



Metodología para la Evaluación Simultánea de Información Lingüística y Numérica en Problemas Geológicos y Geotécnicos: Una Propuesta desde la Lógica Difusa

MODESTO PORTILLA GAMBOA

Departamento de Geociencias, Universidad Nacional de Colombia, Apartado Aéreo 14490, Bogotá.

E-mail: mportillag@ciencias.ciencias.unal.edu.co

PORTILLA G., M.E. (2003): Metodología para la Evaluación Simultánea de Información Lingüística y Numérica en Problemas Geológicos y Geotécnicos: Una Propuesta desde la Lógica Difusa. - GEOLOGIA COLOMBIANA, 28, pp. 117-131, 6 Figs., Bogotá.

RESUMEN

Los problemas geológicos y geotécnicos normalmente se describen a través de datos lingüísticos y numéricos obtenidos tanto en campo como en laboratorio; sin embargo, las metodologías tradicionales, únicamente permiten el procesamiento de datos numéricos en la búsqueda de las soluciones a implementar. La lógica difusa al modelar adecuadamente el razonamiento del ser humano, expresado a través de proposiciones lingüísticas y datos numéricos, permite al geólogo un mejor aprovechamiento de la información que se recopila en el estudio de problemas geológicos.

En este artículo se presenta una propuesta metodológica, que combina dos técnicas difusas fundamentales: Conjuntos Difusos y Sistemas de Lógica Difusa, las cuales permiten el procesamiento simultáneo de la información lingüística y numérica.

Los resultados obtenidos mediante la aplicación de la metodología propuesta, en la evaluación de la susceptibilidad a erosión superficial como caso de estudio, son coherentes con la situación real del terreno en el área de Villa de Leyva y alrededores (Boyacá, Colombia), validándose de esta forma la aplicación de la metodología en el estudio de problemas geológicos y geotécnicos donde se involucre información numérica y lingüística.

Palabras Claves: *Conjuntos Difusos, Lógica Difusa, Sistemas de Lógica Difusa, Evaluación Simultánea de Datos Numéricos y Lingüísticos, Erosión Superficial, Villa de Leyva (Boyacá, Colombia)*

ABSTRACT

Geologic and geotechnical problems are normally described through numerical and linguistic data obtained through field and laboratory tests. However, traditional methodologies only accept numerical data in order to obtain solutions to develop. Fuzzy logic, as an adequate model of human reasoning expressed by linguistic propositions and numerical data, allows the geologist to carry out a better use of the information obtained in the study of geological and geotechnical problems.

This paper proposes a methodology that combines two fundamental fuzzy techniques: Fuzzy Sets and Fuzzy Logic Systems. Both of these techniques allow the simultaneous processing of numerical and linguistic data.

The results obtained by applying the proposed methodology to superficial erosion susceptibility in a study case agree with the actual conditions of the ground in the area near Villa de Leyva (Boyacá, Colombia). The application of the methodology in the assessment of geological and geotechnical phenomena, where numerical and linguistic data are involved, is validated in this particular case.

Key Words: *Fuzzy Sets, Fuzzy Logic, Fuzzy Logic System, Numerical and Linguistic Simultaneous Assessment, Superficial Erosion, Villa de Leyva (Boyacá, Colombia)*

1. INTRODUCCIÓN

En Geociencias como en muchas otras disciplinas científicas, el profesional razona con base en la

evidencia obtenida a partir de datos numéricos de campo y laboratorio; así como en observaciones que por lo general se expresan por medio de proposiciones lingüísticas, de acuerdo a la valoración

de factores y del razonamiento del experto que evalúa el problema.

Las limitaciones de las teorías clásicas, que únicamente permiten la evaluación y procesamiento de datos numéricos, coadyuvado por las limitaciones en el conocimiento y descripción completa de un problema geológico determinado, justifican el empleo de metodologías que permitan involucrar simultáneamente datos numéricos y lingüísticos, con el fin de lograr una mejor descripción del problema y con ello lograr disminuir el grado de incertidumbre inherente a los juicios, razonamientos y resultados que constituyen la base para la toma de decisiones en el proceso de análisis de alternativas de solución al problema de interés.

Una forma adecuada para plantear la formulación de una metodología que permita la evaluación y procesamiento simultáneo de información lingüística y numérica, es acudir a la teoría de la Lógica Difusa (LD), desarrollada durante el período 1965 – 1975 a partir de la teoría de los Conjuntos Difusos formulada por Lofti Zadeh en 1965 (YEN AND LANGARI 1999).

Con base en las observaciones derivadas de diferentes trabajos de Geología Ambiental (PORTILLA 1998, 1999, 2001, 2002 a y b) y en el análisis de trabajos publicados sobre aspectos relacionados con Geología, Ingeniería Civil y Geotecnia, donde gran cantidad de información lingüística no es procesada junto con la numérica, convirtiéndose únicamente en marcos teórico-conceptuales y a lo sumo en soporte técnico de resultados obtenidos únicamente a través del procesamiento de datos numéricos, en el presente artículo se presenta una metodología, que basándose en la lógica difusa y específicamente en las técnicas difusas: Conjuntos Difusos (CD) y Sistemas de Lógica Difusa (SLD), permite evaluar simultáneamente los dos tipos de información.

En el desarrollo del artículo, inicialmente se presenta un marco teórico referente a los temas de Conjuntos Difusos, Lógica Difusa y Sistemas de Lógica Difusa; posteriormente se presenta la metodología propuesta, a través de su aplicación en un caso de estudio de evaluación de la susceptibilidad al fenómeno de erosión superficial, para un área de 100 Km² en Villa de Leyva y alrededores (Boyacá – Colombia).

2. LÓGICA DIFUSA

Desde la epistemología, la diferencia fundamental entre la lógica clásica y la lógica difusa, es lo que Aristóteles llamó la ley del tercero excluido. En teoría de conjuntos, según la lógica clásica, un objeto pertenece o no pertenece a un conjunto. En esta teoría, un objeto no puede pertenecer a un conjunto y al conjunto complementario o a ninguno de los dos conjuntos. Este principio preserva la estructura de la lógica clásica y evita la contradicción de

un objeto que es y no es al mismo tiempo elemento de un conjunto dado (MEDINA 2000).

Ya en el siglo XX y a mediados de los años treinta Luckasiewicz (MEDINA, *op cit.*) trató de explicar matemáticamente el modo de pensar del ser humano, formulando la lógica multivariada. En 1965, Lofti Zadeh, profesor de Ingeniería Eléctrica y Ciencias de la Computación, de la Universidad de Berkeley, basándose en el trabajo de Luckasiewicz, introdujo la lógica difusa basada en la Teoría de los Conjuntos Difusos, donde un elemento no necesariamente pertenece o no pertenece a un conjunto, sino que hay una continuidad de grados de pertenencia (MEDINA, *op cit.*)

2.1 Conjuntos Difusos

La teoría de los conjuntos difusos puede entenderse como una extensión de la teoría de conjuntos clásicos. Pero, los límites de los conjuntos clásicos, son exactos y el grado de pertenencia a un conjunto dado tiene un solo valor discreto (0 ó 1); los correspondientes a los conjuntos difusos, varían gradualmente, son transicionales. Haciendo un parangón, con la estratigrafía, se diría que los contactos entre formaciones, cuando son netos, se pueden marcar con exactitud; mientras los contactos transicionales, no se pueden marcar en un determinado sitio con precisión, sino que se hallan dentro de un intervalo determinado.

En conjuntos difusos, cada conjunto difuso A , se define en términos de un conjunto universal X , mediante una función análoga a la función característica de los conjuntos clásicos. Esta función, llamada *función de pertenencia*, asigna a cada elemento x de X un número, $\mu_A(x)$, en el intervalo unitario cerrado $[0,1]$, que caracteriza el grado de pertenencia de x a A . La función de pertenencia, es entonces una función de la forma:

$$\mu_A(x): X \rightarrow [0, 1]$$

Es importante resaltar el hecho, que el 0 y el 1, en la función característica de los conjuntos clásicos, desempeñan un papel simbólico cualitativo (ellos son o no elementos de un conjunto); mientras que en la función de pertenencia de los conjuntos difusos, desempeñan un papel cuantitativo: a cada elemento se le asigna un valor que se halla en el intervalo $[0,1]$ y que representa su grado de pertenencia al conjunto en cuestión.

2.1.1 Representación de las Funciones de Pertenencia

En razón de que cada conjunto difuso está definido únicamente por su función de pertenencia, a continuación se introducen las formas más comunes de representación de dicha función (KLIR *et al* 1997).

