

# Identificación de sistemas basado en re-muestreo de señales periódicas implementado en FPGA

## System identification based on re-sampling of periodic signals implemented in FPGA

Jaime Paúl Ayala -Taco<sup>a\*</sup>, Carlos Paúl Bernal - Oñate<sup>a</sup>, Susset Guerra - Jiménez<sup>b</sup>, Alexander Fernández - Correa<sup>b</sup>

Recibido: enero 29 de 2014  
Recibido con revisión: mayo 23 de 2014  
Aceptado: junio 15 de 2014

<sup>a\*</sup>Universidad de las Fuerzas Armadas-ESPE,  
Av. Gral. Rumiñahui S/N Sangolquí,  
Sangolquí, Ecuador,  
Tel.: + (593) 0059323989400,  
jpayala@espe.edu.

<sup>b</sup>Escuela Politécnica de la Universidad de Sao Paulo.

### RESUMEN

En éste artículo se propone una nueva metodología para obtener el conjunto de datos entrada-salida de un sistema en lazo abierto, los mismos que se emplean dentro de un proceso de identificación paramétrica mediante métodos recursivos dentro y fuera de línea y su implementación en una FPGA SPARTAN 3E (*Field Programmable Gate Array*). Este método es aplicable a sistemas con tiempos de estabilización relativamente largos y que se encuentran operando a una alta frecuencia, lo que dificulta el inyectar una señal de excitación dentro del funcionamiento normal del sistema.

### PALABRAS CLAVE

Identificación de parámetros; datos entrada-salida; DAQ-FPGA.

### ABSTRACT

This paper proposes a new methodology to obtain the set of input-output data of an open loop system, the same as those used in a process of parametric identification using recursive methods in line and offline and its implementation in an FPGA SPARTAN 3E. This method is applicable to systems with relatively long stabilization time and are operating at a high frequency, making it difficult to inject an excitation signal in the normal operation of the system.

### KEYWORDS

Identification of parameters; input-output data; DAQ-FPGA

Energética 43, junio (2014), pp. 23-29

ISSN 0120-9833 (impreso)  
ISSN 2357 - 612X (en línea)  
www.revistas.unal.edu.co/energetica  
© Derechos Patrimoniales  
Universidad Nacional de Colombia



## 1. INTRODUCCIÓN

Los modelos matemáticos que representan la dinámica de sistemas son de gran importancia en muchas aplicaciones, entre las cuales se destacan [Hunt, 1989]:

- La cuantificación de las características más relevantes del comportamiento de un sistema.
- Predicción del comportamiento futuro del sistema.
- Diseño de sistemas de control mediante el empleo de técnicas analíticas que requieren un modelo del sistema.
- Diagnóstico de fallos en sistemas complejos.
- Simulación de sistemas y entrenamiento de operadores con el objetivo de no actuar sobre la planta real.

El proceso que determina ese modelo matemático en función de un conjunto de datos entrada - salida se conoce como identificación [Aguado, 2000; Diniz, 2008]. Una adecuada identificación, depende sobremanera de la calidad del set de datos entrada - salida, en consecuencia el primer paso es el correcto diseño de la señal de entrada que se aplicará al sistema. Esta señal debe cumplir con una serie de requisitos [Ljung, 2007] que aseguren la adecuada excitación del sistema a identificar.

1. Con el enfoque de error de predicción, las propiedades asintóticas de las estimaciones (desvío y varianza) dependen del espectro de la entrada y no de la forma de onda de la misma. La señal de entrada debe contener el mayor número de frecuencias (señal persistente) que permitan la excitación de las dinámicas de interés para la identificación.
2. La amplitud de la señal de excitación debe estar dentro de ciertos límites con el fin de no excitar las no linealidades del sistema a identificar.
3. Existen ciertas ventajas en las entradas que son periódicas.

