

# Valoración cualitativa de impactos ambientales mediante lógica borrosa

Recibido para evaluación: 11 de Septiembre de 2006

Aceptación: 13 de Diciembre de 2006

Recibido versión final: 19 de Diciembre de 2006

Roberto Peche G.<sup>1</sup>

Artículo de investigación científica sobre la perspectiva de la lógica borrosa en los estudios de impacto ambiental.

## RESUMEN

La imprecisión propia de muchos conceptos que habitualmente se emplean en los estudios de impacto ambiental, junto con la frecuente falta de información cuantitativa acerca de los mismos, sugiere la posibilidad de aplicar la lógica borrosa para valorar cualitativamente dichos impactos. En el presente artículo se propone un procedimiento de valoración de los impactos ambientales previstos como consecuencia de la ejecución de proyectos, basado en teoría de conjuntos borrosos y métodos de razonamiento aproximado. El método comienza con la caracterización de los impactos por medio de una serie de características o cualidades. A cada característica se asigna una variable lingüística, cuyos valores son conjuntos borrosos. A partir de la estimación de cada característica del impacto y de una base de conocimiento -conjunto de reglas borrosas que relacionan las características con la valoración del impacto- se determina, mediante el procedimiento de inferencia *-modus ponens generalizado-*, un resultado borroso de la valoración del impacto. Por último, mediante la agregación y desborrosificación de todos los resultados borrosos inferidos, se obtiene el valor final del impacto.

**PALABRAS CLAVE:** Valoración cualitativa, impacto ambiental, lógica borrosa, gestión ambiental.

## ABSTRACT

The vagueness of many concepts usually utilized in environmental impact studies, along with frequent lack of quantitative information, suggests that fuzzy logic can be applied to carry out qualitative assessment of such impacts. This paper proposes a method for valuing environmental impacts caused by projects, based on fuzzy sets theory and methods of approximate reasoning. First, impacts must be described by a set of features. A linguistic variable is assigned to each feature, whose values are fuzzy sets. A fuzzy evaluation of environmental impacts is achieved using rulebased fuzzy inference and the estimated fuzzy value of each feature. Generalized "modus ponens" has been the inference method. Finally, a crisp value of impact is attained by aggregation and defuzzification of all fuzzy results.

**KEYWORDS:** Qualitative valuation, Environmental Impact, Fuzzy Logic, Environmental Management.

---

**1. Doctor en Ciencias Químicas. : Profesor Titular de Escuela Universitaria de Tecnologías del Medio Ambiente. Escuela Universitaria de Ingeniería de Vitoria-Gasteiz, perteneciente a la Universidad del País Vasco (España). roberto.peche@ehu.es**

## 1. INTRODUCCIÓN

La evaluación del impacto ambiental constituye un método eficaz al servicio de la preservación de los recursos naturales y la defensa del medio ambiente. En consecuencia, muchos países la han incorporado a su ordenamiento jurídico, estableciendo que los proyectos con efectos significativos sobre el medio ambiente deberán ser sometidos, como requisito para su aprobación, a un procedimiento jurídico-administrativo de Evaluación de Impacto Ambiental (EIA). Dicho procedimiento exige la elaboración de un estudio de impacto ambiental, el que a su vez, incluye una estimación predictiva de los impactos que las distintas acciones del proyecto ejercen sobre el medio ambiente.

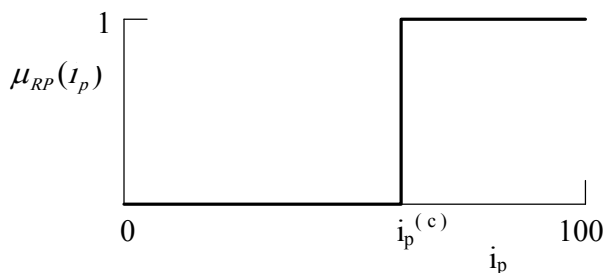
Por otra parte, en la vida cotidiana, así como en numerosos aspectos de las ciencias físicas y sociales, se razona habitualmente utilizando conceptos vagos o difusos, tales como “frío”, “templado”, “cálido”, “grande”, “mediano”, “pequeño”.... De igual modo, en ciencias ambientales también se emplean frecuentemente conceptos difusos como “residuo peligroso”, “alta contaminación atmosférica” o “agua de baja calidad”, entre muchos otros.

En teoría clásica de conjuntos, un elemento determinado o bien pertenece a un conjunto dado, o bien no pertenece a dicho conjunto. Es decir, la pertenencia o no pertenencia a un conjunto por parte de un elemento es total. Sea  $X$  un universo de discurso de modo que  $A$  es un subconjunto de  $X$ . Sea  $x$  un elemento cualquiera de  $X$ . Cada elemento  $x$ , o bien pertenece, o bien no pertenece a  $A$ . El concepto de pertenencia puede describirse mediante una función de pertenencia  $\mu_A(x) : X \rightarrow \{0,1\}$ . Esta función se define de la siguiente forma:

$$\mu_A(x) = 1 \text{ si } x \in A \quad (1)$$

$$\mu_A(x) = 0 \text{ si } x \notin A \quad (2)$$

Por ejemplo, si en referencia a la peligrosidad de un residuo, se establece el conjunto de los residuos peligrosos  $RP$  como el conjunto formado por aquellos residuos para los que una determinada propiedad, por ejemplo, un índice de peligrosidad  $i_p$ , -que puede tomar valores entre 0 y 100- supera un cierto umbral  $i_p^{(c)}$ , entonces la representación de su función de pertenencia sería la siguiente:



**Figura 1.**  
Representación de la función de pertenencia de un conjunto clásico.

$$\text{En este caso, cuando } i_p \geq i_p^{(c)} \text{ entonces } \mu_{RP}(i_p) = 1 \quad (3)$$

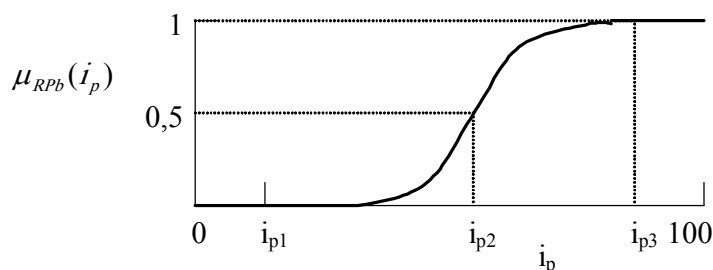
$$\text{si } i_p < i_p^{(c)} \text{ entonces } \mu_{RP}(i_p) = 0 \quad (4)$$

De acuerdo con este criterio, un residuo cuyo valor de  $i_p$  fuera ligeramente inferior a  $i_p^{(c)}$  no sería peligroso, mientras que sí lo sería otro con  $i_p$  ligeramente mayor que  $i_p^{(c)}$ , lo cual no parece razonable.

Para salvar esta forma tan drástica de diferenciar los residuos peligrosos de los no peligrosos, se puede utilizar el concepto de conjunto borroso “residuo peligroso”.

A diferencia de los conjuntos clásicos, la función de pertenencia de un conjunto borroso Ab es una aplicación de X sobre  $[0,1]$ , por lo que su función de pertenencia puede tomar cualquier valor real comprendido entre cero y uno (Zadeh, 1965):  $\mu_{pb}(x) : X \rightarrow [0,1]$ . Esta función representa el grado de pertenencia de cada elemento x al conjunto borroso Ab. Puede observarse que un conjunto clásico es un caso particular de conjunto borroso: aquél cuyos únicos valores posibles de su función de pertenencia son cero o uno.