2.1.1.1 Representación Gráfica: Es la más usada en el tratamiento del tema de conjuntos difusos. Para su mejor entendimiento, se da un ejemplo, que es de común entendimiento tanto para el ingeniero como para el geólogo: El ángulo de buzamiento de los estratos. Éste varía entre 0 y 90 grados (correspondería al conjunto universal X, también denominado universo de discurso). Cuando se mide con la brújula, se obtienen valores precisos; pero, comúnmente se refiere a ellos, con los calificativos lingüísticos de Alto, Moderado y Bajo ángulo de buzamiento, dependiendo del valor medido. Así, por ejemplo, cuando se tienen valores entre 0 y 15 grados, se dirá que el buzamiento de los estratos es Bajo; cuando se tienen valores entre 10 y 30 grados, será Moderado; valores entre 25 y 50 grados, corresponderán a un buzamiento Alto; y, mayores a 45 grados, corresponderán a un buzamiento Muy Alto. Sin embargo, 0 grados pertenecerán en mayor proporción al conjunto difuso Bajo (B), que 5 grados; éste a su vez pertenecerá en mayor proporción a dicho conjunto que el valor de 10 grados; finalmente, 15 grados, será el valor que menor grado de pertenencia tenga al conjunto difuso B (Fig. 1).

2.1.1.2 Representación por medio de Tablas: Estas representan un conjunto difuso, listando todos los elementos del conjunto universal y sus respectivos grados de pertenencia al conjunto difuso definido. Así, para el ejemplo del ángulo de buzamiento de los estratos y el conjunto difuso B, se podría tener:

Elemento de X (Grados)	Grado de pertenencia a B (%)
0	100
5	66
10	33
15	0
>15	0

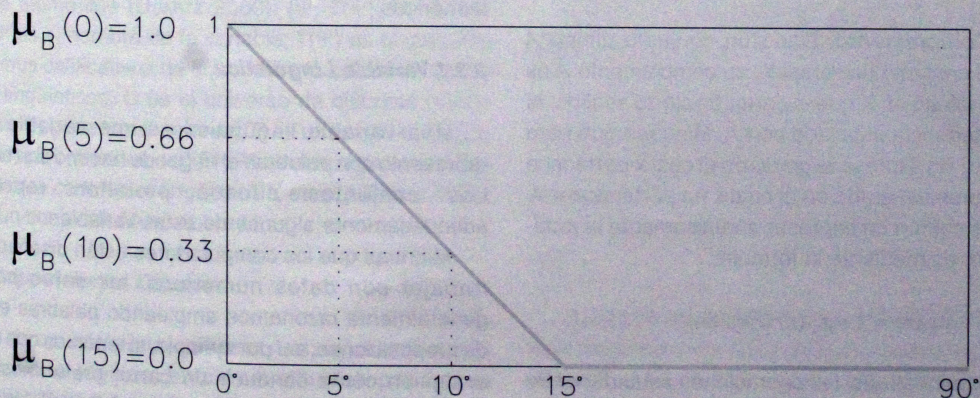


Fig. 1. Representación gráfica de un conjunto difuso (Ángulo de Buzamiento Bajo)

2.1.1.3 Notación de Zadeh: En lugar de usar tablas, se pueden listar todos los elementos y sus respectivos grados de pertenencia, utilizando la forma definida por Lofti Zadeh (YEN & LANGARI 1999), que corresponde a una representación simbólica en forma de fraccionarios concatenados con el símbolo +, así:

$$B = 1/0 + 0.66/5 + 0.33/10 + 0/15 + 0/20 + \dots + 0/90$$

Hay que notar que el símbolo /, no representa una operación de división; representa la correspondencia entre un elemento del conjunto universal X y su grado de pertenencia al conjunto difuso en cuestión. Igualmente el símbolo +, no es la operación suma, es simplemente un concatenador de los elementos.

2.1.1.4 Representación Analítica: Cuando el conjunto universal definido es de gran extensión, o es infinito, se vuelve complicado o imposible listar todos sus elementos junto con sus grados de pertenencia al conjunto difuso de interés. Esta clase de conjuntos difusos, llamados números difusos (KLIR *et al* 1997), a menudo se representan mediante una expresión analítica, la cual describe la forma de ese número difuso. Así, para el ejemplo del ángulo de buzamiento Bajo, el conjunto difuso B, se podría representar mediante la siguiente expresión analítica:

$$B(x) = 1 - (x/15), \text{ cuando } 15 \geq x \geq 0$$

$$B(x) = 0, \text{ cuando } x \geq 15$$

2.1.2 Operaciones con conjuntos difusos

Al igual que en la teoría de conjuntos clásicos, en conjuntos difusos se definen las operaciones estándar: Unión, Intersección y Complemento. Definiendo los conjuntos difusos $A = \{\text{ángulo de buzamiento "Bajo"}\}$, entre

0 y 15 grados} y $B = \{\text{ángulo de buzamiento Moderado, entre 10 y 30 grados}\}$, las operaciones básicas entre conjuntos difusos, se definen de la siguiente manera (KLIR & YUAN 1995).

2.1.2.1 Unión: Considerando a X como el conjunto universal, y dos conjuntos difusos A y B definidos en X , entonces, la unión difusa de A y B , denotada por $A \cup B$, se define mediante la función de pertenencia de acuerdo a la expresión,

$$\mu_{(A \cup B)}(x) = \max[\mu_A(x), \mu_B(x)] \text{ (Fig. 2a)}$$

Esto indica que en la teoría de conjuntos difusos, se viola el principio del tercero excluido ($A \cup \bar{A} = X$). Esto se puede observar fácilmente, si se considera por ejemplo que $A(x) = 0.8$, entonces $\bar{A}(x) = 1 - 0.8 = 0.2$. En conjuntos clásicos, $A \cup \bar{A} = X$; mientras que en conjuntos difusos, $\mu_{(A \cup \bar{A})}(x) = \max[\mu_A(x), \mu_{\bar{A}}(x)] = \max[0.8, 0.2] = 0.8$. Esto significa que x no pertenece totalmente a X , y por lo tanto se viola la ley del tercero excluido.

2.1.2.2 Intersección: Considerando nuevamente dos conjuntos difusos A y B , definidos en X ; la intersección difusa de A y B , denotada por $A \cap B$, se define mediante la función de pertenencia de acuerdo a la expresión,

$$\mu_{(A \cap B)}(x) = \min[\mu_A(x), \mu_B(x)] \text{ (Fig. 2b)}$$

Esto indica que en la teoría de conjuntos difusos, se viola la ley de la contradicción ($A \cap \bar{A} = \emptyset$). Esto se puede observar fácilmente, si se toma nuevamente el anterior ejemplo donde $A(x) = 0.8$ y $\bar{A}(x) = 1 - 0.8 = 0.2$. En conjuntos clásicos, $A \cap \bar{A} = \emptyset$; mientras que en conjuntos difusos, $\mu_{(A \cap \bar{A})}(x) = \min[\mu_A(x), \mu_{\bar{A}}(x)] = \min[0.8, 0.2] = 0.2$. Esto significa que x pertenece a X en un grado de 0.2, y no en un grado de 0 como lo exige la ley de la contradicción.

2.1.2.3 Complemento: Dado un conjunto difuso A definido en el conjunto universal X , su complemento \bar{A} es otro conjunto difuso en X que invierte, en cierto sentido, el grado de pertenencia asociado con A . Mientras que para cada $x \in X$, $\mu_A(x)$ expresa el grado en el cual x pertenece a A , $\mu_{\bar{A}}(x)$ expresa el grado en el cual x no pertenece a A . La forma más común de expresar analíticamente la anterior operación, es mediante la fórmula:

$$\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x) \text{ (Fig. 2c)}$$

Como se ha mostrado, las operaciones estándar entre conjuntos difusos, no satisfacen las dos leyes fundamentales de la lógica clásica: el tercero excluido y la contradicción; esto se debe a los límites o fronteras

imprecisas de los conjuntos difusos. Sin embargo, estos últimos, sí cumplen con las demás operaciones propias de los conjuntos clásicos: conmutativa, asociativa, distributiva, idempotencia y las Leyes de Morgan (KLIR *et al* 1997).

2.2 Lógica Difusa

La lógica difusa es un método analítico derivado de los conjuntos difusos, que permite analizar información acerca de los juicios, razonamientos y conceptos que emite el ser humano. Permite el procesamiento de información que involucra incertidumbre, en donde las cosas resultan tener un valor de verdad que varía entre lo falso y lo verdadero, sin que necesariamente corresponda a uno solo de esos valores, que siendo propios de la lógica clásica, son asumidos como valores extremos por la lógica difusa.

La lógica difusa, al igual que la lógica clásica se basa en el hecho de analizar proposiciones a las que se les pueda otorgar un valor de verdad. La diferencia fundamental entre las proposiciones clásicas y las proposiciones difusas, está en el rango en el que se les otorga sus valores de verdad. Mientras que cada proposición clásica, requiere que se le otorgue un valor de verdad de: ó estrictamente verdadero o estrictamente falso (ó 1 ó 0); la verdad o falsedad, en las proposiciones difusas, en un valor en el intervalo $[0, 1]$, está determinada por el grado de pertenencia de las proposiciones al conjunto difuso de interés. Asumiendo como se ha venido haciendo, que la verdad o falsedad están representadas por los valores 1 y 0 respectivamente, el valor de verdad de cada proposición difusa se expresa mediante un número comprendido en el intervalo $[0, 1]$. En la lógica difusa el procesamiento de las calificaciones de los factores involucrados en un problema, se hace empleando variables lingüísticas, que hacen las veces del modelo matemático en el cálculo con valores numéricos.