Teóricamente, la mejor señal de entrada para excitar las dinámicas de un sistema a identificar es el ruido blanco; sin embargo ésta es una señal irrealizable prácticamente, considerándose además que su aplicación a un sistema real probablemente produciría daños en el sistema físico. Las señales pseudoaleatorias poseen la ventaja de que su amplitud puede ser muy pequeña, reduciéndose por tanto el grado de perturbación que se introduce a la planta objeto de identificación. Por otra parte éstas señales son factibles de ser superpuestas a los valores nominales de la variable de entrada, independientemente de las variaciones de ésta, sin que se afecte el proceso de identificación [Aguado, 2003] conforme se presenta en (1).

$$\begin{aligned} u(t) &= u_n(t) + r(t) \\ y(t) &= y_u(t) + y_r(t) \end{aligned} \quad (1)$$

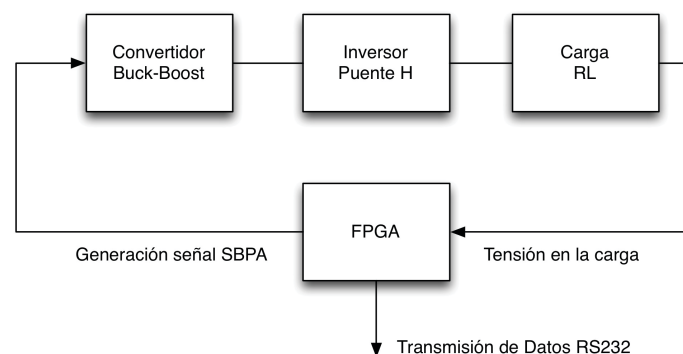
Donde,  $u_n(t)$  corresponde a la entrada en operación normal de la planta,  $r(t)$  es la señal de excitación superpuesta, y  $y_u(t)$ ,  $y_r(t)$  son respectivamente las respuestas del sistema a  $u_n(t)$ ,  $r(t)$ . Como se señaló anteriormente, el ruido blanco es una señal deseable para ser empleada en el proceso de identificación debido a que su espectro de frecuencias es infinito [Diniz, 2008]. Sin embargo si se genera una señal que disponga del ancho de banda lo suficientemente grande en relación al ancho de banda del sistema a identificar, se puede considerar el comportamiento de ésta señal cercana al ruido blanco y para efectos de identificación con errores despreciables. Desde el punto de vista del tiempo, esto significa que la función de autocorrelación de ésta señal de excitación debe aproximarse lo suficiente al Delta de Dirac [Aguado, 2003] En la literatura se presentan dos tipos de señales que poseen éste comportamiento:

- Ruido analógico
- Secuencia Binaria Pseudoaleatoria - SBPA

Éste trabajo se centra en la SBPA como señal de excitación y su generación por medio de una FPGA (*Field Programmable Gate Array*), pudiéndose extender el método a otro tipo de señales con las adaptaciones necesarias.

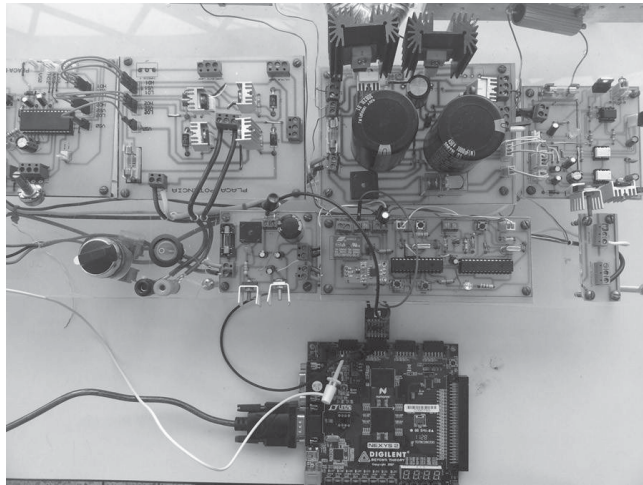
Las FPGA actualmente tienen importantes campos de aplicación en la industria como el control de convertidores estáticos, sistemas de energía renovable, filtros activos, etc [Nascimento, et al., 2012; Chu, 2008]. Las ventajas de su empleo radican fundamentalmente en el paralelismo que involucra su arquitectura, y en consecuencia la ejecución simultánea de algoritmos, lo que ha permitido hablar de una ejecución en tiempo real. Es precisamente por éstas ventajas que se ha considerado el empleo de una **FPGA SPARTAN 3E** como un instrumento que permite la generación de la señal pseudoaleatoria y a la vez la captura del conjunto de datos entrada-salida que posteriormente son procesados mediante un algoritmo de mínimos cuadrados recursivos para obtener los parámetros de la planta a ser identificada. Todos estos procesos ejecutados en línea y en tiempo real. El esquema del experimento se presenta en la Figura 1 y una fotografía del circuito implementado se expone en la Figura 2.