Volviendo al ejemplo anterior, puede definirse el conjunto “residuo peligroso” RPb de modo que el perfil de la representación de su función de pertenencia no sea tan abrupto como el correspondiente al conjunto clásico (figura 2). De este modo, la pertenencia o no pertenencia de un residuo al conjunto de los residuos peligrosos no es necesariamente total, de manera que el grado de pertenencia de un residuo al conjunto de los residuos peligrosos viene determinado por el valor de  $\mu_{RPb}(i_p)$  para dicho residuo.



**Figura 2.**  
Representación de la función de pertenencia de un conjunto borroso.

Un residuo cuyo valor de  $i_p$  es  $i_{p1}$ , presenta un grado de pertenencia cero al conjunto borroso RPb. Para otro residuo, cuyo valor de  $i_p$  es  $i_{p2}$ , pertenece a RPb en un 50%, y otro, con  $i_p = 95$  pertenece a RPb en un 100%. Lógicamente, la función de pertenencia describe lo que se entiende por residuo peligroso, ya que determina en qué grado el residuo en cuestión está dentro del conjunto de los peligrosos.

La teoría de conjuntos borrosos (Zadeh, 1965, 1978) permite representar conceptos vagos o difusos. Así mismo, proporciona los elementos matemáticos adecuados para expresar razonamientos aproximados que pueden considerarse como generalizaciones de los métodos de razonamiento clásico. Dicha teoría ha sido aplicada en distintos aspectos de las ciencias ambientales, tales como contaminación atmosférica (Fisher, 2003), análisis del ciclo de vida de productos (Thiel, 1999), (González, 2002), indicadores del impacto ambiental de pesticidas (Van Der Werf, 1998), índices de condiciones ambientales (Silvert, 2000) evaluación del impacto ambiental a partir de índices de calidad (Enea, 2001), toma de decisiones en la rehabilitación ambiental de lagos (Tzionas, 2004), valoración de riesgos de contaminación por nitratos de aguas subterráneas Dahab, (1994) (Lee, (1995), análisis de decisión multicriterio en la valoración de impactos ambientales sobre aguas subterráneas (Khadam, 2003), estimación de descargas de nutrientes sobre ríos (Buzas, 2001), integración de lógica borrosa con sistemas de información geográfica y técnicas de optimización (Bojórquez-Tapia, 2002), evaluación del impacto del tráfico urbano sobre la calidad ambiental (Han, 2001), evaluación de impactos ambientales debidos al efecto conjunto de diferentes parámetros (Kung, 1993), matrices de cruces de impactos (Parashar, 1997) o elección de emplazamientos de vertederos con mínimo daño ambiental (Gupta, 2003). No obstante, la aplicación de la lógica borrosa en la valoración de riesgos ambientales es, por ahora, escasa (McKone, 2005).

Mediante lógica borrosa es posible tratar conceptos de naturaleza vaga e imprecisa que generalmente conllevan una carga importante de subjetividad. Tal es el caso de muchas de las características utilizadas en la descripción de los impactos ambientales. Así mismo, la lógica borrosa permite llevar a cabo la agregación de tales características, a fin de obtener una valoración global del impacto. Por estos motivos, junto con la frecuente carencia de información cuantitativa acerca de los impactos ambientales, se ha considerado adecuado desarrollar un procedimiento

de evaluación cualitativa de los impactos ambientales asociados a las distintas acciones de los proyectos, basado en teoría de conjuntos borrosos y métodos de razonamiento aproximado.

## 2. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

A continuación se propone un procedimiento de valoración cualitativa de los impactos ambientales causados por las acciones de proyectos. Además, paralelamente a la descripción del método general, se desarrolla un ejemplo sencillo a fin de clarificar la aplicación del método propuesto.

### 2.1. En primer lugar, se deberán establecer las características o cualidades de los impactos ambientales que se van a considerar en la valoración cualitativa de los mismos

Estas características son las que en su conjunto, definen la importancia de dichos impactos ambientales. La determinación de las mismas puede variar dependiendo de diferentes factores, tales como condicionantes legales, el punto de vista de expertos o la sensibilización de las personas afectadas. En el ejemplo que se expone en este estudio, las características a considerar para valorar cualitativamente los impactos ambientales son las siguientes:

**Intensidad:** indica el grado de alteración que el impacto en cuestión produce sobre el medio ambiente.

**Extensión:** da idea de la amplitud de la cuenca o espacio afectado por el impacto.

**Persistencia:** caracteriza la permanencia del efecto producido por el impacto.

**Inmediatez:** indica el retraso desde el inicio de la acción hasta la aparición del efecto.

**Reversibilidad:** caracteriza la posibilidad de atenuación, o incluso de eliminación del efecto como consecuencia de la capacidad del medio para mitigarlo, sin necesidad de llevar a cabo una intervención recuperadora.

**Recuperabilidad:** indica la posibilidad de atenuación o incluso eliminación del efecto mediante intervenciones recuperadoras.

**Acumulación:** da idea del incremento del efecto como consecuencia de la persistencia de la acción que lo produce.

**Sinergia:** indica la posibilidad de reforzamiento mutuo de dos impactos, de modo que la existencia conjunta de los mismos de lugar a un efecto superior a la suma de sus efectos individuales.

**Aceptabilidad:** da idea del grado de aceptación o rechazo por parte de la población potencialmente afectada.

### 2.2. A continuación, se asignará un índice de valoración cualitativa a cada una de las características establecidas en el apartado anterior

Para simplificar el tratamiento es aconsejable que dichos índices sean magnitudes adimensionales, con un rango de valores comprendido entre cero y cien. En el ejemplo anterior, los índices de valoración cualitativa de las características de los impactos son: *Intensidad* ( $I_i$ ), *extensión* ( $I_e$ ), *persistencia* ( $I_p$ ), *inmediatez* ( $I_{in}$ ), *reversibilidad*, ( $I_r$ ), *recuperabilidad* ( $I_{rc}$ ), *acumulación* ( $I_a$ ), *sinergia* ( $I_s$ ) y *aceptabilidad* ( $I_{ac}$ ). Asimismo, se establecerá un índice de valoración cualitativa, también adimensional, destinado a valorar los impactos ambientales a partir de las características anteriores. Su rango de valores también estará comprendido entre cero y cien. En el ejemplo, el índice es *valoración cualitativa del impacto* ( $V_{cl}$ ).

### 2.3. Se define una variable lingüística para cada característica de impactos

Cada variable lingüística puede tomar valores lingüísticos que son conjuntos borrosos sobre su universo de discurso. Dicho universo de discurso es el conjunto de todos los posibles valores del correspondiente índice de valoración cualitativa. Análogamente, se define una variable lingüística para el valor cualitativo del impacto. Dicha variable lingüística puede tomar valores

lingüísticos, que son conjuntos borrosos sobre su universo de discurso, es decir, sobre el conjunto de posibles valores del índice de valoración cualitativa. En la tabla 1 se muestran las variables lingüísticas del ejemplo.

### 2.4. La definición de cada conjunto borroso viene determinada por su función de pertenencia

Posibles conjuntos borrosos (valores lingüísticos) para las variables lingüísticas del ejemplo son:

\* *Baja recuperabilidad*  $\equiv$  *Brc*. Su función de pertenencia se muestra en la figura 3a. \* *Alto valor cualitativo de impacto*  $\equiv$  *Avc*.- Figura 3b. \* *Acumulación alrededor de 50*  $\equiv$  "50"a.- Figura 3c.

