



# Estudio del efecto de la distorsión armónica de tensión sobre la operación del motor trifásico de inducción en estado estacionario

Study of voltage harmonic distortion effect over three-phase induction motor operation on steady state condition

Diego Valencia<sup>a</sup>, Enrique Quispe<sup>b\*</sup>, Vladimir Sousa<sup>c</sup>

Recibido: abril 15 de 2014  
Recibido con revisión: junio 3 de 2014  
Aceptado: junio 17 de 2014

<sup>a</sup>Universidad  
Autónoma de Occidente, Cali.  
dfvalencia@uao.edu.co

<sup>b\*</sup>Universidad Autónoma de Occidente,  
Calle 25 # 115-85, Cali, Colombia,  
Tel.: +(57) 23188000 Ext 11856.  
ecquispe@uao.edu.co

<sup>c</sup>Universidad de Cienfuegos, Cuba  
vsousa@ucf.edu.cu

Energética 43, junio (2014), pp. 67-77

ISSN 0120-9833 (impreso)  
ISSN 2357 - 612X (en línea)  
www.revistas.unal.edu.co/energetica  
© Derechos Patrimoniales  
Universidad Nacional de Colombia



## RESUMEN

Se presenta una metodología para cuantificar el efecto de la distorsión armónica de tensión sobre la eficiencia, el factor de potencia y la potencia del motor trifásico de inducción. La metodología usa un circuito equivalente modificado del motor de inducción que permite calcular su operación ante frecuencias armónicas. Las ecuaciones del modelo se resuelven usando el principio de superposición y son simuladas mediante el software MATLAB. La metodología fue aplicada a un motor de jaula de ardilla de 3 HP. Se observa que el factor de potencia y la eficiencia del motor disminuyen respecto a la magnitud y el orden del contenido armónico del sistema de alimentación, por lo tanto la metodología permite determinar la desclasificación de la potencia del motor.

## PALABRAS CLAVE

Armónicos de tensión; circuito equivalente; desclasificación de la potencia; eficiencia; factor de potencia; motor de inducción.

## ABSTRACT

This paper presents a methodology to quantify the effect of voltage harmonic distortion over efficiency, power factor and output power of three-phase induction motors. The methodology uses a modified induction motor equivalent circuit which allows estimating motor operation under harmonic frequencies. The equations obtained by the model are solved using superposition principle and these are simulated in MATLAB. The methodology was applied on a 3 HP squirrel cage induction motor. It is observed that motor's power factor and efficiency are reduced as a function of the magnitude and order of harmonic content; therefore, the methodology allows determining the derating of the motor.

## KEYWORDS

Voltage harmonics; equivalent circuit; derating; efficiency; power factor; induction motor.

## 1. INTRODUCCIÓN

El incremento de cargas no lineales conectadas al sistema eléctrico ha provocado distorsiones de la forma de onda de tensión que da lugar a una problemática de armónicos alimentando los equipos de uso final, lo cual tiene consecuencias como interferencias en las telecomunicaciones, pérdidas de confiabilidad para los usuarios del sistema de potencia, incremento de los costos de operación, sobrecalentamiento de equipos, mediciones imprecisas de potencia y energía y fallas u operación inadecuada en transformadores, capacitores y motores eléctricos [Ramírez & Cano, 2003; Hossam & Hasan, 2006].

Los motores eléctricos de inducción constituyen los dispositivos de accionamiento más empleados en el mundo, con un mayor impacto en procesos industriales, sector en el cual consumen aproximadamente el 68% de la energía eléctrica total empleada [Waide & Brunner, 2013], de ahí que su eficiencia y la confiabilidad de operación son aspectos relevantes para mejorar la eficiencia energética en la industria y reducir los costos de producción [Quispe, 2003].

Un sistema de alimentación con contenido armónico puede perjudicar las características de operación del motor como son la eficiencia y confiabilidad, al incrementar las pérdidas, elevar la temperatura y disminuir la potencia nominal y el tiempo de vida de la máquina [Honsinger, 1980; Murphy & Honsinger, 1982; Vamvakari, et al., 2001; Mistry, et al., 2010, Sousa & Gómez, 2013].

El efecto de la distorsión de la onda de tensión sobre el motor de inducción ha sido objeto de estudio desde inicios del siglo XX, pero tuvo mayor relevancia con el creciente uso de la electrónica de potencia en procesos productivos. Se han publicado desde entonces estudios experimentales enfocados a identificar el impacto sobre el tiempo de vida [Arora, et al., 2012], el desempeño de los motores alimentados con formas de onda no sinusoidales [Chalmers & Sarkar, 1968; Raj, et al., 2006] y mediante convertidores de potencia [Bassi, et al., 2012], que demuestran que estas características se reducen si las tensiones de alimentación tienen forma no sinusoidal, en proporción al orden de los armónicos presentes.

Se han propuesto igualmente métodos de predicción o estimación del efecto de las tensiones armónicas sobre la operación del motor inducción, basados en estudios analíticos [Boglietti, et al., 2010; Romero, et al., 2012], muchos de estos empleando la aproximación del circuito eléctrico equivalente [Klingshirn & Jordan, 1968; Sen & Landa, 1989; Pedra, et al., 2006]. Se han planteado igualmente modificaciones del circuito equivalente

del motor de forma que se obtenga una mayor sensibilidad a la variación de la forma de onda de alimentación, dando como resultado estimaciones más precisas de su operación [Honsinger, 1980; Murphy & Honsinger, 1982; Vamvakari, et al., 2001; Papazacharopoulos, et al., 2002; Phumiphak & Chat-Uthai, 2008].

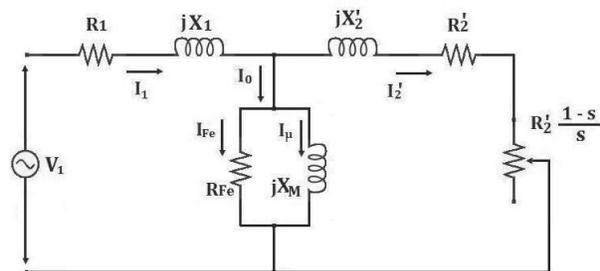
Este artículo presenta una metodología que emplea una modificación del circuito eléctrico equivalente del motor de inducción para estimar los efectos de la distorsión armónica de tensión sobre su factor de potencia, eficiencia y potencia de salida. La metodología se fundamenta en la determinación experimental de los parámetros del circuito equivalente convencional a frecuencia fundamental.