**Figura 1.** Esquema del experimento



**Fuente.** Elaboración propia

**Figura 2.** Circuito experimental



**Fuente:** Elaboración propia

## 2. EL PROBLEMA DE IDENTIFICACIÓN Y LA SBPA

Una señal binaria pseudoaleatoria SBPA es periódica con integral de autocorrelación cercana a la función Delta de Dirac (Graupe, 1976], (Aguado, 2003]. La SBPA se obtiene mediante (2) empleando secuencias de ceros y unos, obtenidos mediante  $m$  registros. Los parámetros que describen completamente las características de éste tipo de señales son:

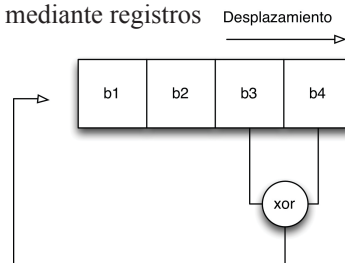
1. Ancho de pulso más corto  $T_c$
2. Probabilidad de cambio  $p$
3. Duración del experimento  $T_t$
4. Amplitud del pulso  $a$

$$r(t) = a_m D^m r(t) \oplus a_{m-1} D^{m-1} r(t) \oplus \dots \oplus a_1 D r(t) \quad (2)$$

Donde:

$D$  es el operador de retardo, tal que:  $D^m r(t) = r(t-m)$   $a_{m-i}$  son los coeficientes binarios. Una manera simple de obtener una secuencia pseudoaleatoria es mediante el empleo de registros, Figura 3. Dependiendo del número de registros que forma la palabra inicial o semilla se realiza una suma en módulo 2 entre determinados elementos para obtener un nuevo elemento que desplazará a los registros hacia la derecha (Aguado, 2003]. La longitud de la señal SBPA generada será de  $2^m-1$ . La señal así generada se encuentra en cualquiera de las columnas representadas por  $a_1 \dots a_m$ .

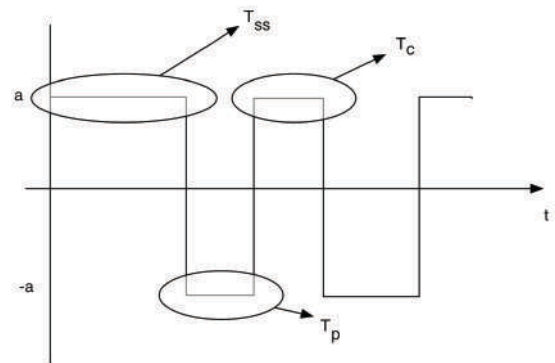
**Figura 3.** Generación SBPA mediante registros



**Fuente.** Elaboración propia

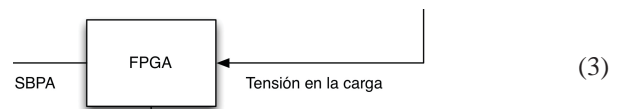
En la Figura 4, se presenta una SBPA generada a partir de una palabra de 3 bits. Dentro del proceso de identificación, el tiempo más corto de la SBPA  $T_c$  debe ser al menos la mitad del  $\tau$ , y el tiempo más largo de la SBPA  $T_{ss}$  debe ser mayor o igual al tiempo de establecimiento del sistema a ser identificado  $t_s$  (Ljung, 2007].