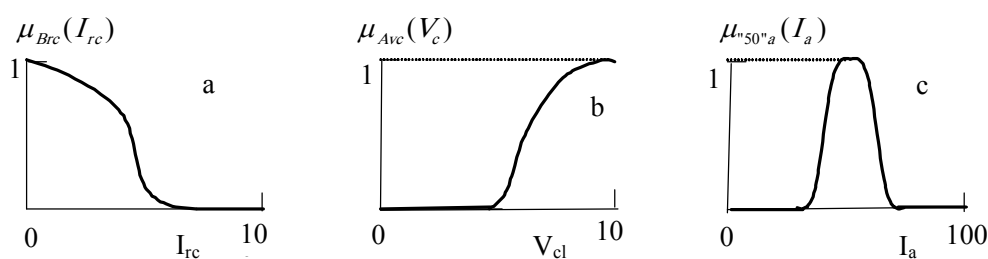


Figura 3. Representaciones de las funciones de pertenencia de los conjuntos borrosos: Brc (a); Avc (b); "50"a (c).

Característica del impacto	Índice de valoración cualitativa	Variable lingüística	Universo de discurso
Intensidad	$I_i$	$LI_i$	$U_{I_i} = \{I_i\}$ $I_i \in [0,100]$
Extensión	$I_e$	$LI_e$	$U_{I_e} = \{I_e\}$ $I_e \in [0,100]$
Persistencia	$I_p$	$LI_p$	$U_{I_p} = \{I_p\}$ $I_p \in [0,100]$
Inmediatez	$I_{in}$	$LI_{in}$	$U_{I_{in}} = \{I_{in}\}$ $I_{in} \in [0,100]$
Reversibilidad	$I_{rv}$	$LI_{rv}$	$U_{I_{rv}} = \{I_{rv}\}$ $I_{rv} \in [0,100]$
Recuperabilidad	$I_{rc}$	$LI_{rc}$	$U_{I_{rc}} = \{I_{rc}\}$ $I_{rc} \in [0,100]$
Acumulación	$I_a$	$LI_a$	$U_{I_a} = \{I_a\}$ $I_a \in [0,100]$
Sinergia	$I_s$	$LI_s$	$U_{I_s} = \{I_s\}$ $I_s \in [0,100]$
Aceptabilidad	$I_{ac}$	$LI_{ac}$	$U_{I_{ac}} = \{I_{ac}\}$ $I_{ac} \in [0,100]$
Valoración cualitativa del impacto	$V_{cl}$	$LV_{cl}$	$U_{V_{cl}} = \{V_{cl}\}$ $V_{cl} \in [0,100]$

Tabla 1. Características de los impactos ambientales, índices de valoración cualitativa y variables lingüísticas.

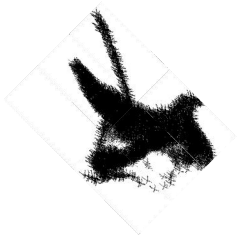
### 2.5. Procedimiento de inferencia borrosa

El procedimiento de inferencia borrosa que se propone para relacionar las características de los impactos con su valoración cualitativa es una extensión del esquema de razonamiento clásico "modus ponens" al razonamiento aproximado, conocida como "modus ponens generalizado" (MPG). Puede resumirse de la siguiente forma (Zadeh, 1976):

- 1.- Premisa 1 (Proposición antecedente).
- 2.- Premisa 2 (Proposición condicional o regla borrosa).
- 3.- Conclusión (Proposición consecuente).

Siguiendo con el caso de estudio, mediante el siguiente ejemplo se muestra la aplicación del procedimiento de inferencia borrosa:

- 1.- Premisa 1 (proposición antecedente): Lli es *Estli*
- 2.- Premisa 2 (regla borrosa): Si Lli es *baja*, ENTONCES *LVcl* es *moderado*



### 3.- Conclusión (proposición consecuente): LVcl es *ConVcl*

Donde: *Estli* es el valor lingüístico estimado para la intensidad del impacto Lli. Este valor es un conjunto borroso sobre  $U_{li}$ . Viene determinado por su función de pertenencia:  $\mu_{estli}(I_i)$ .

*baja* es un valor lingüístico de Lli. Viene determinado por su función de pertenencia  $\mu_{baja}(I_i)$ .

*moderado* es un valor lingüístico de LVcl y viene determinado por su función de pertenencia  $\mu_{moderado}(V_{cl})$ .

La regla establece, en términos borrosos, que si la intensidad del impacto es baja entonces el valor del impacto es moderado. Esta regla procede del conocimiento disponible acerca de la relación entre intensidad de impacto y el valor atribuido al mismo. La relación entre las distintas características y la valoración cualitativa del impacto viene dada por una serie de reglas borrosas. Estas reglas constituyen la base de conocimiento del sistema de inferencia que se describirá en el apartado 2.7.

*ConVcl* es el valor borroso que se concluye para la valoración cualitativa del impacto LVcl. Se obtiene mediante inferencia borrosa a partir de la proposición antecedente y de la regla borrosa. Lógicamente, cuanto mayor sea la similitud entre los conjuntos borrosos *Estli* y *pequeña*, más se parecerá *ConVcl* a *moderado*. Determinar dicha conclusión borrosa requiere establecer su función de pertenencia  $\mu_{ConVcl}(V_{cl})$  (ver apartado 2.8).

## 2.6. Premisa 1 de la regla borrosa (proposición antecedente).- Estimación de los valores lingüísticos de cada característica

A fin de poder aplicar el método de inferencia MPG, es necesario estimar, para cada característica de impacto, el valor borroso *EstX*, donde X es, en cada caso, li, le, lin, lrv, lrc, la, ls, lac. A continuación se propone un posible procedimiento que permite efectuar dichas estimaciones: Se llevará a cabo una primera encuesta sobre un grupo de personas donde se incluyan, tanto expertos en materia ambiental, como personas potencialmente afectadas por el proyecto a evaluar, de modo que cada una de las personas encuestadas asigne, con base en su percepción, sus conocimientos sobre el proyecto y área afectada por el mismo un valor comprendido entre cero y cien, para cada uno de los índices de valoración cualitativa. Debe señalarse que el valor asignado por cada persona encuestada procede de su reflexión acerca de la mayor o menor intensidad, extensión, inmediatez... del impacto a valorar, sin que ello implique necesariamente la realización de mediciones de parámetros relacionados, dado que se trata de una valoración cualitativa. Se determinará, para cada característica, el número de encuestados cuya valoración se sitúa dentro de una clase o intervalo, por ejemplo, entre cero y 10, entre 10 y 20, entre 20 y 30....(*frecuencia absoluta*). A continuación, se calcula, para cada clase, el cociente entre el número de encuestados cuya respuesta queda dentro de la clase en cuestión y el número total de encuestados (*frecuencia relativa*). Siguiendo con el ejemplo anterior, supongamos que han sido elegidos 100 encuestados, repartidos entre técnicos medioambientales de instituciones públicas, académicos, consultores, y personas afectadas por el proyecto. Los resultados de la encuesta inicial para la intensidad del impacto, se recogen en la Tabla 2.