2.2.1 Variable Lingüística

Una variable lingüística es una variable que se representa con palabras en lugar de hacerlo con números. Los conjuntos difusos permiten representar adecuadamente algunas de estas variables.

Mientras que los computadores están diseñados para trabajar con datos numéricos, los seres humanos generalmente razonamos empleando palabras en forma de proposiciones; así por ejemplo, si tenemos que enseñar a alguien cómo conducir un carro, preferimos decirle "acelera suavemente" que "acelera a 0.7 m/s²". Un ejemplo típico de una variable lingüística sería la meteorización de una roca: Para describir dicho parámetro, usualmente le

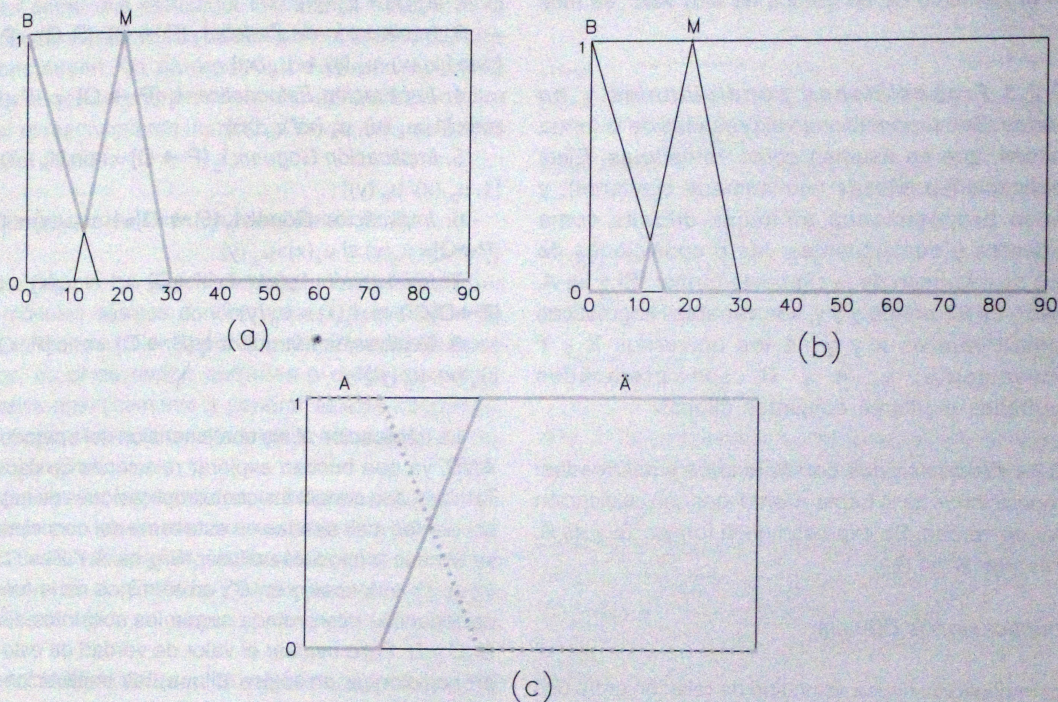


Fig. 2. Representación Gráfica de Operaciones Difusas: a) Unión; b) Intersección y c) Complemento.

asignamos un calificativo como: Baja, Moderada, Alta; sin embargo, no existen fronteras exactas entre estos calificativos (¿cuándo se pasa de una meteorización Moderada a una Alta?). Este inconveniente se puede resolver usando conjuntos difusos. El número de calificativos y el conjunto difuso asociado a cada uno de ellos dependerán de la aplicación específica que se vaya a efectuar de la variable lingüística.

Una variable lingüística se caracteriza por un conjunto de cinco elementos (DUARTE 2000): $\{\Psi, T(\Psi), U, G, M\}$, donde Ψ es el nombre de la variable; $T(\Psi)$ es el conjunto de términos calificativos de Ψ , es decir la colección de los valores lingüísticos; U es el universo de discurso (rango en el cual Ψ puede tomar valores); G es una regla sintáctica que genera los términos en $T(\Psi)$; M es una regla semántica que asocia a cada valor lingüístico X su significado $M(X)$, que es un conjunto difuso sobre U .

2.2.2 Proposiciones Difusas

Las proposiciones difusas, al igual que las proposiciones lógicas, están constituidas por frases declarativas; pero en ellas el predicado (alto, joven, pequeño, largo, etc.), los valores de verdad (falso, verdadero, parcialmente falso, altamente verdadero, etc.),

o los cuantificadores (muy, poco, próximo a, casi, etc.), involucran vaguedad, imprecisión o incertidumbre en el concepto expresado en la proposición; razón por la cual, estos términos lingüísticos se representan en cada contexto en particular por medio de conjuntos difusos.

Las proposiciones difusas pueden ser de cuatro tipos (KLIR *et al* 1997):

2.2.2.1 Proposiciones incondicionales y no calificadas: Son proposiciones sin calificadores, asumidas como ciertas. La simbolización de una proposición difusa de este tipo, se expresa usualmente de la forma: " χ es A ", donde χ es una variable lingüística (ángulo de buzamiento) que toma valores específicos (x) dentro de un determinado universo de discurso, y A es una propiedad o predicado de dicha variable. Ej.: "Un buzamiento de 60 grados es Muy Alto".

2.2.2.2 Proposiciones incondicionales y calificadas: Son proposiciones incondicionales pero con calificación del valor de verdad. Proposiciones de este tipo, se expresan de la forma: " χ es A " es S ; donde S es el calificador del valor de verdad, que corresponden a expresiones lingüísticas tales como: muy cierto,

parcialmente cierto, falso, parcialmente falso o muy falso. Ej.: "Un buzamiento de 60 grados es Muy Alto" es muy cierto.

2.2.2.3 Proposiciones condicionales y no calificadas: Son proposiciones expresadas de la forma *si-entonces*, que se asumen como verdaderas. Ellas son implicaciones difusas (ver numeral siguiente), y contienen proposiciones atómicas difusas como antecedentes y consecuentes; las proposiciones de este tipo se expresan de la siguiente forma: "Si χ es A, entonces γ es B", donde χ y γ , son variables lingüísticas que toman valores x y y de los universos X y Y respectivamente; y, A y B, son predicados representados mediante conjuntos difusos.

2.2.2.4 Proposiciones condicionales y calificadas: Son proposiciones de la forma *si-entonces* con calificación del valor de verdad. Se expresan de la forma: "Si χ es A, entonces γ es B' es S.

2.2.3 Implicaciones Difusas

Una implicación difusa es un tipo de relación entre dos conjuntos difusos (DRIANKOV *et al* 1996); por ejemplo, la implicación entre los conjuntos P y Q definidos sobre los universos X y Y respectivamente, es un conjunto difuso (PQ) definido sobre $X \times Y$. La implicación toma la proposición condicional difusa y le asigna un valor de verdad comprendido en el intervalo [0, 1]. Existen dos tipos básicos de implicaciones: Implicación *si-entonces* y la implicación *Y*. La implicación *si-entonces*, pretende ser una extensión del operador lógico *Si....entonces* y por lo tanto debe satisfacer las condiciones de dicho operador, de acuerdo a la respectiva tabla de verdad:

P	Q	$P \rightarrow Q$
1	1	1
1	0	0
0	0	1
0	1	1

Si se tiene la proposición difusa: "Si χ es A, entonces γ es B"; en términos de la función de pertenencia, interpretada según los conjuntos difusos A y B, sería equivalente a la expresión: "Si $\mu_A(x)$ entonces $\mu_B(y)$ ", donde $x \in X$ e $y \in Y$. Para evaluar el valor de verdad de este tipo de proposiciones, en lógica difusa, se han formulado varias implicaciones del tipo *si-entonces*, dentro de las que se destacan las siguientes:

1. **Implicación Kleene – Dienes:** $i_1 [P \rightarrow Q] = \sim P \vee Q = \max [1 - \mu_A(x), \mu_B(y)]$

