

Caracterización Cuantitativa de Patrones de Fracturamiento mediante Ventanas Circulares y Análisis Fractal

Quantitative Characterization of Fracture Patterns with Circular Windows and Fractal Analysis

GIOVANNI MORENO-SÁNCHEZ¹

OSCAR JAVIER GARCÍA-CABREJO²

²¹*Departamento de Geociencias, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá.*

Instituto Colombiano de Geología y Minería – INGEOMINAS

E-mail: gmorenos@unal.edu.co, gmoreno@ingeominas.gov.co

²²*Departamento de Geociencias, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá.*

E-mail: oscar.garciac@gmail.com

MORENO-SÁNCHEZ, G. & GARCÍA-CABREJO, O.J. (2006): Caracterización Cuantitativa de Patrones de Fracturamiento mediante Ventanas Circulares y Análisis Fractal.- GEOLOGÍA COLOMBIANA, 31, pp. 73-104, 21 Figs., Bogotá.

RESUMEN

En la caracterización de los sistemas de fracturamiento solo se tiene acceso a una exposición limitada del mismo lo cual origina una serie de problemas: sesgo por orientación, por censuramiento y por truncamiento. La utilización de líneas de muestreo y ventanas circulares permite minimizar el sesgo por orientación y manejar el producido por censuramiento, además de brindar una descripción unificada del sistema de fracturamiento en términos de densidad, intensidad y longitud promedio. Así mismo las fracturas son rasgos que ocurren en todas las escalas, comportamiento que puede ser descrito por medio de una relación fractal. En este trabajo se presentan los fundamentos de las líneas de muestreo y ventanas circulares junto con los de la geometría fractal para la caracterización cuantitativa de medios fracturados. Los anteriores procedimientos se aplicaron tanto en unos casos sintéticos como con datos reales obtenidos en el Anticlinal de Usaqué, NE de Bogotá (Colombia). Los resultados obtenidos indican que existe una relación entre la dimensión fractal de las trazas de fracturas y la intensidad obtenida usando las ventanas circulares.

Palabras Clave: *densidad, fractal, fractura, intensidad, longitud promedio, muestreo, ventanas circulares.*

ABSTRACT

The sampling of fracture system has problems related with fracture orientation, censoring and truncation. The use of circular scanlines and windows minimizes the orientation bias and reduces the censoring errors, and gives an unified description of fracture systems in terms of fracture density, fracture intensity and fracture mean length. Besides, fractures are self-similar objects because they occur in all scales and this behavior can be described by a fractal relationship. This paper presents the fundamental concepts of circular scanlines and windows, and fractal geometry for fracture system characterization. These methodologies were employed in a synthetic case (for validation purposes) and with data obtained in the western flank of Usaquen Anticline, NE of Bogota (Colombia). The results indicate that there is a close relationship between the fractal dimension and the fracture intensity obtained using circular windows.

Key words: average fracture length, circular windows, density, fractal, fracture, intensity, sampling.

INTRODUCCION

Las fracturas presentes en las rocas se forman como resultado de la acción de esfuerzos y de la forma como estos varían en el tiempo (HATCHER 1995). Su importancia radica en que contribuyen de forma significativa a la formación de conductos por los cuales pueden transportarse fluidos como el agua, hidrocarburos o soluciones mineralizantes, permitiendo que en muchos lugares del mundo estos recursos se encuentren asociados a reservorios o acuíferos fracturados y en el caso de mineralizaciones a zonas fracturadas (TILLMAN & BARNES 1983, NARR 1996, LAUBACH *et al.* 1998, KARACAN & OKANDAN 2000, TRIPP & VEARNCOMBEB 2004). Así, la caracterización de parámetros de fracturamiento tales como espaciamiento y longitud, son cruciales a la hora de determinar el tamaño de bloque efectivo para efectuar una simulación de reservorio (FEDER & JOSSANG 1995, LA POINTE & BARTON 1995, HENNINGS *et al.* 2000). Para un correcto manejo y aprovechamiento de los fluidos que se transportan a través del medio fracturado, se hace imprescindible contar con herramientas metodológicas que permitan llevar a cabo una caracterización sistemática y eficiente de los sistemas de fractura. No obstante, este objetivo no es de alcance inmediato dado que en la gran mayoría de oportunidades no se cuenta con afloramientos o exposiciones suficientemente extensas de los sistemas de fractura, con lo que se dificulta la medición de los diferentes atributos de interés tales como orientación, espaciamiento, densidad e intensidad (ESCUDEIR VIRUETE *et al.* 2001). Otra limitación para la adecuada determinación de los parámetros de un sistema de fractura radica en el hecho que el sistema de fractura presenta un soporte geométrico de naturaleza 3D al cual solo se puede tener acceso mediante muestreos en 2D (superficies estructurales o cortes verticales) o 1D (pozos) (YIELDING *et al.* 1996, PEACOCK 2006).

El medio fracturado presenta propiedades que son susceptibles de medición y por lo tanto son útiles para el proceso de caracterización de los mismos. Dentro de estas variables se pueden mencionar: intensidad, densidad, espaciamiento, orientación, longitud y apertura (NEEDHAM & YIELDING 1996, NIETO-SAMANIEGO *et al.* 2003, ROHRBAUGH *et al.* 2004, PEACOCK 2006). Para la determinación de estos atributos se hace necesario realizar un muestreo del sistema de fracturamiento, el cual emplea la medición a lo largo de una línea de muestreo (scanline) o a través de un área (ventana), dependiendo de la exposición del medio fracturado. Sin embargo las mediciones realizadas usando estos métodos presentan varios inconvenientes. Dentro de estos se pueden mencionar:

- Sesgo por Orientación. Consiste en el submuestreo de planos de fractura como resultado de la selección de una dirección de medición que tiende a ser paralela a una familia de fractura (BARNES *et al.* 2002, ROHRBAUGH *et al.* 2004). En la figura 1 se observa como una sección estructural levantada en dirección N – S a través de la cara A tendrá en cuenta planos de fractura de dirección E – W y

NW – SE, mientras la mayoría de los planos de dirección N – S serán ignorados. En el caso que la medición se realice a través de la cara B, serán los planos de dirección E – W los que serán subvalorados. En la cara C o superficie estructural se encuentran representadas las trazas de afloramiento en vista de planta de todas las familias de fracturas, excluyendo planos de discontinuidad como estratificación o fracturas paralelas a esta.

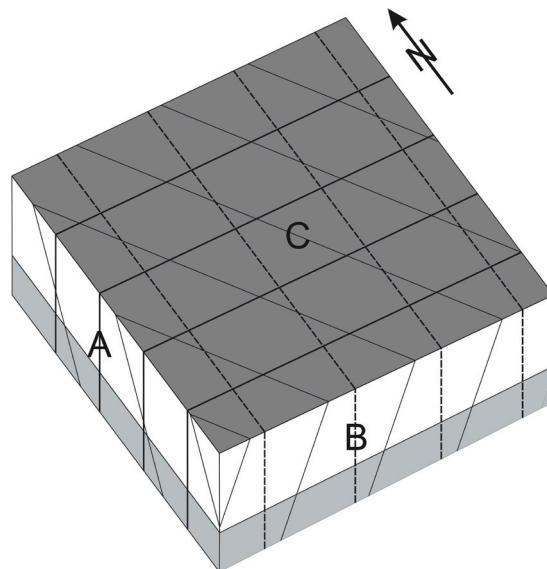


Fig. 1. Sesgo por orientación.

- Sesgo por truncamiento. Depende de la mínima resolución con la que se tome la información o la escala objetivo del muestreo. Dado que los procesos de fracturamiento ocurren a una gran variedad de escalas desde lo microscópico a lo megascópico (conjunto fractal, ver más adelante), la naturaleza local y discreta del proceso de muestreo imposibilita al observador recabar información más detallada que la establecida por sus instrumentos de medición. En la figura 2 un sistema local de plegamiento (del orden de kilómetros) sinclinal – anticlinal de dirección NE – SW se encuentra afectado por dos familias de fracturas con orientación N – S vertical y E – W buzando al S. En conjunto las dos familias presentan un patrón ortogonal en vista de planta con igual espaciamiento entre trazas de fractura individuales. Cuando se examina a mayor escala, resolución o detalle un afloramiento localizado en el flanco S del anticlinal se aprecia como el patrón ortogonal con igual espaciamiento, parece haber sido reemplazado por otro más heterogéneo, con menor longitud de las trazas de fractura individuales y mayor número de fracturas por unidad de área. Es decir dentro del rango de escalas en las cuales se desarrollan los procesos de fracturamiento se presentan irregularidades por igual en todas ellas (BARTON & LA POINTE 1995, FEDER & JOSSANG 1995, YIELDING *et al.* 1996).

- Sesgo por censuramiento. Fenómeno asociado al vo-

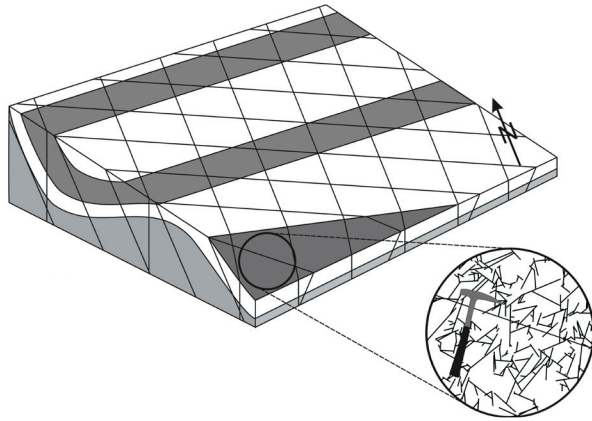


Fig. 2. Sesgo por truncamiento.

lumen y a la totalidad de la información estructural medida, en función del área de exposición falible de ser muestreada. Se encuentra relacionado a la disponibilidad de afloramientos suficientemente extensos como para permitir diferenciar las trazas de afloramiento de los planos de fractura sobre una superficie estructural a través de toda su extensión (ROHRBAUGH *et al.* 2004). En la figura 3, el rectángulo A representa la exposición en un afloramiento. Todas las fracturas o porciones de ellas dentro del rectángulo (línea sólida) corresponden a información accesible a medición, mientras aquellas fuera de esta zona (línea punteada) representan información fuera del alcance del observador. En el caso que una fractura comience y termine dentro de la zona de exposición (afloramiento), su longitud podrá ser definida, pero en el caso que solo parte

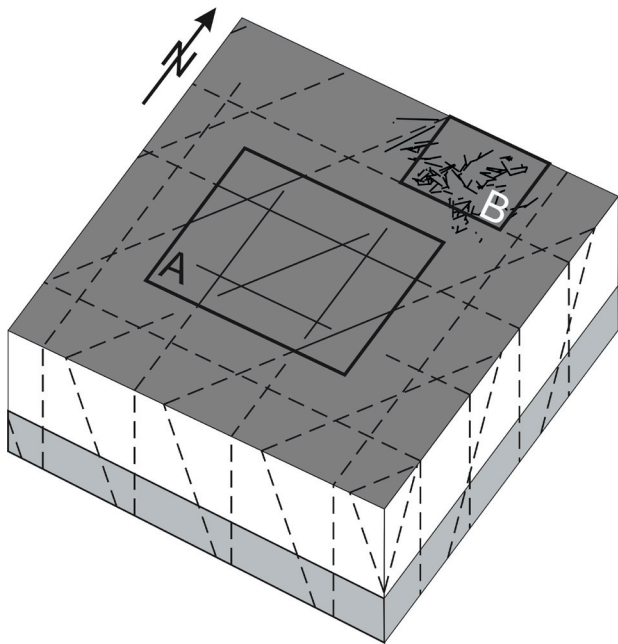


Fig. 3. Sesgo por censuramiento.

de ella quede dentro de la zona, este atributo corresponderá apenas a una medida parcial. En otros casos debido a fenómenos de anisotropía espacial o agrupamiento de fracturas asociados a zonas de alta deformación, se puede presentar submuestreo de sectores con alta intensidad como el representado en el rectángulo B (BARTON & LA POINTE 1995).