**Figura 4.** SBPA de longitud 7.



**Fuente.** Elaboración propia

De la Figura 4 podemos representar la forma de onda de tal manera que:



Siendo que  $a \in \{-1, 1\}$ , de tal forma que también varían los tiempos en alto y en bajo, y de esta manera se pueda representar la presencia o ausencia de dicha señal. En base a lo expuesto se resume el problema de identificación como sigue:

Se tiene un sistema físico que tiene como fuente de alimentación una señal cuadrada de frecuencia  $f$  del orden de los kHz y amplitud  $A$ . El tiempo de la dinámica más rápida es  $\tau$  del orden de unidades de milisegundos y el tiempo de establecimiento  $t_s$  es mucho mayor que  $\tau$ . Conforme la teoría (Ljung, 2007], el periodo de muestreo tanto de la señal de entrada al sistema como de la respuesta esta dado por (4) para cumplir con el criterio de Nyquist-Shannon.

$$t_{ms} \leq \frac{\tau}{2} \quad (4)$$

El periodo de la señal de alimentación del sistema  $T=1/f$  es pequeño comparado con  $\tau$  por lo que no es posible el superponer la señal pseudoaleatoria a los valores nominales de la variable de entrada.

La arquitectura de la FPGA se presenta en la Figura 5 desarrollada en VHDL [Kilts, 2007] con la aplicación

ISE v14. Se proponen 2 partes: generación de señal, y la segunda la adquisición y tratamiento de datos. La generación de señal se encuentra constituida por las siguientes partes:

1. Módulo de generación de onda cuadrada de 30 kHz (*ModCap*)
2. Módulo de generación de señal pseudoaleatoria (*ModTX*)

El módulo identificado como *disparo* permite eliminar el rebote del pulsador que inicia el funcionamiento de la pseudoaleatoria, la captura de datos, el procesamiento de los mismos y finalmente la transmisión; a más de generar un *Reset* para todo el sistema. Para el caso de la adquisición y tratamiento de señal, la arquitectura se encuentra constituida por:

1. Módulo de captura de datos entrada-salida
  - a) Definición del PMOD ADC para adquirir datos por dos canales independientes a razón de 33 microsegundos por muestra.
  - b) Acumulación de 60 datos por canal y almacenamiento en RAM.
2. Módulo de tratamiento de datos
  - a) Cálculo del promedio de datos por canal para

- obtener un dato válido cada 2 milisegundos.
- b) Sincronización de datos para transmisión RS232.
- c) Transmisión de datos via RS232.

### 3. PROPUESTA DE SEÑAL DE EXCITACIÓN

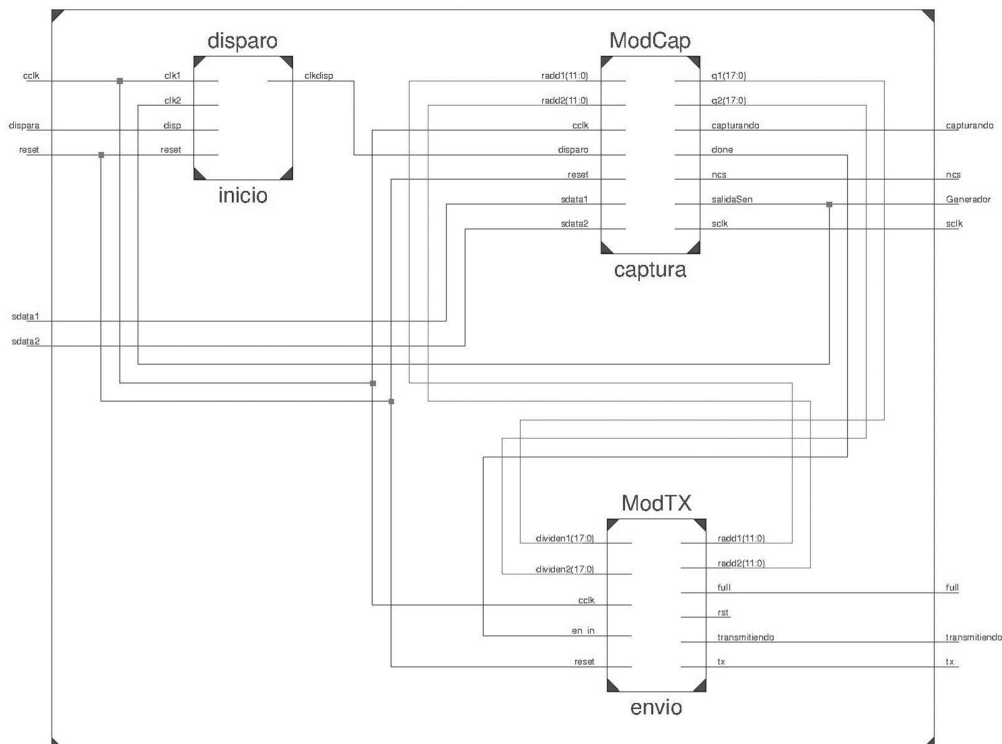
Para resolver el caso planteado, se parte de la señal de entrada, en la cual se mantendrá la frecuencia de operación  $f$ , sin embargo se variará el ciclo de trabajo  $D$  entre dos valores que representen las cotas máxima y mínima de la SBPA con el fin de obtener un valor medio, y considerando que en ambientes reales es imposible obtener funciones completamente cuadradas, partiremos de hacer una aproximación a una función de densidad de probabilidad uniforme del tipo continuo dado por:

$$f_X(x) = \frac{1}{b-c} \quad (5)$$

Donde  $b$  y  $c$  son los límites superior e inferior de la función de densidad de probabilidad uniforme, podemos calcular su media como  $m_x = E(x) = \int_c^b x f_X(x) dx$ , llevando en consideración que entre más puntos se tengan mejor será la aproximación dando como resultado:

$$m_x = \frac{1}{2}(b+c) \quad (6)$$

Figura 5. Arquitectura de la FPGA



Fuente. Elaboración propia

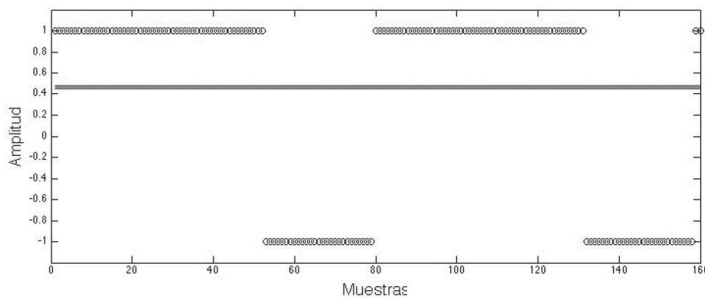
De igual forma podemos calcular su potencia como  $E(x^2) = (b - a)^2 / 3$  y la respectiva varianza del mismo  $\sigma_x^2 = (b - a)^2 / 12$ , de tal forma que podríamos hacer analogía con el caso discreto representado por periodo dados  $N$  puntos (4), como se observa en la Figura 6.

$$V_{im} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N a_i \tag{7}$$

Donde:

$V_{im}$  representa el valor medio y  $a_i$  son las diferentes amplitudes de la señal durante el periodo de existencia de la señal, existiendo una concordancia con las aproximaciones de tal forma que podemos considerar un proceso estocástico estacionario para esos intervalos de interés.

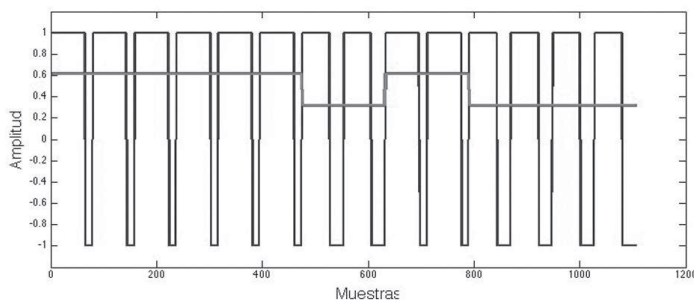
**Figura 6.** Valor medio con variación del ciclo de trabajo.



**Fuente.** Elaboración propia

Si se mantiene la señal de la Figura 6 por  $K$  periodos, el valor medio también se mantendrá durante esos  $K$  periodos. Si posteriormente se varía el ciclo de trabajo  $D$  y se mantiene esa señal durante  $Q$  periodos, el valor medio cambiará y se mantendrá durante esos  $Q$  periodos, construyéndose de ésta manera una señal SBPA que se puede emplear en el proceso de identificación conforme se puede observar en la Figura 7.