2. **Implicación Luckasiewicz:** $i_2 [P \rightarrow Q] = \sim P \vee Q = \min [1, 1 - \mu_A(x) + \mu_B(y)]$
3. **Implicación de Zadeh:** $i_3 [P \rightarrow Q] = (P \wedge Q) \vee \sim P = \max [\min [\mu_A(x), \mu_B(y)], 1 - \mu_A(x)]$
4. **Implicación Estocástica:** $i_4 [P \rightarrow Q] = \sim P \vee (P \wedge Q) = \max [1 - \mu_A(x), \mu_A(x) * \mu_B(y)]$
5. **Implicación Goguen:** $i_5 [P \rightarrow Q] = \min [1, P/Q] = \min [1, \mu_A(x) / \mu_B(y)]$
6. **Implicación Gödel:** $i_6 [P \rightarrow Q] = 1$ si $\mu_A(x) \leq \mu_B(y)$; $i_6 [P \rightarrow Q] = \mu_B(y)$ si $\mu_A(x) > \mu_B(y)$
7. **Implicación Aguda:** $i_7 [P \rightarrow Q] = 1$ si $\mu_A(x) \leq \mu_B(y)$; $i_7 [P \rightarrow Q] = 0$ si $\mu_A(x) > \mu_B(y)$
8. **Implicación Mamdani:** $i_8 [P \rightarrow Q] = \min [P, Q] = \min [\mu_A(x), \mu_B(y)]$

La implicación *Y*, es una extensión del operador lógico **AND**, ya que buscan explorar relaciones de causalidad. También son conocidas como implicaciones de Ingeniería, por ser las más usadas en esta rama del conocimiento. Si se tiene la proposición difusa: "Si χ es A *Y* Z es C *Y*..... *Y* W es D, entonces γ es B"; en términos de la función de pertenencia, interpretada según los conjuntos difusos A, B, C y D. Para evaluar el valor de verdad de este tipo de proposiciones, en lógica difusa, las implicaciones más usadas son:

1. **Implicación del Mínimo:** $\mu_{(A \cap B)}(x) = \min [\mu_A(x), \mu_B(x)]$
2. **Implicación del Producto:** $\mu_{(A \cap B)}(x) = [\mu_A(x) \cdot \mu_B(x)]$

2.2.4 Relaciones y Composiciones Difusas

Siendo X y Y, dos universos de discurso, una relación difusa R es un conjunto difuso definido en $X \times Y$; es decir, R tiene una función de pertenencia $\mu_R(x, y)$, donde x pertenece a X e y pertenece a Y. Ahora, sean R y S dos relaciones difusas, definidas en $X \times Y$ y $Y \times Z$ respectivamente. Se define la composición $\max \circ$ de R en S, como una relación difusa denotada por $R \circ S$ y definida por la expresión: $\mu_{(R \circ S)}(x, z) = \max_{y \in Y} [\mu_R(x, y) \circ \mu_S(y, z)]$. Donde $x \in X$, $y \in Y$, $z \in Z$, y \circ puede ser, entre otros, el operador del mínimo o del producto (WANG 1994). Por lo tanto las composiciones más comúnmente usadas en lógica difusa, son las denominadas \max - \min y \max - prod .

2.3 Sistemas de Lógica Difusa

Con lo expuesto anteriormente sobre las teorías de Conjuntos Difusos y Lógica Difusa, se tiene el aparato lógico para la construcción de los Sistemas de Lógica Difusa (SLD's), de los que se presenta a continuación un resumen teórico. Para un mayor grado de profundización en el tema, se recomienda consultar a DUARTE (1998).

En general, un Sistema de Lógica Difusa, se puede entender como una estructura informática basada en la lógica difusa, con una serie de componentes estructurales que constituyen los parámetros de diseño de dicho sistema; el que se emplea como una aproximación para modelar el razonamiento humano a través del uso de los conjuntos difusos.

2.3.1 Componentes Estructurales de un SLD

Todo sistema de lógica difusa está constituido por cuatro módulos básicos denominados: Difusor, Base de Reglas, Inferencia y Concesor (Fig. 3). El papel de éstos módulos, es el de recibir entradas o datos discretos, procesarlos analíticamente y generar salidas concretas, que corresponderían al resultado de la interacción de las variables lingüísticas.

Cada una de las entradas o salidas del SLD, se representa por medio de una variable lingüística. El conjunto de las variables lingüísticas de entrada se conoce como Universo de Entrada y el conjunto de variables lingüísticas de salida se conoce como Universo de Salida.

2.3.1.1 Módulo Difusor: El módulo difusor recibe las múltiples entradas concretas (x^*) que llegan al Sistema de Lógica Difusa, y produce un conjunto difuso por cada una de ellas, determinado por la función de pertenencia respectiva. Cada conjunto difuso producido por el difusor, está definido sobre el universo de discurso de la variable lingüística respectiva.

2.3.1.2 Base de Reglas: Sintetizan la heurística o experiencia acumulada de los expertos a través de un conjunto de proposiciones condicionales difusas, obteniéndose de ésta forma lo que se denomina un modelo lingüístico.

La base de reglas es un conjunto de m proposiciones, cada una de las cuales es de la forma:

Si (entrada 1 es conjunto $i1$ Y entrada 2 es conjunto $i2$ Y.....Y entrada p es conjunto ip), entonces (salida 1 es conjunto $i1$ Y salida 2 es conjunto $i2$ Y.....Y salida q es conjunto iq).

En donde el conjunto ij , es uno de los valores lingüísticos que puede tomar la variable de entrada o de salida j . Si las m reglas cubren todas las posibles combinaciones de valores lingüísticos se dice que la Base de Reglas es completa. En ningún caso puede permitirse que existan dos reglas con el mismo antecedente y diferente consecuente.

2.3.1.3 Motor de Inferencia: De acuerdo con DUARTE (1998), el Motor de Inferencia recibe los p conjuntos difusos producidos por el difusor, y los aplica a cada una

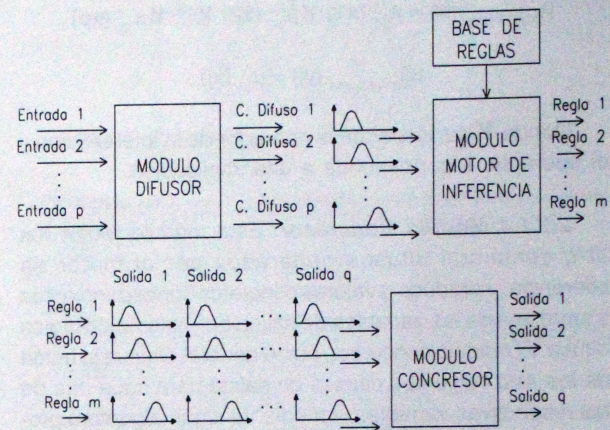


Fig. 3. Representación esquemática de la estructura de un Sistema de Lógica Difusa

de las m reglas de la Base de Reglas, para producir $m \cdot q$ conjuntos difusos (un conjunto difuso por cada variable de salida en cada una de las reglas) definidos sobre los universos de discurso de las variables lingüísticas de salida.

La forma en que se define la función de pertenencia de cada uno de los $m \cdot q$ conjuntos difusos producidos, es la siguiente:

Supóngase que el difusor produce p conjuntos difusos $Dif1, Dif2, \dots, Difp$, con función de pertenencia: $\mu_{Dif1}(x1), \mu_{Dif2}(x2), \dots, \mu_{Difp}(xp)$; y, supóngase además que la regla número i es de la forma: Si (entrada 1 es conjunto $ci1$ Y entrada 2 es conjunto $ci2$ Y.....Y entrada p es conjunto cip), entonces (salida 1 es conjunto $di1$ Y salida 2 es conjunto $di2$ Y.....Y salida q es conjunto $diqu$), en donde los conjuntos cik y dij tienen las funciones de pertenencia: $\mu_{ci1}(x1), \mu_{ci2}(x2), \dots, \mu_{cip}(xp)$ y $\mu_{di1}(x1), \mu_{di2}(x2), \dots, \mu_{dip}(xp)$ respectivamente.

Supóngase igualmente, que el conjunto Bij es uno de los $m \cdot q$ conjuntos difusos generados por el motor de inferencia, correspondiente a la regla i y a la variable de salida j . Dicho conjunto Bij , tiene por función de pertenencia:

$$\mu_{Bij}(y_j) = \text{composición} [\mu_{Dif}(x), \mu_{Imp}(x, y_j)] = \max_x [\mu_{Dif}(x) \circ \mu_{Imp}(x, y_j)]$$

Donde x corresponde a un vector de las p variables de entrada $x1, x2, \dots, xp$; \circ , al operador definido para la composición difusa; $y, \mu_{Dif}(x), \mu_{Imp}(x, y_j)$ se define a continuación:

$$\mu_{Dif}(x) = \mu_{Dif}(x1) \text{ Y } \mu_{Dif}(x2) \text{ Y } \dots \text{ Y } \mu_{Dif}(xp)$$

$$\mu_{Imp}(x, y_j) = [\mu_{Antecedente}(x) \diamond \mu_{Consecuente}(y_j)]$$

$$\mu_{\text{Antecedente}}(x) = \mu_{c11}(x1) \text{ Y } \mu_{c12}(x2) \text{ Y } \dots \text{ Y } \mu_{c1p}(xp)$$

$$\mu_{\text{Consecuente}}(y) = \mu_{dij}(xj)$$

Donde Y, corresponde al operador de la intersección y el operador ♦ corresponde a una implicación.