Todas las anteriores fuentes de error se deben tener en cuenta a la hora de la adquisición de la información con el fin de disminuir su efecto en la calidad de los datos tomados, así como también en la fase de análisis ya que estos van a afectar las correspondientes estimaciones de los parámetros del sistema de fracturamiento.

Una de las posibles soluciones a los inconvenientes antes mencionados consiste en la utilización de las denominadas ventanas y líneas de muestreo circulares, con las cuales es posible minimizar el sesgo por orientación y manejar de forma conveniente el sesgo por censuramiento. En el caso del sesgo por truncamiento este depende de la mínima resolución con la que se tome la información y por lo tanto esta en función del método de adquisición y no de análisis (MANDELBROT 1983). Así mismo esta metodología ofrece una aproximación unificada del sistema de fracturamiento al establecer una relación entre la intensidad, densidad y longitud promedio de fractura (MAULDON *et al.* 2001, ROHRBAUGH *et al.* 2004).

LÍNEA DE MUESTREO Y VENTANAS CIRCULARES

La línea de muestreo circular consiste en un círculo dibujado sobre la superficie estructural en la cual se desarrollan las trazas de fractura o sobre la imagen en la que se han digitalizado las familias de fractura desarrolladas sobre esta (Fig. 4). La ventana circular corresponde al área encerrada por la línea de muestreo circular. Cuando se aplican estas herramientas sobre una exposición del sistema de fracturamiento se obtiene una muestra, de la cual se obtienen estimaciones de los parámetros de intensidad, densidad y longitud de fractura. Las variables anteriores se denominan parámetros de la población de fracturas, en analogía con la notación de la estadística básica (KOTTEGODA & ROZZO 1993), y permiten caracterizar de forma completa el sistema de fracturamiento en estudio (MAULDON *et al.* 2001, ROHRBAUGH *et al.* 2004).

Intensidad

La intensidad de fracturamiento es un parámetro que se relaciona con el espaciamiento promedio entre fracturas a través de una línea de muestreo definida en alguna dirección determinada. Los intervalos entre fracturas corresponden a la distancia entre fracturas a través de una línea dada. Este difiere del espaciamiento de fracturas el cual corresponde a la distancia entre dos fracturas paralelas. Dado que el intervalo entre fracturas involucra tanto fracturas paralelas como no paralelas, es de aplicación universal en contraposición al espaciamiento (GROSSENBA-

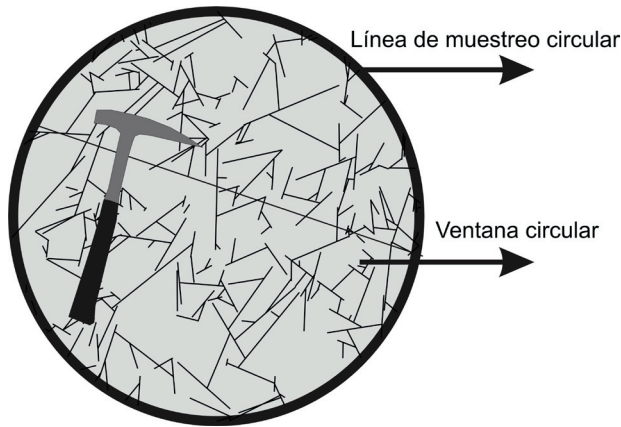


Fig. 4. Línea de muestreo y ventana circular. Estas técnicas de muestreo dependen exclusivamente del radio del círculo y de la ubicación del centro. Debido a la configuración geométrica de estas ventanas el sesgo por orientación se elimina de forma automática.

CHER *et al.* 1997). El espaciamiento en la gran mayoría de oportunidades aparece como un concepto difuso, ya que en el caso de familias de fracturas paralelas entre sí este se puede calcular sin mayor dificultad midiéndolo de forma perpendicular a estas (Fig. 5). Sin embargo en el caso de varias familias de fracturas, el espaciamiento es un concepto que no resulta tan claro, así como la interpretación del mismo. Esto se origina en el hecho que las mediciones de espaciamiento entre fracturas se realizaron por primera vez a lo largo de líneas de muestreo y para la realización de inferencias más allá de los datos, generalmente estos se ajustaban a una distribución de la forma:

$$f_X(x) = \exp(-\lambda x) \quad (1)$$

Donde λ es el parámetro que define la distribución. Este parámetro es igual a

$$\lambda = \frac{1}{\bar{x}} \quad (2)$$

Donde \bar{x} corresponde al espaciamiento promedio. El parámetro λ en el caso de procesos estocásticos puntuales define la intensidad del proceso y de ahí que en muchas oportunidades se haya utilizado este para la caracterización del sistema de fracturas (LASLETT 1982).

De acuerdo con la ecuación (2), λ tiene unidades de m^{-1} y en términos sencillos corresponde al número promedio de fractura por unidad de longitud. La intensidad de fracturamiento es una medida de la abundancia de fracturas y generalmente se define como el número de fracturas por la longitud de la línea de muestreo. Sin embargo en el caso de líneas de muestreo y ventanas circulares esta propiedad se define como el producto de la densidad de fracturamiento y la longitud de fractura promedio:

$$I = \rho \mu \text{ Mauldon et al., 2001} \quad (3)$$

Donde ρ es la densidad de fracturamiento y μ es la longitud promedio de fractura. La expresión (3) brinda una conexión entre tres características importantes del sistema de fracturamiento y permite una descripción unificada del mismo (MAULDON *et al.* 2001).

En el caso de las líneas de muestreo circulares para calcular la intensidad de fracturamiento se hace necesario determinar el número de intersecciones entre las fracturas y la circunferencia externa (Fig. 6). Con esto la intensidad se puede determinar mediante la expresión:

$$\hat{I} = \frac{n}{4r} \text{ Mauldon et al., 2001} \quad (4)$$

Donde n es el número de intersecciones entre la línea de muestreo circular y las trazas de fractura y r es el radio de la circunferencia usada. De acuerdo con MAULDON *et al.* (2001) la expresión (4) ofrece un estimador no sesgado de la intensidad de fracturamiento.

Densidad

Existen diferentes definiciones de densidad de fractu-

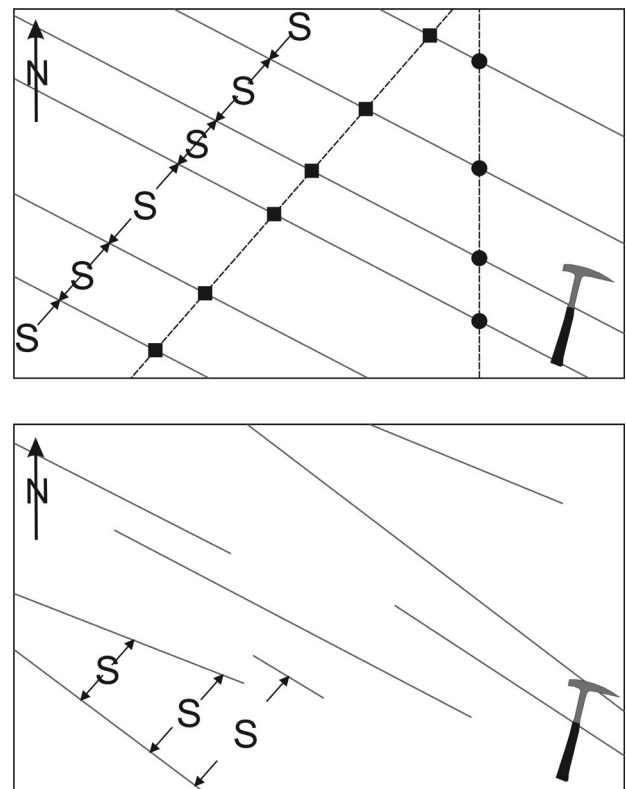


Fig. 5. Espaciamiento (S). En el caso de fracturas paralelas (Arriba) el espaciamiento depende de la orientación de la línea de muestreo (línea punteada). En el caso de fracturas no paralelas (Abajo) el concepto de espaciamiento es más difuso (Modificado de MAULDON *et al.* 2001).

ramiento, cada una de las cuales involucra características que resultan de interés para los problemas particulares que se estén abordando. Para este caso particular la densidad se define:

$$D = \frac{n}{A} \text{ Mauldon, 1998; Mauldon et al., 2001} \quad (5)$$

Donde n corresponde al número de centros de fractura que caen dentro de la ventana y A es el área de la ventana (Fig. 7). Sin embargo esta definición presenta un problema ya que para determinar el centro de una fractura ésta debe estar completamente expuesta dentro de la ventana, lo cual no siempre ocurre (sesgo por censuramiento). Una posible solución a este problema consiste en conocer la distribución de probabilidad de las longitudes y determinar la probabilidad que un centro caiga en la ventana respectiva (LASLETT 1982).

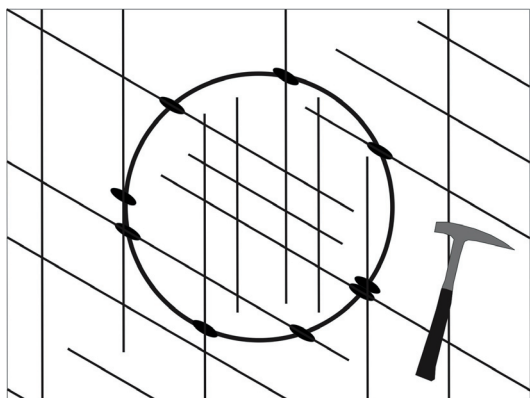


Fig. 6. Intensidad de fracturamiento. Los óvalos sólidos representan intersecciones de la línea de muestreo circular con las trazas de fractura.

Otra posible solución consiste en determinar alguna característica que presente una relación 1 a 1 con los centros de fractura y la cual sea más sencilla de determinar en el caso de la ventana circular. Para eso se utilizan los puntos terminales de la fractura, ya que cada fractura posee 2 puntos terminales por cada centro (Fig. 8), de tal forma que en cada ventana circular se van a presentar $m(+)$ trazos positivos y $m(-)$ trazos negativos.

Por lo tanto el número de puntos terminales se puede utilizar para calcular el número de trazos de fractura, usando el número promedio de puntos terminales de la siguiente forma:

$$\hat{\rho} = \frac{1}{2} \left(\frac{m(+)}{A} + \frac{m(-)}{A} \right) = \frac{m}{2A} \text{ Mauldon et al., 2001} \quad (6)$$

Donde $m(+)$ es el número de puntos terminales positivos, $m(-)$ corresponde a los puntos terminales negativos,

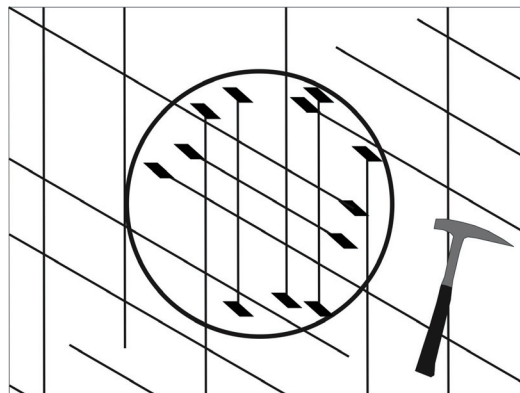
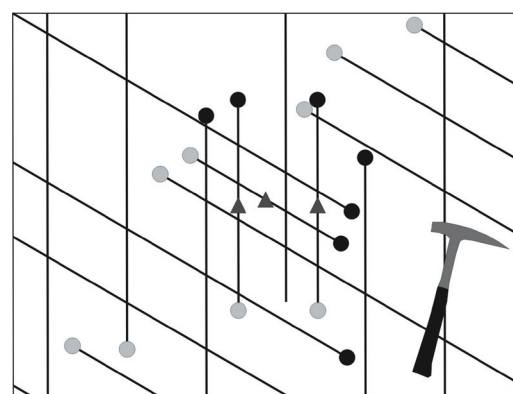


Fig. 7. Densidad de fracturamiento. Número de puntos terminales que caen dentro de la ventana circular (rombos sólidos).