**Figura 7.** Obtención señal SBPA de longitud 7



**Fuente.** Elaboración propia

El siguiente paso es determinar el número de periodos de la frecuencia de trabajo que son necesarios para establecer la duración del ancho del pulso más corto de la SBPA, que debe cumplir con (5) para que no se produzca una distorsión en el valor medio.

$$N_{cn} = \frac{T_c}{T}, N_{cn} \in \mathbb{Z}^+ \tag{8}$$

La duración del ancho del pulso más corto se constituye en la base de tiempo de la generación de la SBPA [Aguado, 2003]. Se define  $q$  como el número de muestras a partir de las cuales se calculará el valor medio en función del ciclo de trabajo de la señal de entrada en cada pulso de la SBPA. Tomando como ejemplo la duración del ancho del pulso más corto, se tienen  $N_{cn}$  periodos de la señal de entrada a la frecuencia de operación  $f$  y se desean obtener  $q$  muestras para calcular el valor medio durante ese pulso. Entonces:

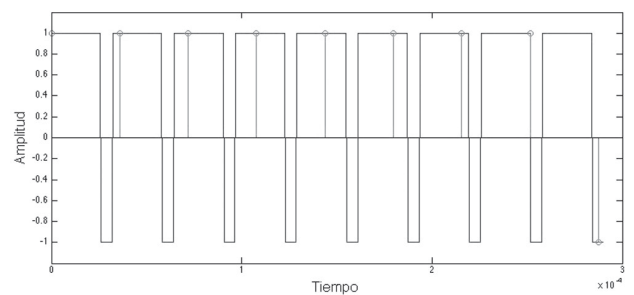
$$t_{s^*} = T \left( \alpha + \frac{1}{q-1} \right) \tag{9}$$

Donde:

$t_{s^*}$ , es el tiempo de muestreo de la pseudoaleatoria en el sistema a identificar  $\alpha \in \mathbb{Z}^+$ , corresponde a la periodicidad para la toma de muestras, es decir si  $\alpha=1$  se toman muestras a periodos consecutivos de la señal de entrada, si  $\alpha=2$  se salta un periodo para la toma de muestras y así sucesivamente.

Se puede observar un muestreo de 9 datos para obtener el valor medio durante un pulso de la pseudoaleatoria, para el caso de  $\alpha=1$  en la Figura 8. Además es necesario, para el siguiente pulso el reiniciar el muestreo. En la aplicación desarrollada en la FPGA se han tomado 60 periodos conforme (9)

**Figura 8.** Obtención de muestras para cálculo del valor medio



**Fuente.** Elaboración propia

Esta utilización de pocos datos de muestreo se lo puede establecer del principio de muestreo de Nyquist de que una señal continua en el tiempo se la puede muestrear como:

$$x_s(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x_c(nT) \delta(t - nT) \tag{10}$$

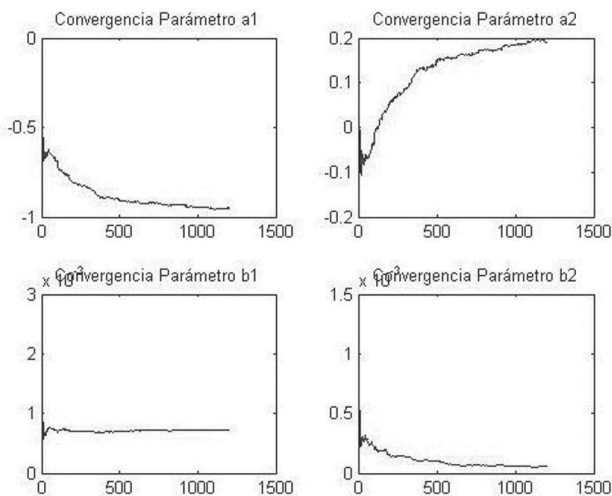
Donde:

$T$  es el periodo de muestreo de dicha señal.

