

Shapley y Roth: Premio Nobel de Economía 2012

Olga Manrique^{*} y Sergio Monsalve^{**}

Resumen

Se describen, brevemente, algunos de los más importantes trabajos académicos de Lloyd Shapley y Alvin Roth, a quienes se les otorgara el Premio Nobel de Economía 2012.

Palabras clave: Lloyd Shapley, Alvin Roth, Teoría de Juegos y Teoría de la Negociación, Diseño de Experimentos, Economía Experimental, Diseño de Mercados.

Abstract

It is briefly described some of the most important papers of Lloyd Shapley and Alvin Roth, who were awarded the Nobel Prize in Economics 2012.

Key words: Lloyd Shapley, Alvin Roth, Game Theory and Bargaining Theory, Design of Experiments, Experiments Design, Experimental Economics, Market Design.

JEL classification: B31, C7, C9

Résumé

On décrit brièvement quelques travaux académiques parmi les plus importants de Lloyd Shapley et Alvin Roth à qui on vient de décerner le Prix Nobel d'Économie en 2012.

Mots clés: Lloyd Shaple, Alvin Roth, Théorie de jeux et Théorie de la négociation, Design d'expériences, Économie expérimentalle, Conception des marchés.

I. INTRODUCCIÓN

Hace ya varios años, Robert Aumann (posteriormente, Premio Nobel en 2005) planteaba dar una definición de “economía” mediante una sola palabra. Algunos afirmaron sin dudar: “precios”; otros dijeron “Smith” y otros “Keynes”. Sin embargo, la que se dio en aquella ocasión fue

Recibido: 25-10-2012 Aceptado: 10-11-2012 Recibido versión final: 30-11-2012

^{*} Ph.D. Economía. Escuela de Economía, Universidad Nacional de Colombia (Bogotá)
Correo electrónico: olmanriquec@unal.edu.co.

^{**} Ph.D. Economía. Escuela de Economía, Universidad Nacional de Colombia (Bogotá)
Correo electrónico: smonsalveg@unal.edu.co.

aparentemente más simple y vertical aunque un tanto extraña: “incentivos”. Hoy, ante la noticia del premio Nobel en Economía 2012 otorgado a Lloyd S. Shapley y Alvin E. Roth, parece pertinente evocar la “definición” de Aumann, pues, al fin y al cabo, este premio, por decir lo mínimo, es un reconocimiento a la visión de que para entender un “mercado” u otras instituciones económicas, la dificultad central está en entender el diseño de los incentivos allí presentes.

II. SOBRE LLOYD SHAPLEY (1923-)

A) Sobre los inicios de la obra de Shapley

Podría decirse que el *leitmotiv* de una parte importante de la obra científica de Shapley está en el “*Theory of Games and Economic Behavior*” de John von Neumann y Oskar Morgenstern que se publicó, precisamente, en la Universidad de Princeton en 1944, unos años antes de que David Gale, Harold Kuhn, Lloyd Shapley, John Nash, Martin Shubik y Donald Gillies (entre otros posteriormente famosos especialistas en la teoría de juegos), arribaran allí como estudiantes de doctorado en matemáticas o economía. No hay duda de que la Universidad de Princeton de los años 40’s y 50’s, fue la cuna de la teoría de juegos, tal como hoy la conocemos: allí estuvo la primera generación de teóricos en juegos (von Neumann, Morgenstern y Tucker) y nació una parte sustancial de la segunda generación¹.

Von Neumann y Morgenstern (1944) habían definido lo que era un juego cooperativo² con utilidad transferible³, y allí mismo habían introducido la noción de *conjunto estable*⁴ como

-
- 1 Y esto sucedió a pesar de las fuertes críticas que se le hacían a von Neumann y Morgenstern, fundamentalmente por parte de los economistas. Por ejemplo, Jacob Viner, en aquel momento profesor de economía en Princeton, afirmaba que si la teoría de juegos no podía resolver ni siquiera el problema del ajedrez, entonces para qué servía, si los problemas económicos eran mucho más complicados que el ajedrez.
 - 2 Un *juego cooperativo (o coalicional)* con utilidad transferible está conformado por un conjunto de agentes N , en el que a cada subconjunto (coalición) S de N , se le asigna un valor numérico a priori $v(S)$, al que usualmente llaman el “valor de la coalición”. Repartirse la cantidad $v(N)$, que es el total disponible en esta “pequeña economía”, es, en principio, el objetivo, pues allí entran a discutirse los diferentes criterios éticos, morales, etc. No debería confundirse por el nombre “cooperativo” que se les da a estos juegos, pues en ningún caso aparece aquí el altruismo o alguna pasión similar: los agentes de los juegos cooperativos son jugadores egoístas que están en capacidad de hacer coaliciones con los otros agentes del juego, pero sólo por conveniencia propia: la valoración a priori de una coalición es mayor que la suma de las valoraciones individuales de los agentes que componen esa coalición.
 - 3 La utilidad es transferible entre agentes si todos tienen su utilidad medida en las mismas unidades. Es decir, si la utilidad es comparable.
 - 4 En términos un tanto vagos, un *conjunto estable* de un juego cooperativo es un conjunto de distribuciones X (de la cantidad total $v(N)$) tal que ninguna distribución en X puede ser protestada por alguna subcoalición S de N , y además toda distribución por fuera de X sí puede ser protestada porque hay una mejor distribución (para S) en el conjunto X . Aquí cuando decimos que una subcoalición S “protesta” una distribución, lo que sucede es

posible solución. La importancia de esto radicaba en que se comenzaba a dar criterios (incentivos) para que el grupo de agentes del juego pudiera distribuirse, *mediante acuerdos directos*, cierta cantidad de “dinero”⁵ sin que nadie protestara aisladamente o en subgrupos. Todo sin recurrir a ningún sistema de precios o mecanismo parecido, sino, simplemente, a través de “pequeñas negociaciones” entre ellos. Sin embargo, el problema con la solución por conjuntos estables de asignaciones, era que estos conjuntos podían ser múltiples⁶ o, aún peor, podían no existir en casos significativos, aunque de esto último no estuvieran bien advertidos von Neumann ni Morgenstern y tampoco ninguno de sus estudiantes (Lucas, 1969).

Hijo de un famoso astrónomo norteamericano, antes de llegar a Princeton en 1950 y matricularse en el doctorado en matemáticas, Lloyd Shapley fue soldado en la Segunda Guerra Mundial, se graduó de pregrado en matemáticas en la Universidad de Harvard (1948) y, posteriormente, trabajó en la *Rand Corporation* en California (1948-1950). Fue aquí, precisamente, donde tuvo contacto con las estrategias militares de posguerra y escribió uno de los artículos que más lo identifica: “*Notes on the n -Person Games II: The Value of an n -Person Game*” que apareció publicado por la *Rand* en 1951. En este trabajo, Shapley desarrolló una forma alternativa de asignación en un juego cooperativo (diferente a los conjuntos estables de von Neumann y Morgenstern), que siempre existía, que era única y que tenía un algoritmo relativamente simple para calcularla, además de que satisfacía ciertos “criterios éticos” (axiomas): era el hoy conocido como *valor de Shapley*, que le asigna a cada uno de los jugadores, la suma ponderada de sus aportes marginales a las distintas coaliciones posibles en el juego⁷. Así, si un jugador no le aporta nada a ninguna coalición, el valor de Shapley le asignará cero; pero si le aporta sustancialmente a todas las coaliciones del juego, entonces su asignación será un promedio de esos aportes marginales. Hoy en día, el valor de Shapley y sus generalizaciones es de uso recurrente en la práctica en problemas de asignación de costos, de poder, de votaciones, etc. Precisamente Alvin Roth, el Premio Nobel 2012 junto con Shapley, dedicó una parte importante de sus primeros esfuerzos científicos al estudio

que la parte de $v(N)$ que le asignaron a S en esa distribución, puede mejorarse dada la importancia (o valor $v(S)$) de la coalición.

- 5 Esta cantidad, que usualmente llaman “dinero” para denotar su calidad de medida comparable, puede ser cualquier bien con utilidad transferible (poder, pan, etc.).
- 6 La multiplicidad de conjuntos estables se asocia con diferentes tipos de comportamiento coalicional.
- 7 Los *axiomas* que satisface el valor de Shapley son: 1) *Simetría* (o tratamiento igual): si dos jugadores son sustitutos en el juego, entonces sus valores son iguales; 2) *Jugador dummy*: si un jugador no aporta valor a ninguna coalición cuando se asocia con ella, entonces su valor es cero; 3) *Eficiencia (óptimalidad Pareto)*: la suma de los valores de todos los jugadores es igual a $v(N)$, es decir, al valor de la coalición total; 4) *Aditividad*: el valor de la suma de dos juegos es la suma de los valores de los dos juegos. Esta última condición es equivalente a que el valor de una combinación probabilística de dos juegos es igual a la combinación probabilística de los valores de los dos juegos, lo que es similar al postulado de “utilidad esperada”. Algo que llama la atención inmediatamente aquí, es que este axioma sea el hilo conductor para que en la fórmula algorítmica del valor de Shapley aparezcan cantidades marginales.

de este valor (ver, por ejemplo, Roth & Verrecchia (1979)), y editó una serie de artículos sobre sus generalizaciones y aplicaciones, que tituló *“Shapley Value: Essays in Honor of Lloyd S. Shapley”* (1988).