- $m(+)$ Punto inicial
- ▲ Centro de fractura
- $m(-)$ Punto final

Fig. 8. Asociación entre puntos terminales y centros de fractura. Solo las trazas de fractura que presentan centro en el área de muestreo permiten registrar la longitud total.

y A es el área de la ventana circular. Para el caso de ventanas circulares la ecuación (6) queda expresada:

$$\hat{\rho} = \frac{m}{2\pi r^2} \text{ Mauldon et al., 2001} \quad (7)$$

En el caso que la superficie estructural o la exposición de fracturas tenga una forma irregular esta se puede aproximar por un conjunto de ventanas circulares y en este caso la densidad se puede expresar mediante:

$$\hat{\rho} = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{\sum m}{\sum r^2} \right) \quad (8)$$

La expresión (8) se puede aplicar aun si las ventanas se superponen, y la estimación de densidad así obtenida

es más representativa ya que involucra un muestreo con mayor número de ventanas.

Longitud Promedio

La determinación de la longitud usando metodologías de ventana tiene el inconveniente de ser siempre sesgada. Sin embargo se pueden tener en cuenta diferentes correcciones para eliminar este sesgo y obtener estimaciones corregidas, las cuales se pueden asumir como representativas del sistema de fracturamiento. En este caso las aproximaciones pueden ser de tipo no – paramétrico (como la corrección Kaplan – Meyer) o paramétrico (asumiendo que la distribución de longitudes tiene una forma determinada) y se pueden aplicar métodos como el propuesto por LASLETT (1982) o VILLAESCUSA & BROWN (1992). Sin embargo una de las desventajas de estas últimas metodologías corresponde al hecho que se hace necesario conocer la distribución de probabilidad de las longitudes, lo cual en muy pocas oportunidades es posible.

El estimado de la longitud de fractura promedio considera tanto las intersecciones de las fracturas con la circunferencia externa como el número de puntos terminales que caen dentro de la misma.

$$\hat{\mu} = \frac{\pi r}{2} \left(\frac{n}{m} \right) \text{ Pahl, 1981; Zhang \& Einstein, 1998} \quad (9)$$

Donde n es el número de intersecciones entre las fracturas y la circunferencia, m es el número de puntos terminales que caen dentro de la ventana y r es el radio. La ecuación (9) es dimensionalmente correcta y las unidades obtenidas corresponden a longitud.

Lo interesante del estimador dado por la ecuación (9) es que permite determinar la longitud promedio de fractura sin realizar ningún tipo de medida de longitud, usando solamente los puntos terminales de fractura y la intersección de las fracturas con la circunferencia externa.

En el caso que sea necesario utilizar diferentes círculos para cubrir la exposición a analizar, el estimador de la longitud de fractura promedio esta dado por:

$$\hat{\mu} = \frac{\pi r}{2} \left(\frac{\bar{n}}{\bar{m}} \right) \text{ Mauldon et al., 2001} \quad (10)$$

Donde \bar{n} y \bar{m} corresponden al número promedio de intersecciones y puntos terminales asociados con la medida.

GEOMETRIA FRACTAL

La descripción tradicional de los sistemas de fracturamiento se ha realizado en términos de su densidad, intensidad, longitud, apertura y orientación, entre otras variables. Sin embargo los sistemas de fractura exhiben características de tipo fractal en parámetros tales como distribución, número, longitud, salto y rugosidad (FEDER

1988, HEWETT 1994, TURCOTTE & HUANG 1995, BARTON & LA POINTE 1995, NEEDHAM & YIELDING 1996, BONNET *et al.* 2001). Los conjuntos fractales exhiben la propiedad de la invarianza en la escala, es decir, que si se toma una parte del conjunto este de cierta forma se parece al todo. Otra característica de los fractales consiste en que poseen un valor de dimensión que no necesariamente es entera, la cual se denomina dimensión fractal (MANDELBROT 1983). Sin embargo un problema importante en la caracterización de los sistemas de fracturas es saber si se utilizan las variables tradicionales (intensidad, densidad y longitud promedio) o características fractales (dimensión fractal), o si estas medidas se encuentran relacionadas entre si.

De acuerdo a MANDELBROT (1983) un conjunto fractal se define como un conjunto geométrico que posee dos características: invarianza en la escala es decir el fenómeno parece igual sin importar la escala en que se analice y un valor de dimensión que no necesariamente es entera. El concepto general de dimensión puede expresarse en función de una relación de escala de la forma (PRUESS 1995):


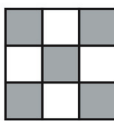
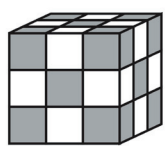
$$n = s^D \quad (11)$$

Donde n es el número de partes constituyentes del objeto, s es el factor de escala y D es el valor de dimensión. Si dividimos un segmento unitario de línea, en fracciones de $\frac{1}{3}$, el total es 3 veces más largo que cada fracción. Si dividimos un cuadrado de forma que el lado del cuadrado sea 3 veces mayor que el de los cuadraditos en que se divide, se obtienen $3^2 = 9$ fracciones. Para un cubo se obtienen $3^3 = 27$ cubitos (Fig. 9 Izquierda). De esta forma, la dimensión de un conjunto geométrico puede expresarse como el cociente de dos logaritmos (MANDELBROT 1983, PRUESS 1995):

$$D = \frac{\log(n)}{\log(s)} \quad (12)$$

Lo particular de la definición de dimensión es que no se limita a la determinación de conjuntos geométricos con valores enteros (línea, cuadrado, cubo), sino que permite la caracterización de cualquier tipo de conjunto geométrico, incluidos los que presentan invarianza en la escala (Fig. 9 Derecha).

La dimensión fractal de un objeto mide su irregularidad o tendencia a llenar el espacio, de tal forma que un fractal como la curva de Koch (Fig. 10) el cual es un análogo de línea de costa con una dimensión $D = 1,2771$, llena más espacio que una línea recta ($D = 1$) pero no alcanza a llenar tanto como un plano ($D = 2$). El valor de D (dimensión fractal) en la relación $n=s^D$, puede hallarse recubriendo el conjunto geométrico con una retícula de lado 1, luego con una de lado $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, etc., y contando el número de celdas (n) en las que se presente la propiedad en estudio (Fig. 10). Este método de determinación de la dimensión fractal se conoce como dimensión de conteo de cajas (TURCOTTE 1992, PRUESS 1995, TURCOTTE 2002).

	Número (n)	Factor de Escala (s)	Relación
 SEGMENTO	3	3	$3^1=3$
 CUADRADO	9	3	$3^2=9$
 CUBO	27	3	$3^3=27$


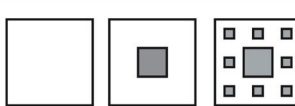
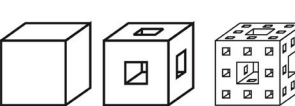
	Número (n)	Factor de Escala (s)	Dimensión D
 CONJUNTO DE CANTOR	2	3	$\text{Log}2/\text{Log}3 = 0.631$
 CARPETA DE SIERPINSKI	8	3	$\text{Log}8/\text{Log}3 = 1.892$
 ESPONJA DE Menger	24	3	$\text{Log}24/\text{Log}3 = 2.892$

Fig. 9. Concepto de dimensión según la relación $n = s^D$, donde D es el valor de dimensión (Izquierda). Algunos fractales clásicos (Derecha). El valor de dimensión corresponde a $D = \frac{\log(n)}{\log(s)}$.

METODOLOGIA DE APLICACIÓN

Existen dos aspectos de relevancia para la aplicación de estas metodologías en casos reales. Debido a que la geometría de las exposiciones dista de ser circular y esta varía mucho de lugar a lugar, la estrategia más viable consiste en la utilización de varias ventanas circulares de forma simultánea, intentando que aproximen el contorno de la exposición de la superficie estructural. Esto genera dos interrogantes que son críticas para la aplicación de esta metodología. La primera se relaciona al número recomendable de círculos para muestrear la superficie estructural. La segunda se relaciona con radio del círculo a emplear en el muestreo. Una vez se han dilucidado estas interrogantes la metodología de las líneas de muestreo y ventanas circulares se puede aplicar sin ningún problema.

La definición del número de círculos a emplear se puede determinar de dos formas diferentes. La primera de ellas de acuerdo a criterios teóricos. De las expresiones (3), (4), (5), (6) y (7) es claro que la intensidad, densidad y longitud promedio para una superficie estructural se puede obtener del promedio del número de intersecciones y de puntos terminales que caen dentro de la ventana. La distribución del promedio es normal con media igual al valor del promedio y con varianza igual a la varianza de los datos sobre el número de muestras. Esto implica que a medida que el número de muestras aumente la estimación del promedio mejorara en el sentido que la varianza disminuirá, con lo cual se recomienda tomar un número mínimo de 30 muestras para obtener una estimación con un nivel de confiabilidad mayor al 95% (KOTTEGODA & ROZZO 1993, CARR 1995, DAVIS 2002). Sin embargo con el fin

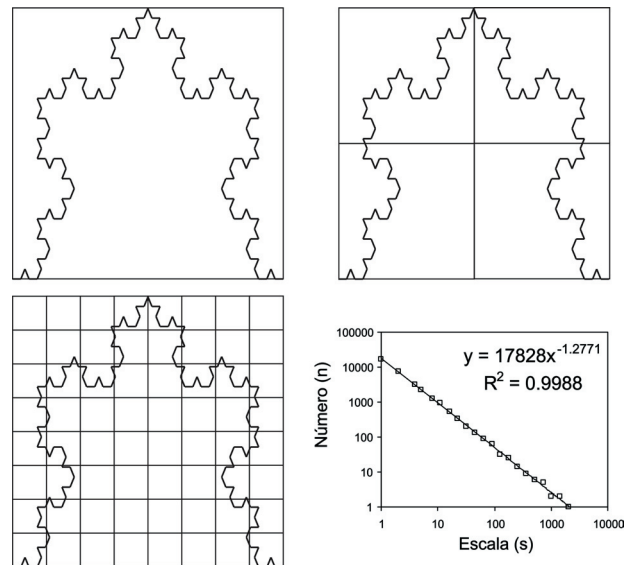


Fig.10. Determinación de la dimensión fractal de un conjunto geométrico mediante el método de conteo de cajas. En el caso de la curva de Koch $D = 1,2771$.

de verificar si esta regla es aplicable, se empleó una superficie estructural sintética (caso controlado), en la cual se conocen a priori los valores de intensidad, densidad y longitud promedio de fracturamiento. Como se conocen los valores reales es posible determinar el número de muestras a partir del cual se obtienen estimaciones cercanas a la realidad.

MAULDON *et al.* (2001) y ROHRBAUGH *et al.* (2002) proponen trabajar con un círculo cuyo radio permita muestrear áreas mayores a las del bloque mínimo que se presente en la superficie estructural. Sin embargo la determinación de este tamaño no se puede hacer de forma sencilla mediante inspección visual, sino que por el contrario requiere la utilización de técnicas estadísticas adicionales (SMITH 2004). Atendiendo a este hecho lo más lógico a realizar sería definir el radio de la ventana circular y realizar los procedimientos de estimación. Sin embargo con el fin de asegurar que las estimaciones obtenidas son en realidad confiables se hace necesario repetir las estimaciones usando círculos con diferentes radios y se recomienda variar el radio de la ventana circular en un rango definido.