2.3.1.4 Módulo Concesor: Este módulo recibe los $m \cdot q$ conjuntos difusos generados por el motor de inferencia, y produce q valores concretos correspondientes a cada una de las variables de salida del sistema de lógica difusa. El módulo concesor, por lo general efectúa la unión de los $m \cdot q$ conjuntos difusos de salida para cada una de las respectivas variables, y mediante algún algoritmo produce un valor concreto (y^*), que es la salida final del SLD.

El concesor más utilizado, para obtener el valor concreto de salida a partir del conjunto difuso final, es el centro de gravedad (\bar{y}), definido por la siguiente expresión:

$$\bar{y} = [f_u y \mu_B(y) dy] / [f_u \mu_B(y) dy]$$

Una vez hallado el centro de gravedad, se proyecta sobre el eje del universo de discurso de la variable de salida y donde lo corte estará el valor de y^* .

3. PROPUESTA METODOLÓGICA

Con el fin de hacer comprensible la propuesta metodológica, que desde la lógica difusa se formula en el presente trabajo, se desarrolla a continuación un caso de estudio referente a la evaluación de la susceptibilidad de un terreno al fenómeno de erosión superficial, pudiéndose hacer extensiva a cualquier tipo de fenómeno geológico, donde se logre definir claramente cual es el problema y cuales son los factores o parámetros que lo condicionan.

La erosión es un fenómeno que comprende el fracturamiento, desprendimiento y transporte de materiales térreos desde su fuente original hasta el sitio de depósito final, generado por la acción de un fluido en movimiento (agua, aire y seres vivos). Se diferencia de los fenómenos de remoción en masa, en que en éstos últimos, el principal agente generador del movimiento lo constituye la fuerza gravitacional terrestre.

La susceptibilidad de un terreno a la erosión superficial, está determinada por factores intrínsecos o propios de una región, tales como: clima, geología, pendiente topográfica, vegetación y suelo. Para evaluar la amenaza por erosión, además de la susceptibilidad, se debe calcular la probabilidad de ocurrencia de eventos detonantes externos (vientos, lluvias y actividades antrópicas).

Para determinar la susceptibilidad a la erosión de una zona en particular, se han propuesto metodologías que incluyen un gran número de modelos matemáticos

empíricos, que representan algunos de los factores anteriormente mencionados, donde se hace necesario realizar mediciones y experimentos de campo y laboratorio, dando resultados o datos numéricos que incluyen extrapolaciones de los mismos. De estos modelos, el más conocido es el propuesto por Wischmeier y Smith en 1978, más conocido como Ecuación Universal de Pérdidas de Suelo.

Todos ellos incluyen única y exclusivamente datos numéricos, dejando por fuera valiosa información que se recopila durante el desarrollo de los estudios; información que tiene un carácter heurístico y se expresa a través de proposiciones lingüísticas producto del juicio emitido por los expertos. Por esta razón, se plantea el uso de la teoría de la lógica difusa y específicamente los conjuntos difusos (para procesar información lingüística) y los sistemas de lógica difusa (para procesar datos numéricos), que como técnicas difusas permiten modelar el pensamiento del ser humano.

3.1 Evaluación de la Susceptibilidad a Erosión Superficial con Base en Lógica Difusa

En un problema determinado siempre se involucran una serie de factores que lo generan. Estos factores o variables, se pueden caracterizar a través de la observación y/o de la medición de algún parámetro específico; por ejemplo: la variable relieve, se puede caracterizar mediante la observación y se calificará como escarpado, ondulado, plano, etc.; pero también se puede caracterizar mediante la medición de su pendiente topográfica empleando una brújula o aparatos topográficos más sofisticados.

Las variables no se definen arbitrariamente, sino que deben obedecer a la lógica del problema, y aunque pueden llegar a ser numerosas, es conveniente seleccionar aquellas que sean relevantes, representativas y fácilmente analizables (DUARTE 2000).

Con base en los anteriores criterios, para el caso de la susceptibilidad a la erosión superficial, se definieron las siguientes variables de entrada: Clase de Suelo, Pendiente Topográfica, Clase de Clima y Vegetación; y, como variable de salida: Susceptibilidad a Erosión Superficial. En ellas se incluyen calificativos numéricos, como en el caso de la pendiente topográfica y clase de clima (Índice de Lang, ESLAVA *et al* 1986), y valores lingüísticos difusos, como lo son la clase de suelo y la cobertura vegetal.

3.1.1 Variables de Entrada

Una vez definidas las variables a ser tenidas en cuenta en la evaluación del problema, a cada una de ellas se le determina el respectivo universo de discurso, que puede ser un índice escogido arbitrariamente (0 a 1, 1 a 5, 1 a

10, etc.) o el rango en el cual toma valores efectivamente dicha variable, como podría ser para el caso de la pendiente topográfica que varía de 0 a 90 grados. Este hecho no va a influir en el resultado, ya que en el procesamiento, tal y conforme se presentó en el numeral 2.3.1, el difusor toma el valor numérico con que se califica la variable y lo convierte en un número difuso. Lo que sí es importante es definir correctamente los términos lingüísticos que califican al universo de discurso y su distribución dentro del rango de variación de dicho universo; lo cual tampoco se hace arbitrariamente: se hace de acuerdo a la síntesis de la experiencia lograda en el avance del conocimiento de un tema específico. Así por ejemplo, si la pendiente topográfica de un terreno es alta, la ubicación de éste término lingüístico deberá estar entre unos 10 y 25 grados, ya que eso es lo que se acepta normalmente entre los expertos en el tema y no deberá estar entre 0 y 5 grados porque contradice la lógica real.

De acuerdo a lo anterior, para cada una de las variables definidas, se tomaron los siguientes universos de discurso, términos lingüísticos y rangos de variación:

3.1.1.1 Erodabilidad del Suelo: Se valora de acuerdo a la susceptibilidad del suelo a los procesos erosivos dependiendo de su granulometría o textura, basados en los siguientes rangos y calificativos lingüísticos:

Rango	Calificación Lingüística
0.0 – 2.0	Muy Levemente Erosionable (MLE)
1.0 – 3.0	Levemente Erosionable (LE)
2.0 – 4.0	Moderadamente Erosionable (ME)
3.0 – 5.0	Erosionable (E)
4.0 – 6.0	Altamente Erosionable (AE)
5.0 – 7.0	Extremadamente Erosionable (EE)

Lo anterior teniendo en cuenta que las texturas más gruesas, como es el caso de las gravas y arenas, son muy levemente erosionables; las texturas arenosas son levemente erosionables; las limosas son moderadamente erosionables; las arcillas de plasticidad media a alta, son altamente erosionables; y las arcillas de baja plasticidad, son extremadamente erosionables.

Entonces: universo de discurso $E = [0, 7]$, $T_e = \{MLE, LE, ME, E, AE, EE\}$ y significador lingüístico (Fig. 4a).

3.1.1.2 Pendiente Topográfica: Se evalúa teniendo en cuenta el grado de inclinación de la ladera, por cuanto ello implica mayor velocidad del agua de escorrentía y mayor facilidad de transporte del material particulado que se encuentre disgregado del material parental.

La valoración de la pendiente de la ladera, se hace de acuerdo a la siguiente tabla:

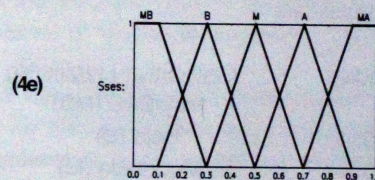
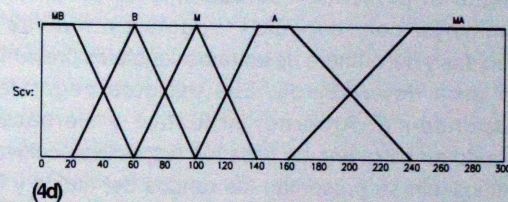
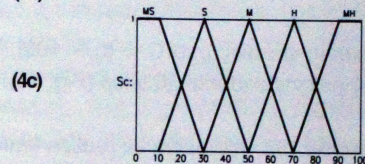
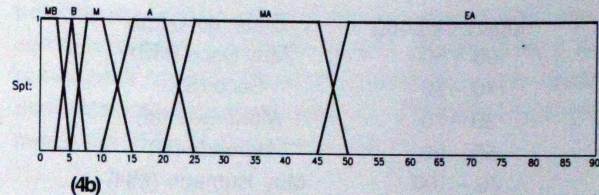
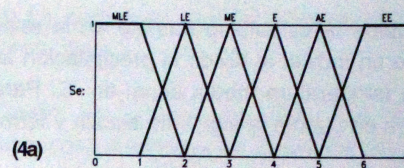


Fig. 4. Significador de las variables de entrada y salida

Rango (°)	Término Lingüístico
0.0 – 5.0	Muy Baja (MB)
3.0 – 7.0	Baja (B)
5.0 – 15.0	Moderada (M)
10.0 – 25.0	Alta (A)
20.0 – 50.0	Muy Alta (MA)
Mayor a 45	Extremadamente Alta (EA)

Entonces: universo de discurso $PT = [0, 90]$, $T_{pt} = \{MB, B, M, A, MA, EA\}$ y significador lingüístico (Fig. 4b).