En Princeton, Shapley obtuvo el título de Ph.D. en matemáticas en 1953, bajo la dirección de Albert Tucker (otro de los pioneros de primera generación de la teoría de juegos). Su disertación fue sobre funciones de conjunto aditivas y no aditivas (1953a), lo que desembocaba en una generalización del concepto de valor de Shapley: el *valor de Shapley ponderado*, que hoy es útil en juegos cooperativos cuando los jugadores no son de igual “tamaño” (en el valor de Shapley original, los pesos de las ponderaciones son iguales)⁸. Continuó en Princeton como instructor hasta 1954, año en el que se vinculó de nuevo a la *Rand Corporation* (Santa Monica), permaneciendo allí hasta 1981, para después integrarse a la Universidad de California (UCLA) de manera definitiva.

En aquel mismo año de su graduación, un compañero suyo en Princeton, Donald Gillies, en su tesis de Ph.D. en matemáticas (1953)⁹ dirigida por von Neumann, desarrolló la noción moderna de *núcleo* para un juego cooperativo, al buscar conjuntos estables en cierto tipo de juegos no-cooperativos de suma no-cero¹⁰. Sin embargo, como señalara después Aumann (1964:47), el *“núcleo, como concepto solución independiente, fue desarrollado por Shapley en conferencias en Princeton en el otoño de 1953”*. Allí, Shapley afirmaba que un acuerdo de repartición del “dinero” entre los agentes está en el *núcleo* de una “pequeña economía” (o juego cooperativo con “pocos” agentes), si ningún subgrupo de agentes la protesta. Por ejemplo, si no se reparte todo el dinero entre los agentes, el grupo total protestaría por falta de eficiencia en la distribución; pero también un subgrupo de ellos podría protestar la asignación porque, si se aislaran, y formaran un acuerdo directo sólo entre ellos, obtendrían más que lo que obtienen perteneciendo a la economía más grande; es decir, no tienen incentivos para pertenecer a esta economía; etc. En otras palabras, en una asignación de núcleo, todos estarían de acuerdo con la repartición y no habría razones para protestarla.

Aunque posteriormente se mostró que había algunos casos en que el núcleo de un juego cooperativo, al igual que el conjunto estable, no existía (Bondareva, 1963; Lucas & Riebel, 1980)¹¹, estas ideas iniciales fueron tomadas por Shapley como punto de partida para uno de los programas de investigación más importantes de la teoría económica del siglo XX: el reconocimiento del conjunto estable, del valor de Shapley y del núcleo como soluciones

8 Ver, por ejemplo, Riker & Shapley (1968); Monderer, Samet & Shapley (1992).

9 Publicada en 1959.

10 Un *juego no-cooperativo* está conformado por el conjunto de jugadores, las estrategias para cada jugador y las funciones de pago para cada jugador, sólo que estas últimas dependen de todas las estrategias de los demás jugadores y, claro, de las estrategias propias. De otro lado, un juego no-cooperativo con *dos* agentes, tiene *suma cero*, si lo que un agente gana el otro agente, lo pierde. Obviamente, un juego de suma no-cero se tendrá cuando esto no ocurre. Por su parte, un *equilibrio de Nash* es una estrategia conjunta (una para cada jugador) en la que si alguno de ellos (unilateralmente) cambia su estrategia, entonces perderá (o al menos, no ganará más).

11 Ver, también, Shapley (1971).

positivas pioneras dentro de la teoría de asignación, en donde, con diferentes criterios “normativos”, se lleva a cabo la distribución entre los agentes, de manera ajena (en situaciones muy significativas) al típico mecanismo de “precios de mercado”¹². En esta fase sería fundamental la cooperación con otro contemporáneo de Princeton: Martin Shubik¹³.

B) Sobre la obra conjunta con Martin Shubik

Shapley y Shubik comenzaron su trabajo conjunto llevando a cabo un muy interesante ejercicio de interés político: aplicaron el valor de Shapley al sistema de votación del Consejo de Seguridad de la Naciones Unidas bajo las reglas existentes en la época. Los asombrosos resultados (por su coincidencia con la distribución del poder en las votaciones reales del Consejo de Seguridad) aparecieron en “*A Method for Evaluating the Distribution of Power in a Committee System.*” (1954). De aquí surgieron el *índice Shapley-Shubik* para el análisis de poder político en congresos, consejos, etc. (que no es necesariamente proporcional al número de votos) (ver Shapley, 1981), y el *índice de Banzhaf* (Banzhaf, 1965; Dubey & Shapley, 1979) como medida de poder en votaciones, entre muchos otros índices. Aplicaciones de esto pueden encontrarse, por ejemplo, en Shapley (1981).

Pero de todos los problemas que Shapley y Shubik trataron en sus investigaciones, no hay duda de que, por la época misma en que se desarrollaron (poco más allá de mitad del siglo XX), el problema de la relación del núcleo y el valor de Shapley con el equilibrio de una economía competitiva, entraba al corazón de las discusiones de moda sobre distribución centralizada versus descentralizada. Según el mismo Shubik, la idea seminal de la conexión entre el núcleo y la curva de contrato de Edgeworth (1881) (es decir, entre el núcleo y los óptimos de Pareto) surgió de sus conversaciones con Shapley como compañeros en Princeton, cuando éste le indicaba que el núcleo era una solución por sí misma, y él (Shubik), como economista, recordaba sus lecturas del *Mathematical Psychics* (1881) de Edgeworth. Fue este el problema estudiado por Shubik en su disertación doctoral de 1953 y que vendría, años más tarde, a convertirse en el clásico “*Edgeworth Market Games*” (1959)¹⁴.

En este mismo trabajo, Shubik respondió cabalmente una pregunta fundamental: ¿cómo podría alcanzarse el equilibrio de los mercados competitivos a través de “pequeñas negociaciones”, y sin aplicar ninguna noción de precios? Edgeworth mostraba (de manera gráfica e intuitiva) que la “curva de contrato” entre dos agentes que intercambian, se contraía hacia un solo acuerdo (que es precisamente el equilibrio competitivo) cuando se creaban múltiples “memes” de estos mismos dos agentes (persiguiendo la idea de múltiples negociaciones bilaterales). En “*Edgeworth Market Games*”, Shubik demostró que esta curva de contrato se asimilaba al núcleo de la economía y probó rigurosamente las propiedades

12 Con M. Maschler y B. Peleg, en 1979 Shapley también investigó sobre otro tipo de “soluciones de distribución” hoy muy conocidas: el *kernel* y el *nucleolo*.

13 Martin Shubik obtuvo su Ph.D. en economía también en 1953, en Princeton, bajo la supervisión de Oskar Morgenstern.

14 Este trabajo de Shubik fue precisado y ampliado (en términos matemáticos y otros) por Debreu & Scarf (1963) y Aumann (1964).

asintóticas de “contracción” del núcleo hacia el equilibrio competitivo cuando el número de réplicas de los agentes de la economía, aumentaba indefinidamente.

Algo importante que resulta de esto último, es que cuando Shapley y Shubik (1969a, 1969b) señalaban lo que estaba implícito en la noción de competencia perfecta, al probar la coincidencia del núcleo, del valor de Shapley y del equilibrio competitivo en mercados grandes y su divergencia absoluta en, prácticamente, cualquier otro caso, colocaban ciertos límites a la teoría de precios como mecanismo eficiente de asignación, y daban razones conceptuales (ajenas a los precios) para la aparición del equilibrio competitivo.

Precisamente en contraposición a estos “grandes mercados” (apropiados para el estudio de, por ejemplo, la competencia perfecta), es a Shapley y Shubik a quienes les debemos el haber llevado a cabo estudios sistemáticos de “pequeños mercados” que hoy son considerados clásicos y que han conducido a importantes aplicaciones de diseño de mercados¹⁵ basados en estas estructuras. Dos ejemplos importantes de ellos son: i) el “*Juego de Asignación*” (Shapley, 1962; Shapley & Shubik, 1972a) que es el origen de los estudios formales de la teoría de emparejamientos (*matching*) con utilidad transferible; y ii) el “*Mercado de caballos de Böhm-Bawerk*” (Böhm-Bawerk, 1923; Shubik, 1987), versión microcósmica de un mercado desde donde es usual discutir la teoría de precios de la economía clásica, y que señala visiones cualitativas y cuantitativas en la distribución de poder, además de mostrar el contraste entre economías con mercancías divisibles y no-divisibles (Shubik 1982, 1987)¹⁶.