CASOS DE ESTUDIO

Con el fin de probar la metodología de las líneas de muestreo y ventanas circulares para la determinación de los parámetros del sistema de fracturamiento se seleccionaron tanto superficies estructurales generadas sintéticamente como reales. Se emplearon superficies estructurales sintéticas con el fin de determinar si la metodología en cuestión permitía obtener nuevamente los valores iniciales de intensidad, densidad y longitud promedio de fracturamiento. Para construir esta superficie estructural sintética es necesario especificar la densidad de fracturamiento (ρ , número de centros de fractura por unidad de área), y los parámetros de las distribuciones de longitud y orientación de las fracturas (que pueden ser promedio y desviación estándar, dependiendo del tipo de distribución). El procedimiento para la generación de los pavimentos sintéticos fue el siguiente:

1. Determinación del número de fracturas y de los centros de las mismas dentro de la superficie estructural por medio de un proceso de Poisson (KOTTEGODA & ROZZO 1993) definido a partir de la densidad de fracturas (ρ).
2. Para cada fractura se obtiene el valor de longitud y orientación a partir de las distribuciones definidas inicialmente.
3. Cálculo de las coordenadas de los puntos terminales de cada fractura, así como de su centro.
4. Almacenamiento de las coordenadas de los puntos terminales en un archivo de salida.

El procedimiento descrito anteriormente es bastante flexible y mediante la repetición de los pasos 2 a 4 se pueden generar diferentes familias de fractura siempre y cuando se hayan definido las respectivas distribuciones de parámetros. Sin embargo una desventaja de este procedimiento corresponde al hecho que solo se pueden generar trazas de fracturas rectas, los cuales no tienen semejanza con los sistemas de fracturamiento real.

Casos Sintéticos

El primer caso controlado consiste en una única fami-



Fig. 11. Patrón de afloramiento de la familia de fractura de dirección N60E.

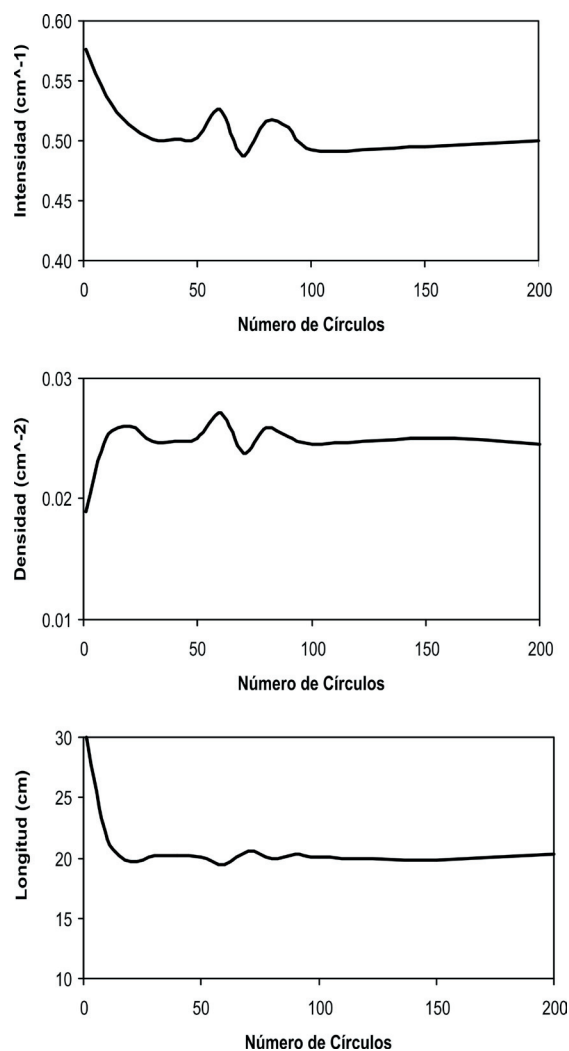


Fig. 12. Variación de los parámetros del sistema de fracturamiento con el número de ventanas circulares usadas para calcularlos.

lia de fracturas de dirección N60E vertical, intensidad (I) 0.5cm^{-1} , densidad (ρ) 0.025cm^{-2} , longitud de fractura constante e igual a (μ) 20cm y dimensión fractal (D) 1.5834 . El área de exposición del sistema de fracturas sobre la superficie estructural es de 1m^2 (Fig. 11).

A partir de esta primera superficie estructural se realizaron dos experimentos:

1. Determinación de la variación de los parámetros de intensidad, densidad y longitud promedio de fractura con el número de círculos.

2. Determinación de la variación de los parámetros antes mencionados con el radio de las ventanas circulares.

Para realizar los experimentos antes mencionados y variar los diferentes parámetros del cálculo, los procedimientos de estimación de la intensidad, densidad y longitud promedio se implementaron en una función de MATLAB®. Para el primer experimento se probaron diferentes radios y se seleccionó un radio de ventana circular constante e igual a 15cm , ya que permitía obtener nuevamente el valor de densidad de fracturamiento inicial cuando se realizó el experimento con 100 ventanas diferentes. Los resultados del experimento 1 aparecen en la figura 12. En esta se puede ver que la estimación de la densidad usando más de 20 ventanas circulares en esta superficie sintética permite obtener el valor de densidad real especificado inicialmente, y a partir de este número de ventanas, la estimación casi no cambia cuando se incrementa el número de ventanas. Un comportamiento similar se aprecia

en el caso de la intensidad de fracturamiento, ya que los valores de esta se estabilizan a partir de 20 ventanas circulares. La longitud promedio de fractura se estima usando la ecuación (5), y a partir de 10 ventanas circulares ya se obtienen valores muy cercanos a los reales. Para dicha estimación se emplearon los valores de intensidad y densidad estimados anteriormente.

Para el segundo experimento la determinación de la intensidad, densidad y longitud promedio se realizó variando el radio de las ventanas circulares en un rango comprendido entre 1cm y 80cm en incrementos de 1cm . El número de ventanas empleado para cada radio considerado fue de 100 con el fin de obtener estimaciones empleando un número grande de datos. Como se aprecia en la figura 13 la metodología de líneas de muestreo circular y ventanas circulares permite recuperar los parámetros de entrada de intensidad, densidad y longitud de fracturamiento para un rango de radios comprendidos entre 5cm y 30cm , correspondientes al sector en el cual se estabilizan las curvas. El valor obtenido en el rango estable de cada una de las curvas se asume como la estimación del parámetro para la superficie estructural muestreada. Desde $r = 30\text{cm}$ hacia valores más altos las curvas de intensidad, densidad y longitud disminuyen progresivamente y tienden a cero debido a que conforme el radio aumenta, el perímetro y área de las líneas de muestreo circular y ventanas circulares exceden los respectivos valores de área y perímetro de exposición de la superficie estructural. Los resultados obtenidos se caracterizan por:

1. Valores de intensidad y densidad tienden a estabili-

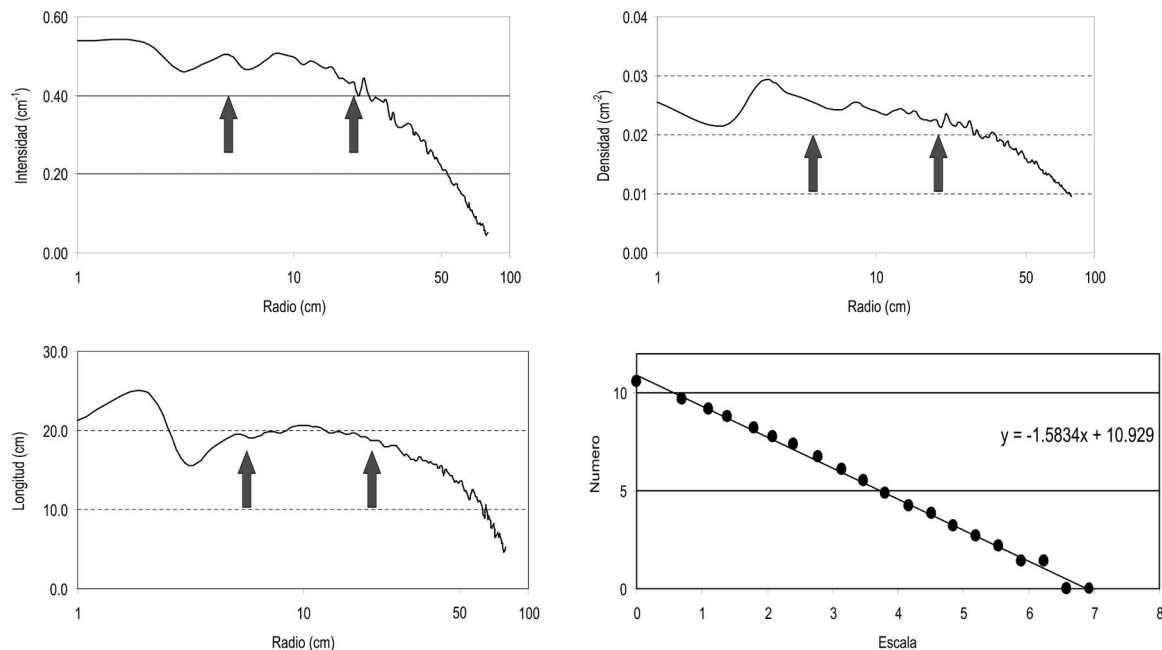


Fig. 13. Variación de la intensidad, densidad y longitud de fracturamiento en función del radio del círculo usado para muestrear la superficie estructural. Las flechas indican el rango de radios en el cual los parámetros se estabilizan. Dimensión fractal (abajo derecha).

zarse para el mismo rango de radios.

2. Dada la expresión (10), el valor de longitud puede estimarse a partir de la intensidad y la densidad. En general, la longitud promedio se estabiliza para el mismo rango de radios que la intensidad y densidad.

3. Existe un valor a partir del cual las curvas de intensidad – densidad – longitud tienden a decrecer. Dicho valor corresponde al máximo radio en el cual los valores intensidad – densidad – longitud permanecen constantes.

Así mismo en la figura 13 (parte inferior derecha) se presenta el resultado de la metodología de análisis fractal de conteo de cajas para la superficie estructural presentada en la figura 11, con la cual se obtiene un valor de dimensión fractal $D = 1,5834$.

