría y Negatividad* de la matriz de Sustitución. Sea la matriz

$$\mathbf{S} = [\partial \mathbf{g}(\mathbf{p}, G) / \partial \mathbf{p}^T + (\partial \mathbf{g}(\mathbf{p}, G) / \partial G) \mathbf{g}(\mathbf{p}, G)^T]$$

la misma es simétrica y semi-definida negativa.

Las propiedades (i)-(iii), junto con la *positividad* de las funciones de demanda, constituyen las denominadas *condiciones de integrabilidad* de la teoría del consumidor, pues su cumplimiento permite reconstruir el pre-orden de preferencias a partir del sistema de demanda. Si tales propiedades son testeadas empíricamente y no pueden ser rechazadas, entonces se puede inferir que existe la función de utilidad que genera el sistema de demanda (Barnett y Serletis, 2008: 211).

De aquí puede observarse, que las propiedades (i)-(iii) no imponen alguna forma funcional para la curva de Engel $\mathbf{q}_j = \mathbf{g}_j^*(G)$ más que su suavidad. Por lo tanto, en el estudio de la forma funcional de curvas de Engel separadas (no en sistema), con las condiciones básicas de regularidad (continuidad y derivabilidad) alcanza. Sin embargo, la forma específica que adopte la CE, considerando las transformaciones usuales realizadas sobre las variables implícadas, hacen que en la especificación de un sistema, puedan o no cumplirse todas o algunas de las condiciones de integrabilidad. Por algo, algunos sistemas de demanda, que suponen una forma específica sobre la CE, han tenido más éxito que otros en las aplicaciones empíricas.

De las funciones de demanda [2] se obtienen las elasticidades precio e ingreso (o gasto). De las CE, se obtienen solamente la elasticidad-gasto, como función de G . La definición teórica de la misma es

$$e_j(G) = \frac{\partial \mathbf{g}_j^*(G)}{\partial G} \frac{G}{\mathbf{g}_j^*(G)} \quad [5]$$

A partir del valor que asume se pueden clasificar los bienes y servicios en: *bienes de lujo*, *necesarios e inferiores*, dependiendo de si $e_j > 1$, $0 < e_j < 1$ o $e_j < 0$, respectivamente. Si la CE es expresada en términos de la participación de cada bien en el gasto total, esta clasificación pueden entenderse mirando cómo se comporta tal participación a medida que se incrementa el poder adquisitivo del hogar: Si el hogar destina una mayor proporción de su presupuesto en el bien ante incrementos adicionales del ingreso, entonces se trata de un bien de lujo. Si se destina una menor proporción del presupuesto ante incrementos del poder adquisitivo, se trata de un bien necesario, y si la participación cae en mayor proporción al aumento del ingreso, entonces se trata de un bien inferior. Esta clarificación resulta crucial para entender cuestiones económicas muy relevantes, como la incidencia de impuestos específicos a determinados bienes. A su vez, para determinados rangos de ingreso, un bien puede ser de lujo para hogares con cierto poder adquisitivo, mientras que es un bien necesario o inferior para hogares pertenecientes a otra categoría según ingresos. A su vez, las circunstancias de consumo pueden resultar muy relevantes para clasificar al bien (García Arancibia, 2012).

La forma simple [3] puede extenderse de modo que incluya las características demográficas y socioeconómicas del hogar, más allá de su ingreso o gasto total, i.e

$$q_j = g_j^*(G, \mathbf{z}) \quad [6]$$

Usando la transformación [4], luego se tiene la CE teórica comúnmente analizada en los trabajos empíricos actuales