La contribución a la literatura económica de Shapley y Shubik la constituyen más de veinte artículos conjuntos sobre profundizaciones y ampliaciones de los conceptos de núcleo y valor de Shapley en juegos cooperativos y sobre su relación con el concepto de equilibrio competitivo (juegos de mercado con pocos y muchos agentes) (1967b, 1969a, 1969b, 1971, 1976), y con los equilibrios en otras estructuras de competencia imperfecta, fundamentalmente, oligopolio, competencia monopolística y preferencias no-convexas (1966, 1967a)¹⁷. También sobre su relación con equilibrios bajo externalidades y bienes públicos (1969c); sobre economías de mercado con moneda y sin moneda (tomando, por ejemplo, una mercancía como medio de pago) (1966, 1972b, 1977); y el problema de la propiedad privada en estas economías (1964); entre muchos otros temas.

Toda esta preocupación amplia de Shapley y Shubik durante más de treinta años de cooperación académica se ve en buena medida compendiada en los libros clásicos de Shubik “*Game Theory in the Social Sciences*” (Vols. 1 y 2) (1982) y “*Game-Theoretic Approach to*

15 De forma breve, podríamos decir que la teoría de *diseño de mercados* es un campo relativamente nuevo de la teoría económica que busca diseñar esquemas prácticos para asignar recursos escasos. Sobre esto, discutiremos más adelante.

16 Dentro de estos juegos también está el “*Juego de sobrevivencia*” (1957), escrito en colaboración con el famoso matemático John Milnor.

17 Ver también Milnor and Shapley (1978) sobre el concepto de “juego oceánico”, con el que se ha intentado modelar la competencia imperfecta (particularmente el monopolio) con relativo éxito.

Political Economy" (1987)¹⁸. Estaba claro: el programa de investigación de Shapley y Shubik pasaba por mostrar que la teoría de juegos puede ser una herramienta fundamental, no sólo de la economía, sino de la *economía política y de las ciencias sociales*, en general.

C) Sobre un artículo extraordinario con David Gale

Durante los largos años de colaboración con Shubik, hubo otro muy importante teórico en juegos que acompañó a Shapley en su evolución como científico: David Gale.¹⁹ Shapley y Gale también se conocieron en la Universidad de Princeton en los años 50's, cuando ambos eran estudiante y profesor del doctorado (respectivamente) en matemáticas. En 1962 publicaron un artículo tan pequeño como famoso: "*College Admissions and the Stability of Marriage*". El origen de este artículo fue la aparición en 1958 en el *New Yorker*, de un comentario de una persona a cargo de las admisiones en la Universidad de Yale, sobre las dificultades que tenían racionalizando el proceso de admisión de los aspirantes: no tenían idea sobre cuáles de las ofertas de admisión que hacía la Universidad a los estudiantes mejor calificados, iban, en definitiva, a ser aceptadas. Shapley notó que esto podría adaptarse bien a un "*Juego de Asignación*" y ese fue el origen de los dos artículos seminales sobre *matching*: Shapley (1962) (con utilidad transferible) y Shapley & Gale (1962) (con utilidad no-transferible).

En lugar del caso concreto del proceso de admisión en una universidad, Shapley & Gale (1962) ilustra el artículo con un ejemplo más llamativo para el lector desprevenido: "*El juego del Matrimonio*" en donde m mujeres deben emparejarse con m hombres, de tal forma que una vez emparejados, ningún hombre prefiere a otra mujer distinta a su pareja y tampoco una mujer prefiere a otro hombre distinto a su pareja (a esto lo llamaban un "emparejamiento estable"). Demostraron que esto siempre era posible, construyeron un algoritmo para alcanzar ese emparejamiento estable ("*The Deferred Acceptance Algorithm*") y, notablemente, encontraron que este emparejamiento estable coincidía con el núcleo del juego.

Cabe mencionar, sin embargo, que el problema había sido propuesto ocho o nueve años antes de esta publicación de 1962, en el caso de la asignación de médicos residentes a hospitales, y habían encontrado un algoritmo práctico y específico para ese problema. Lo que después se supo (Roth, 1984) era que este algoritmo era exactamente el mismo que Shapley y Gale habían generalizado para cualquier caso bien definido de emparejamiento. Hoy en día, la teoría del emparejamiento (*matching*) de Shapley y Gale ha tenido gran éxito en las aplicaciones. Alvin Roth, es uno de los que mayor impulso le ha dado a esta teoría del *matching* (ver, por ejemplo, Roth & Sotomayor, 1990) aplicándolo no solo a la asignación de estudiantes a universidades (Roth, 1985) o médicos a hospitales (Peranson & Roth, 1999),

18 Sobre el libro de 1982 afirma el mismo Shubik (1982:9): "*Este libro es el resultado de muchos años de trabajo conjunto con Lloyd Shapley. Nuestra colaboración ha sido profunda y fructífera para mí, por lo que me parece extraño publicar este trabajo sólo bajo mi nombre. Sin embargo, creo que sí amerita publicarse y Lloyd ha consentido amablemente a que se haga en esta forma. No cuestiono su decisión ni intento ver motivaciones en ello*".

19 David Gale, al igual que Shapley, tuvo como supervisor de tesis a Albert Tucker.

sino a mercados tan irregulares como el de donantes de órganos a pacientes en espera (Roth *et al*, 2004; Roth, 2008b, Bradley & Samy & Roth, 2011) y el de adopción de niños (investigación que apenas comienza), entre otros mercados “repugnantes” con desconfiables mecanismos de precios (Roth, 2007)²⁰. Sobre esto discutiremos más adelante.

D) Un trabajo notable con Robert Aumann

Shapley también publicó en colaboración con Robert Aumann, basándose en trabajos previos. Quizás el más importante fue el clásico “*Values of Non-Atomic Games*” (1974), en el que estudian economías con un *continuo* de agentes (no sólo “muchos” agentes), mostrando que el núcleo, el valor de Shapley y el equilibrio competitivo, todos, coincidían también en este caso extremo. La idea central, como en artículos previos del mismo Aumann, era concebir un agente precio-aceptante como un punto en un segmento de línea recta: hace parte de ella pero él mismo no hace ningún aporte a la longitud del segmento de recta. Con este libro se cerraría el programa de investigación sobre los límites y la naturaleza misma de la competencia perfecta, aunque abriría el espacio para el estudio de otros valores en juegos no-atómicos, además de que se acuñaría el término “precio Aumann-Shapley” utilizado para medir costos unitarios en el servicio telefónico (Billera *et al.*, 1978), unidades de transporte terrestre (Billera & Heath, 1982), unidades de transporte aéreo (Samet *et al.*, 1984), y costos de congestión (Haviv, 2001), entre muchas otras aplicaciones.

E) Shapley y el equilibrio de Nash

Aunque el programa económico de Shapley estuvo predominantemente asociado con la teoría de juegos cooperativos (coalicionales) y estructuras adyacentes de incentivos, ocasionalmente también estudió sobre la pertinencia del concepto de equilibrio de Nash como solución fundamental de los juegos no-cooperativos. Fue él quien primero introdujo los *juegos estocásticos* (1953b) a la literatura económica, mostrando, quizás por primera vez, la que en adelante se conocería como *ecuación de Bellman*. En Shapley (1964), mostró un sorprendente ejemplo de un juego con un solo equilibrio de Nash, pero que ante simulaciones con agentes ficticios, no convergían a ese equilibrio (esto abriría un espectro de investigaciones muy importantes sobre la epistemología conducente a un equilibrio de Nash). Y con esta preocupación, en Monderer & Shapley (1996) introdujo el concepto de “*juego potencial*”, que tan útil ha sido al posterior desarrollo de la teoría del valor a la luz de los juegos cooperativos con utilidad no-transferible, y a partir de lo cual se ha desarrollado la moderna teoría utilitarista (ver, por ejemplo, Hart & Mas Colell, 1988).

20 Roth es fundador del *New England Program for Kidney Exchange*, junto con Tayfun Sönmez y Utku Ünver, un programa que registra y empareja donadores y pacientes compatibles. Otro de los mercados que ha diseñado es el *National Resident Matching Program*, a través del cual cerca de veinte mil doctores en un año encuentran empleo como residentes en hospitales americanos. Desde el año 2004 también ha colaborado en el diseño del ingreso a la escuela de aproximadamente noventa mil estudiantes cada año. De igual forma, desde el 2006 ha colaborado con el rediseño del sistema de ingreso utilizado en las escuelas públicas de Boston.