3.1.1.3 Clase de Clima: Se evalúa con base en los dos parámetros fundamentales que definen el clima de una región: Precipitación y Temperatura. Teniendo en cuenta que estos dos parámetros son los más factibles de obtener en las estaciones meteorológicas de nuestro medio, se emplea la clasificación de Richard Lang (ESLAVA

et al 1986), quien la estableció basado en la relación obtenida como un índice, al dividir la precipitación anual en mm por la temperatura media anual en °C. Para su cálculo se tiene en cuenta la siguiente escala y términos lingüísticos:

<u>Índice de Lang</u>	<u>Clase de Clima</u>
00 – 30	Muy Seco (MS)
10 – 50	Seco (S)
30 – 70	Moderado (M)
50 – 90	Húmedo (H)
70 – 100	Muy Húmedo (MH)

Entonces: universo de discurso $C = [0 - 100]$, $T_c = \{MS, S, M, H, MH\}$ y significador lingüístico (Fig. 4c).

3.1.1.4 Vegetación: Su valoración se realiza teniendo en cuenta el porcentaje de cubrimiento de un área determinada con especies vegetales nativas o introducidas y del número de estratos vegetales presentes en un área determinada. Los estratos vegetales, corresponden a: Arbóreo, Arbustivo y Herbáceo, incluyendo en cada uno de ellos los respectivos cultivos. A continuación se presentan los rangos del índice y las calificaciones lingüísticas:

<u>Valor del Índice</u>	<u>Calificativo Lingüístico</u>
00 – 60	Muy Baja (MB)
20 – 100	Baja (B)
60 – 140	Moderada (M)
100 – 240	Alta (A)
160 – 300	Muy Alta (MA)

Entonces: universo de discurso, $V = [0, 300]$, $T_v = \{MB, B, M, A, MA\}$ y significador lingüístico (Fig. 4d).

3.1.2 Variable de Salida

Para la variable de salida, susceptibilidad a erosión superficial, se toma como un índice cuyo universo de discurso varía entre 0 y 1. Para tal fin, se ha definido la siguiente escala numérica y términos lingüísticos:

<u>Rango Numérico</u>	<u>Calificación Lingüística</u>
0.0 – 0.3	Muy Bajo (MB)
0.1 – 0.5	Bajo (B)
0.3 – 0.7	Moderado (M)
0.5 – 0.9	Alto (A)
0.7 – 1.0	Muy Alto (MA)

Entonces: universo de discurso, $ES = [0, 1]$, $T_{es} = \{MB, B, M, A, MA\}$ y significador lingüístico (Fig. 4e).

3.1.3 Base de Reglas

Para diseñar una base de reglas, se debe tener en cuenta que lo ideal es que ella sea completa, es decir que se contemplen todas las posibles combinaciones entre los términos lingüísticos de las variables definidas. Sin embargo, para el presente trabajo, se diseñó la base de reglas teniendo en cuenta que en ella se involucraran los términos lingüísticos que realmente se observan en la realidad del terreno. Así por ejemplo, en la combinación de términos de la variable Clase de Clima, no se contemplaron los términos Muy Seco y Muy Húmedo, dado que ellos no se presentan en la zona de estudio; igualmente se puede observar algo similar para el término lingüístico Extremadamente Alta de la variable Pendiente Topográfica. El número de reglas de la base de reglas, es un parámetro de diseño del sistema de lógica difusa, y de su correcta definición va a depender la coherencia de los resultados (los cuales deben representar necesariamente lo que se observa en la realidad) y la precisión de los mismos. Así por ejemplo, en PORTILLA (2002 b), para procesar la calificación de 400 sitios diferentes donde se evaluaron las mismas variables involucradas, para la zonificación geotécnica por Erosión Superficial en Villa de Leyva, se emplearon 108 reglas en la respectiva base de reglas.

En el presente artículo, en razón de la extensión que implicaría discriminar un número alto de reglas y como el objetivo es mostrar los pasos metodológicos de una forma concisa y sencilla, para procesar las calificaciones otorgadas a cada variable en los diferentes puntos de evaluación del área de estudio, se diseñó la siguiente base de reglas:

1. Si el Suelo es Extremadamente Erosionable y la Pendiente Topográfica es Alta y el Clima es Seco y la Cobertura Vegetal es Muy Baja, Entonces La Susceptibilidad a Erosión Superficial es Muy Alta.
2. Si el Suelo es Extremadamente Erosionable y la Pendiente Topográfica es Moderada y el Clima es Seco y la Cobertura Vegetal es Muy Baja, Entonces La Susceptibilidad a Erosión Superficial es Muy Alta.
3. Si el Suelo es Extremadamente Erosionable y la Pendiente Topográfica es Baja y el Clima es Seco y la Cobertura Vegetal es Muy Baja, Entonces La Susceptibilidad a Erosión Superficial es Alta.
4. Si el Suelo es Altamente Erosionable y la Pendiente Topográfica es Muy Alta y el Clima es Seco y la Cobertura Vegetal es Baja, Entonces La Susceptibilidad a Erosión Superficial es Muy Alta.

5. Si el Suelo es Erosionable y la Pendiente Topográfica es Moderada y el Clima es Moderado y la Cobertura Vegetal es Moderada, Entonces La Susceptibilidad a Erosión Superficial es Moderada.

6. Si el Suelo es Erosionable y la Pendiente Topográfica es Baja y el Clima es Húmedo y la Cobertura Vegetal es Alta, Entonces La Susceptibilidad a Erosión Superficial es Baja.

7. Si el Suelo es Levemente Erosionable y la Pendiente Topográfica es Muy Alta y el Clima es Húmedo y la Cobertura Vegetal es Muy Alta, Entonces La Susceptibilidad a Erosión Superficial es Baja.

8. Si el Suelo es Levemente Erosionable y la Pendiente Topográfica es Muy Baja y el Clima es Seco y la Cobertura Vegetal es Alta, Entonces La Susceptibilidad a Erosión Superficial es Muy Baja.

9. Si el Suelo es Levemente Erosionable y la Pendiente Topográfica es Muy Baja y el Clima es Moderado y la Cobertura Vegetal es Alta, Entonces La Susceptibilidad a Erosión Superficial es Muy Baja.

10. Si el Suelo es Levemente Erosionable y la Pendiente Topográfica es Muy Baja y el Clima es Húmedo y la Cobertura Vegetal es Alta, Entonces La Susceptibilidad a Erosión Superficial es Muy Baja.

3.1.4 Procesamiento de Calificaciones Otorgadas a las Variables

Una vez dados los anteriores pasos metodológicos, que constituyen el diseño de un sistema de lógica difusa, se procede a otorgar la calificación a cada una de las variables involucradas, en los diferentes puntos o sitios de evaluación del problema. A la calificación lingüística, se le otorga un grado de confianza de acuerdo a la credibilidad en el procedimiento y experiencia específica del experto.

Así, por ejemplo, para un determinado punto de evaluación, se otorgaron las siguientes calificaciones:

a) La clase de suelo corresponde a una arcilla de baja plasticidad (Altamente Erosionable). Confianza en el concepto: 90 %.

b) La pendiente topográfica medida en el terreno, es de 30 grados.

c) La precipitación pluviométrica es de 686.5 mm anuales y la temperatura promedio anual es de 18 °C.

d) La cobertura vegetal es Baja. Confianza en el concepto: 95%.

Como se puede observar, los datos 1 y 4, corresponden a información lingüística difusa; y los datos 2 y 3, corresponden a información numérica. El tratamiento de esta información de acuerdo a su tipo, correspondería a: Conjuntos Difusos (datos 1 y 4), y los resultados que de ellos se obtengan (que serán numéricos) se procesarán junto con los datos 2 y 3, por medio del SLD diseñado para tal fin.

3.1.4.1 Procesamiento de Datos Lingüísticos: Para cada una de las variables calificadas lingüísticamente, se procede de la siguiente manera: Se ingresa en las ordenadas, con el grado de confianza de los conceptos emitidos por los expertos, para los casos de clase de suelo y cobertura vegetal. Se traza una horizontal hasta que interseque el campo del conjunto difuso Altamente Erosionable (AE), para el caso de la clase de suelo (Fig. 5a); y, al conjunto difuso Baja (B), para el caso de cobertura vegetal (Fig. 5b). Siempre se tomará el límite más desfavorable de cada campo. Desde este punto de intersección, se baja una perpendicular hasta el corte con las abscisas, que definirá el dato numérico que ingresará al SLD posteriormente.