$$w_j = m_j(G, \mathbf{z}) \quad [7]$$

Respecto a la curva de demanda *marshalliana*, estas CE pueden entenderse como una adaptación de las mismas para un nivel de precios dado (fijos), o bien donde el efecto de los precios es absorbido por la forma funcional. Esta última interpretación se ajusta más a lo que se observa de las CE estimadas empíricamente. Por otra parte, debe tenerse en cuenta que las derivaciones de las funciones generales [2]-[7] se realizan sobre un consumidor 'representativo', por lo que su extensión al nivel de 'hogares' en el análisis aplicado, requiere al menos dos consideraciones. Por un lado, aceptar como unidad de análisis el hogar en el sentido de que las decisiones racionales se toman en él como unidad. Es decir, que más allá de las distintas preferencias de los miembros de un hogar, debe suponer que el hogar como un todo revela un (pre)orden de preferencias bien definido. Por otra parte, se supone que para un nivel fijo de \mathbf{z} todos los hogares tienen las mismas preferencias, y enfrentan un mismo vector de precios \mathbf{p} . Claramente, el cumplimiento de tales condiciones resulta algo desalentador en la pretensión de querer encajar de un modo perfecto la teoría con la práctica. Sin embargo, existe un margen donde la empíria puede ser contrastada con formas funcionales y determinadas propiedades que resultan consistentes en el marco de la teoría del consumidor. En particular, la especificación general que adopta una CE a partir de "dejar

hablar a los datos por sí solos”, puede ser contrastable con especificaciones paramétricas fijas consistentes con la teoría económica. Gran parte de dichas especificaciones surgen a mitad del siglo pasado, y con los años se fueron extendiendo y adaptando a las condiciones de integrabilidad de la teoría del consumidor, y hasta el día de hoy son profusamente utilizadas en los estudios económicos aplicados.

IV. Especificaciones Tempranas

El esfuerzo volcado hacia especificaciones ‘correctas’ de las formas de curvas de Engel tiene como objetivo general obtener conclusiones, de resultados empíricos, capaces de corroborar las proposiciones fundamentales derivadas mediante deducciones lógicas a partir del marco axiomatizado de la teoría neoclásica del consumidor. Como se pudo ver de la sección anterior, a pesar de los lineamientos que brinda dicha teoría, la misma no da una forma funcional explícita, por lo que ésta debe ser estimada o bien mediante la especificación de una determinada forma funcional –lineal, cuadrática, cúbica, etc - o bien suponiendo solamente unas condiciones de regularidad suficientes.

Entre los primeras propuestas de una especificación econométrica de la CE, claramente predominó la metodología paramétrica, es decir modelos donde se supone el conocimiento de la relación funcional entre el gasto total del hogar y la cantidad demandada de un bien, adicionalmente al conocimiento de la distribución de la componente estocástica. Uno de los primeros estudios donde se prueban diferentes relaciones funcionales simples, es el clásico trabajo de Prais y Houthakker (1955). Estos comparan tres especificaciones, mostrando la superioridad de algunas sobre otras para diferentes bienes o rangos del gasto total. Estas son:

La *Doble-Logarítmica*:

$$\ln q_j = \alpha_j + \beta_j \ln G \quad [8]$$

La *Semi-Logarítmica*:

$$q_j = \alpha_j + \beta_j \ln G \quad [9]$$

La *Recíproca*:

$$\ln q_j = \alpha_j + \beta_j G^{-1} \quad [10]$$

Si bien algunas de las especificaciones [8]-[10] puede brindar un ajuste aceptable con los datos, las mismas no han sido muy utilizadas en el desarrollo de las especificaciones de CE debido a que ninguna satisface por completo la restricción (i) de aditividad (Deaton y Muellbauer, 1980_a: 17-19). Puesto que la misma se termina corroborando a través de sistemas completos de demanda o CE, la utilización de [8]-[10] ha sido defendida para las aplicacio-

nes empíricas que involucran un solo bien, utilizándose en varios estudios actuales de CE (Haque, 2005; García Arancibia, 2011; entre otros). Sin embargo, existen especificaciones de CE que son compatibles con los requerimientos de la teoría del consumidor, y no implican una mayor complejidad. En particular, se encuentran los trabajos pioneros realizados por Working (1943) y Leser (1963) quienes brindaron un conjunto de criterios metodológicos para especificar curvas de Engel:

- a. Conexión íntima con la función de utilidad directa o indirecta
- b. La función debería ser válida para un rango extenso de valores positivos del gasto total y las variaciones en la elasticidad-ingresos vinculadas con tal especificación deberían así mismo, ser plausibles.
- c. La estimación de parámetros debería ser simple persiguiendo una evaluación confiable y un buen ajuste, con un error de especificación razonable.