F) Shapley, hoy

A sus casi noventa años, Lloyd Shapley goza de buen retiro con múltiples reconocimientos académicos, aunque aún continúa publicando en *journals* y haciendo algunas apariciones públicas en conferencias y otros eventos. Además, muchos esperaban que el que, en su momento, von Neumann reconocía como “*la más brillante estrella de la investigación en teoría de juegos*”, recibiera el Premio Nobel. Por ejemplo, en una entrevista a Gale en el 2006 (poco antes de morir), éste afirmaba que Shapley “*definitivamente, debería ganarse el Premio Nobel*”. También Aumann, en su discurso al recibir el Premio Nobel en 2005, afirmaba lo mismo que Gale. No hay duda de que muchos de los que ya habían obtenido el Premio Nobel en Economía, admiraban profundamente a Shapley y hacían votos porque también lo obtuviera. De hecho, basta dar una breve mirada a los artículos incluidos en el monumental *Handbook of Game Theory with Economic Applications* (1992, 1994, 2002) editado por Aumann y Hart, para observar la tremenda influencia de Shapley sobre la ciencia económica de la segunda mitad del siglo XX. Y aunque un poco tarde para él, en 2012 se hizo realidad este deseo de sus colegas para el que es casi unánimemente considerado como el mejor teórico de juegos del siglo XX.

III. SOBRE ALVIN E. ROTH (1951-)

Inspirado, en sus inicios, por los trabajos de Nash (fundamentalmente, su solución de negociación (Nash, 1950; Kalish *et al.* 1954) y Shapley (particularmente, aquellos sobre el valor de Shapley (1951)) Alvin E. Roth ha hecho muy importantes aportes (de manera entrelazada) a la economía experimental y a la teoría del diseño de mercados y, por este camino, también a la teoría de juegos, que son áreas que, a su juicio, se complementan y retroalimentan.

A) Sobre la economía experimental

Roth comenzó su carrera científica en los años 70's, estudiando juegos de negociación cuando aún era estudiante de doctorado en Stanford. Su primer proyecto en 1974, fue el resultado de una extensa y fructífera relación con Keith Murnighan, un psicólogo social, quien fuera compañero suyo en Stanford. La disertación doctoral de Alvin Roth fue una exploración a algunas preguntas planteadas por von Neumann y Morgenstern en *Theory of Games and Economic Behavior* (1944) acerca del concepto solución en juegos de n personas. La disertación de Murnighan, por su parte, era una investigación empírica del comportamiento de las coaliciones, que puso a prueba varios modelos psicológicos sociales de ese entonces. Sus primeras investigaciones estuvieron orientadas principalmente a problemas de negociación, coaliciones y aversión al riesgo (Murnighan & Roth, 1977, 1978, 1980, 1982, 1983; Murnighan, Roth & Schoumaker, 1987, 1988).

El primer artículo sobre juegos de negociación, publicado por Roth en *Psychological Review* en 1979, fue un novedoso diseño experimental para testar el modelo Nash de negociación (1950), que en ese momento era muy utilizado en economía. Un supuesto central de éste es que el resultado de la negociación se puede predecir a partir de la información contenida

en los pagos esperados para los negociadores. En particular, el modelo de Nash podía predecir que el resultado de la negociación, en situaciones distintas a la simétrica, sería determinado por las diferencias en la aversión al riesgo de los negociadores. Sin embargo, la “frustración” llegó pronto: fue probado por los experimentos de Roth que bajo la premisa de que todos los sujetos eran neutrales al riesgo, algunos aspectos importantes de las predicciones teóricas podrían ser rechazadas (Malouf & Roth, 1979).

Por ejemplo, para probar esta hipótesis de la aversión al riesgo, Malouf y Roth diseñaron un experimento utilizando juegos de loterías binarias con información completa y parcial. Los resultados mostraron diferencias dramáticas: cuando los negociadores tienen información completa y precios desiguales, los acuerdos tienden a dar una probabilidad más alta de ganar al jugador con el premio más pequeño. Dado que el conjunto de pagos factibles no se afecta por la condición de información, las diferencias sugerían que la teoría no estaba logrando capturar la complejidad de las negociaciones.

Este diseño experimental de Malouf y Roth, además proporcionó una prueba de la capacidad de predicción del modelo de Nash sobre la información contenida en la utilidad tipo von Neumann-Morgenstern. En particular, puesto que la utilidad de los jugadores en un juego de lotería binaria no depende del tamaño del premio monetario, la predicción de la teoría era que el resultado de la negociación no debería verse influenciado por el tamaño de los premios de los jugadores y, en particular, no sería sensible a las diferencias en los premios. Malouf y Roth, sin embargo, encontraron que los acuerdos dividían los billetes de lotería casi siempre en 50-50 cuando los premios eran iguales o no se conocía el premio de su contraparte. Pero cuando los premios eran diferentes, el jugador con el premio menor recibía, en promedio, más del 60% de los billetes de lotería.

Más adelante, en Malouf, Murnighan & Roth (1981), se preguntaban si la diferencia entre las condiciones de información completa y parcial del primer experimento podía explicarse sólo por la forma en que la información adicional cambiaba el conjunto de estrategias de los jugadores: ahora a los jugadores les dispusieron información alta, intermedia y baja. En este caso, en el juego con condiciones de baja información, resultó posible llegar a acuerdos en los cuales los jugadores recibían igual probabilidad de ganar el premio, mientras que en los juegos con información intermedia aparecía mayor probabilidad de que el jugador con el premio más pequeño, ganara. Sin embargo, la interpretación dada a esto por Roth *et al.* es que el “contenido sociológico” de la información sobre el dinero, era importante allí.

Roth y Schoumaker (1983), por otro lado, investigan si al manipular las *expectativas* de los negociadores se pueden obtener acuerdos estables. Encuentran evidencia que sustenta la hipótesis de que el resultado de la negociación está influenciado, no solo por las preferencias y las opciones estratégicas de los negociadores, sino también por sus *expectativas*: puede haber diferentes tipos de conflictos potenciales en los cuales los individuos tengan expectativas comunes que permitan alcanzar acuerdos de manera eficiente. Es por esto que los resultados experimentales pueden tener importantes implicaciones en la teoría de la negociación. Por ejemplo, puede ser necesario incorporar las expectativas en la definición

del equilibrio y, en general, podrían existir múltiples equilibrios sustentados por diferentes conjuntos de expectativas mutuamente consistentes.

Los intereses de Roth, una vez más, se enfocaron luego al estudio sobre los efectos de la aversión al riesgo en los negociadores (Murnighan, Roth, & Schoemaker, 1988). En esta investigación, que mide las preferencias de los jugadores por loterías *versus* resultados ciertos, emparejaron un negociador menos averso al riesgo con un negociador más averso, en dos negociaciones (con bajo y alto resultado de desacuerdo) y en tres experimentos. Los modelos clásicos en teoría de juegos predicen que la mayor aversión al riesgo del negociante se alinearía con el resultado de desacuerdo alto (Nash, 1950). Nuevamente, los resultados débilmente apoyaron esta predicción.

Pero no todo ha sido “negativo” para la teoría de juegos de negociación. En una serie de experimentos, Roth y sus colaboradores probaron que otras “predicciones” teóricas de la negociación cooperativa sí se daban (Roth & Malouf, 1979; Roth, Malouf & Murnighan, 1981; Roth & Murnighan, 1982; Murnighan, Roth & Schoemaker, 1988; Ochs & Roth, 1989; Roth, Prasnikar, Fujiwara & Zamir, 1991). Y cabe destacar, entre estos, el notable estudio transcultural de Roth *et al* (1991), en donde investigaron la negociación a través de una variación del *Juego del Ultimatum* en cuatro diferentes países (Israel, Japón, Estados Unidos y Yugoslavia) y se encontró una fuerte regularidad entre ellos que ya había sido “predicha” por la teoría clásica de juegos. Todo esto, teniendo en cuenta que, obviamente, existen diferencias importantes (culturales, etc.) entre países.

Por su parte, Roth también encontró que los resultados teóricos de Shapley clarificaban de manera importante el funcionamiento de los mercados en la práctica. En particular, la estabilidad es un aspecto importante en el éxito de mercados específicos, lo que él y sus colegas pudieron demostrar en una serie de trabajos empíricos. Así, Roth (1991) realiza un experimento natural en el Reino Unido, en el que considera el mercado de estudiantes recién graduados de medicina que buscan su primer puesto de hospital. Estas posiciones son comparables a los puestos de internos de primer año en los hospitales americanos (aunque hay algunas diferencias importantes). El experimento natural considera que estos mercados están organizados de manera diferente en las distintas regiones del Servicio Nacional de Salud, lo que permite comparar cómo el comportamiento del mercado está influenciado por la organización del mercado.