3.1.4.2 Procesamiento de Datos Numéricos: Una vez se han procesado las calificaciones lingüísticas, obteniéndose datos numéricos como los anteriormente descritos, se ingresan estos datos al sistema de lógica difusa diseñado para el procesamiento respectivo y la obtención del resultado concreto de salida. El procesamiento de los datos con el SLD, contempla las siguientes etapas, que coinciden con su paso por cada uno de los componentes estructurales del sistema de lógica difusa:

a) Módulo Difusor: Para ingresar los datos numéricos de entrada (x^*), se procede tomando el valor discreto hallado por conjuntos difusos (Ej.: 5.1 para Clase de Suelo y 58 para Cobertura Vegetal) o calculado numéricamente ($\text{Pendiente Topográfica} = 30 \text{ grados}$, $\text{Índice de Lang} = \text{Precipitación Anual} / \text{Temperatura Promedio Anual} = 686.5/18 = 38$); este dato numérico se ubica en las abscisas y se sube con una vertical hasta el extremo superior, recorrido en el cual interseca los límites de los conjuntos difusos respectivos; estos puntos de intersección, se proyectan horizontalmente hasta que se corte el eje de las ordenadas, determinándose de esta manera el grado de pertenencia a cada conjunto difuso involucrado; así, por ejemplo: al ingresar el dato numérico obtenido para

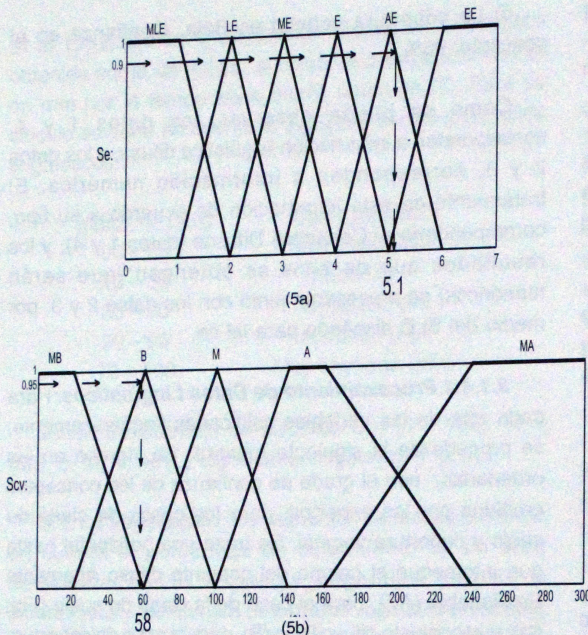


Fig. 5. Procesamiento analítico de información lingüística por medio de conjuntos difusos: a) Variable Clase de Suelo y b) Variable Cobertura Vegetal.

la clase de suelo ($x^* = 5.1$) y proyectarlo verticalmente hacia la parte superior, corta los límites de los conjuntos difusos Altamente Erosionable (en 0.9) y Extremadamente Erosionable (en 0.1), que corresponde al grado de pertenencia de 5.1 a cada uno de esos conjuntos difusos. La representación gráfica del ingreso de los datos discretos de entrada, se observa en las Figs. 6a, 6b, 6c y 6d.

b) Base de Reglas: Se toma de la base de reglas, las reglas que representan lógicamente al problema; por ejemplo en este caso podría ser: **Si** el Suelo es *Altamente Erosionable* y la Pendiente Topográfica es *Muy Alta* y el Clima es *Seco* y la Cobertura Vegetal es *Baja*, **Entonces** la Susceptibilidad a la Erosión Superficial es *Muy Alta*.

c) Motor de Inferencia: Se resuelve esta proposición difusa, aplicándole el operador del mínimo al antecedente, así:

$$\mu_{\text{Regla}} = \text{Mín} [\mu_{\text{ME}} (5.1), \mu_{\text{MA}} (30), \mu_{\text{S}} (38), \mu_{\text{B}} (58)] = \text{Mín} [0.9, 1.0, 0.6, 0.95] = 0.6$$

Como la proposición difusa es de la forma: $P \text{ y } Q$, aplicándole la implicación del mínimo (Mamdani), esta regla genera un corte (C_i), definido por:

$$\text{Mínimo} [\mu_{\text{Regla}} (x^*), \mu_{\text{MA}} (\text{ses})] = \text{Mínimo} [0.6, \mu_{\text{MA}} (\text{ses})] \quad (\text{Fig. 6e})$$

d) **Módulo Concesor:** Empleando en este caso el algoritmo centro de gravedad, este módulo genera la salida concreta (y^*), que para el ejemplo, corresponde a:

No	Area	\bar{y}_i	$\text{Area} \cdot \bar{y}_i$
1	0.039	0.79	0.0307
2	0.105	0.91	0.0928

$$\Sigma \text{Area}_i = 0.144 \quad \Sigma \text{Area}_i \cdot \bar{y}_i = 0.123$$

$$\text{Entonces, } \bar{y} = (\Sigma \text{Area}_i \cdot \bar{y}_i) / (\Sigma \text{Area}_i) = 0.1235 / 0.144 = 0.86 \Rightarrow y^* = 0.86 \quad (\text{Fig. 6f})$$

Si se analiza este resultado, se puede decir que la Susceptibilidad a la Erosión Superficial del sector evaluado, es *Muy Alta* en un 85 % y *Alta* en un 15 %.

Siguiendo el procedimiento anteriormente descrito, para algunos sectores del área de Villa de Leyva y alrededores (PORTILLA 2002a), se tienen los siguientes resultados:

a) Sector entre los valles de los ríos Sáchica y Leyva:

La clase de suelo corresponde a una arcilla de baja plasticidad (Extremadamente Erosionable). Confianza en el concepto: 95 %.

La pendiente topográfica medida en el terreno, es de 5 grados.

La precipitación es de 686.5 mm anuales y la temperatura promedio anual es de 18°C.

La cobertura vegetal es *Muy Baja*. Confianza en el concepto: 95%.

$$\text{Entonces, } y^* = 0.70$$

b) Sector entre los valles del río Leyva y quebrada Los Robles:

La clase de suelo corresponde a una arcilla de plasticidad media (Erosionable). Confianza en el concepto: 95 %.

La pendiente topográfica medida en el terreno, es de 7 grados.

La precipitación es de 980.4 mm anuales y la temperatura promedio anual es de 16.9°C.

La cobertura vegetal es *Moderada*. Confianza en el concepto: 95%.

$$\text{Entonces, } y^* = 0.50$$

c) Sector del cerro Morro Negro al sur del río Cane hasta la quebrada San Francisco:

La clase de suelo corresponde a una arena (Levemente Erosionable). Confianza en el concepto: 90 %.

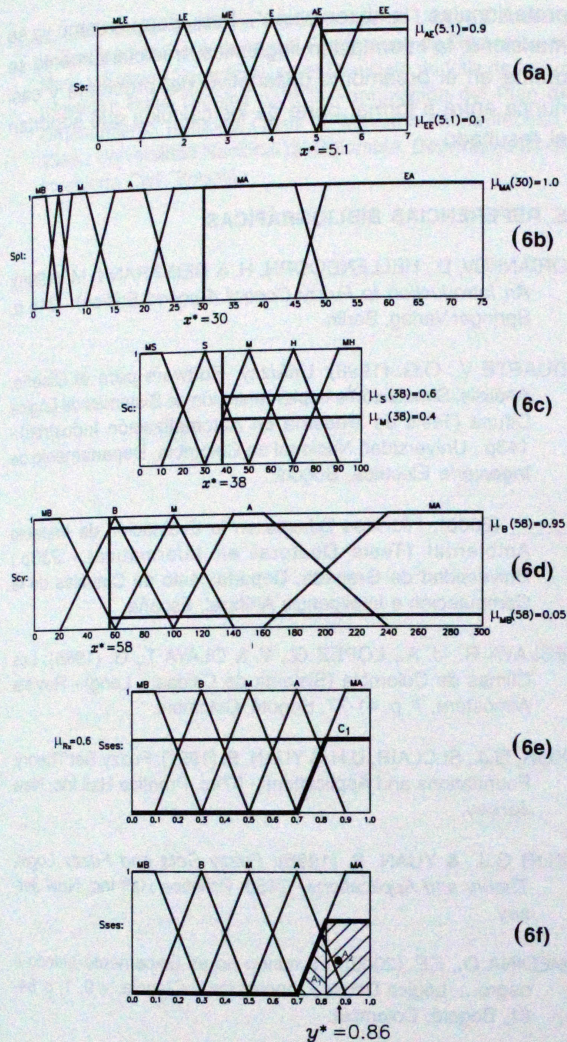


Fig. 6. Procesamiento analítico de la información lingüística y numérica por medio de SLD.