El segundo caso sintético corresponde a 2 familias de fractura de dirección N60E y N60W verticales, las cuales definen un patrón romboédrico en vista de planta y presentan un área de exposición sobre la superficie estructural de 1m^2 (Fig.14). Cada familia de fracturas presenta los siguientes valores: intensidad (I) 0.68cm^{-1} , densidad (ρ) 0.035cm^{-2} y longitud promedio de fracturamiento (μ) 20cm . De la figura 15 se aprecia que a través de la metodología de las líneas de muestreo circulares y ventanas circulares, aplicando el conteo de intersecciones y de puntos terminales para diferentes radios, es posible recuperar los parámetros de entrada para ambas familias

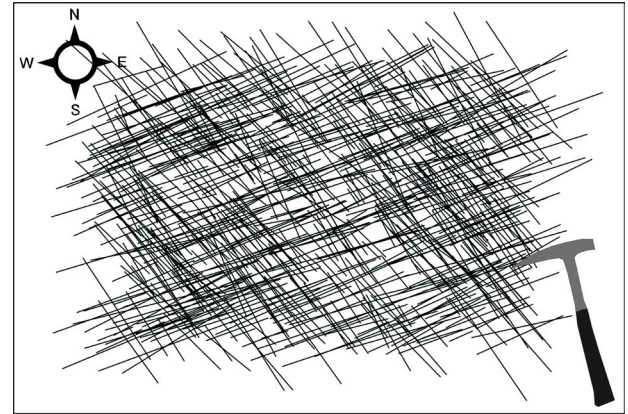


Fig. 14. Patrón de afloramiento romboédrico del sistema de fracturas de dirección N60E y N60W.

de fractura. Del análisis conjunto de ambas familias se obtienen los siguientes parámetros: intensidad (I) 1.36cm^{-1} , densidad (ρ) 0.07cm^{-2} , longitud promedio de fracturamiento (μ) 20cm y dimensión fractal (D) $1,6861$ (Fig. 14 y 15). Es decir cuando más de una familia de fracturas se identifica se tiene que el valor de densidad e intensidad total corresponde a la suma de los valores de los parámetros para las familias individuales. Por lo tanto en el caso de líneas de muestreo circular y ventanas circulares los valores de densidad e intensidad total representan propiedades aditivas, ya que la suma tanto del número de puntos terminales y el número de intersecciones para todas las

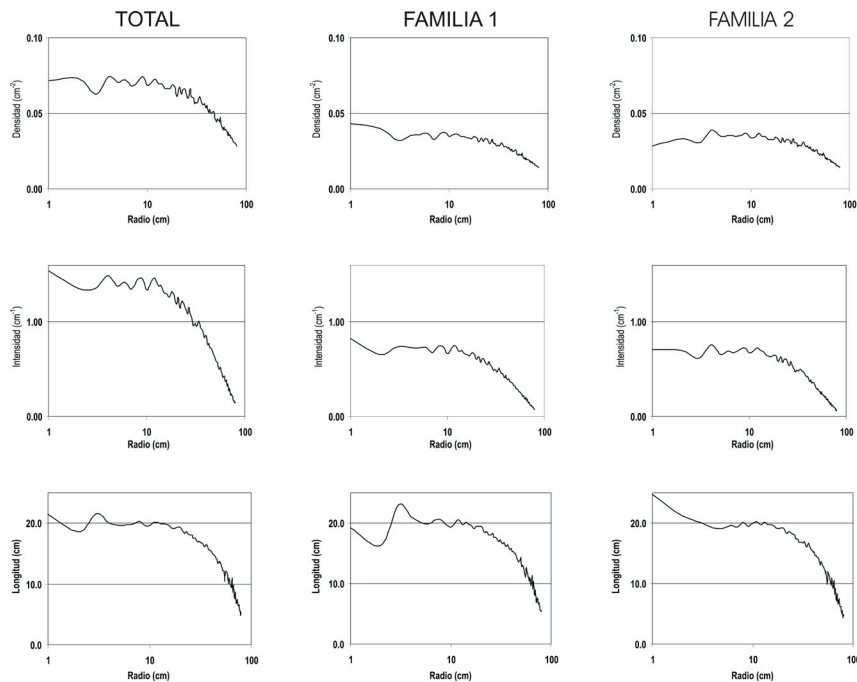


Fig. 15. Variación de la intensidad, densidad y longitud de fracturamiento en función del radio del círculo usado para muestrear la superficie estructural. En este caso se presentan los resultados obtenidos para el conjunto total de fracturas y para cada familia por separado.

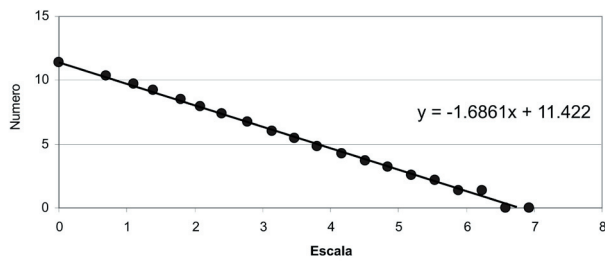


Fig. 16. Dimensión fractal para la superficie estructural correspondiente al caso sintético 2. $D = 1,6861$.

familias debe ser igual al número total.

Para el análisis fractal se observa como el conjunto geométrico del sistema de fractura del Caso 2 ($D = 1,6861$) respecto del Caso 1 ($D = 1,5834$), presenta un valor de D (dimensión fractal) mayor, debido a su mayor grado de irregularidad espacial o tendencia a llenar más espacio. De esta forma la dimensión fractal constituye un parámetro complementario a los de densidad, intensidad y longitud promedio. Su aporte radica en permitir verificar o descartar la presencia de intervalos de escalas en las cuales la variación geométrica del sistema de fractura es espacialmente homogénea o en el caso contrario, la diferenciación de dominios estructurales relacionados a

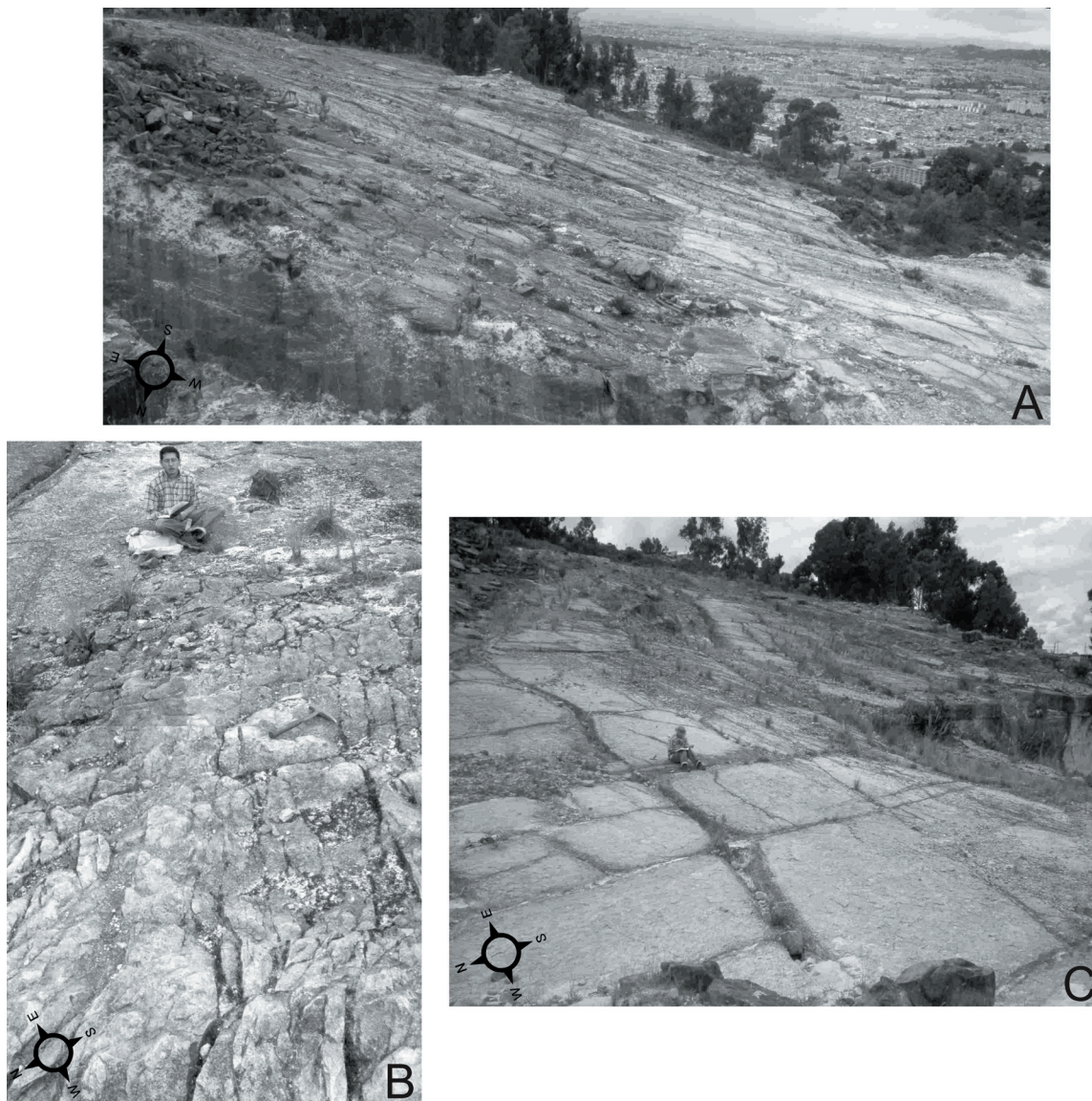


Fig. 18. Superficies estructurales del flanco W del Anticlinal de Usaquén correspondientes a la Formación Labor – Tierna en la Cantera La Roca. (A) Panorámica Mirando al SW. (B) Zona de alta intensidad – densidad de fracturamiento. (C) Zona de baja intensidad – densidad de fracturamiento.

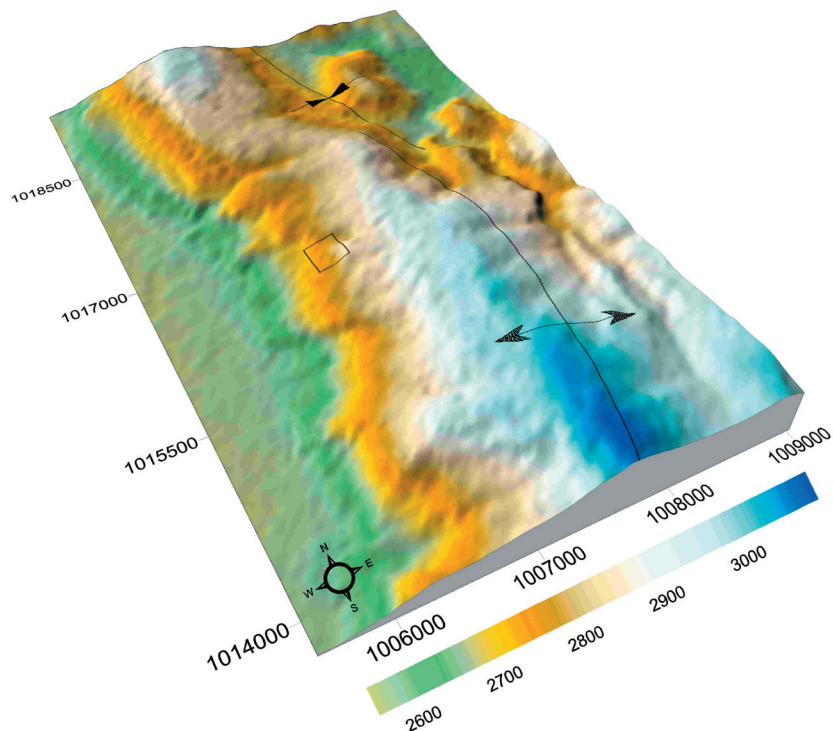


Fig. 17. Esquema estructural de la zona de estudio. El recuadro ubicado en el flanco W del Anticlinal de Usaquén corresponde a la cantera La Roca.