En otro experimento natural, Kagel y Roth (2000), crean un ambiente en el que la congestión obliga a los agentes a emparejarse muy pronto y de manera ineficiente. Además, el experimento permite observar la transición entre un sistema descentralizado y un mercado centralizado, tanto cuando el mercado centralizado falla para controlar la desintegración, como cuando tiene éxito, a un nivel de detalle no disponible en los datos de campo.

De otro lado, Roth *et al* (2006) exploran las reformas propuestas en el mercado de leyes, de forma experimental en el laboratorio, y computacionalmente el uso de algoritmos genéticos. Los resultados sugieren que la sensación entre muchos estudiantes y jueces es que

los estudiantes deben aceptar ofertas cuando hay obstáculos para el éxito de las reformas propuestas. A diferencia de los mercados en los que la imposibilidad de realizar contratos vinculantes contribuye al fracaso del mercado, en el mercado de leyes es la facilidad con la que se forjan contratos vinculantes lo que impide la eficiencia.

En la década de los 90's en una serie de artículos (Roth, 1993, 1994, 1995), este había documentado la historia de la economía experimental hasta esa época, advirtiendo sobre la importancia del método para apoyar las investigaciones económicas (particularmente, en el diseño de mercados), y abriendo el debate en torno a algunas reflexiones metodológicas. Cómo y con qué detalle se reportan los procedimientos experimentales, son algunas cuestiones sobre las que llama la atención; así como la responsabilidad que los economistas experimentales deben tener al comunicar los hallazgos, además de cómo se agregan los datos para extrapolar las conclusiones y la forma en que se analizan los resultados que son de difícil interpretación (al igual que en la investigación econométrica) si no se tiene la comprensión suficiente del proceso de búsqueda. En definitiva, el coeditor del *Handbook of Experimental Economics* (1995) estaba ya convencido de lo importante que es el método experimental en economía.

Recientemente, en su artículo "*Is Experimental Economics Living Up to Its Promise?*" (2010), señala que los experimentos en economía facilitarán y mejorarán tres tipos de trabajos: 1) Hablar a los teóricos (testar teorías formales), 2) Buscar datos (explorar regularidades empíricas que no han sido predichas por las teorías existentes) y 3) Susurrar al oído de los príncipes (formulación de asesoramiento confiable, así como su comunicación, justificación y defensa). En palabras suyas:

"La economía experimental está prosperando. Se está cumpliendo con su promesa, aunque también estamos aprendiendo, haciendo experimentos, más de lo que prometen los experimentos para la economía. [...] Los experimentos se están integrando mejor con otro tipo de investigaciones económicas, incluyendo una conversación muy importante con los teóricos que motiva a las nuevas teorías, así como pruebas ya existentes. Estamos aprendiendo más sobre cómo los experimentos se complementan con otros tipos de investigación empírica". (Roth, 2010).

Sin duda, tiene razón. Pero, por supuesto, hay un largo camino por recorrer en la construcción del método experimental, en la conformación de comunidad académica y en el diálogo de la teoría económica con otras disciplinas.

B) Sobre el diseño de mercados

(Economic Sciences Prize Committee of the Royal Swedish Academy of Sciences, 2012)

"Algunos problemas de asignación se resuelven mediante el sistema de precios: salarios altos atraen a los trabajadores en una ocupación en particular, y los altos precios de la energía inducen a los consumidores a ahorrar energía. En muchos casos, sin embargo, utilizar el sistema de precios plantea objeciones legales y éticas.

[...] Por otra parte, hay muchos mercados donde opera el sistema de precios, pero la idea tradicional de la competencia perfecta no es ni siquiera aproximadamente satisfactoria. En particular, muchos bienes son indivisibles y heterogéneos, por lo que el mercado para cada tipo de bien se vuelve muy estrecho. Cómo estos mercados estrechos asignan recursos depende de las instituciones que gobiernan las transacciones”.

La teoría de *diseño de mercados* (ver, por ejemplo, Hylland & Zeckhauser, 1979) es un campo emergente de la teoría económica que intenta diseñar esquemas prácticos para asignar recursos escasos entre individuos que los valoran. Por ejemplo, busca entender las diferentes maneras en que funcionan los distintos mercados, así como las reglas y procedimientos (es decir, los incentivos) que hacen que algunos de ellos funcionen bien y otros no. De forma general, sus aplicaciones van desde la asignación de recursos por parte del Estado, tales como tierra, licencias mineras y pesqueras, licencias de espectro de radio, asignación de escuelas y universidades, como también mercados para trasplantes de órganos, asignación entre empleos y trabajadores, colocación de pautas de publicidad en los motores de búsqueda en Internet, banca por teléfonos celulares, mercados de energía, y fallas en los mercados de *swaps*.

Ahora: dos características básicas que un buen diseño de mercados debe satisfacer son la *estabilidad* y la *compatibilidad de incentivos*. La primera se deriva de la teoría de juegos cooperativos y la segunda de la teoría de diseño de mecanismos (ver, por ejemplo, Myerson & M. Satterthwaite, 1983). Sin embargo, Roth (2008a) va más allá y plantea lo que la experiencia le viene mostrando en estos casos: los mercados trabajan mejor si logran satisfacer tres condiciones: 1) Proporcionar un *grosor* suficiente; esto es, atraer la proporción suficiente de potenciales participantes en el mercado; 2) Superar la congestión que puede generar el grosor, proporcionando tiempo suficiente o realizando transacciones con suficiente rapidez, tal que los participantes puedan considerar diferentes alternativas de transacciones para llevar a cabo algunas satisfactoriamente; 3) Que sea seguro participar en el mercado de la manera más sencilla posible.

Pero también destaca elementos de *contexto* a tener en cuenta en el diseño de mercados tales como la naturaleza de las transacciones, la distribución de la información, las oportunidades para realizar transacciones fuera del mercado, las leyes, las regulaciones y otros elementos que hacen parte de la *“cultura del mercado”*. De esta manera, la proliferación de nuevas clases de mercados se ha convertido en un verdadero reto para la teoría económica al intentar comprender mejor los incentivos y las instituciones implicados en ellos (Roth, 2007b).

Y todo lo anterior, lo viene estudiando la teoría de mercados a través de dos ramas, fundamentalmente: la *teoría del emparejamiento (matching)* y la *teoría de subastas*.

1. En el caso de la teoría de mercados a través de emparejamientos (*matching*), la historia comenzó con el ya mencionado artículo seminal de Gale y Shapley (1962) en donde demostraron que el *Deferred Acceptance Algorithm* (Roth, 2008b) es estable y tiene compati-

bilidad de incentivos; es decir, siempre se alcanza un emparejamiento estable. Y aunque el trabajo sobre las asignaciones y algoritmos estables fue reconocido como una importante contribución teórica en los años 60's y 70's, no fue hasta la década de los 80's que su relevancia práctica fue descubierta. En esto, la contribución de Roth (1984) fue clave, pues allí documenta la evolución del mercado de los nuevos médicos en los EE.UU. y argumenta, de manera convincente, que un algoritmo estable mejora el funcionamiento del mercado.

El libro de Roth y Sotomayor (1990), que articula el estado del arte sobre la teoría del *matching* hasta finales de los años 80's, es un trabajo que le sirvió de plataforma para su evolución científica, y proyectar su trayectoria hacia el diseño de experimentos y de mercados, conjuntamente. A partir de allí, realiza múltiples simulaciones y otros ejercicios experimentales, apoyándose en bases de datos como el ya mencionado *National Resident Matching Program* (Roth, 1990, 1991; Mongell & Roth, 1991; Roth *et al*, 1993; Roth & Xing, 1994, Peranson & Roth, 1997; Kagel & Roth, 2000). Los resultados mostraron que la estabilidad del algoritmo de Gale y Shapley contribuye, de forma importante, al funcionamiento de ese mercado, y, más aún, sugieren que en los mercados grandes de este tipo, muy pocos agentes de cada lado del mercado, podrían beneficiarse de la manipulación del algoritmo. De hecho, algunos estudios posteriores han ayudado a clarificar por qué la manipulación estratégica puede no ser beneficiosa en los grandes mercados (Immorlica & Mahdian, 2005; Kojima & Pathak, 2009)²¹.

Otros dos mercados en los que ha sido exitosa la aplicación del diseño desarrollado por Roth son la entrada de los niños a los colegios y el trasplante de órganos. En el caso de los colegios, mientras que los estudiantes y sus familias pueden tener claras preferencias por ciertos colegios (por cercanía a la vivienda, costos, metodologías, etc.), los colegios pueden seleccionar a sus estudiantes considerando ciertos atributos, desempeño en pruebas específicas, records de años anteriores, etc. La aplicación del diseño ha sido exitosa en los casos de Nueva York y Boston (Abdulkadiroglu *et al*, 2005, 2009).