## 4. RESULTADOS

El método propuesto se aplicó a un sistema constituido por un convertidor CD-CD Buck-Boost y un inversor en configuración de puente H, cuyo modelo es de segundo orden conforme la estructura de la ecuación (11) con dos polos y un cero. La carga aplicada fue resistiva-inductiva, se conoce el  $\tau$  del sistema, lo que permite establecer el  $T_c$  de la SBPA. Se aplicó un algoritmo de identificación por mínimos cuadrados recursivos (*recursive least square* RLS) al conjunto de datos entrada-salida (Diniz, 2008]. La convergencia de los cuatro parámetros de la estructura escogida al aplicarse el algoritmo RLS se presentan en la Figura 9.

**Figura 9.** Convergencia de los parámetros del modelo.



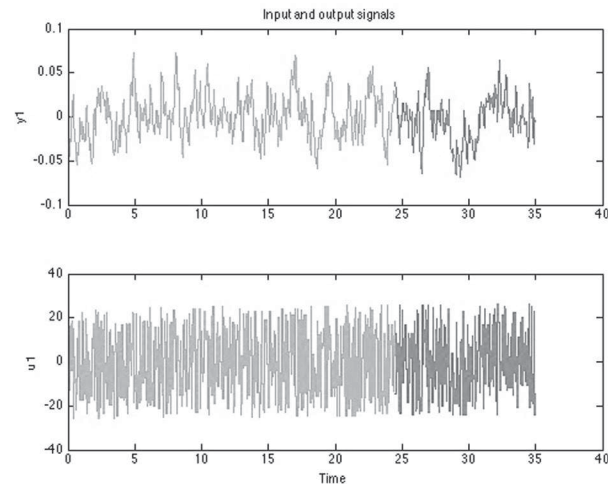
Fuente. Elaboración propia

$$G(z) = \frac{b_1 z + b_2}{z^2 + a_1 z + a_2}$$

$$G(z) = \frac{0,00072z - 0,0000624}{z^2 - 0,9502z + 0,1913} \quad (11)$$

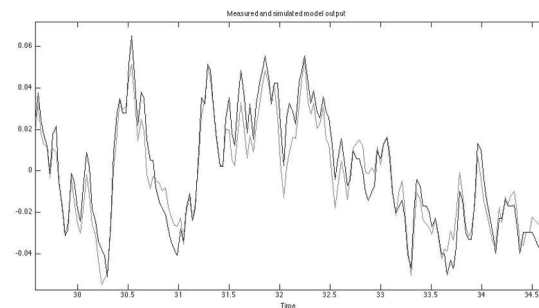
Conforme se indica en la Figura 10, el conjunto de datos entrada-salida, de un total de 1200 se han dividido en los primeros 800 datos (color celeste) para el proceso de identificación y 400 datos (color morado) para la validación del modelo obtenido. El tiempo de muestreo es de 2 milisegundos. En la Figura 11 se puede observar la validación del modelo obtenido empleando el conjunto de datos destinados a la validación (Ljung, 2007]. En la parte superior de la Figura 10, se presentan los datos de salida correspondientes a la entrada de excitación persistente, parte inferior, aplicada conforme el método propuesto.

**Figura 10.** Conjunto de datos para identificación y validación



Fuente. Elaboración propia

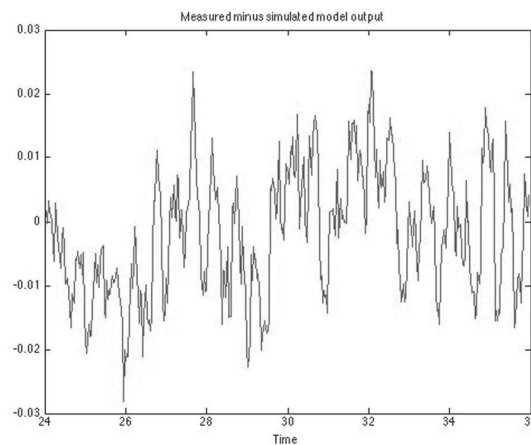
**Figura 11.** Validación del modelo identificado