## 2. MARCO TEÓRICO

### 2.1 Circuito Equivalente del Motor de Inducción Incluyendo Tensiones Armónicas

El circuito eléctrico equivalente convencional del motor de inducción es ilustrado en la Figura 1; este representa la operación de una fase del motor alimentado por un sistema de tensiones trifásico, simétrico y con forma de onda sinusoidal [Cochran, 1989].

**Figura 1.** Circuito eléctrico equivalente del motor de inducción en condiciones sinusoidales.



**Fuente.** Elaboración propia

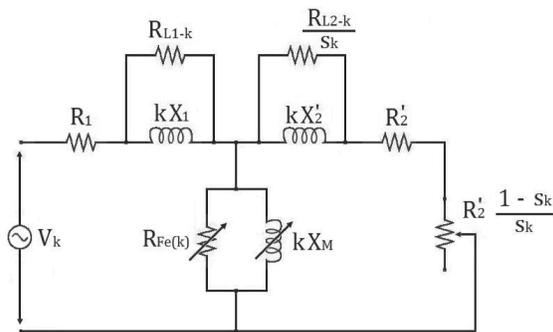
En el modelo convencional las pérdidas en el núcleo del estator son representadas por el resistor  $R_{Fe}$  y las pérdidas adicionales son generalmente despreciadas. Sin embargo, un sistema de alimentación con tensión no sinusoidal incrementa los flujos dispersos en el motor que hacen a las pérdidas adicionales igualar, o superar, a las pérdidas nominales en el núcleo del estator según sea la frecuencia [Murphy, 1982], de ahí que bajo condiciones no sinusoidales las pérdidas adicionales no pueden ser despreciadas.

De igual forma, los parámetros del circuito equivalente deben ser expresiones dadas en función de la frecuencia, por lo que el uso del modelo convencional del motor de inducción de la Figura 1 resulta inviable debido a su representación invariante ante la frecuencia de alimentación.

Se propone entonces modificar el circuito equivalente convencional para tener en cuenta los efectos individuales de cada armónico

temporal sobre las fases del motor y determinar la operación del mismo mediante principio de superposición. La Figura 2 muestra el circuito eléctrico equivalente del motor de inducción para su operación con una tensión con frecuencia armónica  $k$  incluyendo la fundamental [Honsinger, 1980; Vamvakari, et al., 2001; Valencia & Quispe, 2013].

**Figura 2.** Circuito equivalente modificado del motor de inducción para una tensión de alimentación del armónico  $k$ .



**Fuente.** Elaboración propia

Los flujos magnéticos que ocasionan las pérdidas en el núcleo del estator están representados por la reactancia de magnetización  $X_M$ , por lo tanto, la representación de estas pérdidas se hace en la figura 2 mediante una resistencia  $R_{Fe(k)}$  acoplada en paralelo a  $X_M$ , la cual debe variar en función de la frecuencia de alimentación, a diferencia del circuito equivalente convencional de la figura 1 en el que se considera constante.

De igual forma, los flujos magnéticos que causan pérdidas adicionales son representados por las reactancias de dispersión  $X_1$  para el estator y  $X_2$  para el rotor. Las pérdidas adicionales se representan entonces en sus componentes del estator y del rotor, ilustrados en la figura 2 como las resistencias  $R_{L1-k}$  y  $R_{L2-k}/s_k$  acopladas en paralelo a las reactancias de dispersión del estator y rotor respectivamente y variables frente a cambios de la frecuencia [Honsinger, 1980]. Adicionalmente, la resistencia de pérdidas adicionales en el rotor depende del deslizamiento  $s_k$  propio de cada frecuencia armónica presente en la alimentación [Murphy & Honsinger, 1982].

Se presenta a continuación la metodología de cálculo de los parámetros del circuito equivalente incluyendo armónicos temporales. En este estudio se consideran a las resistencias de pérdidas en el cobre del estator  $R_1$  y del rotor  $R_2$  como constantes ante la variación de la frecuencia.

**2.1.1 Deslizamiento en presencia de armónicos**

En condiciones sinusoidales el deslizamiento del motor de inducción representa la diferencia porcentual entre la velocidad sincrónica del campo magnético giratorio del entre hierro y la velocidad angular en el eje; esta se expresa como:

$$s = \frac{n_s - n}{n_s} \tag{1}$$

Donde:

$n_s$  es la velocidad sincrónica y  $n$  es la velocidad angular del eje del motor, ambas en rpm.

Una tensión a frecuencia armónica alimentando el motor provocará una variación de la velocidad de giro del campo magnético del entre hierro proporcional al orden del armónico, de forma que el deslizamiento  $s_k$  para un armónico  $k$  se expresa, en p.u. Según (2).

$$s_k = \frac{(k \cdot n_s) \mp n}{(k \cdot n_s)} \tag{2}$$

Que en función del deslizamiento a frecuencia fundamental es:

$$s_k = \frac{k \mp (1 - s)}{k} \tag{3}$$

Donde el signo  $\pm$  depende de la secuencia de fases del armónico  $k$ . El signo es negativo para armónicos de secuencia positiva ( $3n+1$ );  $n = 0,1,2,\dots$  Es positivo para armónicos de secuencia negativa ( $3n+2$ ). Los armónicos de secuencia cero ( $3n$ ) producen un campo pulsante que no afecta las interacciones electromagnéticas estator-rotor, por lo que no se tienen en consideración.

Los armónicos de secuencia negativa generan flujos magnéticos giratorios en el entre hierro con dirección contraria al flujo a frecuencia fundamental y al giro del eje del motor, por lo que producen un deslizamiento armónico mayor que la unidad [Klingshirn & Jordan, 1968].

**2.1.2 Reactancias de dispersión y magnetización del circuito con armónicos.**

La reactancia inductiva como representación del flujo magnético se expresa en función de la frecuencia de acuerdo a (4).

$$X_L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L \tag{4}$$

Donde  $f$  es la frecuencia en Hz y  $L$  la inductancia en H.