Sin embargo, Roth también ha destacado que existe un reto importante en el diseño de mercados (teórico y experimental): son las ya mencionadas "*transacciones repugnantes*" (Roth, 2007a). Como mencionábamos antes, un caso que Roth y sus colegas han estudiado con mucho detalle en los últimos años, es el de trasplante de órganos. Roth *et al* (2004), adaptaron el algoritmo *top-trading cycle*, para garantizar un mecanismo de selección que fuera eficiente e incentivo-compatible. En este caso, el mecanismo permite intercambios multilaterales que incrementa el "grosor" del mercado, que es una de las condiciones deseables propuestas por Roth.

21 El diseño de Roth y Peranson (1999) para asignar médicos a hospitales también ha sido adoptado por otros mercados laborales en los Estados Unidos: el de odontólogos residentes postdoctorales, el de pasantes de osteopatía, el de cirujanos ortopédicos osteópatas, el de pasantes de farmacia, el de pasantes de psicología clínica, etc.

Debido a que las personas sanas tienen dos riñones y pueden permanecer saludables con sólo uno, los donantes vivos de riñones son ampliamente utilizados para el trasplante de riñón. Las leyes contra la compra o venta de riñones reflejan una repugnancia razonablemente extendida, y esta repugnancia puede ser difícil de considerar para cambiar las leyes, cuando los argumentos se centran sólo en los beneficios comerciales²². En este sentido, considera que los experimentos pueden jugar un papel importante en el diagnóstico y la comprensión de estas “fallas del mercado” y en el éxito en la prueba de nuevos diseños, así como en el mejoramiento en la transmisión de datos y análisis de resultados a los responsables de política.

2. De otro lado, y paralelo a la teoría del emparejamiento (*matching*), la segunda forma de aproximación importante a la teoría de mercados es la teoría de los *mecanismos de subasta* (ver, por ejemplo, Milgrom & Weber (1982)). Y aquí también se ha involucrado Roth desde comienzos de los años 90's con el estudio de *subastas* a través de las cuales la Comisión Federal de Comunicaciones de los EE.UU pueda vender los derechos para transmitir en diferentes segmentos del espectro de radio. Una característica particular de este mercado es que un determinado ancho de banda de espectro puede ser más valioso para una empresa si, por ejemplo, también puede obtener licencias geográficamente contiguas, o si se puede ganar licencias de frecuencias de radio adyacentes, de modo que se puedan transmitir más datos: las “*complementariedades*” juegan un papel importante en este tipo de mercados. (Milgrom & Weber, 1982; Milgrom & Segal, 2000),

Además de las subastas de espectro de radio, el creciente número de subastas por Internet viene proporcionando una nueva oportunidad para investigar los efectos de diseños alternativos. Por ejemplo, Roth y Ockenfels (2001) comparan el comportamiento de una oferta en eBay y Amazon. Las subastas en eBay tienen una fecha fija para finalizarla, mientras que las subastas en Amazon no se pueden cerrar hasta que la hora de finalización programada se haya alcanzado y hayan pasado diez minutos sin hacer una oferta. Esta diferencia de reglas tiene un efecto dramático sobre la distribución de las ofertas a través del tiempo: las ofertas en eBay están concentradas muy cerca del final, mientras que las ofertas en Amazon, no. En cuanto a la formación de precios, las ofertas iniciales son menos informativas sobre el precio final de venta en eBay que en Amazon. Por ejemplo, Ariely, Ockenfels & Roth (2001) muestra que la diferencia en las reglas de finalización de las dos subastas tiene el mismo efecto en el laboratorio y en campo.

La investigación futura en la teoría de diseños de mercados tiene el desafío de encontrar cuáles son las implicaciones prácticas de explorar los incentivos, y las propiedades de eficiencia de los mecanismos que tratan de lograr un adecuado funcionamiento a través de algoritmos de aceptación en los mercados en los que las diferencias son importantes. Para Roth (2002, 2007b, 2008a), el diseño de un mercado exige un enfoque de ingeniería:

²² Roth es fundador, junto con Tayfun Sönmez y Utku Ünver del *New England Program for Kidney Exchange*, un programa que registra y empareja donadores y pacientes compatibles (Sönmez & Ünver, 2010a, 2010b).

los diseñadores no pueden trabajar tan sólo con los modelos conceptuales enseñados por la teoría si realmente quieren entender bien el funcionamiento general de los mercados. El contexto es fundamental.

C) Roth, hoy

En sus más de 150 artículos, al menos 7 libros y monografías y varios documentos de trabajo (*working papers*), Alvin E. Roth, hoy profesor de la Universidad de Harvard y que, en 2013, será profesor de la Universidad de Stanford, ha sido uno de los investigadores que con mayor vigor ha impulsado el uso de los experimentos en economía. Para él, entender el potencial que tiene la economía como disciplina, implica que se debe estrechar la relación entre la teoría y el trabajo empírico. Desde su perspectiva, la economía experimental ha sido una herramienta fundamental para ayudar a la teoría de juegos a establecer la relación entre el postulado teórico del comportamiento racional y el estudio del comportamiento real. De esta manera, la economía experimental se ha convertido en una nueva línea de trabajo para testar predicciones teóricas y observar el comportamiento no predecible de los individuos en ambientes controlados.

A pesar de que, seguramente, una parte sustancial de la historia científica de Roth aún está por escribirse, es indudable el aporte que ha hecho a la teoría económica de los últimos 30 años.

Referencias bibliográficas

- Abdulkadiroglu, A., E. Roth, & P. A. Pathak (2005). "The New York City High School Match". *American Economic Review, Papers and Proceedings* 95(2): 364–367.
- Abdulkadiroglu, A., Parag A. Pathak, A. E. Roth, & Tayfun Sönmez.(2005). "The Boston Public School Match," *American Economic Review, Papers and Proceedings*, 95(2): 368-371.
- Abdulkadiroglu, A., Parag A. Pathak, & Alvin E. Roth. (2009). "Strategy-proofness versus Efficiency in Matching with Indifferences: Redesigning the NYC High School Match," *American Economic Review*, 99(5):1954-1978
- Ariely, D., A. Ockenfels, & A. E. Roth. (2001). "An Experimental Analysis of Late-Bidding in Internet Auctions", Harvard University.
- Aumann, Robert J. (1964). Markets with a Continuum of Traders, *Econometrica* 32:39-50.
- Aumann, Robert J. & S. Hart (eds.). (1992). *Handbook of Game Theory with Economic Applications*, Volume I, Amsterdam: North Holland.
- Aumann, Robert J. & S. Hart, (eds.). (1994). *Handbook of Game Theory with Economic Applications*, Volume II. Amsterdam: North-Holland.
- Aumann, Robert J. & S. Hart, (eds.). (2002). *Handbook of Game Theory with Economic Applications*, Volume III. Amsterdam: North-Holland.
- Aumann, Robert J. & Lloyd S. Shapley. (1974). *Values of Non-Atomic Games*, Princeton University Press.

- Banzhaf, John F. (1965). "Weighted Voting doesn't work". *Rutgers Law Review* 19: 317–343.
- Billera, Louis J. & D.C. Heath, (1982). "Allocation of Shared Costs: A Set of Axioms Yielding a Unique Procedure", *Mathematics of Operations Research*, 7: 32-39.
- Billera, Louis J. & D.C. Heath & Raanan, J. (1978). "Internal Telephone Billing Rates-A Novel Application of Non-Atomic Game Theory", *Mathematics of Operations Research*, 26: 956-965.
- Bondareva, Olga.(1963). "Some Applications of Linear Programming Methods to the Theory of Cooperative Games" (in Russian) . *Problemy Kybernetiki*, 10: 119–139.
- Böhm-Bawerk, E. von, (1923). *Positive Theory of Capital* (Translated from German, original 1891). New York: G.E. Stechert and Co.
- Bradley, Wallis, C. & Kannan P. Samy & Alvin E. Roth & Michael A. Rees. (2011). "Kidney Paired Donation." *Nephrology, Dialysis, Transplantation* 26(7): 2091–2099.
- Economic Sciences Prize Committee of the Royal Swedish Academy of Sciences. (2012). *Stable Allocations and the Practice of Market Design*.
- Debreu, Gerard & Herbert Scarf. (1963). "A Limit Theorem on the Core of an Economy", *International Economic Review*, 4(3): 235-246.
- Dubey, Pradeep & Lloyd S. Shapley. (1979). "Mathematical Properties of the Banzhaf Power Index", *Mathematics of Operations Research* 4:99–132.
- Edgeworth, Francis Y. (1881). *Mathematical Psychics: An essay on the mathematics to the moral sciences*. London: Kegan Paul.
- Gale, David & Lloyd S. Shapley. (1962). "College Admissions and the Stability of Marriage", *The American Mathematical Monthly*, 69: 9–15.
- Gillies, Donald B. (1953) 1959. "Solutions to general non-zero-sum games". En Tucker, A. W.; Luce, R. D.. *Contributions to the Theory of Games IV. (Annals of Mathematics Studies 40)*. Princeton: Princeton University Press. pp. 47–85
- Hart, Sergiu & Andreu Mas Colell. (1988). "The Potential of the Shapley Value" En Roth, Alvin, 1988, *Shapley Value: Essays in Honor of Lloyd S. Shapley*, Cambridge: Cambridge University Press. pp. 127-137.
- Haruvy, Ernan, A. E. Roth, & M. U. Ünver. (2006). "The Dynamics of Law Clerk Matching: An Experimental and Computational Investigation of Proposals for Reform of the Market," *Journal of Economic Dynamics and Control*, 30(3): 457-486.
- Haviv, Moshe. (2001). "The Aumann-Shapley price mechanism for allocating costs in congestion systems," *Operations Research Letters*, 29:211-215.
- Hylland, Aanund & R. Zeckhauser. (1979). "The Efficient Allocation of Individuals to Positions," *Journal of Political Economy*, 87: 293-314.
- Immorlica, N. & M. Mahdian. (2005). "Marriage, Honesty, and Stability. Proceedings of the Sixteenth Annual ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms: 53-62. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics.