Claramente los requisitos de Leser dan el puntapié a la problemática de la especificación, sintetizando en (a) y (b) los requerimientos mínimos de una consistencia entre la forma funcional y lo que dicta la teoría del consumidor; mientras que (c) pone en relevancia las consideraciones econométricas.

De estos primeros trabajos surgió la comúnmente denominada especificación Working-Leser representada por una forma lineal que relaciona la participación que tiene un determinado bien en el presupuesto familiar con el logaritmo natural del gasto total, tomada esta última como variable *proxy* del ingreso, i.e.

$$w_j = \alpha_j + \beta_j \ln G \quad [11]$$

con $w_j = p_j q_j / G$.

Posteriormente, esta forma funcional fue perfeccionada por Deaton y Maulbauer (1980_b) colocándola dentro de la integrabilidad de la teoría del consumidor. A partir de ello, las formas de Engel cobran relevancia dentro de los sistemas usuales de demanda (*AIDS*, *translog*, *PIGL* y *PIGLOG*) pero que, como señala Costa (2001), éstos han sido favorecidos por su mejor representación de la propiedad de agregación de los agentes económicos más que por poseer un ajuste superior.

Lewbell (1991) es quien propone la utilización de modelos más complejos que la especificación lineal logarítmica, y en particular cuando la muestra con la que se trabaja incluye familias de muy bajos ingresos-gastos o de elevados ingresos-gastos. Así Hausman *et al.* (1995) encuentran que al tener la expresión cúbica de la covariable obtienen un mejor ajuste que para cualquier polinomio de grado menor.

En definitiva, se puede ver que el desarrollo de una mejor especificación responde a ambas necesidades (teórica- econométrica), pudiendo complicarse la forma funcional adoptada aunque ganando en términos de ajuste, como es en el caso de las expresiones polinomiales.

Por lo tanto, lo que resulta claro es que, con el desarrollo de la teoría del consumidor (y las transformaciones metodológicas de la economía en general) el problema de estudiar los estándares de vida de las familias como función de la relación gasto-ingreso, cobró un sentido más estricto en cuanto a la búsqueda y determinación de una relación funcional exacta.

V. De Nuevo al 'Espíritu' No Paramétrico

Hasta el momento se trata a una especificación econométrica a partir de formas funcionales fijas para la estimación de las relaciones de Engel. Sin embargo, en los últimos años ha crecido significativamente el número de investigaciones en los cuales se aceptan formas funcionales más flexibles. De esta manera, la CE simple adopta la forma general [6] o [7] abordada de forma no paramétrica. En general, dada la dificultad de estimar una función de varias variables de forma no paramétrica (por la conocida *maldición de la dimensionalidad*), se ha optado por especificar de forma no paramétrica al gasto o ingreso total (i.e. a la 'esencia' de la CE), incorporando a su vez como covariables adicionales las características socioeconómicas y demográficas de las familias en forma paramétrica; o simplemente se trabaja con especificaciones no paramétricas univariadas para diferentes sub-muestras determinadas por características demográficas o sociales de los hogares o por cuestiones regionales y/o culturales. Entre las primeras aplicaciones empíricas de métodos de regresión puramente no paramétricos para estimar CE se pueden mencionar los trabajos de Bierens y Pottbuter (1991), Lewbel (1991), Delgado y Miles (1996); y más recientemente Fousekis y Lazaridis (2001) y Parpiev y Yusupov (2011), entre otros. Por su parte, las especificaciones semiparamétricas cobran gran importancia por las implicaciones de asignación del gasto dentro de los hogares y su relación con las características de la composición del hogar. Entre este tipo de trabajos se pueden mencionar a Bundell *et al.* (1998), Gong *et al.* (2000) Lyssiottou P *et al.* (2008), y Barrientos Marin (2009)), entre otros.