De esta forma, la reactancia de dispersión del estator en función de la frecuencia y su respectiva variación ante el armónico  $k$  es:

$$X_{1(k)} = 2 \cdot \pi \cdot (k \cdot f) \cdot L_1 = k X_{1(1)} \tag{5}$$

Igualmente se expresan las reactancias de magnetización y de flujos dispersos en el rotor:

$$X_{M(k)} = 2 \cdot \pi \cdot (k \cdot f) \cdot L_M = k X_{M(1)} \tag{6}$$

$$X_{2(k)} = k X_{2(1)} \quad (7)$$

### 2.1.3 Resistencias de pérdidas adicionales.

Las pérdidas adicionales en el estator a frecuencia fundamental son determinadas a partir del circuito equivalente de la figura 2 según (8).

$$P_{L1-1} = I_{L1-1}^2 R_{L1-1} \quad (8)$$

Donde  $I_{L1-1}$  es la corriente que circula por la resistencia  $R_{L1-1}$  a frecuencia fundamental, expresada por:

$$I_{L1-1} = I_{1(1)} \left( \frac{X_{1(1)}}{\sqrt{R_{L1-1}^2 + X_{1(1)}^2}} \right) \quad (9)$$

Remplazando (9) en (8) con  $I_{1(1)}$  como la corriente de entrada a frecuencia fundamental en amperes, se obtiene:

$$P_{L1-1} = \frac{I_{1(1)}^2 R_{L1-1}}{1 + \left( \frac{R_{L1-1}}{X_{1(1)}} \right)^2} \quad (10)$$

Adicionalmente, las pérdidas adicionales en el estator por fase son expresadas como una fracción  $\lambda$  de la potencia de salida [Honsinger, 1980]. Esta fracción puede obtenerse mediante el criterio de la norma IEC 60034-2-1 de estimación de pérdidas adicionales (IEC, 2007).

$$P_{L1-1} = \lambda P_{sal} = \lambda \eta V_1 I_{1(1)} \cos \phi_1 = \lambda \eta I_{1(1)}^2 \bar{r}_{eq} \quad (11)$$

Donde  $V_1$  es la tensión de alimentación en volts del circuito equivalente a frecuencia fundamental,  $\cos \phi_1$  es el factor de potencia en p.u.,  $\eta$  es la eficiencia en p.u. y  $\bar{r}_{eq}$  es la resistencia de entrada equivalente del motor en ohm dada por:

$$\bar{r}_{eq} = \frac{V_1}{I_{1(1)}} \cos \phi_1 \quad (12)$$

Al igualar (10) y (11) se obtiene:

$$\lambda \eta \bar{r}_{eq} = \frac{R_{L1-1}}{1 + \left( \frac{R_{L1-1}}{X_{1(1)}} \right)^2} \quad (13)$$

Resolviendo para  $R_{L1-1}$  se obtiene:

$$R_{L1-1} = \frac{X_{1(1)}^2 I_{1(1)}}{2 \lambda \eta V_1 \cos \phi_1} \left[ 1 + \sqrt{1 - \left( \frac{2 \lambda \eta V_1 \cos \phi_1}{I_{1(1)} X_{1(1)}} \right)^2} \right] \quad (14)$$

Se define entonces  $\sigma$  como:

$$\sigma = \frac{2 \lambda \eta V_1 \cos \phi_1}{I_{1(1)} X_{1(1)}} \quad (15)$$

Con lo que (14) se simplifica como:

$$R_{L1-1} = \frac{X_{1(1)}}{\sigma} \left( 1 + \sqrt{1 - \sigma^2} \right) \quad (16)$$

Utilizando los parámetros del circuito equivalente a frecuencia fundamental y empleando las expresiones (15) y (16) se estima la resistencia de pérdidas adicionales en el estator a frecuencia fundamental. Como en condiciones sinusoidales las pérdidas adicionales en el rotor son pequeñas respecto a una alimentación con armónicos, se asume que su resistencia asociada a frecuencia fundamental  $R_{L2-1}$  es igual a su homóloga en el estator.

$$R_{L1-2} = R_{L1-1} \quad (17)$$

Con ello, los valores de estas resistencias con el circuito alimentado con un armónico de orden  $k$  son:

$$R_{L1-k} = R_{L1-1} \cdot k \cdot \left( \frac{1 + f \cdot \gamma}{1 + k \cdot f \cdot \gamma} \right) \quad (18)$$

$$R_{L2-k} = R_{L2-1} \left( \frac{s_k \cdot k}{s} \right) \left( \frac{1 + s \cdot f \cdot \gamma}{1 + s_k \cdot k \cdot f \cdot \gamma} \right) \quad (19)$$

Donde  $s_k$  es el deslizamiento armónico en p.u. dado en (3),  $f$  es la frecuencia fundamental de operación,  $\gamma$  es el cociente entre el coeficiente de pérdidas por histéresis  $k_H$  y el coeficiente de pérdidas por corrientes de eddy  $k_E$ . Estas últimas se asumen como iguales, por lo que la constante  $\gamma$  es igual a la unidad [Vamvakari, et al., 2001].

### 2.1.4 Resistencia de pérdidas en el núcleo del circuito con armónicos.

En condiciones sinusoidales las pérdidas en el núcleo del estator varían aproximadamente con la frecuencia de excitación  $\omega$  y el cuadrado de la densidad de flujo  $\phi$  [Vamvakari, et al, 2001].

$$P_{Fe} = k_H \cdot f \cdot \phi^2 + k_E \cdot f^2 \cdot \phi^2 \quad (20)$$

La representación de estas pérdidas se realiza en el circuito equivalente de la figura 2 como la rama en paralelo o de magnetización. En este modelo se asume que  $R_{Fe} \gg X_M$ , de ahí que:

$$I_M^2 R_{Fe} = \left( \frac{V_M}{R_{Fe}} \right)^2 \cdot R_{Fe} = \left( \frac{k_H}{f} + k_E \right) \cdot f^2 \cdot \phi^2 \quad (21)$$

Donde  $I_M$  es la corriente de magnetización del circuito equivalente a frecuencia fundamental y  $V_M$  la tensión sobre  $R_{Fe}$ .