- Kagel, J.H. & A. E. Roth. (2000). "The Dynamics of Reorganization in Matching Markets: A Laboratory Experiment motivated by a Natural Experiment, *Quarterly Journal of Economics*, 115: 201–35.
- Kalish G.K., J. W. Milnor, J. Nash & E.D. Nehrig. (1954). "Some Experimental *n*-Person Games", in R.M. Thrall, C.H. Coombs, & R.L. Davis (eds.), *Decision Processes*, Wiley, New York.
- Kojima, F. & P.A. Pathak. (2009). "Incentives and Stability in Large Two-Sided Matching Markets". *American Economic Review*, 99: 608–27.
- Lucas, William F. (1969). "A Game with No Solution", *Bulletin of the American Mathematical Society* 74:237-239.
- Lucas, W. F. & M. Rabie. (1982). "Games with No Solutions and Empty Cores", *Mathematics of Operations Research*, 7(4): 491-50.
- Ledyard, John. (1995). "Public Goods: A Survey of Experimental Research" *Handbook of Experimental Economics*, edited by John Kagel and Alvin E. Roth, Princeton University Press, Princeton, pp.111-194.
- Myerson, R. & M. Sathethwaite. (1983). "Efficient Mechanisms for Bilateral Trading" *Journal of Economic Theory*, 29:265-281
- Malouf, M. & A. Roth. (1981). Disagreement in Bargaining. An experimental Study. *Journal of Conflict Resolution*, 25(2): 329-348.
- Malouf, M., J. K. Murnighan & A.E. Roth. (1981). "Sociological Versus Strategic Factors in Bargaining," *Journal of Economic Behavior and Organization*, 2:153-177.
- Maschler, Michael & Bezalel Peleg & Lloyd S. Shapley. (1979). "Geometric Properties of the Kernel, Nucleolus, and Related Solution Concepts," *Mathematics of Operations Research* 4: 303-338.
- Milgrom, Paul & R. Weber. (1982). "A Theory of Auctions and Competitive Bidding," *Econometrica*, 50: 51089-1122.
- Milnor, John & Lloyd S. Shapley. (1957). "On Games of Survival" En *Contributions to the Theory of Games*, Vol. III, M.Dresher, A.W. Tucker and P. Wolfe, editors. Pp.15–45, *Annals of Mathematical Studies* 39, Princeton University Press, Princeton, New Jersey.
- Milnor, John. W. & Lloyd S. Shapley. (1978). "Values of Large Games, II: Oceanic Games," *Mathematics of Operations Research* 3:290-307.
- Milgrom, P. & Ilya Segal. (2000). "Envelope Theorems for Arbitrary Choice Sets," *Econometrica*, 70, 583-601.
- Monderer, Dov & Lloyd S. Shapley. (1996). "Potential Games", *Games and Economic Behavior*, 14:124–143.
- Monderer, Dov & Dov Samet & Lloyd S. Shapley. (1992). "Weighted Values and the Core," *International Journal of Game Theory*, 21(1):27-39.
- Mongell, S. J., & A. E. Roth. (1991). "Sorority Rush as a Two-Sided Matching Mechanism," *American Economic Review*, 81, 441–464.

- Murnighan, J.K., & A. E. Roth. (1977). "The Effects of Communication and Information Availability in an Experimental Study of a Three-Person Game", *Management Science*, vol. 23(12), 1336-1348.
- Murnighan, J.K., & A. E. Roth. (1978). "Large Group Bargaining in a Characteristic Function Game. *Journal of Conflict Resolution*. 22(2): 299-317.
- Murnighan, J. K. & A. E. Roth. (1980). "The Effects of Group Size and Communication Availability on Coalition Bargaining in a Veto Game", *Journal of Personality and Social Psychology*, 39(1): 92-103.
- Murnighan, J. K. & A. E. Roth. (1982). "The Role of Information in Bargaining: An Experimental Study," *Econometrica*, 50:1123-1142.
- Murnighan, J. K. & A. E. Roth. (1983). "Expecting Continued Play in Prisoner's Dilemma Games: A test of Several Models", *Journal of Conflict Resolution*. 27(2): 297-300.
- Murnighan, J. K., A. E. Roth & F. Schoumaker. (1987). "Risk Aversion and Bargaining: Some Preliminary Experimental Results". *European Economic Review*. 31(1-2): 265-271.
- Murnighan, J. K., A. E. Roth & F. Schoumaker. (1988). "Risk Aversion in Bargaining: An Experimental Study" *Journal of Risk and Uncertainty*, 1:101-124.
- Nash, John. (1950). "The Bargaining Problem," *Econometrica*, Econometric Society, 18(2): 155-162l.
- Ochs, J. & A. E. Roth. (1989). "An Experimental Study of Sequential Bargaining," *American Economic Review*, 79: 355-384.
- Peranson, E & A. E. Roth. (1997). "The Effects of the Change in the NRMP Matching Algorithm," *Journal of the American Medical Association*, 278, 729-732.
- Peranson, E & A.E. Roth. (1999). "The Redesign of the Matching Market for American Physicians: Some Engineering Aspects of Economic Design". *American Economic Review*, 89(4):748-780.
- Riker, William H. & Lloyd S. Shapley. (1968). "Weighted Voting: A Mathematical Analysis for Instrumental Judgments," *Representation: Nomos X*, 199-216.
- Roth, Alvin E. (1977). "The Shapley Value as a von Neumann- Morgenstern Utility", *Econometrica*, 45:657-664.
- Roth, Alvin E. (1984). "The Evolution of the Labor Market for Medical Interns and Residents: A Case Study in Game Theory", *Journal of Political Economy* 92:991-1016.
- Roth, Alvin E. (1985). "The College Admissions Problem is not Equivalent to the Marriage Problem". *Journal of Economic Theory* 36(2): 277-288.
- Roth, Alvin E. (1988). *Shapley Value: Essays in Honor of Lloyd S. Shapley*, Cambridge: Cambridge University Press.
- Roth, Alvin E. (1991). "A Natural Experiment in the Organization of Entry Level Labor Markets: Regional Markets for New Physicians and Surgeons in the U.K.", *American Economic Review*, 81, 415-440.
- Roth, Alvin E. (1990). "Game Theory as a Part of Empirical Economics", *Economic Journal*, 101: 107-114.