Ahora bien, ¿Cuál es la ventaja de utilizar una especificación no paramétrica (o semiparamétrica) para la CE? Básicamente, la mayor flexibilidad que supone el solo requisito de las condiciones mínimas de regularidad de la función de distribución. En particular, Blundell *et al.* (2003) enumeran algunas ventajas de las especificaciones no paramétricas de CE. En primer lugar, sostienen que los estudios paramétricos de demanda basados en micro datos, por lo general no cumplen con la propiedad de simetría de Slutsky la cual es una de las implicaciones del problema de maximización de utilidades sujeto a la restricción presupuestaria. Esto podría deberse, o bien a una forma funcional errónea, o bien porque no existe unas preferencias bien definidas que puedan estar racionalizadas en los datos. Los análisis no paramétricos permiten chequear esto. Por otro lado, al usar métodos paramétricos siempre existe incertidumbre acerca de hasta qué punto las conclusiones sobre el bienestar son reflejadas por la forma funcional. Las técnicas no paramétricas permiten obtener ciertos límites sobre los efectos en el bienestar posibilitando usar estos límites a fin de determinar

la importancia de la forma funcional sobre las conclusiones de bienestar. También el análisis no paramétrico puede ayudar a desarrollar un nuevo sistema de demanda paramétrico.

Por lo tanto, la vuelta 'al espíritu no paramétrico' del trabajo original de Engel no solo implica una ganancia en la mayor flexibilidad, desde ya garantizada en las estimaciones más precarias de Engel, sino que también se puede ganar precisamente en determinar si alguna forma funcional compatible con la teoría del consumidor es concordante con la función derivada de 'hacer hablar a los datos'. Por lo tanto, se puede pensar en una expresión estocástica general de una CE especificada de la forma

$$\varphi(q_j) = m_j(\psi(G_i)) + \varepsilon_j \quad [11]$$

Suponiendo que $m_j \in \mathfrak{S}$, siendo \mathfrak{S} un espacio de funciones suaves, y ε_j un término de error aleatorio (i.i.d). Por su parte, las transformaciones φ y ψ , definidas sobre los reales positivos, muestran la posibilidad de diferentes especificaciones en un marco flexible para m . La elección de las mismas no solo depende de la bondad estadística sino también de los supuestos o requerimientos, derivados de la teoría económica, con los que se desea trabajar. Así, si el objetivo es obtener un sistemas de demanda completo tal que las CE que lo definen satisfagan los requerimientos (i)-(iii) anteriormente mencionados, la elección de φ y ψ queda más restringida, como ser a aquellas que definen una especificación tipo Working-Leser para lo cual $\varphi(q_j) \equiv w_j = q_j p_j / G_i$ y $\psi(G_i) = h G_i$. Si se supone la separabilidad débil para estudiar el comportamiento del consumidor de un bien particular j , luego existen más posibilidades para la elección de estas transformaciones. Por ejemplo, si $\varphi(x) = \psi(x) = h x$, se tiene una expresión Doble-Logarítmica, o bien con $\varphi(x) = x$ y $\psi(x) = h x$, una especificación tipo Semi-Logarítmica. En cualquier caso, la mayor flexibilidad se obtiene al no fijar a priori la forma funcional de m_j , estimándola a partir de los datos. Elegidas las transformaciones para q_j y G_i , luego las CE flexibles se pueden contraponer con diferentes especificaciones paramétricas. Postulando como hipótesis nula a una forma funcional conocida (como ser lineal, cuadrática o cúbica en $\psi(G)$) versus una alternativa dada por m_j estimada por algún suavizado no paramétrico, puede conocerse si una cierta especificación paramétrica es aceptable (o no rechazable) en términos estadísticos.