**Tabla 2.**  
**Resultados de la encuesta de valoración cualitativa de la intensidad del impacto:**  
**característica evaluada:**  
**intensidad el impacto (I).- n° de encuestados = 100.**

Clase	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
0-10	0	0.00
10-20	3	0.03
20-30	8	0.10
30-40	25	0.25
40-50	36	0,36
50-60	22	0.23
60-70	5	0.07
70-80	1	0.02
80-90	0	0.00
90-100	0	0.00

Seguidamente, se representa, para cada característica, el histograma correspondiente y se traza la línea quebrada que conecta los centros de las bases superiores de los rectángulos del histograma. Para el ejemplo, el histograma y la línea quebrada envolvente  $F(I_i)$  se muestran en la Figura 4.

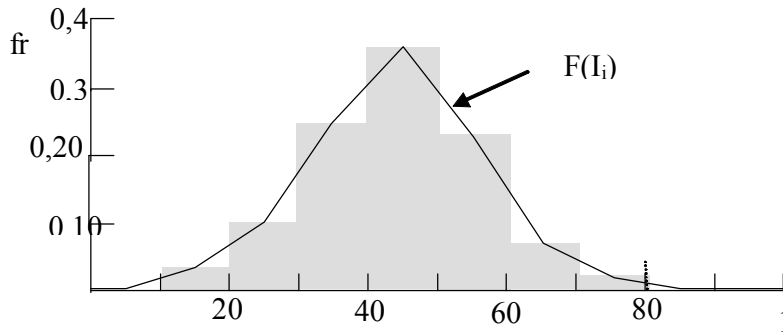


Figura 4. Histograma y representación de  $F(I_i)$ .

Los resultados obtenidos se transmiten a todos los encuestados, a fin de que, a la vista de los mismos y si lo consideran oportuno, modifiquen su valoración anterior. Con los resultados modificados se repite la operación hasta que no se observen variaciones relevantes. La función de pertenencia del conjunto borroso estimado **Estli se obtiene dividiendo  $F(I_i)$  entre su valor máximo.**

Un método más sencillo de llevar a cabo la estimación de los valores borrosos de las diferentes características del impacto es mediante la asignación directa de los correspondientes conjuntos borrosos por parte de un equipo multidisciplinar de expertos. De acuerdo con este procedimiento, cada experto dibuja, para cada característica de impacto, el perfil de la función de pertenencia que, según su criterio, define su estimación. Una forma simple es utilizando números borrosos triangulares o trapezoidales. La estimación final se obtiene como promedio de las estimaciones de los distintos expertos (Kaufmann, 1985). En la figura 5 se muestra un ejemplo de aplicación de este procedimiento para la estimación borrosa de la intensidad del impacto.

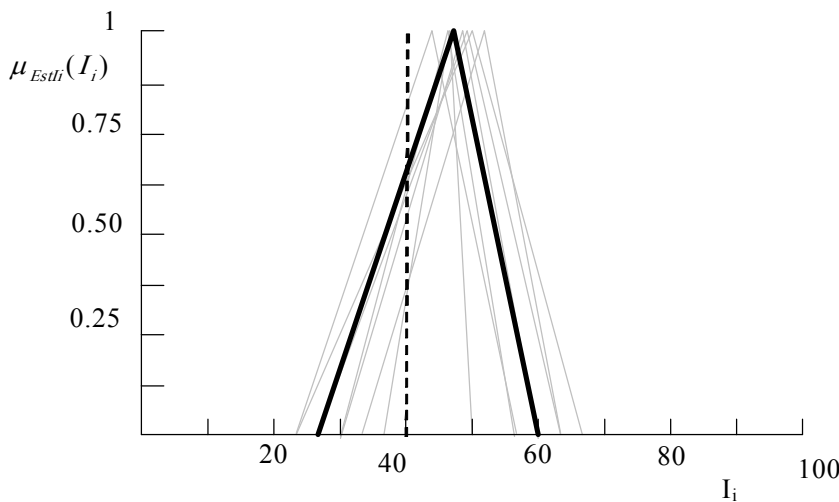


Figura 5. Estimaciones borrosas para la intensidad del impacto: Estimaciones individuales mediante funciones de pertenencia triangulares: - - -; Estimación individual singleton: - -; Estimación promedio: -

La incertidumbre de cada estimación borrosa viene representada por el área encerrada por su función de pertenencia. Cuanto mayor es el grado de imprecisión de la valoración cualitativa, mayor es la apertura de la curva, y por lo tanto, mayor es el área bajo la misma. Si se trata de una valoración precisa (un número clásico, por ejemplo  $I_i = 40$ ) la representación de dicha función se limita a un trazo vertical, situado en la abscisa  $I_i = 40$  y altura UNO, es decir corresponde a la función de pertenencia de un conjunto borroso *singleton* (ver figura 6). Cabe señalar que si todas las valoraciones individuales corresponden a conjuntos singleton, su valor promedio también es singleton<sup>2</sup>.

## 2.7. Base de conocimiento: conjunto de reglas borrosas

Constituye el soporte de conocimiento que permite relacionar las características de los impactos ambientales con la valoración cualitativa global de dichos impactos. Para establecer este conjunto de reglas, en primer lugar deberá definirse, para cada una de las variables lingüísticas correspondientes a las características de los impactos, una colección de valores lingüísticos, es decir una partición borrosa<sup>3</sup> adecuada. Dichas particiones se diseñarán de modo que, para cualquier valor de su correspondiente índice de valoración (I), exista, al menos, un valor lingüístico (X<sub>i</sub>) tal que su función de pertenencia ( $\mu_{X_i}(I)$ ) sea diferente de cero ( $\forall I, \exists X_i, \mu_{X_i}(I) \neq 0$ ) Por lo tanto, deben ser particiones borrosas completas.

Cuanto mayor sea el número de valores lingüísticos de la partición borrosa mayor es la resolución de la característica. De igual forma, para la variable lingüística LV<sub>ci</sub> se define una partición borrosa adecuada. Al igual que con las características del impacto, a mayor número de valores lingüísticos, mayor resolución. Para el ejemplo de estudio, los valores lingüísticos establecidos para cada característica de impacto junto con los correspondientes a LV<sub>ci</sub> así como la denominación adoptada para cada uno de ellos se recogen en la Tabla 3.

En la Figura 6 se muestran los perfiles de sus funciones de pertenencia. En dicha figura se observa que, para cualquiera de los índices de valoración cualitativa (I) de las características del impacto, se cumple que para todo valor de I, a excepción de 0, 50 y 100, existen dos conjuntos borrosos a los que, en cierta medida, pertenece dicho valor de I. Asimismo, cuando  $I = 0$  ó 50 ó 100 el valor de la función de pertenencia es igual a uno para los conjuntos borrosos pequeño, medio y alto, respectivamente. Esta observación es también aplicable al índice de valoración cualitativa V<sub>ci</sub>.

Para generar las reglas borrosas deberán relacionarse valores lingüísticos de las características de los impactos con valores lingüísticos del valor cualitativo de impacto. Deben ser establecidas considerando factores de diferentes índoles, como son las opiniones de expertos, punto de vista de la población afectada, normativas legales... Asimismo, dicho conjunto de reglas debe ser diseñado de modo que cualquier posible valor borroso estimado de las distintas características especificadas para los impactos active, al menos, una de las reglas de la base de conocimiento. Lo contrario implicaría que el sistema de inferencia no es capaz de "traducir" el valor borroso de la característica en valoración cualitativa del impacto ambiental.