Resolviendo para  $R_{Fe}$  se obtiene:

$$R_{Fe} = \frac{1}{\left(\frac{k_H}{2\pi f} + k_E\right)} \quad (22)$$

Con ello, la resistencia de pérdidas en el núcleo del estator para una excitación con frecuencia  $kf$  es:

$$R_{Fe(k)} = \frac{1}{\left(\frac{k_H}{2\pi(kf)} + k_E\right)} \quad (22)$$

### 3 MATERIAL Y MÉTODOS

#### 3.1 Supuestos

Para simplificar la construcción del modelo matemático del motor de inducción alimentado con tensiones distorsionadas, se harán las siguientes consideraciones [Quispe & Patiño, 1995]:

1. Los bobinados del estator y del rotor son trifásicos y están distribuidos simétricamente en el espacio.
2. Las superficies del estator y del rotor se consideran superficies coaxiales y por consiguiente el entre hierro es constante.
3. La distribución espacial de la densidad de flujo magnético es sinusoidal, es decir, no hay armónicos espaciales de campo magnético.

#### 3.2 Materiales y equipos

El circuito eléctrico equivalente de la figura 2 se utiliza para determinar el efecto de la distorsión de la forma de onda de alimentación sobre la operación del motor de 3 HP, 220 V de la figura 3 con datos de placa dados en la Tabla 1.

**Figura 3.** Motor seleccionado para pruebas.



**Fuente.** Elaboración propia

**Tabla 1.** Datos de placa del motor de prueba

Parámetro	Valor o Característica
Potencia	3 HP (2235 W)
Frecuencia	60 Hz
Tensión	220 V – 240 V
Corriente	9,0 A
Clase de aislamiento	F
'Frame'	182T
Diseño	B
Código	K
'Rating'	40.C
SF	1,25
Eficiencia nominal NEMA	84.0 %
Velocidad nominal	1745 RPM

**Fuente.** Elaboración propia

El estudio se centra en cuantificar la variación de la eficiencia, el factor de potencia y la potencia del motor con base en los parámetros de los circuitos equivalentes con armónicos, el principio de superposición y el criterio de pérdidas equivalentes en el cobre [Quispe, 2012; Quispe, et al., 2013].

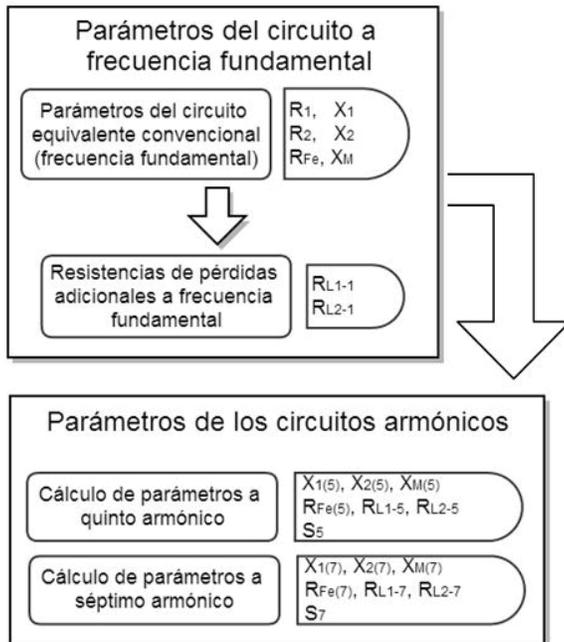
Se usa para el estudio un sistema de tensiones trifásico con contenido de quinto y séptimo armónico representando los efectos de los armónicos de secuencia positiva y negativa respectivamente. Las magnitudes de estos armónicos se presentan en valores porcentuales en la Tabla 2.

#### 3.3 Metodología

El procedimiento a seguir se ilustra en la figura 4, en la que los parámetros del circuito a frecuencia fundamental permiten calcular tanto las nuevas resistencias de pérdidas adicionales del circuito modificado, como los parámetros de los respectivos circuitos con armónicos.

Con los parámetros de los circuitos equivalentes armónicos y a frecuencia fundamental se determinan la eficiencia, el factor de potencia y la potencia correspondientes a cada circuito y se comparan estas variables entre la operación con alimentación sinusoidal y con armónicos.

**Figura 4.** Procedimiento para determinar los parámetros de los circuitos equivalentes



Fuente. Elaboración propia

### 3.3.1 Parámetros del circuito equivalente a frecuencia fundamental

Los parámetros del circuito eléctrico equivalente del motor de inducción a frecuencia fundamental se obtienen mediante las pruebas propuestas en la norma IEEE 112 (2004). Estos ensayos aplicados a temperatura ambiente de 25 °C, permiten obtener los parámetros del circuito equivalente convencional, Tabla 3.

**Tabla 3.** Parámetros del circuito equivalente a frecuencia fundamental.

Parámetro	Magnitud
$R_1$	2,33 $\Omega$
$R_2$	0,748 $\Omega$
$R_{Fe(1)}$	620,132 $\Omega$
$X_{1(1)}$	1,001 $\Omega$
$X_{2(1)}$	1,494 $\Omega$
$X_{M(1)}$	20,731 $\Omega$
$s$ (plena carga)	0,0305 p.u.

Fuente. Elaboración propia

**Tabla 2.** Contenido armónico de las formas de onda a simular

Forma de onda	Contenido de quinto armónico	Contenido de séptimo armónico
Fundamental	0 %	0 %
Número 1	15 %	10 %
Número 2	20 %	15 %

Fuente. Elaboración propia

### 3.3.2 Resistencias de pérdidas adicionales a frecuencia fundamental.

Se utilizan (15) y (16) para determinar la resistencia de pérdidas adicionales en el estator de acuerdo a los parámetros calculados y a la estimación del factor  $\lambda$  de pérdidas adicionales igual al 1% [IEC, 2007]. Con ello se obtiene:

**Tabla 4.** Resistencias de pérdidas adicionales a frecuencia fundamental

Parámetro	Magnitud
$R_{1L-1}$	10,54 $\Omega$
$R_{2L-1}$	10,54 $\Omega$

Fuente. Elaboración propia

### 3.3.3 Parámetros del circuito equivalente con armónicos

A partir de los parámetros a frecuencia fundamental, se calculan los parámetros del circuito equivalente de la figura 2 para el quinto y séptimo armónico teniendo en cuenta las expresiones (5), (6) y (7) para la variación de las reactancias, (18), (19) y (23) para la variación de las resistencias y (3) para la variación del deslizamiento.