V. Conclusión

Claramente la antecesora a las curvas de Engel (CE) es la denominada 'relación de Engel', *id est* la relación entre el peso presupuestario asignado a un bien y el ingreso total del hogar. Desde la obra original de Engel donde se infiere una ley para dicha relación, no explicitando una relación de determinación o casualidad, luego es incorporada en el marco onto-metodológico del *mainstream*, específicamente derivada de la teoría neoclásica del consumidor. A partir de aquí, existe un gran alejamiento del tratamiento empírico moderno de dicha relación respecto a lo expuesto por Ernst Engel, con especificaciones paramétricas, postulando una relación funcional precisa. En un primer momento los esfuerzos es-

tuvieron volcados en lograr un buen ajuste estadístico, mientras que a partir de la década del '80, el problema se enfocó en la obtención de una mayor consistencia con la teoría del consumidor prevaleciente.

Desde la década del 90', en el problema de encontrar una correcta especificación de la CE, se recurre a modelos no paramétricos, por lo cual existe una mayor similitud con lo expuesto por Engel, tanto por el camino tomado hacia una mayor flexibilidad en postular la relación de Engel, como por los métodos utilizados para analizar los gastos de hogares o presupuestos familiares. Sin embargo, podemos sostener que el objetivo de esta línea estuvo más enfocado en la búsqueda de una correcta especificación o forma funcional, que al replanteo del trabajo original de Engel. Esto puede justificarse por el mantenimiento de la relación de determinación en las especificaciones no paramétricas y semiparamétricas, y su posterior corroboración estadística con formas funcionales conocidas, como así también por el fuerte desarrollo de la estadística no paramétrica que abrió las puertas para ello.

En otra línea, existen autores que han propuesto una vuelta a la lectura de Engel, de donde se concluye que el esfuerzo puesto en la forma de una CE poco tiene que ver la idea original de Engel, principalmente en lo que hace a la *ley* de Engel. Sin embargo, las CE constituyen un instrumento de análisis más comprensivo que un simple medio para el contraste de dicha *ley*.

Al fin, la ambivalencia que generan estas dos posturas extremas, una atándose a la obra original de Engel y la otra a los requerimientos (exactos) de la teoría del consumidor, dan lugar a una posición equilibrada donde la flexibilidad de la CE y su adecuación con algunos aspectos de la teoría pueden tener lugar en una misma línea de investigación enfocada en conocer el comportamiento de los consumidores de una población en un cierto momento del tiempo.

Referencias Bibliográficas

- Abdi, H. (2007). The Method of Least Squares. En Salkind, N.J. (Ed.). *Encyclopedia of Measurement and Statistics* (p. 530). Thousand Oaks (CA): Sage.
- Allen, R. G. y Bowley, A. (1935). *Family Expenditure: A Study of its Variation*. London: P.S. King & Son.
- Barnett W. A. y Serletis, A. (2008). Consumer Preferences and Demand Systems. *Journal of Econometrics*, 79 (4), 527-539.
- Barrientos Marín, J. (2009). On the Consumer Behavior in Urban Colombia: The Case of Bogotá. *Ensayos sobre Política Económica* (Colombia), 27 (59), 46-82.
- Bierens, H.J. y Pott-Buter, H. A. (1991). Specification of Household Engel Curves by Non-parametric Regression, *Econometric Reviews*, 9, 123-184.
- Blaug, M. (1985). *Metodología de la Economía*. Madrid: Editorial Alianza Universidad.
- Blundell, R. Duncan, A. & Pendakur K. (1998). Semiparametric Estimation and Consumer Demand. *Journal of Applied Econometrics*, 13, 435-461.