Una de las ventajas de este método de inferencia es que, a medida que se dispone de un mayor conocimiento sobre la significación de las características de impacto en cuanto a su valor ambiental, se puede modificar el conjunto de reglas. De este modo, una mayor información sobre las características de los impactos, aumento de participación pública en su valoración, cambio de sensibilidad de la población..., puede incluirse en la base de conocimiento mediante la agregación de nuevas reglas borrosas junto con la posible modificación, o incluso la eliminación de algunas de las existentes.

Para el ejemplo de estudio, se propone una base de conocimiento sencilla, destinada a relacionar las características de impacto con su valoración cualitativa (tabla 4). En dicha tabla puede observarse que se utilizan dos índices para identificar las distintas reglas borrosas: el primero (m) corresponde a la característica de impacto. En este caso  $m = 1, 2, \dots, 9$ . El segundo (n) identifica la posición de la regla dentro del subconjunto de reglas correspondientes al subíndice m. En este caso  $n = 1, 2, 3$ . Una regla cualquiera (regla(m,n)) puede expresarse de la siguiente forma:



**2. Un conjunto borroso singleton es aquél que su función de pertenencia toma el valor cero para todos los elementos que componen el universo de discurso sobre el que ha sido definido, excepto para un único elemento, en cuyo caso, el valor de su función de pertenencia es uno.**

**3. Una partición borrosa es un conjunto de conjuntos borrosos definidos sobre un mismo universo de discurso. Una partición borrosa es completa cuando para cada elemento de su universo de discurso existe, al menos, un conjunto borroso tal que el valor de su función de pertenencia para dicho elemento es no nulo.**



Característica	Índice de valoración cualitativa	Variable lingüística	Valores lingüísticos
Intensidad	$I_i$	$LI_i$	$PI_i$
			$MI_i$
			$AI_i$
Extensión	$I_e$	$LI_e$	$PI_e$
			$MI_e$
			$AI_e$
Persistencia	$I_p$	$LI_p$	$PI_p$
			$MI_p$
			$AI_p$
Inmediatez	$I_{in}$	$LI_{in}$	$PI_{in}$
			$MI_{in}$
			$AI_{in}$
Reversibilidad	$I_{rv}$	$LI_{rv}$	$PI_{rv}$
			$MI_{rv}$
			$AI_{rv}$
Recuperabilidad	$I_{rc}$	$LI_{rc}$	$PI_{rc}$
			$MI_{rc}$
			$AI_{rc}$
Acumulación	$I_a$	$LI_a$	$PI_a$
			$MI_a$
			$AI_a$
Sinergia	$I_s$	$LI_s$	$PI_s$
			$MI_s$
			$AI_s$
Aceptabilidad	$I_{ac}$	$LI_{ac}$	$PI_{ac}$
			$MI_{ac}$
			$AI_{ac}$
Valoración cualitativa del impacto	$V_{cl}$	$LV_{cl}$	$BV_{cl}$
			$CV_{cl}$
			$EV_{cl}$

Tabla 3. Valores lingüísticos de las características de los impactos y de la valoración del impacto utilizados en la base de conocimiento.

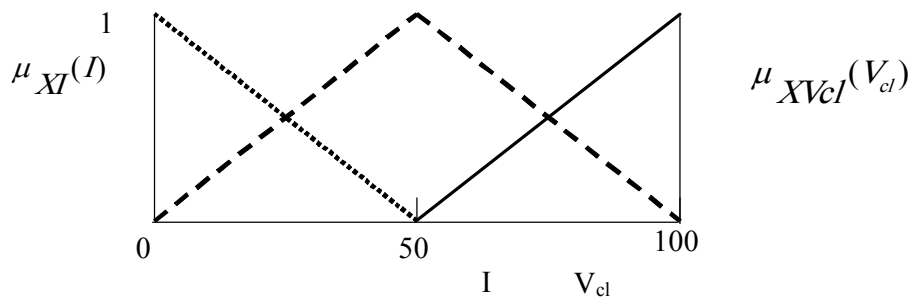


Figura 6. Representaciones de las funciones de pertenencia. Características del impacto: X = ... P (pequeño), - M (medio), - A (alto) I =  $I_i, I_e, I_p, I_{in}, I_{rv}, I_{rc}, I_a, I_s, I_{ac}$ . Valoración cualitativa del impacto: ...B (bajo), - C (considerable), - E (elevado).

Si  $L(m) = VI(m,n)$  ENTONCES  $LV_{cl} = V_{cl}(m,n)$  para  $m = 1, 2, \dots, M$  y  $n = 1, 2, \dots, N$ , donde:  $L(m)$  es la variable lingüística correspondiente a la característica de impacto  $m$ .  $VI(m,n)$  es el valor borroso de  $L(m)$  en la regla  $(m,n)$  y  $V_{cl}(m,n)$  es el valor borroso de  $LV_{cl}$  en la regla  $(m,n)$ .

**Tabla 4.**  
Conjunto de reglas borrosas  
(base de conocimiento) del  
ejemplo.

Característica de impacto implicada	Nº de la regla borrosa	Parte "SI" de la regla borrosa	Parte "ENTONCES" de la regla borrosa
Intensidad	(1,1)	$LI_i = Pli$	$LV_{cl} = BV_{cl}$
	(1,2)	$LI_i = Mli$	$LV_{cl} = CV_{cl}$
	(1,3)	$LI_i = Ali$	$LV_{cl} = EV_{cl}$
Extensión	(2,1)	$LI_e = Pie$	$LV_{cl} = BV_{cl}$
	(2,2)	$LI_e = Mle$	$LV_{cl} = CV_{cl}$
	(2,3)	$LI_e = Ale$	$LV_{cl} = EV_{cl}$
Persistencia	(3,1)	$LI_p = PIp$	$LV_{cl} = BV_{cl}$
	(3,2)	$LI_p = MIp$	$LV_{cl} = CV_{cl}$
	(3,3)	$LI_p = AIp$	$LV_{cl} = EV_{cl}$
Inmediatez	(4,1)	$LI_{in} = PIn$	$LV_{cl} = BV_{cl}$
	(4,2)	$LI_{in} = MIn$	$LV_{cl} = CV_{cl}$
	(4,3)	$LI_{in} = AIn$	$LV_{cl} = EV_{cl}$
Reversibilidad	(5,1)	$LI_{rv} = PIr_v$	$LV_{cl} = EV_{cl}$
	(5,2)	$LI_{rv} = MIr_v$	$LV_{cl} = CV_{cl}$
	(5,3)	$LI_{rv} = AIr_v$	$LV_{cl} = BV_{cl}$
Recuperabilidad	(6,1)	$LI_{rc} = PIrc$	$LV_{cl} = EV_{cl}$
	(6,2)	$LI_{rc} = MIRC$	$LV_{cl} = CV_{cl}$
	(6,3)	$LI_{rc} = Airc$	$LV_{cl} = BV_{cl}$
Acumulación	(7,1)	$LI_a = PLa$	$LV_{cl} = BV_{cl}$
	(7,2)	$LI_a = Ma$	$LV_{cl} = CV_{cl}$
	(7,3)	$LI_a = Aa$	$LV_{cl} = EV_{cl}$
Sinergia	(8,1)	$LI_s = PIs$	$LV_{cl} = BV_{cl}$
	(8,2)	$LI_s = MIs$	$LV_{cl} = CV_{cl}$
	(8,3)	$LI_s = AIs$	$LV_{cl} = EV_{cl}$
Aceptabilidad	(9,1)	$LI_{ac} = PIac$	$LV_{cl} = EV_{cl}$
	(9,2)	$LI_{ac} = MIac$	$LV_{cl} = CV_{cl}$
	(9,3)	$LI_{ac} = AIac$	$LV_{cl} = BV_{cl}$