La resistencia de pérdidas adicionales en el rotor depende de los deslizamientos definidos por la frecuencia fundamental y por la frecuencia de los armónicos de tensión, por lo que su efecto sobre la operación estimada del motor está definido según la carga en estudio.

La Tabla 5 condensa los parámetros del circuito equivalente con armónicos para los sistemas de alimentación a quinto armónico, séptimo armónico y a frecuencia fundamental.

### 3.3.4 Cálculo del factor de potencia con armónicos

El factor de potencia es la relación entre la potencia activa y la potencia aparente; la potencia activa en condiciones de armónicos es la suma algebraica de las potencias consumidas a cada frecuencia, mientras que la potencia aparente está determinada por la suma efectiva de los productos entre tensiones y corrientes [Quispe y Aguado, 2002], según:

$$FP = \frac{\sum [V_{(k)} \cdot I_{1(k)} \cdot \cos(\phi_k - \varphi_k)]}{\sqrt{[\sum V_{(k)}^2] \cdot [\sum I_{1(k)}^2]}} \quad (24)$$

Donde  $V_{(k)}$  es la tensión de alimentación en volts del circuito equivalente de la figura 2 para el armónico  $k$ ,  $I_{I(k)}$  es la corriente en amperes del estator al armónico  $k$  y el término  $(\phi_K - \phi_K)$  es el factor de potencia determinado para cada armónico.

### 3.3.5 Cálculo de la eficiencia con armónicos

La eficiencia es la relación entre la potencia que el motor entrega y la potencia que absorbe de la red; en condiciones no sinusoidales se calcula mediante el análisis por superposición de los circuitos armónicos con el cociente entre la suma algebraica de potencias desarrolladas internamente en el eje con cada armónico y la suma algebraica de las potencias que cada frecuencia armónica absorbe de la red, así:

$$\eta = \frac{\sum P_{mi(k)}}{\sum P_{(k)}} \quad (25)$$

Donde  $P_{mi(k)}$  es la potencia mecánica interna en watt generada para cada armónico de orden  $k$ , entendida como la potencia disipada por la resistencia de carga del circuito de la figura 2 y  $P_{(k)}$  es la potencia de entrada en watt para cada armónico  $k$  del circuito de la Figura 2.

### 3.3.6 Cálculo de la potencia con armónicos

El estudio de la potencia del motor de inducción en condiciones no sinusoidales se centra en estimar la potencia máxima que este puede entregar sin comprometer su operación y vida útil, pues cuando opera en condiciones no sinusoidales las corrientes de fase y la temperatura son mayores que bajo una operación con tensiones sinusoidales [Quispe, et al., 2013]. Este análisis lleva a determinar un factor de desclasificación de la potencia del motor según sea la distorsión armónica de excitación, de forma que se limite el incremento de temperatura hasta su valor nominal [Quispe, 2012].

El criterio de la corriente equivalente nominal para la desclasificación de la potencia en motores de inducción ha demostrado adecuados niveles de confiabilidad para estimar este factor [Quispe, et al., 2013]. El criterio consiste en considerar que la máxima potencia que el motor puede entregar se da cuando las

pérdidas en los devanados del estator en condiciones no sinusoidales son iguales a las pérdidas producidas en estos en operación sinusoidal, es decir:

$$\sum P_{1(k)} = \sum P_{1(1)} \quad (26)$$

Donde  $P_{(k)}$  es la potencia en watt disipada en las resistencias del estator de la figura 2 con un armónico de orden  $k$  y  $P_{(1)}$  es la potencia en watt disipada en las resistencias del estator de la figura 2 a frecuencia fundamental.

## 4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Se realiza una simulación en MATLAB de la operación en condiciones no sinusoidales del motor de 3 HP de la figura 3 empleando el circuito equivalente de la figura 2 con los parámetros determinados en la tabla 5. Se determina entonces la variación de la eficiencia y factor de potencia y se estima un factor de desclasificación de la potencia bajo las condiciones de operación mencionadas.

### 4.1 Efecto de los armónicos sobre el factor de potencia

Utilizando los parámetros de los circuitos equivalentes de la tabla 5 y el principio de superposición a través de (24) se estiman las variaciones del factor de potencia del motor bajo excitación no sinusoidal, con contenido armónico listado en la Tabla 2. La variación del factor de potencia en función de la carga del motor para cada contenido armónico se observa en la Figura 5.

La Figura 5 ilustra variaciones limitadas pero existentes en el factor de potencia en operación con armónicos de tensión respecto a su operación en condiciones sinusoidales. Se ilustra en la Figura 6 estas variaciones enfocadas en la operación con cargabilidad cercana al 100%.

**Tabla 5.** Parámetros del circuito equivalente con armónicos

Parámetro	Valor a frecuencia fundamental	Valor a quinto armónico	Valor a séptimo armónico
$X_{I(k)}$ [ $\Omega$ ]	1,001	5.005	7.007
$X_{2(k)}$ [ $\Omega$ ]	1,494	7.50	10.50
$X_{M(k)}$ [ $\Omega$ ]	20,731	103.7	145.1
$R_{Fe(k)}$ [ $\Omega$ ]	620.132	620,78	620,88
$R_{1L-k}$ [ $\Omega$ ]	10,54	10,68	10,71
$R_{2L-k} / s_k$ [ $\Omega$ ]	Depende del deslizamiento		
$s_k$ [p.u.] (plena carga)	0.0305	1.1939	0.8615

Fuente. Elaboración propia

La Figura 6 evidencia la variación del factor de potencia del motor de inducción en condiciones no sinusoidales. Esta variable disminuye conforme aumenta la magnitud de los armónicos, con mayor impacto para armónicos de orden cercano a la fundamental.