La pendiente topográfica medida en el terreno, es de 25 grados.

La precipitación es de 1100 mm anuales y la temperatura promedio anual es de 14°C.

La cobertura vegetal es Muy Alta. Confianza en el concepto: 90%.
Entonces, $y^* = 0.30$

e) Sector del valle del río Sáchica:

La clase de suelo corresponde a una grava arenosa (Muy Levemente Erosionable). Confianza en el concepto: 95 %.

La pendiente topográfica medida en el terreno, es de 2 grados.

La precipitación es de 686.5 mm anuales y la temperatura promedio anual es de 18°C.

La cobertura vegetal es Alta. Confianza en el concepto: 95%.

Entonces, $y^* = 0.15$

Los resultados o valores concretos de salida (y^*), obtenidos por el procesamiento a través del SLD diseñado, posteriormente son llevados a una cuadrícula que divide el área de estudio y sobre ella se construyen mapas de isovalores, y mediante la jerarquización de los isovalores en rangos, se obtiene la zonificación de la susceptibilidad a la erosión superficial.

4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

1. Los resultados obtenidos en el presente artículo, empleando la lógica difusa y combinando dos de sus técnicas: Conjuntos Difusos y Sistemas de Lógica Difusa, son coherentes con las condiciones que en la realidad se observan en el área de Villa de Leyva y alrededores (PORTILLA 2002b). Este hecho le da validez a la aplicación de la metodología desarrollada, siendo de gran importancia por cuanto ella será la base de posteriores estudios y aplicaciones en otros tipos de fenómenos geológicos naturales, aprovechando al máximo la principal destreza adquirida por los profesionales de las Geociencias: la descripción lingüística de los fenómenos que observa y la cuantificación numérica de parámetros que se miden tanto en campo como en el laboratorio.

2. Lo más importante, del presente trabajo, lo constituye el mostrar la utilización y el procesamiento analítico, de información tanto numérica como lingüística, mediante el aprovechamiento de los conceptos novedosos referentes a la temática de la lógica difusa. En el artículo, se presenta el desarrollo de una metodología para el procesamiento simultáneo de información tanto numérica como lingüística, para obtener resultados coherentes en el modelamiento de problemas que se le presentan al geólogo, haciéndose extensiva su aplicación a cualquier problema que se le presente en las diferentes actividades que despliegue en su vida profesional.

3. La única condición que se requiere para aplicar la metodología propuesta, es la definición clara del problema y de los factores o variables involucradas. Una vez se haya cumplido con ello, se debe definir los universos de discurso para cada una de las variables lingüísticas, el conjunto de términos que los califican y su distribución espacial; luego proceder a calificar cada una de las variables en cada sitio específico de

evaluación y seguir los pasos metodológicos propuestos hasta obtener los resultados concretos de salida; finalmente, a estos últimos darles el tratamiento adecuado de acuerdo a las alternativas de solución al problema de interés.

4. La metodología propuesta, al igual que las de común uso en geología y geotecnia, no contempla el cálculo de la incertidumbre del resultado obtenido. Este aspecto es de gran importancia, dado que sería un criterio de análisis de calidad y pertinencia de la información disponible a ser empleada en el proceso de toma de decisiones, por parte de los planificadores del desarrollo de una región. Por lo anterior, se recomienda investigar en lo referente a la formulación de una metodología que permita evaluar la incertidumbre global (lingüística y numérica) asociada al resultado obtenido en el proceso de evaluación del problema.

5. Para trabajos futuros, se recomienda realizar para la misma zona la evaluación del problema geológico y/o geotécnico, siguiendo otras metodologías tradicionalmente empleadas y comparar sus resultados con los obtenidos empleando la metodología que se propone en el presente artículo. Una vez se realice este proceso, es aconsejable hacerle seguimiento al comportamiento futuro del problema y determinar cual de las metodologías empleadas se ajusta más a la realidad (lo que ocurra en el terreno).

Además de lo anterior, sería pertinente profundizar más estrictamente en el rigor matemático, con el fin de fundamentar y mejorar aún más las componentes técnicas de la metodología propuesta (lógica difusa, conjuntos difusos y sistemas de lógica difusa); tal vez, específicamente en lo referente a la optimización del diseño de los parámetros del sistema de lógica difusa: número de variables de entrada, número de términos lingüísticos y su distribución en el rango de variación de los respectivos universos de discurso, forma óptima de los conjuntos difusos, número óptimo de reglas en la base de reglas, entrenamiento del sistema diseñado acudiendo a algoritmos matemáticos o a las redes neuronales, etc.

6. Por último, se recomienda difundir en el ámbito profesional de la geología y la geotecnia, los conocimientos y aplicaciones de la teoría de la lógica difusa, cuestión que con toda seguridad mejorará las perspectivas de desempeño de los profesionales involucrados. Esto, por cuanto dicha teoría permite maximizar el uso de la principal fortaleza de tales

profesionales: "la observación". Esto, porque como ya se mencionó, la información lingüística, tradicionalmente se queda en el preámbulo descriptivo del problema y casi nunca entra a formar parte de los cálculos que soportan el resultado.

5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

DRIANKOV, D., HELLENDORF, H. & REINFRANK, M. (1996): *An Introduction to Fuzzy Control (Second Edition)*.- 316 p., Springer Verlag, Berlin.

DUARTE V., O.G. (1998): *Unfuzzy -Software para el Diseño, Análisis, Simulación e Implementación de Sistemas de Lógica Difusa (Tesis de Maestría en Automatización Industrial)*.- 143p., Universidad Nacional de Colombia, Departamento de Ingeniería Eléctrica, Bogotá.

_____. (2000): *Técnicas Difusas en la Evaluación de Impacto Ambiental (Tesis Doctoral en Informática)*.- 233p., Universidad de Granada, Departamento de Ciencias de la Computación e Inteligencia Artificial, España.

ESLAVA R., J. A., LOPEZ G., V. & OLAYA T., G. (1986): Los Climas de Colombia (Sistema de Caldas - Lang).- *Revista Atmósfera*, 7, p. 41-77, Bogotá, Colombia.

KLIR, G.J., ST. CLAIR, U.H. & YUAN, B. (1997): *Fuzzy Set Theory, Foundations and Applications*.- 574p, Prentice Hall Inc, New Jersey.

KLIR G.J., & YUAN, B. (1995): *Fuzzy Sets and Fuzzy Logic, Theory and Applications*.- 245p, Prentice Hall Inc, New Jersey.

MEDINA Q., F.E. (2000): El mundo no es únicamente blanco o negro.... *Lógica Difusa*.- *Innovación y Ciencia*, v. 9, 1, p. 54-61, Bogotá, Colombia.

PORTILLA G., M. E. (1998): *Evaluación del Riesgo por Deslizamiento en Málaga-Santander, aplicando Conjuntos Difusos (Trabajo Final, Especialización en Evaluación de Riesgos y Prevención de Desastres)*.- 87p., Universidad de Los Andes, Departamento de Ingeniería Civil, Santa Fe de Bogotá.

_____. (1999): *Evaluación de la Amenaza por Deslizamiento en Málaga, Santander, aplicando la Metodología de los Conjuntos Difusos: Un Tema de Geología Ambiental*.- *Geología Colombiana*, v. 24, p.159-176, Bogotá.

_____. (2001): *Aplicación de los Sistemas de Lógica Difusa en el Análisis de la Susceptibilidad a Fenómenos de Remoción en Masa*.- *Geología Colombiana*, v. 26, 189-205, Bogotá.

_____. (2002a): *Aplicación de los Sistemas de Lógica Difusa en la Evaluación de la Amenaza por Erosión Superficial en Villa de Leyva (Boyacá, Colombia): Clima Tropical Andino*.- *Primer Simposio Latinoamericano de Control de Erosión*, p. 38.1 - 38.10, Corporación Autónoma Regional para la Defensa de la Meseta de Bucaramanga y Sociedad Colombiana de Geotecnia, Bucaramanga.

(2002b): Aplicación de los Sistemas de Lógica Difusa en la Zonificación Geotécnica por Fenómenos de Remoción en Masa y Erosión Superficial, en el Municipio de Villa de Leyva (Boyacá): Base Técnica para la Formulación del Plan de Ordenamiento Territorial (Tesis de Maestría en Geotecnia).- 134p., Universidad Nacional de Colombia, Departamento de Ingeniería Civil, Bogotá.

WANG, L. (1.994): *Adaptive Fuzzy Systems and Control, Design and Stability Analysis*.- 232 p, Prentice Hall Inc, New Jersey.
YEN, J. & LANGARI, R. (1999): *Fuzzy Logic: Intelligence, Control and Information*.- 548 p, Prentice Hall Inc, New Jersey.

Manuscrito recibido: Agosto de 2002; aceptado, Mayo de 2003.