Fuente. Elaboración propia

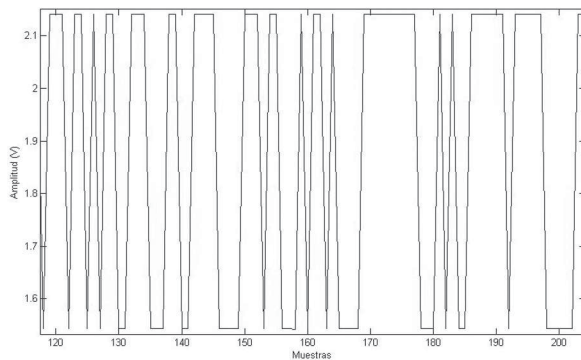
En la Figura 12, se presenta el comportamiento del error entre la salida simulada del sistema y la salida para el conjunto de datos de validación. Se observa que el error no va más allá del 3 %, lo que se considera una identificación de los parámetros adecuada en función del tipo de aplicación (Micchi & Pannocchia, 2008]. Para el conjunto de datos se han removido las medias y tendencias, pero no se han eliminado los outliers (Pearson, 2005].

**Figura 12.** Error en la salida del modelo identificado.



Fuente. Elaboración propia

**Figura 13.** Captura de señal SBPA generada por el método propuesto.



**Fuente.** Elaboración propia

En la Figura 13, se indica la captura de la señal generada por la FPGA SPARTAN 3E obtenida al realizar una conexión física entre la salida de la generación de la onda cuadrada pseudoaleatoria de longitud 7 y la entrada analógica A0 del PMOD ADC. Esto permite corroborar la validez del método en cuanto a la generación y captura de la señal SBPA propuesta.

## 5. CONCLUSIONES

- Se ha propuesto una señal de excitación persistente orientada a la identificación de sistemas dinámicos en base al cambio del ciclo de trabajo y su implementación en una FPGA.
- Es posible el obtener los niveles de la SBPA de excitación de un sistema mediante el cálculo del valor medio de la señal de entrada en base a los cambios de su ciclo de trabajo.
- Se ha planteado el emplear una señal periódica con cambio en el ciclo de trabajo con el objetivo de construir una señal de excitación persistente a ser empleada en la identificación paramétrica de sistemas físicos.
- Los resultados obtenidos del proceso de identificación paramétrica empleando la señal de excitación persistente permiten obtener un modelo que representa adecuadamente al sistema real.
- El empleo de una FPGA como fuente de generación de señal tanto de funcionamiento como de excitación, a más de la captura de datos entrada-salida para la identificación paramétrica del sistema permite disminuir el error en la adquisición de datos debido al paralelismo en la ejecución de instrucciones.

## AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen las facilidades prestadas en el laboratorio de Control Industrial, así como el equipamiento instrumental de la Universidad de las Fuerzas Armadas - ESPE del Ecuador que han servido para el adecuado desarrollo del presente trabajo.

## REFERENCIAS

- Aguado Behar, M. I. (2003). *Identificación y Control Adaptativo*. Prentice Hall.
- Chu, P. P. (2008). *FPGA Prototyping Using Verilog Examples*. WileyInterscience.
- Diniz, P. S. (2008). *Adaptive Filtering Algorithms and Practical Implementation* (2da ed., Vol. vol. 1.).
- Graupe, D. (1976). *Identification of Systems*. Krieger Pub Co.
- Hunt, K. J., (1989). Stochastic optimal control theory with application in selftuning control. *Lecture Notes in Control and Information Science, 117*.
- Kilts, S. (2007). *Advanced FPGA Design: Architecture, Implementation, and Optimization*. J. W. Sons.
- Ljung, L. (2007). *System Identification Theory for the User* (Vol. 2nd ed.). Prentice Hall.
- Micchi, A., & Pannocchia, G. (2008). Comparison of input signals in subspace identification of multivariable ill-conditioned systems. *Journal of Process Control, col. 18*(no. 6), 582-593. Obtenido de <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0959152407001497>
- Nascimento, P. B., de Souza, H. P., Neves, F. S., & Domingues, M. O. (2012). FPGA design methodology for DSP industrial applications - A case study of a three-phase positive-sequence detector. *Integrated Circuits and Systems Design (SBCCI)*, 1-6.
- Pearson, R. K. (2005). *Mining Imperfect Data*. SIAM.