#### 4.2 Efecto de los armónicos de tensión sobre la eficiencia

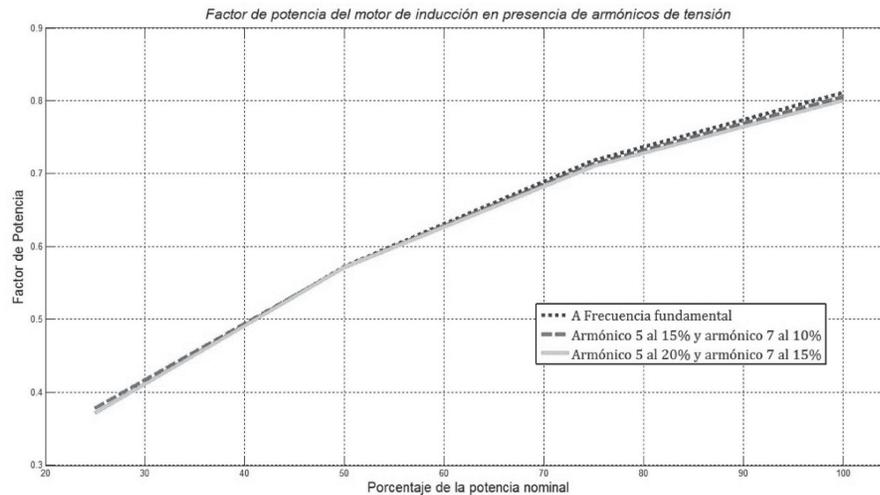
A partir del mismo procedimiento realizado con el factor de potencia, involucrando los parámetros del circuito equivalente con armónicos y (25) se estiman las variaciones de la eficiencia del motor bajo excitación no sinusoidal, con contenido armónico listado en la Tabla 2. La Figura 7 muestra la variación de la eficiencia en función de la carga del motor de 3 HP para cada contenido

armónico de tensión con la misma magnitud equivalente al 15% de la tensión a frecuencia fundamental. Así mismo, la figura 8 muestra el efecto sobre la eficiencia considerando la combinación de dos armónicos a diferentes magnitudes.

Se realizan las siguientes observaciones de las figuras 7 y 8:

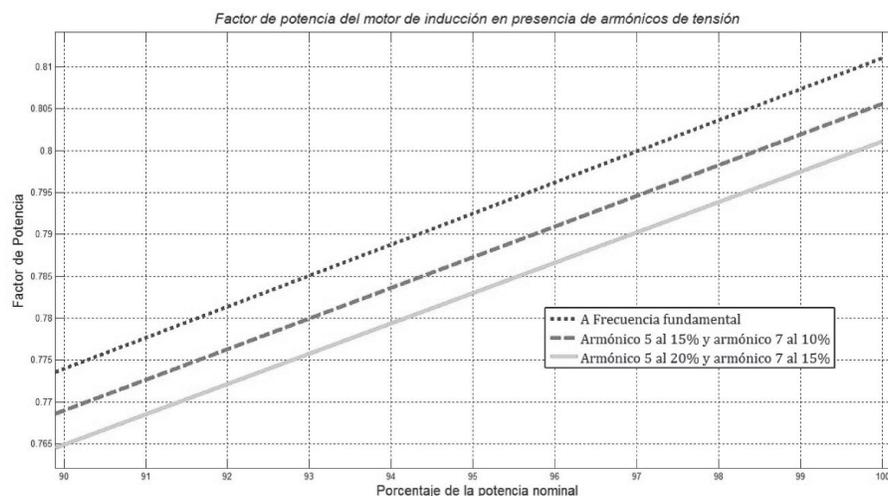
- La eficiencia del motor de inducción varía según el orden del contenido armónico del sistema de alimentación; cuando más cercano el orden del armónico a la componente fundamental, mayor impacto tiene este sobre la reducción de la eficiencia como se observa en la figura 7.
- La eficiencia disminuye acorde a la magnitud de los armónicos presentes. A mayor magnitud de cada armónico, menor es la eficiencia de la máquina.
- La distorsión armónica de tensión disminuye la eficiencia del

**Figura 5.** Variación del factor de potencia del motor de inducción alimentado con distorsión armónica de tensión.



Fuente. Elaboración propia

**Figura 6.** Variación del factor de potencia del motor de inducción alimentado con distorsión armónica de tensión – cargabilidad del 90% al 100%



Fuente. Elaboración propia

motor de acuerdo a la cargabilidad del mismo. Se presenta una variación mayor de la eficiencia en alimentación con armónicos para una baja cargabilidad.

- Analizando la alimentación del motor con la forma de onda número 2 de la tabla 2 respecto a la fundamental se observa que la reducción de la eficiencia es aproximadamente 5% a plena carga mientras que para una cargabilidad del 25% la eficiencia disminuye hasta un 8%.

### 4.3 Efecto de los armónicos sobre la potencia

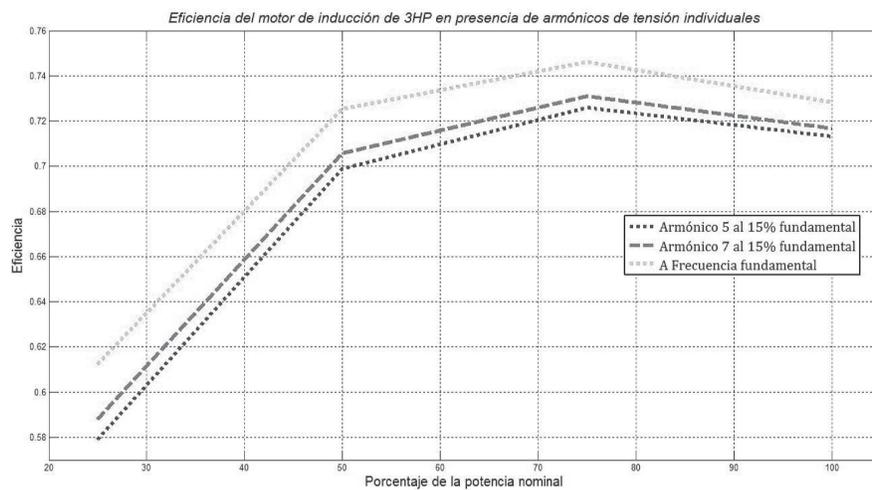
La variación de la potencia del motor de inducción se estudia con los parámetros del circuito equivalente y (26), permitiendo obtener determinados sistemas de alimentación con diferente contenido armónico la potencia que la máquina deberá entregar para no poner en riesgo su vida útil por incrementos de la corriente y la temperatura por encima de la nominal.