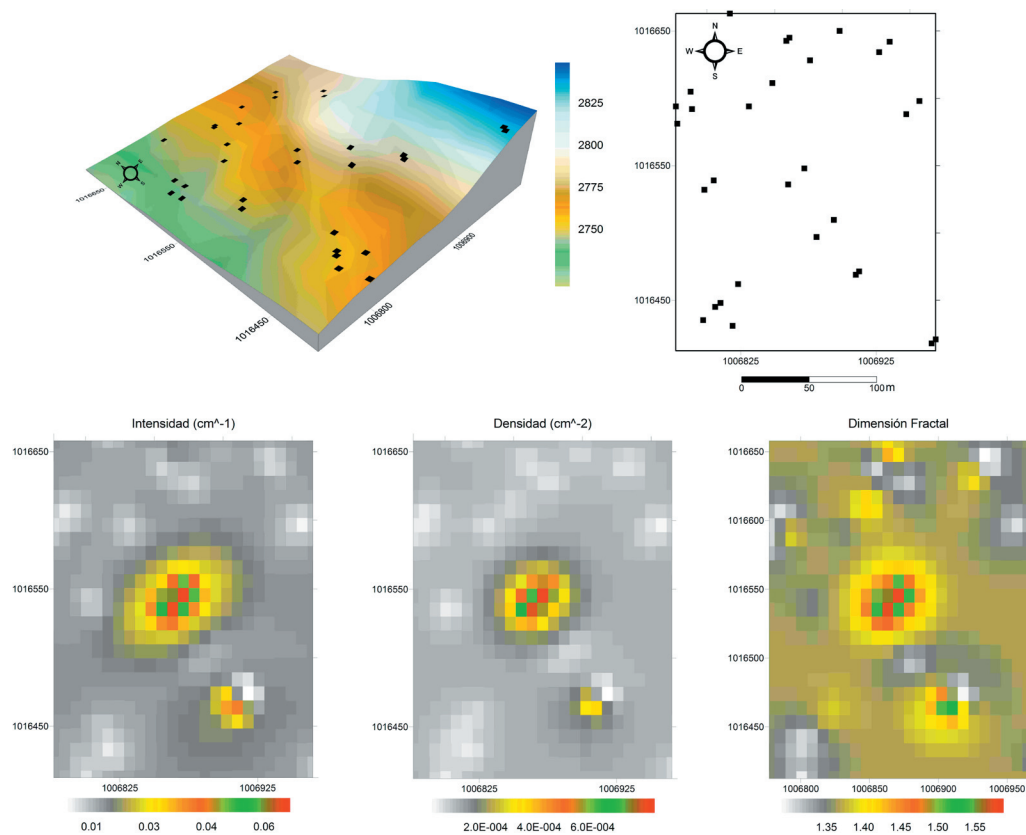


Fig. 20. Topografía y localización de los puntos de muestreo (Arriba). Variación espacial de los parámetros de intensidad, densidad de fracturamiento y dimensión fractal (Abajo) obtenidos en la Cantera La Roca.

parámetros del sistema de fractura tales como número, longitud, salto, etc. (MAIN *et al.* 1999).

Caso de aplicación

Con el fin de aplicar los procedimientos para la obtención de parámetros estructurales correspondientes a intensidad, densidad, longitud promedio y dimensión fractal, se seleccionaron superficies estructurales del flanco W del Anticlinal de Usaquén (Fig. 17) las cuales se desarrollan sobre la Formación Labor – Tierna (JULIVERT 1961, UJUETA 1961, RENZONI 1962, JULIVERT 1963). Los afloramientos se localizan al N de Bogotá en el sector de la Carrera 7 con Calle 170 en la cantera La Roca (Fig. 18), sector que actualmente se encuentra en proceso de recuperación paisajística.

Tabla 1. Parámetros estadísticos básicos de los valores obtenidos dimensión fractal, intensidad y densidad de fracturamiento y longitud promedio en la Cantera La Roca.

	Dimensión Fractal	Intensidad (cm ⁻¹)	Densidad (cm ⁻²)	Longitud Promedio (cm)
PROMEDIO	1.362	0.013	9.176E-05	472.727
DESV. EST.	0.091	0.016	2.296E-04	313.337
COEF. VARIACION	0.067	1.227	2.502E+00	0.663
MAXIMO	1.606	0.065	8.995E-04	1276.200
CUARTIL SUP.	1.376	0.011	3.206E-05	491.438
MEDIANA	1.343	0.008	2.606E-05	415.489
CUARTIL INF.	1.299	0.006	1.239E-05	291.861
MINIMO	1.250	0.004	3.304E-06	74.266

Los cerros orientales de Bogotá conforman el flanco W del Anticlinal de Bogotá – Usaquén, el cual es una estructura que a través de su extensión presenta sectores con inversión de su flanco W y localmente del flanco E. El Anticlinal de Usaquén es una estructura normal, con dirección N – S a N20E.

En un área de 0.1km² se muestrearon 30 superficies estructurales de la Formación Labor – Tierna (Fig. 18), la cual consta en el sector de capas delgadas a medias, tabulares, de arenitas de cuarzo de grano muy fino a medio, lodosas, de tonos amarillo claro y abundantes icnofósiles (*Thalassinoides*). Las capas presentan direcciones bastante constantes de N20E a N30E y buzamientos de 10W a 20W. Se identificaron 2 familias de fracturas principales: longitudinal de dirección N – S paralela al eje del Anticlinal de Usaquén y una transversal de dirección E – W, siendo ambas familias de diaclasa verticales.

Para cada una de las superficies estructurales se obtuvieron estimaciones correspondientes a intensidad (*I*) y densidad de fracturamiento (*ρ*), total y por familia usando el procedimiento de las ventanas circulares además de la dimensión fractal (*D*), la cual se estimó por el algoritmo del conteo de cajas (FEDER 1995, PRUESS 1995). Los parámetros estadísticos de los valores obtenidos se consignan en la Tabla 1. Es de resaltar que los valores

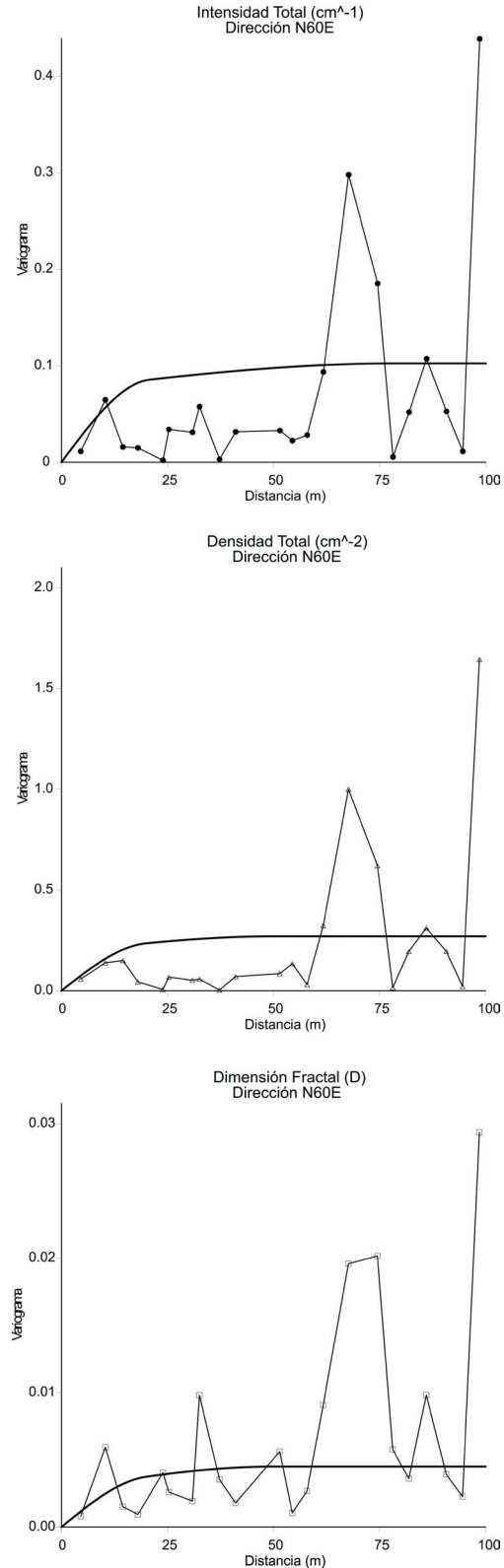


Fig. 19. Estructura de correlación espacial semivariograma experimental (línea quebrada) y teórico (línea continua), superficies estructurales en la Cantera La Roca.

de la densidad presentan un alto grado de variación ya que se extienden por 2 órdenes de magnitud (Tabla 1).

Con los valores estimados se estudió la estructura de correlación espacial (OLEA 1994) entre los parámetros de intensidad – densidad total y dimensión fractal mediante el ajuste de un semivariograma teórico a los parámetros de fractura estimados (Fig. 19). A partir del semivariograma teórico de la intensidad – densidad total y dimensión fractal, se elaboraron mapas de distribución espacial (CLARK 1979, DAVIS 2002), por medio de krigueaje, usando el programa Krig3D desarrollado por GARCÍA-CABREJO & MORENO (2005), (Fig. 20).

A partir del estudio de la estructura de correlación espacial dada por el semivariograma teórico, se aprecia como la dirección de máxima homogeneidad se presenta hacia N60E, con rango de influencia máximo de 50m (Fig. 19). Es por tanto dicha dirección que a su vez corresponde a la de menor variación espacial de los parámetros de fractura, la que controla la dimensión mayor de los contornos. La dirección de máxima variación espacial de los parámetros de fractura se presenta hacia N30W. Es esta una situación común a los 3 parámetros de fractura (intensidad total, densidad total y dimensión fractal).

En el flanco W del Anticlinal de Usaquén, sector de la Cantera La Roca, la familia de fractura transversal N60E (oblicua al eje del pliegue de dirección cercana a N – S) presenta los valores más altos de intensidad – densidad total y dimensión fractal. Este hecho se explica en función de fracturas en promedio más cortas y menos espaciadas en dirección N60E (Fig. 18, 19, 20). Desde un punto de vista estructural el desarrollo preferencial de la familia transversal con los valores mayores

de los parámetros de fractura, puede relacionarse con la existencia de estructuras oblicuas (pliegues y fallas con componente de rumbo) que a través de su longitud mayor cortan el Anticlinal de Bogotá – Usaquén o a inmersiones del eje del pliegue (JULIVERT 1961, UJUETA 1961, RENZONI 1962, JULIVERT 1963).

De estos mapas resulta evidente que existe una relación de proporcionalidad directa entre estos parámetros, siendo esta más clara entre la intensidad y densidad de fracturamiento dado el patrón de variación espacial que se puede apreciar en los mapas (Fig. 20). Esto se puede corroborar con los diagramas de dispersión entre la dimensión fractal, la densidad e intensidad de fracturamiento y la longitud promedio (Fig. 21). Se evidencia de esta forma la relación de proporcionalidad directa entre intensidad, densidad y dimensión fractal y de proporcionalidad inversa entre estas variables y la longitud promedio de fractura (Fig. 21).

DISCUSIÓN DE RESULTADOS

De los resultados obtenidos en los casos sintéticos se infiere que resulta favorable la utilización de más de una ventana circular para el análisis de las superficies estructurales, ya que permiten recubrir de una forma eficiente las exposiciones con formas irregulares. Así mismo con múltiples ventanas circulares se pueden obtener estimaciones más representativas de los parámetros al tener en cuenta en los cálculos un mayor número de fracturas. En la gran mayoría de casos los sistemas de fractura exhiben un alto grado de heterogeneidad espacial con ocurrencia de agrupamiento de fracturas en sectores específicos de la exposición, de tal forma que si solo se muestrean éstos, las estimaciones que se van a obtener van a estar sesgadas.

La relación entre los valores de dimensión fractal, intensidad, densidad y longitud promedio de fractura se presentan en la Tabla 2 y muestran que los coeficientes de correlación entre estos parámetros del sistema de fractura son significativos. La relación entre la dimensión fractal, intensidad y densidad de fracturamiento es de proporcionalidad directa mientras que la longitud promedio de fractura y los parámetros antes mencionados es de proporcionalidad inversa. El menor valor de coeficiente de correlación obtenido fue de -0.72 para la longitud promedio y la dimensión fractal. Sin embargo estos valores se deben interpretar con cuidado ya que como es evidente en la figura 21, existen 3 estaciones en donde los valores de intensidad, densidad y dimensión fractal son altos y por lo tanto aparecen como un grupo aislado en los diagramas de dispersión. Esto puede originar la imposición de una tendencia lineal que se ve reflejada en los valores significativos de coeficiente de correlación obtenidos. Sin embargo es de aclarar que

Tabla 2. Coeficientes de correlación entre los diferentes parámetros del sistema de fracturamiento estudiado en el Anticlinal de Usaquén (Cantera La Roca). El símbolo (*) indica que sobre la variable se ha realizado una transformación logarítmica.