Finalmente, cabe señalar que pueden establecerse reglas borrosas tales que en su parte *SI*, incluyan más de una característica de impacto combinadas mediante el conectivo AND. Por ejemplo.

$$\text{Si } LI_i = Pli \text{ y } LI_e = Ale \quad \text{ENTONCES } LV_{cl} = CV_{cl}.$$

## 2.8. Interpretación del procedimiento de inferencia borrosa

En el apartado 2.5, se expuso que la valoración cualitativa del impacto se efectúa mediante la aplicación del método de razonamiento aproximado conocido como Modus Ponens Generalizado (MPG) (Zadeh, 1975, 1976). De acuerdo con este método, a partir de una proposición antecedente y una regla borrosa se determina, como conclusión, un valor borroso  $ConV_{cl}$  de la variable lingüística  $LV_{cl}$ .

Para cada una de las características de impacto deberá aplicarse el método MPG a partir del valor borroso estimado y cada una de las reglas borrosas que relacionan dicha característica con la valoración cualitativa del impacto. De este modo, se obtendrán (para cada característica) tantos conjuntos borrosos conclusión como reglas con participación de la citada característica incluya la base de conocimiento. La determinación de tales conjuntos borrosos implica el establecimiento de sus funciones de pertenencia correspondientes:  $\mu_{ConV_{cl}(m,n)}(V_{cl})$ . Cada



una de las reglas borrosas se interpreta como una relación borrosa desde el conjunto borroso de su parte *SI* hasta el conjunto borroso de su parte *ENTONCES*. Su función de pertenencia se determina como una *t-norma*<sup>4</sup> de las funciones de pertenencia de ambos conjuntos borrosos. La *t-norma* propuesta es la función mínimo (Mamdani, 1976).

Así para una regla cualquiera  $R(m,n)$ :

$$\mu_{R(m,n)}(I(m), V_{cl}) = \min \{ \mu_{VI(m,n)}(I(m)), \mu_{Vcl(m,n)}(V_{cl}) \} \quad (5)$$

Donde:  $R(m,n)$  es el conjunto borroso que describe la regla  $(m,n)$ ,  $\mu_{R(m,n)}(I(m), V_{cl})$  es su función de pertenencia,  $\min$  representa la *t-norma* mínimo,  $I(m)$  es el índice numérico correspondiente a la característica de impacto  $m$ ,  $\mu_{VI(m,n)}(I(m))$  es la función de pertenencia de  $VI(m,n)$  y  $\mu_{Vcl(m,n)}(V_{cl})$  es la función de pertenencia de  $Vcl(m,n)$ .

Para efectuar la inferencia condicional se propone utilizar el operador de composición  $\max\text{-}\min$ <sup>5</sup>. La función de pertenencia del conjunto borroso conclusión  $ConVcl(m,n)$  viene dada por la siguiente expresión:

$$\mu_{ConVcl(m,n)}(V_{cl}) = \max \left[ \min \{ \mu_{R(m,n)}(I(m), V_{cl}), \mu_{Estl(m)}(I(m)) \} \right] \quad (6)$$

$$\forall I(m) \in U_{I(m)}$$

donde:  $\mu_{ConVcl(m,n)}(V_{cl})$  es la función de pertenencia de la conclusión borrosa correspondiente a la regla  $(m,n)$ ,  $\max$  representa el máximo extendido a todos los posibles valores de  $I(m)$ ,  $U_{I(m)}$  es el universo de discurso de  $I(m)$  y  $\mu_{Estl(m)}(I(m))$  es la función de pertenencia de la estimación borrosa de la característica  $m$ .

Como ejemplo ilustrativo de la interpretación del procedimiento de inferencia borrosa, se expone la determinación de los conjuntos borrosos conclusión para dos de las reglas borrosas del caso de estudio. Las reglas elegidas son:

Regla (1,3): Si  $LI_i = Ali$  ENTONCES  $LV_{cl} = EVcl$ .

Regla (2,2): Si  $LI_e = Mle$  ENTONCES  $LV_{cl} = CVcl$ .

Las representaciones de las funciones de pertenencia de *Estli* y de *Ali*, así como las correspondientes a *EVcl* y *ConVcl(1,3)* se muestran en la Figura 7a. De igual forma, en la Figura 7b se recogen las representaciones de las funciones de pertenencia de *Estle* y *Mle*, junto con las de *CVcl* y *ConVcl(2,2)*.

De acuerdo con el método de inferencia propuesto, el perfil de  $\mu_{ConVcl(m,n)}(V_{cl})$  es el del trapecio resultante al truncar  $\mu_{Vcl(m,n)}(V_{cl})$  a la altura de  $\max \left[ \min \{ \mu_{Estl(m)}(I(m)), \mu_{VI(m,n)}(I(m)) \} \right]$  extendido a todos los posibles valores de  $I(m)$ .

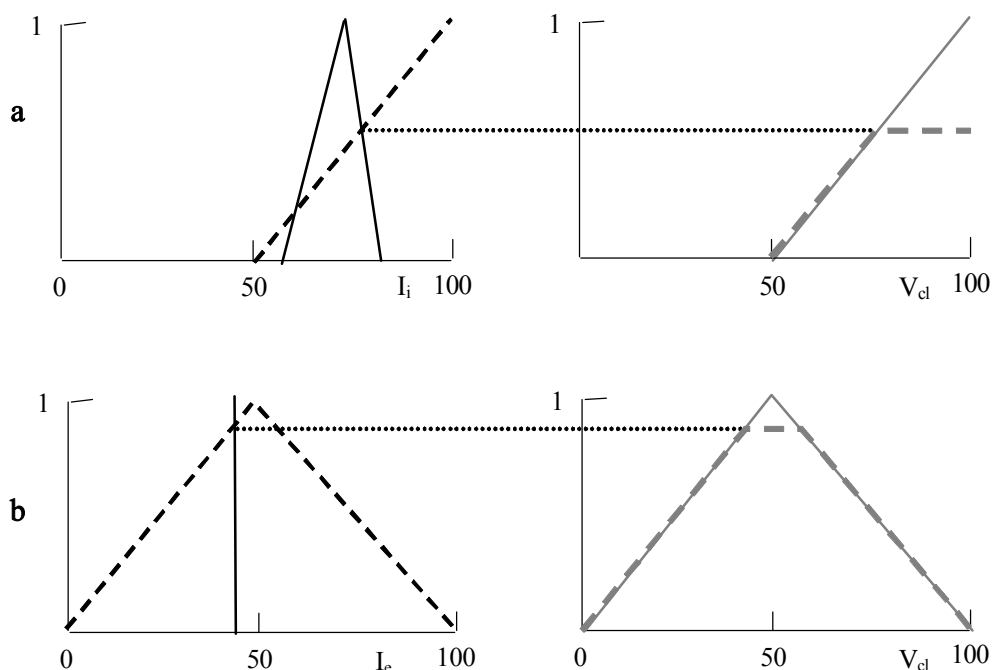
Por último, para aquellas reglas tales que en su parte *SI* intervenga más de una característica de impacto, el conjunto borroso que describe la parte *SI* de la regla viene dado por el producto cartesiano de los valores lingüísticos que las distintas características toman en dicha regla. Por ejemplo, para la regla:

Si  $LI_i = Pli$  y  $LI_e = Ale$  ENTONCES  $LV_{cl} = CVcl$ .