- Blundell, R., Browning, R. & Crawford, I. (2003). Nonparametric Engel Curves and Revealed Preference. *Econometrica*, 71 (1), 205-240.
- Chackrabarty, M. & Hildenbrand, W. (2011). Engel's Law Reconsidered. *Journal of Mathematical Economics*, 47(3), 289-299.
- Chai, A. y Moneta, A. (2008). At the Origins of Engel Curves Estimation. *Papers on Economic and Evolution*, No. 0808, Max Planck Institute of Economics.
- Chai A. y Moneta, A. (2011). Back to Engel? Some Evidence for the Hierarchy of Needs. *Papers on Economic and Evolution*, No. 1113, Max Planck Institute of Economics.
- Costa, D. (2001). Aggregation, Rank and Some Historical Engel Curves. *Economic Letters*, 70, 183-186.
- Deaton, A. & Muellbauer, J. (1980a). *Economics and Consumer Behavior*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Deaton, A. & Muellbauer, J. (1980b). An almost Ideal Demand System. *The American Economic Review*, 70 (3), 312-326.
- Delgado, M. A. & Miles, D. (1997). Household Characteristics and Consumption Behaviour: A Nonparametric Approach. *Empirical Economics*, 22 (3), 409-429.
- Engel, E. (1857). Die Productions- und Consumtionsverhältnisse des Königreichs Sachsen. En *Zeitschrift des Statistischen Bureaus des Königlich-Sächsischen, Ministerium des Innern*, No. 8 (9), 1-54.
- Engel, J. & Kneip, A. (1996). Recent Approaches to Estimating Engel Curves. *Journal of Economics*, 63 (2), 187-212.
- Fousekis, P. & Lazaridis, P. (2001). Food Expenditure Patterns of the Urban and the Rural Households in Greece. A Kernel Regression Analysis. *Agricultural Economic Review*, 2 (1), 5-19.
- García Arancibia, R. (2013). Curvas de Engel de Alimentos Fuera del Hogar según Circunstancia de Consumo. El Caso de Argentina. *Cuadernos de Economía* (Colombia), 58 (1) (en prensa).
- Gong, X., Van Soest, A. & Zhan, P (2000). Sexual Bias and Household Consumption: A Semiparametric Analysis of Engel Curves in Rural China. *IZA Discussion Paper*, 212.
- Haque, O. . (2005). *Income Elasticity and Economic Development. Methods and Application. Advances Studies in Theoretical and Applied Econometrics*, Vol. 42, The Netherlands: Springer.
- Hausman, J., Newey, W. & Powell, J. (1995). Nonlinear Errors in Variables. Estimation of Some Engel Curves. *Journal of Econometrics*, 65, 205-233.
- Himmelweit S., Simonetti R. & Trigg, A. (2001). *Microeconomics: Neoclassical and Institutional Perspectives on Economic Behaviour*. London: Thomson.
- Iyengar, N. S. (1967). Some Estimates of Engel Elasticities Based on Nacional Sample Survey Data. *Journal of the Royal Statistical Society, Serie A*, 130 (1), 431-433.

- Leser, C.B.V. (1964). Forms of Engel Functions. *Econometrica*, 32 (4), 694-703.
- Lewbel, A. (1991). The Rank of Demand System: Theory and Nonparametric Estimation. *Econometrica*, 59, 711-730.
- Lewbel, A. (2006). Engel Curves. En S. N. Darluf, S. N. y Blume, L. E. (Eds.). *The New Palgrave Dictionary of Economics*, 2nd Ed., Palgrave Mcmillan.
- Lyssioutou, P., Pashardes, P. y Stengos, T. (2008). Demographic vs Expenditure Flexibility in Engel Curves. *Empirical Economics*, 34, 257-271.
- Mishan, E. J. (1961). Theories of Consumer's Behaviour: A Cynical View. *Economica*. 28 (109), 1-11.
- Parpiev, Z. y Yusupov, K. (2011). Testing Household Economies of Scale in Uzbekistan. *Eurasian Journal of Business and Economics*, 4 (7), 25-51.
- Prais, S. y Houthakker, H. (1955). *The Analysis of Family Budgets*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Scarano, E. (2002). Teorías Económicas a priori. *Anales de XXXVII Reunión Anual la Asociación Argentina de Economía Política*, San Miguel de Tucumán.
- Stigler, G. (1954). The Early History of Empirical Studies of Consumer Behavior. *The Journal of Political Economy*, 62 (2), 95-113.
- Working, H. (1943). Statistical Laws of Family Expenditure. *Journal of American Statistical Associations*, 38, 43-56.