El estudio de la variación en la potencia de salida de la máquina de 3HP da lugar a proponer un factor de desclasificación de la potencia mostrado en la Figura 9

Los factores de desclasificación de la potencia propuestos en la figura 9 son consistentes con las variaciones de la eficiencia presentadas en la Figura 7 y 8, es decir, que a mayor magnitud de los armónicos presentes, menor debe ser la potencia de salida máxima que el motor entregue.

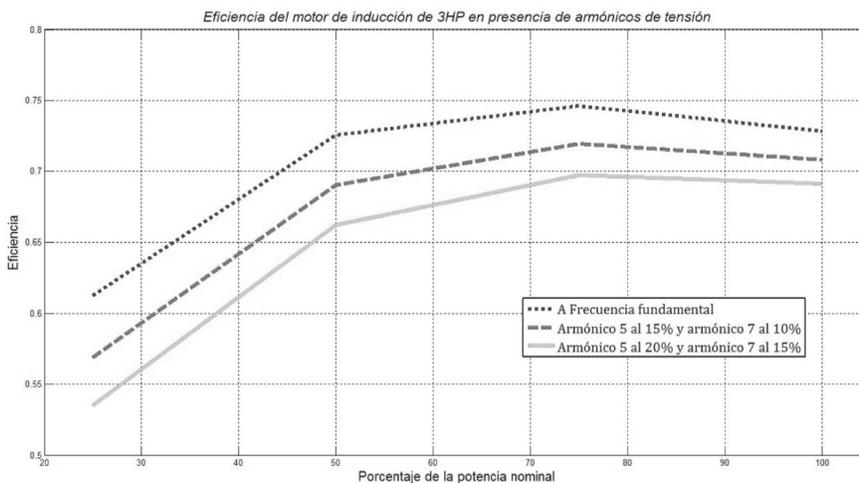
Se observa con esta simulación que la potencia del motor de 3 HP debe reducirse a aproximadamente 2,8 HP para una alimentación con contenido de quinto y séptimo armónico al 20% y 15% respectivamente.

**Figura 7.** Variación de la eficiencia del motor de 3 HP ante excitación con armónicos de tensión individuales con la misma magnitud respecto a la fundamental



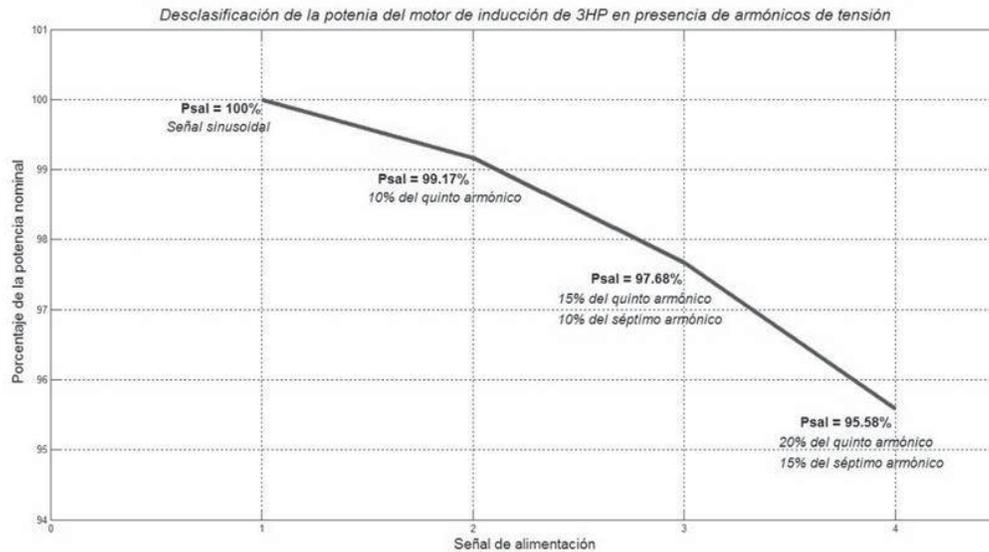
Fuente. Elaboración propia

**Figura 8.** Variación de la eficiencia del motor de 3 HP ante excitación con armónicos de tensión combinados a diferentes magnitudes.



Fuente. Elaboración propia

**Figura 9.** Factor de desclasificación de la potencia del motor de 3 HP según tensiones de alimentación con diferente contenido armónico.



Fuente. Elaboración propia

## 5. CONCLUSIONES

Se propone una metodología para determinar la operación del motor trifásico de inducción en estado estacionario cuando este es alimentado por un sistema de tensiones con forma de onda no sinusoidal. La metodología se aplicó en un motor de 3 HP estimando la variación en su eficiencia y factor de potencia ante las tensiones con componentes armónicos. De igual forma se propuso un factor de desclasificación de la potencia para la operación bajo diferentes distorsiones armónicas.

La metodología propuesta se fundamenta en una modificación del circuito eléctrico equivalente del motor de inducción para tener en cuenta la variación de la frecuencia al ser alimentado mediante tensiones con componentes armónicas. Este circuito plantea de igual manera cuantificar las pérdidas adicionales de la máquina a partir de dos resistencias adicionales en paralelo con las reactancias de dispersión del estator y rotor respectivamente. La variación de los parámetros con la frecuencia es estimada a partir de los parámetros a frecuencia fundamental, los cuales pueden ser determinados a partir de pruebas normalizadas por estándares internacionales. Las ecuaciones del modelo se resuelven usando el principio de superposición y son simuladas mediante el software MATLAB.

Con la metodología del circuito equivalente con armónicos se cuantificó la variación de la eficiencia de la máquina respecto a tensiones con diferente contenido armónico. Se demostró mediante simulaciones que la eficiencia disminuyó un 5% a plena carga y hasta un 8% a un 25% de su cargabilidad nominal; de ahí que la eficiencia del motor disminuye en presencia de

armónicos en relación con el orden y la magnitud de los armónicos presentes.

De igual forma se comprobó que el factor de potencia disminuye conforme aumenta la magnitud de los armónicos, con mayor impacto para armónicos de orden cercano al fundamental.