Parámetro	Dimensión Fractal	Intensidad*	Densidad*	Longitud Promedio*
Dimensión Fractal	1.000	0.912	0.842	-0.720
Intensidad*	0.912	1.000	0.977	-0.902
Densidad*	0.842	0.977	1.000	-0.973
Longitud Promedio*	-0.720	-0.902	-0.973	1.000

Tabla 3. Coeficientes de correlación entre los diferentes parámetros del sistema de fracturamiento estudiado excluyendo los valores altos para los datos obtenidos en el Anticlinal de Usaquén. El símbolo (*) indica que sobre la variable se ha realizado una transformación logarítmica.

	Dimensión Fractal	Intensidad*	Densidad*	Longitud Promedio*
Dimensión Fractal	1.000	0.674	0.470	-0.270
Intensidad*	0.674	1.000	0.938	-0.806
Densidad*	0.470	0.938	1.000	-0.961
Longitud Promedio*	-0.270	-0.806	-0.961	1.000

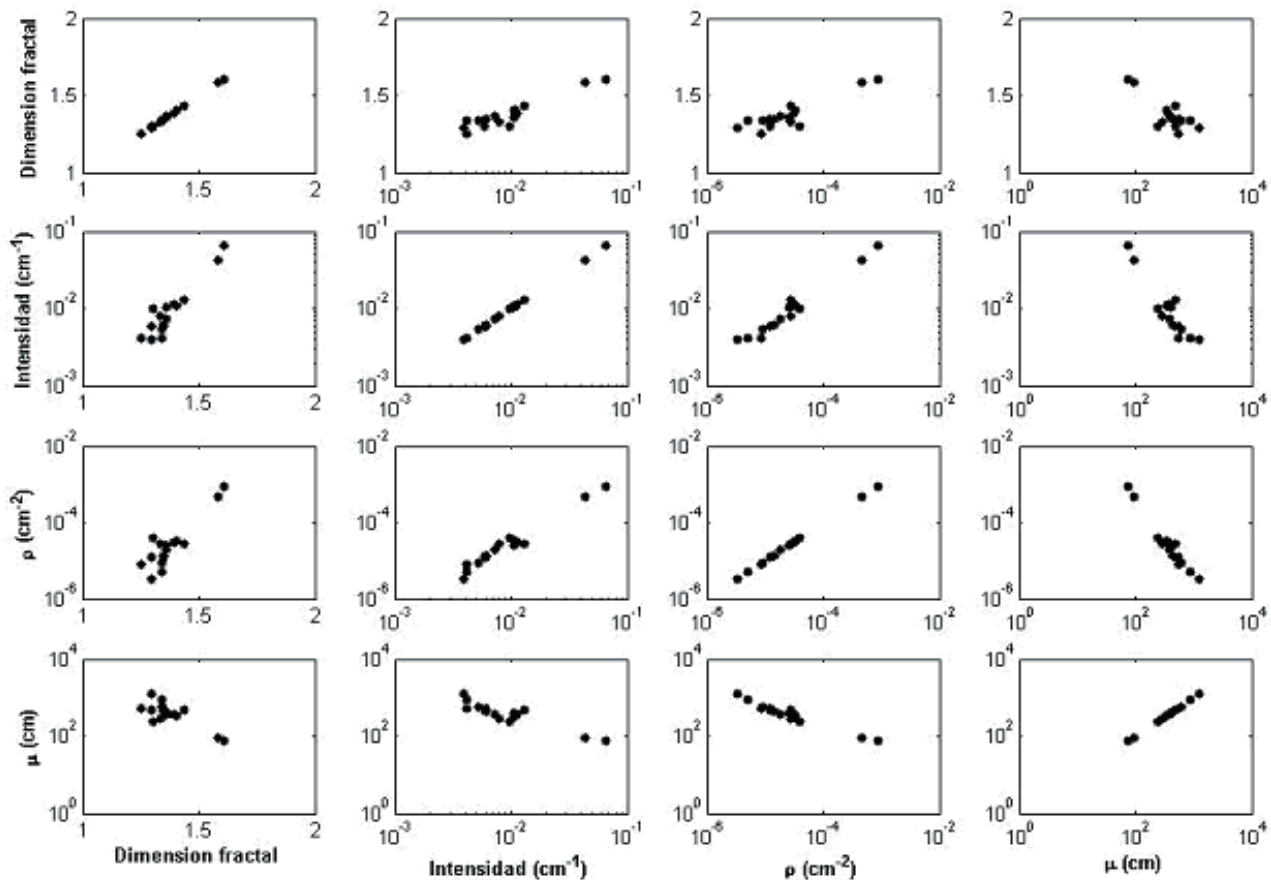


Fig. 21. Matriz de diagramas de dispersión para los valores obtenidos de Dimensión Fractal, Densidad de fracturamiento (ρ), Intensidad de fracturamiento y longitud promedio de fractura (μ) para la información obtenida en la Cantera La Roca.

al observar los grupos en donde se concentran la mayor parte de las muestras para los diferentes diagramas de dispersión, éstos también muestran relaciones de dependencia entre los parámetros. Con el fin de corroborar esta hipótesis se determinaron nuevamente los coeficientes de correlación entre los parámetros estudiados excluyendo las 3 estaciones con los valores más altos (Tabla 3). De ésta resulta evidente que existen relaciones significativas entre la intensidad, densidad y longitud promedio, lo cual es resultado de la conexión entre ellas (ecuación 5). La dimensión fractal presenta una correlación positiva relativamente alta con la intensidad de fracturamiento, mientras que su relación con la densidad de fracturamiento y con la longitud promedio no se puede considerar significativa.

Para el caso de la longitud promedio y la dimensión fractal no se espera que exista una relación de dependencia, ya que la primera es un parámetro de la distribución de longitudes y por lo tanto no captura toda la irregularidad presente en la exposición, mientras que la dimensión fractal se encuentra relacionada con la irregularidad geométrica del sistema de fracturamiento. En el caso del

conjunto de datos completo se ve que la incorporación de los valores de longitud promedio para las estaciones con los valores altos tiene un efecto significativo y puede causar que el valor de correlación sea significativo sin que exista una relación clara de dependencia entre variables.

Así mismo, los resultados obtenidos (Tabla 3) sugieren que la intensidad de fracturamiento se encuentra relacionada con la dimensión fractal del sistema de fractura, ya que en un sistema de fracturas heterogéneo que ocurra en múltiples escalas se espera que el número de intersecciones entre las trazas de fracturas y la línea de muestreo circular dependa de esa heterogeneidad, la cual se puede caracterizar mediante la dimensión fractal.

Los coeficientes de correlación antes presentados (Tabla 3 y 4) se calcularon usando los valores realizando la transformación logarítmica de algunos parámetros (densidad, intensidad y longitud promedio). Para el conjunto de datos completo, las relaciones entre éstos y la dimensión fractal indicaría que los sistemas de fracturamiento estudiados para la Formación Labor – Tierna presentan carac-

terísticas de invarianza en la escala y que esta propiedad se puede estudiar de forma indirecta con la intensidad y densidad de fracturamiento. Así mismo los valores tanto de densidad como intensidad de fracturamiento se extienden por dos órdenes de magnitud, lo cual sugiere que la distribución de estos parámetros podría ser descrita mediante una ley de potencia y por lo tanto serían fractales (TURCOTTE 1992). Sin embargo para corroborar esto se requiere un conjunto de datos más grande con el fin que se puedan realizar las pruebas de bondad de ajuste para distribuciones específicas (KOTTEGODA & ROZZO 1993).

La importancia del procedimiento de estimación de los parámetros del sistema de fracturamiento, entre los cuales se incluyen la dimensión fractal, la intensidad, la densidad y la longitud de fractura promedio, corresponde al hecho que estos son valores con los que se alimentan los modelos de simulación de medios fracturados. Estos modelos son de vital importancia en la caracterización de acuíferos y de reservorios de petróleo, ya que permiten generar diferentes escenarios y propagar la incertidumbre de las propiedades petrofísicas como la porosidad, lo cual es de vital importancia para el manejo de este tipo de recursos. Tal como se presentó en las ecuaciones 1 y 2, la intensidad o densidad de fracturamiento (según sea el caso), coincide con el parámetro que define un proceso de Poisson. Este hecho se ha utilizado ampliamente para la simulación estocástica del medio fracturado, tal como lo presenta CHILES (1988), quien también incorpora las características de invarianza en la escala en el modelamiento. El modelo estocástico propuesto por GRINGARTEN (1996, 1998) utiliza la variación espacial de la densidad de fracturamiento para condicionar las realizaciones del medio fracturado, con lo cual dichos modelos permiten capturar un mayor realismo geológico. Xu *et al.* (2003) proponen otra variación del modelamiento del medio fracturado basado en proceso de Poisson, en el cual involucran características de la distribución espacial de las fracturas. Existen otras aproximaciones al problema de la simulación del medio fracturado como la propuesta por PASCAL *et al.* (1996), en donde a pesar que no se tiene en cuenta la densidad de fracturamiento tal y como se ha presentado en este trabajo, es posible expresar fácilmente el modelo en función de este importante parámetro. El parámetro de la longitud promedio es importante en estos procedimientos de simulación de medio fracturado, si se tiene en cuenta que en muchas oportunidades la información de longitudes requeridas para la simulación del medio fracturado corresponde a la distribución de probabilidad de longitudes; por lo cual se tendría definido uno de los parámetros de la distribución (valor esperado). Así mismo, hoy en día es de vital importancia la conexión que existen entre estos parámetros de fracturamiento y ciertas propiedades de interés que controlan el flujo ya sea de agua y petróleo. ODLING *et al.* (2004) estudian la variación de la permeabilidad debida al fracturamiento y analizan los patrones de flujo resultantes, involucrando las características fractales de las fracturas.

Un aspecto que resulta de interés de los datos obtenidos en el Anticlinal de Usaquén corresponde al hecho que los diferentes parámetros del sistema de fracturamiento presentan correlación espacial, tal y como lo revela el semivariograma experimental (Fig. 19). Esto tiene implicaciones importantes, ya que es posible realizar la reconstrucción de la variación espacial del fenómeno usando procedimientos de krigeaje, en el cual se minimiza el error de estimación (CLARK 1976, CARR 1995), o por el contrario realizar dicha reconstrucción mediante un mapeo interpretativo, en el cual se impone la interpretación geológica derivada del conocimiento que se tenga del área de estudio. Estos procedimientos forman parte de un estudio integrado de la migración de fluidos a través del medio fracturado de importantes repercusiones en áreas como, geología ambiental, exploración de recursos minerales, hidrogeología, exploración de hidrocarburos, etc.

CONCLUSIONES PRELIMINARES Y RECOMENDACIONES

Las líneas de muestreo y ventanas circulares son herramientas útiles a la hora de determinar parámetros de los sistemas de fracturamiento tales como intensidad y densidad de fracturamiento, así como longitud promedio.

De acuerdo a los resultados obtenidos el número recomendado de ventanas circulares necesario para obtener estimaciones estables de los parámetros de intensidad, densidad y longitud promedio varía entre 20 y 100, los cuales se deben considerar para un intervalo de radios. El intervalo de tamaños recomendado para las ventanas circulares dependerá de las dimensiones de la superficie estructural analizada, y por lo tanto se recomienda probar diferentes radios. Este argumento se basa en el hecho que la estimación de cualquiera de los parámetros de interés es más estable y representativa para múltiples ventanas.

A partir de las ecuaciones (4), (6) y (8) es posible obtener estimaciones de parámetros de interés para el estudio de los sistemas de fracturamiento. Sin embargo se hace necesario contar con expresiones que permitan la evaluación de la confiabilidad de las mismas, ya sean intervalos de confianza o la varianza del estimador.

Existe una relación clara entre la densidad, intensidad y longitud promedio de fractura tal y como se encuentra expresado por la ecuación 3. Así mismo la información colectada en el Anticlinal de Usaquén indica que existe una fuerte conexión entre la Dimensión fractal (Dimensión de conteo de cajas) y la intensidad de fracturamiento. Este es una inferencia obtenida a partir del análisis de datos y dado que no existe ninguna justificación teórica que la soporte se hace necesario seguir investigando al respecto.