- Roth, Alvin E. (1993). "On the Early History of Experimental Economics," *Journal of the History of Economic Thought*, 15, 184-209.
- Roth, Alvin E. (1994). "Let's Keep the Con Out of Experimental Econ." *Empirical Economics* (Special Issue on Experimental Economics), 19, 279-289.
- Roth, Alvin E. (1995). "Introduction to Experimental Economics." *Handbook of Experimental Economics*, John Kagel and Alvin E. Roth, editors, Princeton University Press, 1995, 3-109.
- Roth, Alvin E. (1995). "Bargaining Experiments," *Handbook of Experimental Economics*, edited by John Kagel & Alvin E. Roth, Princeton University Press, Princeton, 253-348.
- Roth, Alvin E. (2002). "The Economist as Engineer: Game Theory, Experimental Economics and Computation as Tools of Design Economics", Fisher Schultz Lecture, *Econometrica*, 70, 4, 1341-1378.
- Roth, Alvin E. (2007a). "Repugnance as a Constraint on Markets." *Journal of Economic Perspectives* 21(3): 37-58
- Roth, Alvin E. (2007b). "The art of designing markets". *Harvard Business Review*. October: 1-9.
- Roth, Alvin E. (2008a). "What have we learned from market design?" Hahn Lecture, *Economic Journal*, 118: 285-310.
- Roth, Alvin E. (2008b). Deferred Acceptance Algorithms: History, Theory, Practice, and Open Questions, *International Journal of Game Theory*, 36:537-569.
- Roth, Alvin E. (2010). Is Experimental Economics Living Up to Its Promise? Forthcoming in Fréchette, Guillaume and Andrew Schotter (editors) *The Methods of Modern Experimental Economics*, Oxford University Press.
- Roth, Alvin E. (2012). "In 100 years". <http://kuznets.fas.harvard.edu/~aroth/papers/100%20years.pdf>
- Roth, A. E. & M. K. Malouf. (1979). "Game-Theoretic Models and the Role of Information in Bargaining," *Psychological Review*, 86: 574-594.
- Roth, A. E. & J. K. Murnighan. (1978). "Equilibrium Behavior and Repeated Play of the Prisoner's Dilemma", *Journal of Mathematical Psychology* 17, 189-198.
- Roth, A. E. & J. K. Murnighan. (1981). "Sociological Versus Strategic Factors in Bargaining", *Journal of Economic Behavior and Organization*, 2, 153-177.
- Roth A. E. & J. K. Murnighan. (1982). "The Role of Information in Bargaining: An Experimental Study, *Econometrica* 50, 1123- 1142.
- Roth A. E. & J. K. Murnighan. (1983). "Information and Aspirations in Two-person Bargaining", In *Aspiration Levels in Bargaining and Economic Decision Making*, edited by R. Tietz, 91-103. New York, NY: Springer.
- Roth A. E., J. K. Murnighan, & F. Schoumaker. (1988). "The Deadline Effect in Bargaining: Some Experimental Evidence", *American Economic Review*, vol. 78(4), 806-23.
- Roth, A. E., & A. Ockenfels. (2001). "Last-Minute Bidding and the Rules for Ending Second Price Auctions: Evidence from eBay and Amazon Auctions on the Internet", *American Economic Review*, 92 (4), September 2002, 1093-1103.

- Roth, A. E., V. Prasnikar, M. Okuno-Fujiwara, and S. Zamir. (1991). "Bargaining and Market Behavior in Jerusalem, Ljubljana, Pittsburgh, and Tokyo: An Experimental Study", *American Economic Review*, vol. 81, 1068-1095.
- Roth, A. E. & F. Schoumaker. (1983). "Expectations and Reputations in Bargaining: An Experimental Study". *American Economic Review*, 73:362-372.
- Roth, A. E. & T. Sönmez, & M. U. Ünver. (2004). "Kidney exchange". *Quarterly Journal of Economics* 119: 457-488.
- Roth, A. E. & M. Sotomayor. (1990). *Two-Sided Matching: A Study in Game-Theoretic Modeling and Analysis*. Cambridge University Press.
- Roth, A. E., U.G Rothblum, & J.H. Vande Vate, (1993). "Stable Matchings, Optimal Assignments, and Linear Programming," *Mathematics of Operations Research*, 18, 803-828.
- Roth, A. E. & R. E. Verrecchia. (1979). "The Shapley Value as Applied to Cost Allocation: A Reinterpretation", *Journal of Accounting Research*, 17:295-303.
- Roth, A. E., & X. Xing. (1994). "Jumping the Gun: Imperfections and Institutions Related to the Timing of Market Transactions", *American Economic Review*, 84, 992-1044.
- Sönmez, T. & M. Ünver. (2010a). "Matching, Allocation, and Exchange of Discrete Resources", J. Benhabib, A. Bisin, and M. Jackson (eds.), *Handbook of Social Economics*, Elsevier.
- Sönmez, T. & M. Ünver. (2010b). "Market Design for Kidney Exchange", Z. Neeman, M. Niederle, N. Vulkan (eds.) *Oxford Handbook of Market Design*, Por aparecer.
- Samet, Dov & Yair Tauman & Israel Zang. (1984). "An Application of the Aumann-Shapley Prices for Cost Allocation in Transportation Problems", *Mathematics of Operations Research*, 9(1):25-42.
- Shapley, Lloyd S. (1951). "Notes on the n-Person Games II: The Value of an n-Person Game", *U.S. Air Force, Project Rand, RM-670, Santa Monica, CA*. Shapley, L. S. 1953, "A Value for n-Person Games", pp. 307-317 en *Contributions to the Theory of Games, Volume II (Annals of Mathematics Studies, 28)* (H. W. Kuhn and A. W. Tucker, eds.), Princeton: Princeton University Press.
- Shapley Lloyd S. (1953a). *Additive and non-Additive Set Functions*, Ph.D. thesis, *Princeton University*.
- Shapley, Lloyd S. (1953b). "Stochastic Games", *Proceedings of National Academy of Science*, 39:1095-1100.
- Shapley, Lloyd S. (1962). "Complements and Substitutes in the Optimal Assignment Problem". *Naval Research Logistics Quarterly*, 9:45:48.
- Shapley, Lloyd S. (1964). "Some topics in Two-person Games" in *Advances in Game Theory (Annals of Mathematical Studies 52)* by M. Dresher, L. S. Shapley, and A.W. Tucker, (Eds.), Princeton University Press: Princeton, 1-28.
- Shapley, Lloyd S. (1971). "Cores of Convex Games", *International Journal of Game Theory*, 1:11-26.

- Shapley, Lloyd S. (1981). "Measurement of Power in Political Systems," *Proceedings of Symposia in Applied Mathematics*, 24: 69-81.
- Shapley Lloyd S. & Martin Shubik. (1954). "A Method for Evaluating the Distribution of Power in a Committee System," *American Political Science Review*, 48:787-792.
- Shapley Lloyd S. & Martin Shubik. (1964). "Ownership and the Production Function," *Cowles Foundation Discussion Papers* 167, Yale University.
- Shapley, Lloyd S. & Martin Shubik. (1966). "Quasi-cores in a Monetary Economy with Nonconvex Preferences", *Econometrica* 34: 805-827.
- Shapley Lloyd S. & Martin Shubik. (1967a). "Price Strategy Oligopoly with Product Variation," *Cowles Foundation Discussion Papers* 233, Yale University.
- Shapley Lloyd S. & Martin Shubik. (1967b). "Concepts and Theories of Pure competition". En *Essays in Math. Econ. In honor of Oskar Morgenstern*, M. Shubik (ed.), Princeton: Princeton University Press, pp. 63-79.
- Shapley, Lloyd S. & Martin Shubik. (1969a). "Pure Competition, Coalitional Power and Fair Division," *International Economic Review*, 10(3):337-62.
- Shapley, Lloyd S. & Martin Shubik. (1969b). "On Market Games," *Journal of Economic Theory*, 1(1): 9-25.
- Shapley, Lloyd S. & Martin Shubik. (1969c). "On the Core of an Economic System with Externalities," *American Economic Review*, 59(4): 678-84.
- Shapley, Lloyd S. & Martin Shubik. (1971). "Competitive Equilibrium and Game Theory Solutions: Part I. The Core and Value," *Cowles Foundation Discussion Papers* 316, Yale University.
- Shapley Lloyd S. & Martin Shubik. (1972a). "The Assignment Game I: The Core", *International Journal of Game Theory*, 1:111-130.
- Shapley Lloyd S. & Martin Shubik. (1972b). "A Theory of Money and Financial Institutions. Part VI. The Rate of Interest, Noncooperative Equilibrium and Bankruptcy," *Cowles Foundation Discussion Papers* 334, Yale University.
- Shapley Lloyd S. & Martin Shubik. (1976). "Competitive Outcomes in the Cores of Market Games. *International Journal of Game Theory* 4: 229-237.
- Shapley, Lloyd S. & Martin Shubik. (1977). "Trade Using One Commodity as a Means of Payment," *Journal of Political Economy*, 85(5): 937-68
- Shubik, Martin. (1959). Edgeworth Market Games, pp. 267-278 In *Contributions to the Theory of Games, Volume IV (Annals of Mathematics Studies, 40)* (A. W. Tucker and R. D. Luce, eds.), Princeton: Princeton University Press.
- Shubik, Martin. 1982. "Game Theory in the Social Sciences"., (Vols. 1 & 2), Cambridge: MIT Press.
- Shubik, Martin. 1987. *Game-Theoretic Approach to Political Economy*, Cambridge: MIT Press.
- Von Neumann & O. Morgenstern. 1944. *Theory of Games and Economic Behavior*, Princeton: Princeton University Press.