4. Una *t-norma* es una aplicación  $t: [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$  que cumple las siguientes propiedades: Es no creciente en cada argumento.- Conmutativa.- Asociativa.- Satisface las siguientes condiciones de contorno:  $t(x,0)=0$ ,  $t(x,1)=x$   
5. El operador de composición  $\max\text{-}\min$  aplicado a dos relaciones borrosas,  $R$  cuya función de pertenencia  $\mu_R(x,y)$  y  $S$  cuya función de pertenencia es  $\mu_S(y,z)$ , determina un nuevo conjunto borroso  $T = R \circ S$ , cuya función de pertenencia  $\mu_T(x,z)$  es:  
 $\mu_T(x,z) = \max \{ \min [ \mu_R(x,y), \mu_S(y,z) ] \} \forall y \in Y$   
 $X \times Y$  y  $Y \times Z$  y  $X \times Z$  son los universos de discurso de las relaciones borrosas  $R, S$  y  $T$  respectivamente.

La parte SI de la regla viene dada por el conjunto borroso *Plix Ale*. Su función de pertenencia se calcula mediante la t-norma mínimo de las funciones de pertenencia de *Pli* y *Ele*:

$$\mu_{PlixEle}(I_i, I_e) = \min(\mu_{Pli}(I_i), \mu_{Ele}(I_e)). \text{ Su universo de discurso es } U_{I_i} \times U_{I_e}$$



**Figura 7.**  
**Representaciones de la funciones de pertenencia.**

- a. **Estli:** -  $\mu_{Estli}(I_i)$ ; **Ali:** -  $\mu_{Ali}(I_i)$ ; **EVcl:** -  $\mu_{EVcl}(V_{cl})$ ; **ConVcl(1,3):** -  $\mu_{ConVcl(1,3)}(V_{cl})$
- b. **Estle:** -  $\mu_{Estle}(I_e)$ ; **Mle:** -  $\mu_{Mle}(I_e)$ ; **CVcl:** -  $\mu_{CVcl}(V_{cl})$ ; **y ConVcl(2,2):** -  $\mu_{ConVcl(2,2)}(V_{cl})$

El conjunto borroso que describe la regla, *Plix Ale*  $\rightarrow$  *CVcl*, tiene por función de pertenencia:

$$\mu_{(PlixAle) \rightarrow CVcl}([I_i, I_e], V_{cl}) = \min(\mu_{PlixEle}(I_i, I_e), \mu_{CVcl}(V_{cl})) = \min\{\min(\mu_{Pli}(I_i), \mu_{Ele}(I_e)), \mu_{CVcl}(V_{cl})\} \quad (7)$$

El conjunto borroso correspondiente a la estimación de la intensidad y extensión del impacto se obtiene como producto cartesiano de las estimaciones borrosas de ambas características *Estli* y *Estle*. Su función de pertenencia se determina mediante aplicación de la t-norma mínimo a las funciones de pertenencia de *Estli* y *Estle*:

$$\mu_{EstlixEstle}(I_i, I_e) = \min\{\mu_{Estli}(I_i), \mu_{Estle}(I_e)\}$$

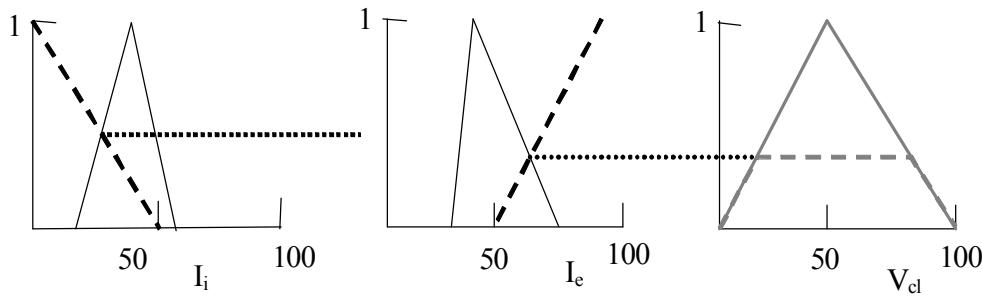
La función de pertenencia de la conclusión se determina mediante la composición max-min:

$$\mu_{ConVcl}(V_{cl}) = \max\{\min\{\mu_{(PlixAle) \rightarrow CVcl}([I_i, I_e], V_{cl}), \mu_{EstlixEstle}(I_i, I_e)\}\} \quad (8)$$

$$\forall (I_i, I_e) \in (U_{I_i} \times U_{I_e})$$

De acuerdo con esta expresión, el perfil de  $\mu_{ConVcl}(V_{cl})$  es el del trapecio resultante al truncar

$\mu_{CVcl}(V_{cl})$  a la altura del mínimo entre los dos valores siguientes:  $\max[\min\{\mu_{PI}(I_i), \mu_{Esti}(I_i)\}]$  extendido a todos los posibles valores de  $I_i$ , y  $\max[\min\{\mu_{Ale}(I_e), \mu_{Este}(I_e)\}]$  extendido a todos los posibles valores de  $I_e$ . En la Figura 8 se muestra gráficamente este procedimiento de inferencia.



**Figura 8.** Representación gráfica del procedimiento de inferencia. Funciones de transferencia de los valores borrosos estimados: Esti:

$\mu_{Esti}(I_i)$ ; Este:  $-\mu_{Esti}(I_e)$   
 Funciones de transferencia de los valores borrosos que componen la regla: PI:  $-\mu_{PI}(I_i)$ ; Ale:  $-\mu_{Ale}(I_e)$ ; CVcl:  $-\mu_{CVcl}(V_{cl})$ .  
 Función de transferencia de la conclusión: ConVcl:  $-\mu_{ConVcl}(V_{cl})$ .

### 2.9. Desborrososificación<sup>6</sup>

Una vez determinadas las funciones de pertenencia de todos los conjuntos borrosos conclusión (una por cada regla borrosa), y con el fin de obtener una valoración global del impacto, es necesario agregar dichos resultados. Asimismo, con el propósito de que el resultado final sea un único valor del índice de valoración ( $VRF_{cl}$ ), dichos resultados deberán ser desborrososificados (Berenji, 1992).

El procedimiento de desborrososificación que se propone es el de “promedio de áreas”. De acuerdo con este criterio, el resultado final se obtiene mediante la siguiente expresión:

$$FV_{cl} = \frac{\sum_{\text{reglas borrosas}} A_i g_i}{\sum_{\text{reglas borrosas}} A_i} \quad (9)$$

donde:  $A_i$  es el área bajo la curva correspondiente a la representación de  $\mu_{ConVcl}(V_{cl})$  para cada regla borrosa y  $g_i$  es el centro de gravedad del área  $A_i$ .

De este modo, la valoración del impacto queda finalmente expresada mediante un único número, un valor concreto del índice de valoración cualitativa.