Finalmente, a partir de las variaciones en las pérdidas ocasionadas en el motor por los armónicos de tensión, fueron propuestos factores de desclasificación de la potencia según la magnitud y el orden de los armónicos presentes en el sistema de alimentación. Se concluye que ante contenidos de quinto y séptimo armónico la potencia del motor debe reducirse hasta un 95,6%.

## 6. AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen el apoyo del Departamento Administrativo de Ciencia, Tecnología e Innovación – COLCIENCIAS y su programa de Jóvenes Investigadores e Innovadores 2013 por el soporte brindado durante el desarrollo de esta investigación. Igualmente agradecen a la Universidad Autónoma de Occidente por proveer de las instalaciones, laboratorios y personal necesarios para la culminación de este trabajo.

## REFERENCIAS

- Arora, T. G., Aware, M. V., & Tutakne, D. R. (2012). Effect of pulse width modulated voltage on induction motor insulation. *7th IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications (ICIEA)*, (pp. 2044-2048).
- Boglietti, A., Cavagnino, A., Ionel, D., Popescu, M., Staton, D., & Vaschetto, S. (2010). A General Model to Predict the Iron Losses in PWM Inverter-Fed Induction Motors. *IEEE Transactions on Industry Applications*, *46* (5), 1882-1890.
- Chalmers, B. J., & Sarkar, B. R. Induction-motor losses due to nonsinusoidal supply waveforms. *Proceedings of the Institution*

- of Electrical Engineers IEEE, 1968, 115 (12), pp 1777-1782.
- Cochran, P. L. (1989). Polyphase Induction Motors. Analysis, Design, and Application. 33-96.
- Honsinger, V. B. (1980 ). Induction motors operating from inverters. *IEEE Industry Applications Society* , 1276-1285.
- Hossam, A., y Hasan R. M. (2006). Study of the effect of harmonics on measurements of the energy meters. *Power Systems Conference*. 2, pp. 547-550. MEPCON.
- IEEE. (2004). IEEE Standard 112-2004. In IEEE, *IEEE Standard Test Procedure for Polyphase Induction Motors and Generators*.
- International Electrotechnical Commission IEC. (2007). IEC 60034-2-1. In *Rotating Electrical Machines. Part 2-1: Standard methods for determining losses and efficiency from tests* (pp. 38-60).
- Klingshirn, E. A., Jordan, Polyphase Induction Motor Performance and Losses on Nonsinusoidal Voltage Sources. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems* , 1968, 87 (3), 624-631.
- Murphy, J. M., Honsinger, V., Efficiency optimization of inverterfed induction motor drives. 13th Annual IEEE Power Electronics Specialists Conference, 1982, (pp. 544-552).
- Papazacharopoulos, Z. T. (2002). Dynamic induction motor model for non-sinusoidal supply. *IEEE 33rd Annual Power Electronics Specialists Conference*, 2, pp. 845-850.
- Pedra, L. S. (2006). Harmonic modeling of induction motors. *Electric Power Systems Research* , 76, 936-944.
- Phumiphak, P. y Chát-uthai (2008). Nonintrusive method for estimating field efficiency of inverter-fed induction motor using measured values. *IEEE International Conference on Sustainable Energy Technologies*, (pp. 580-583).
- Quispe, E. C. (2012). Efectos del desequilibrio de tensiones sobre la operación del motor de inducción trifásico. Énfasis en la caracterización del desequilibrio de tensiones y el efecto sobre la potencia nominal. In *Tesis de Doctorado en Ingeniería Eléctrica*.
- Quispe, E. C. (2009). Una Visión Integral para el uso Racional de la Energía en la Aplicación de Motores Eléctricos de Inducción. In *El Hombre y la Máquina* (pp. 52-59).
- Quispe, E. C., & Aguado, J. (2012). Conceptualización para la estimación de la potencia reactiva, incluyendo el efecto de los armónicos de tensión y corriente. In *El Hombre y la Máquina* (pp. 48-55).
- Quispe, E. C., Lopez Fernandez, X. M., Mendes, A. M., Marques Cardoso, A. J., & Palacios, J. A. (2013). Influence of the positive sequence voltage on the derating of three-phase induction motors under voltage unbalance. *IEEE International Electric Machines & Drives Conference (IEMDC)*, (pp. 100-105).
- Quispe, E. C., y Patiño, J. (1995). El generador de inducción autoexcitado. *Energía y Computación* , 4 (1), 46-52.
- Raj, C., Agarwal, P., & Srivastava, S. (2006). Performance Analysis of a Three-Phase Squirrel-Cage Induction Motor under Unbalanced Sinusoidal and Balanced Non-Sinusoidal Supply Voltages. *Power Electronics, International Conference on Drives and Energy Systems*, (pp. 1,4).
- Ramírez, S., y Cano, E. A. (2003). Calidad del Servicio de Energía Eléctrica. *Universidad Nacional de Colombia – Sede Manizales* , 3-5.
- Romero Rueda, M. A.-T., Mena, B. M., & Rojas, Y. G. (2012). Evaluación energética de motores asincrónicos ante armónicos y desbalance de voltaje en una empresa minera. *Minería Geol.* , 28 (1), 49-61.
- Sen, P. K., & Landa, H. A. (1989). Derating of induction motors due to waveform distortion. *36th Annual Petroleum and Chemical Industry Conference IEEE Industrial Applications Society*, (pp. 29-34).
- Sousa, V. V., & Gómez, J. (2013). Bacterial foraging algorithm application for induction motor field efficiency estimation under unbalanced voltages. *Measurement* , 47 (7), 2013.
- Valencia, D. F., & Quispe E. C. (2013). Methodology for Estimating the Influence of Voltage Harmonics on Efficiency and Power Factor of Three-Phase Induction Motors. *Workshop on Power Electronics and Power Quality Applications (PEPQA)*.
- Vamvakari, A. K., & Tegopoulos, J. (2001). Analysis of Supply Voltage Distortion Effects on Induction Motor Operation. *IEEE Transactions on Energy Conversion* , 16 (3), 209-213.
- Waide, P., & Brunner, C. U. (2013). Energy-Efficiency Policy Opportunities for Electric Motors-Driven Systems. *International Energy Agency, Energy Efficiency Series, OECD/IEA* , 11-13.