El hecho que solo exista una relación estadísticamente significativa entre la dimensión fractal y la intensidad de fracturamiento, indica que la densidad de fracturamiento y

la longitud promedio están teniendo en cuenta características que no se encuentran relacionadas con la invarianza en la escala del sistema de fracturamiento. Por lo tanto para realizar una descripción completa de este sistema se hace necesario emplear todas las medidas en conjunto (densidad, intensidad, longitud promedio y la dimensión fractal).

En el flanco W del Anticlinal de Usaquén, sector de la Cantera La Roca, la familia de fractura transversal N60E (oblicua al eje del pliegue de dirección cercana a N – S) presenta los valores más altos de intensidad – densidad total y dimensión fractal.

AGRADECIMIENTOS

Al Geólogo Francisco Velandia (INGEOMINAS – Bogotá) por sus valiosas y acertadas observaciones a una versión preliminar de la presente contribución.

GMS reconoce el apoyo recibido mediante el programa “Becas para Estudiantes Sobresalientes de Postgrado” (Vicerrectoría Académica, Universidad Nacional de Colombia) durante sus estudios en el programa curricular “Maestría en Ciencias – Geología” del Departamento de Geociencias de la Universidad Nacional de Colombia.

OJGC agradece la colaboración brindada por el Convenio Interinstitucional ECOPEPETROL – ICP Universidad Nacional de Colombia.

BIBLIOGRAFIA

- BARNES, R., DEE, S. & SANDERSON, D. (2002): Characterization of fracture networks using data from boreholes: An example from the concealed Borrowdale Volcanic Group in west Cumbria, U.K. In : Lovell M. & Parkinson, N. (Eds). Geological applications of well logs. AAPG Methods in Exploration 13, 269 – 283.
- BARTON, C. & LA POINTE, P. (1995) : Fractal Analysis of Scaling and Spatial Clustering of Fractures. In: Barton, C. & La Pointe, P. (Eds). Fractals in Earth Science. Plenum Press, New York. 141 – 178.
- BONNET, E., BOUR, O., ODLING, N., DAVY, P., MAIN, I., COWIE, P. & BERKOWITZ, B. (2001): Scaling of Fractures Systems in Geological Media. Reviews of Geophysics, 39 (3), 347 – 383.
- CARR, J. (1995): Numerical analysis for the Geological Sciences. Prentice Hall 592p. New Jersey.
- CHILES, J.P. (1988): Fractal and Geostatistical Methods for Modeling of a Fracture Network. Mathematical Geology, 20 (6), 631-654.
- CLARK, I. (1979): Practical Geostatistics. Blackwell Science. 120p. Scotland.
- DAVIS, J. (2002): Statistics and Data analysis in Geology 3 edition John Wiley & Sons. 638p. New York.
- ESCUDEIR VIRUETE, J., CARBONELL, R., JURADO, M., MARTÍ, D. & PÉREZ – ESTAÚN, A. (2001): Two – dimensional geostatistical modeling and prediction of the fracture system in the Albala Granitic Pluton, SW Iberian Massif, Spain. Journal of Structural Geology 23, 2011 – 2023.
- FEDER, J. (1988): Fractals. Plenum Press. 283p. New York.
- FEDER, J. & JOSSANG, T. (1995): Fractal Patterns in Porous Media Flow: Modelling of Laboratory Experiments. In: Barton, C. & La Pointe, P. (Eds). Fractals in Petroleum Geology and Earth Processes. Plenum Press, New York. 179 – 226.
- GARCÍA-CABREJO, O. & MORENO-SÁNCHEZ, G. (2005): ATALIB F90 Versión 0.400: Librería de modelamiento geoestadístico en Fortran 90. Manuscrito no publicado. 145 p.
- GRINGARTEN, E. J. (1996): 3-D geometric description of fractured reservoirs. Mathematical Geology 28(7), 881-893.
- GRINGARTEN, E. (1998): FRACNET: Stochastic simulation of fractures in layered systems. Computers & Geosciences, 24(8), 729-736.
- GROSSENBACHER, K., KARASAKI, K. & BAHAT, D. (1997): Curved Scanline Theory. Mathematical Geology 29 (5), 629 – 651.
- HATCHER, R. (1995): Structural Geology. Principles, Concepts and Problems. Prentice Hall. 525p. USA.
- HENNINGS, P., OLSON, J. & THOMPSON, L. (2000): Combining Outcrop Data and Three – Dimensional Structural Models to Characterize Fractured Reservoirs: An Example from Wyoming. AAPG Bulletin 84 (6), 830 – 849.
- HEWETT, T. (1994): Fractal Methods for Fracture Characterization. In: YARUS, J. & CHAMBERS, R. (Eds). Stochastic Modeling and Geostatistics. AAPG Computer Applications in Geology 3, 249 – 260. Oklahoma.
- JULIVERT, M. (1961): El papel de la gravedad y la erosión en las estructuras del borde oriental de la Sabana de Bogotá. Boletín de Geología UIS 8, 5 – 20. Bucaramanga.
- JULIVERT, M. (1963): Los rasgos tectónicos de la región de la Sabana de Bogotá y los mecanismos de formación de las estructuras. Boletín de Geología UIS 13 – 14, 5 – 102. Bucaramanga.
- KARACAN, C. & OKANDAN, E. (2000): Fracture / cleat analysis of coals from Zonguldak Basin (northwestern Turkey) relative to the potential of coalbed methane production. International Journal of Coal Geology 44, 109 – 125.
- KOTTEGODA, N. & ROZZO, R. (1993): Statistics, Probability and Reliability for Civil and Environmental Engineers. McGraw Hill. 735p. Singapore.
- LA POINTE, P. & BARTON, C. (1995): Creating Reservoir Simulations with Fractal Characteristics. In: BARTON, C. & LA POINTE, P. (Eds). Fractals in Petroleum Geology and Earth Processes. Plenum Press, New York. 263 – 278.
- LAUBACH, S., MARRET, R., OLSSON, J. & SCOTT, A. (1998): Characteristics and origins of coal cleat: A review. International Journal of Coal Geology 35, 175 – 207.
- LASLETT, G. (1982). Censoring and Edge Effects in Areal and

- Line Transect Sampling of Rock Joint Traces. *Mathematical Geology* 14 (2), 125-140.
- MAIN, I., PAPASOULIOTIS, T., HATTON, C. & MEREDITH, P. (1999): One slope or two? Detecting statistically significant breaks of slopes in geophysical data, with application to fractal scaling relationships. *Geophysical Research Letters* 26 (18), 2801 – 2804.
- MANDELBROT, B. (1983): *The fractal geometry of nature*. W. H. Freeman and Company. 468p. New York.
- MAULDON, M. (1998): Estimating Mean Fracture Trace Length and Density from Observations in Convex Windows. *Rock Mechanics and Rock Engineering* 31 (4), 201 – 216.
- MAULDON, M., DUNNE, W. & ROHRBAUGH, M. (2001): Circular scanlines and circular windows: new tools for characterizing the geometry of fracture traces. *Journal of Structural Geology* 23 (2), 247 – 258.
- NARR, W. (1996): Estimating Average Fracture Spacing in Subsurface Rock. *AAPG Bulletin* 80 (10), 1565 – 1586.
- NEEDHAM, T. & YIELDING, G. (1996): Fault population description and prediction using examples from the offshore U. K. *Journal of Structural Geology* 18 (2 – 3), 155 – 167.
- NIETO-SAMANIEGO, A., ALANIZ-ÁLVAREZ, S., TOLSON, G., XU, S. & PÉREZ-VENZOR, A. (2003): Estimación de densidades, distribuciones de longitud y longitud total de fracturas: un caso de estudio en la Falla de Los Planes, La Paz, B.C.S. *Boletín de la Sociedad Geológica Mexicana* LVI (1), 1 – 9.
- ODLING, N., HARRIS, S. & KNIPE, R. (2004): Permeability scaling properties of fault damage zones in siliclastic rocks. *Journal of Structural Geology*, 26(10), 1727-1747.
- OLEA, R. (1994): Fundamentals on Semivariogram Estimation, Modelling, and Usage. In: Yarus, J. & Chambers, R. (Eds). *Stochastic Modeling and Geostatistics*. AAPG Computer Applications in Geology 3, 27 – 36. Oklahoma.
- PAHL, P. (1981): Estimating the mean length of discontinuity traces. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and Geomechanical Abstracts* 18 (3), 221 - 228.
- PASCAL, C., ANGELIER, J., CACAS, M., & P. HANCOCK. (1996): Distribution of joints: probabilistic modelling and case study near Cardiff (Wales, U.K.). *Journal of Structural Geology*, 19(10), 1273-1284.
- PEACOCK, D. (2006): Predicting variability in joint frequencies from boreholes. *Journal of Structural Geology* 28, 353 – 361.
- PRUESS, A. (1995): Some Remarks on the Numerical Estimation of Fractal Dimension. In: Barton, C. & La Pointe, P. (Eds). *Fractals in Earth Science*. Plenum Press, New York. 65 – 75.
- RENZONI, G. (1962): Apuntes acerca de la litología y tectónica de la zona al este y sureste de Bogotá. Servicio Geológico Nacional. *Boletín Geológico* X (1 – 3), 59 – 80. Bogotá.
- ROHRBAUGH, M., DUNNE, W. & MAULDON, M. (2002): Estimating fracture trace intensity, density and mean length using circular scan lines and windows. *AAPG Bulletin* 85 (12), 2089 – 2104.
- SMITH, J. (2004): Determining the size and shape of blocks from linear sampling for geotechnical rock mass classification and assessment. *Journal of Structural Geology* 26 (8), 1317 – 1339.
- TILLMAN, J. & BARNES, H. (1983): Deciphering Fracturing and Fluid Migration Histories in Northern Appalachian Basin. *AAPG Bulletin* 67 (4), 692 – 705.
- TRIPP, G. & VEARNCOMBEB, J. (2004): Fault / fracture density and mineralization: a contouring method for targeting in gold exploration. *Journal of Structural Geology* 26, 1087 – 1108.
- TURCOTTE, D. (1992): *Fractals and Chaos in Geology and Geophysics* 1 edition. Cambridge University Press. 221p. Cambridge.
- TURCOTTE, D. & HUANG, J. (1995): Fractal Distributions in Geology, Scale Invariance, and Deterministic Chaos. In: Barton, C. & La Pointe, P. (Eds.): *Fractals in Earth Science*. Plenum Press, New York. 1 – 40.
- TURCOTTE D. (2002): Fractals in petrology. *Lithos* 65 (2), 261 – 271.
- UJUETA, G. (1961): Geología del noreste de Bogotá. Servicio Geológico Nacional. *Boletín Geológico* IX (1 – 3), 23 – 46. Bogotá.
- VILLAESCUSA, E. & BROWN, E. (1992): Maximum Likelihood Estimation of Joint Size from Trace Length Measurements. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 25 (2), 67 – 87.
- YIELDING, G., NEEDHAM, T. & JONES, H. (1996): Sampling of fault populations using sub – surface data: a review. *Journal of Structural Geology* 18 (2 – 3), 135 – 146.
- XU, C., DOWD, P., MARDIA, K. & FOWELL, R. (2003): Stochastic Approaches to Fracture Modelling. In: Henley, S. (Editor) . *Preceedings of the Annual Meeting of the International Association for Mathematical Geology*, 66-72.
- ZHANG, L. & EINSTEIN, H. (1998): Estimating the Mean Trace Length of Rock Discontinuities. *Rock Mechanics and Rock Engineering* 31 (4), 217 – 235.

Manuscrito recibido Julio 2006; aceptado Octubre 2006.