### 2.10. Agregación de impactos

Por último, cabe señalar que mediante el método aquí desarrollado se obtiene una valoración individual de cada impacto, si bien, puede extenderse a una valoración conjunta de los distintos impactos del proyecto. En tal caso, la base de conocimiento utilizada estará formada por todas las reglas borrosas correspondientes a los distintos impactos ambientales, pudiendo establecerse reglas borrosas tales que en su parte SI incluyan distintos impactos y diferentes características de impacto. Por ejemplo:

Si  $LI_i^{(1)} = PI$  y  $LI_e^{(3)} = MI$  ENTONCES  $LV_{cl} = BV_{cl}$

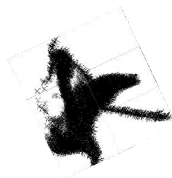
De acuerdo con esta regla borrosa, si la inmediatez del impacto 1 es pequeña y la extensión del impacto 3 es media, entonces la valoración del impacto global es baja. El superíndice de la

<sup>6</sup> La desborrososificación de una partición borrosa definida sobre un universo de discurso determinado, permite obtener un único elemento de dicho universo de discurso. En el caso que nos ocupa, la desborrososificación de los conjuntos borrosos conclusión conduce a un valor del índice de valoración cualitativa del impacto ambiental  $V_{cl}$ .

variable lingüística identifica al impacto ambiental considerado. Asimismo, la desborrosificación se efectuará a partir de la totalidad de los conjuntos borrosos conclusión, es decir, considerando los resultados borrosos de todas las reglas.

### 3. CONCLUSIONES

Mediante lógica borrosa es posible valorar impactos ambientales a partir del conocimiento, generalmente impreciso y subjetivo, de una serie de características o cualidades que componen la esencia de dichos impactos. Empleando técnicas de razonamiento aproximado puede traducirse la estimación borrosa de cada una de estas características en su correspondiente valoración cualitativa del impacto, llevar a cabo la agregación de dichas valoraciones y obtener como resultado un valor global del impacto. En este estudio se describe un procedimiento de valoración cualitativa de impactos ambientales. Dicho procedimiento puede resultar indicado en casos con escasa disposición de datos de carácter cuantitativo acerca de los impactos ambientales. Así mismo, dada la flexibilidad de los procedimientos de inferencia borrosa, el equipo técnico que realice la valoración de los impactos puede adaptar el método a cada caso concreto. El conjunto de características seleccionadas para caracterizar el impacto, la manera de establecer las reglas borrosas, el método de inferencia borrosa a utilizar o el procedimiento de desborrosificación de los resultados borrosos pueden elegirse del modo más adecuado para cada estudio.



Finalmente cabe señalar que el desarrollo de aplicaciones informáticas puede facilitar la aplicación de estos métodos. Los programas a utilizar permitirán al usuario introducir los datos referentes a *las características a considerar en la valoración, sus estimaciones borrosas, la base de conocimiento, las particiones borrosas de las variables lingüísticas empleadas, las t-normas empleadas y el procedimiento de desborrosificación*. El resultado devuelto será un conjunto de conclusiones borrosas acerca de la valoración del impacto (una por cada regla de la base de conocimiento) junto con el valor final del mismo.

### 4. BIBLIOGRAFÍA

- Berenji, H. R., 1992. Fuzzy logic controllers. In: An introduction to fuzzy logic applications in intelligent systems (R. R. Yager, L. A. Zadeh, eds), Kluwer, Boston, pp. 69-96.
- Bojórquez-Tapia, L. A.; Juárez, L. y Cruz-Bello, G., 2002. Integrating fuzzy logic, optimization, and GIS for ecological impacts assessment. *Environ. Manage.*, 30(3), pp. 418-433.
- Buzas, K., 2001. Use of fuzzy method to estimate river nutrient loads from scarce observations. *Water Sci. Technol.*, 43(7), pp. 257-264.
- Dahab, M. F., 1994. A rule-based fuzzy-set approach to risk analysis of nitrate-contaminated groundwater. *Water Sci. Technol.* 30(7), pp. 45-52.
- Enea, M. y Salemi, G., 2001. Fuzzy approach to the environmental impact evaluation. *Ecol. Model.* 136(2-3), pp. 131-147.
- Fisher, B., 2003. Fuzzy environmental decision-making: applications o air pollution. *Atmos. Environ.* 37(14), pp. 1865-1877.
- González, B.; Adenso-Díaz, B. y González-Torre, P. L., 2002. A fuzzy logic approach for the impact assessment in LCA. *Resour. Conser. Recy.* 37(1), pp. 61-69.
- Gupta, R.; Kewalramani, M. A. y Ralegaonkar, R. V., 2003. Environmental impact analysis using fuzzy logic relation for landfill siting. *J. Urban Plan. D-ASCE.* 129(3), pp. 121-139.
- Han, Z.; Tao, Y. y Fang, N., 2001. Fuzzy comprehensive evaluation of urban traffic impact, on environment quality. *J. South. Univ.*, 17(2), pp. 72-74.

- Khadam, I. M. y Kaluarachchi, J. J., 2003. Multicriteria decision análisis with probabilistic risk assessment for the management of contaminated ground water. *Environ. Impact Assess. Rew.* 23(6), pp. 683-721.
- Kaufmann, A. y Gupta, M., 1985. *Introduction to fuzzy Arithmetic. Theory and Applications.*, Ed. Van Nostrand Reinhold, New York.. 92 P.
- Kung, H. T.; Ying, L. G. y Liu, C., 1993. Fuzzy clustering analysis in environmental impact assessment – a complement tool to environmental quality index. *Environ. Monit. Assess.* 28(1), pp. 1-14.
- Lee, Y. W.; Dahab, M. F. y Bogardi, I., 1995. Nitrate-risk assessment using fuzzy-set approach. *J. Environ. Eng.*, 121(3), pp. 245-257.
- Mamdani, E. H., 1976. Advances in linguistic synthesis of fuzzy controllers. *Int. J. Man-Mach. Stud.* 8(6), pp. 669-678.
- McKone, T. E., 2005. Can fuzzy logic bring complex environmental problems into focus? *Environ. Sci. Technol.* Pp. 42A-47A.
- Parashar, A.; Paliwal, R. y Rambabu, P., 1997. Utility of fuzzy cross-impact simulation in environmental assessment. *Environ. Impact Assess. Rew.*, 17(6), pp. 427-447.
- Silvert, W., 2000. Fuzzy indices of environmental conditions. *Ecol. Model.*, 130(1-3), pp. 111-119.
- Thiel, C.; Sepplet, R.; Muller-Pietralla, W y Richter, O., 1999. An integrated approach for environmental assessment. Linking and integrating LCI, environmental fate models and ecological impact assessment using fuzzy expert, systems. *Int. J. Life Cycle Ass.*, 4(3), pp. 151-160.
- Tzionas, P.; Ioannidou, I. A. y Paraskevopoulos, S., 2004. A hierarchical fuzzy decision support system for the environmental rehabilitation of Lake Koronia. *Environ. Manage.*, 34(2), pp. 245-260.
- Van Der Werf, H. M. G. y Zimmer, C., 1998. An indicator of pesticide environmental impact base on a fuzzy expert system. *Chemosphere*, 36(10), pp. 225-2249.
- Zadeh, L. A., 1965. Fuzzy sets. *Inform. Cont.* 8(3), pp. 338-353.
- Zadeh, L. A., 1975. The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning- I. *Inf. Sci.*, 8(3), pp. 199-249.
- Zadeh, L. A., 1976. The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning- III. *Inf. Sci.*, 9(5), pp. 43-80.
- Zadeh, L. A., 1978. Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility. *Fuzzy Sets Sys.* ,1(1), pp. 3-28.



