

SIGNIFICACION FILOSOFICA DE LA LOGICA TRANSITIVA

Ja, ich sage schon jetzt voraus: es werden mathematische Untersuchungen über Kalküle kommen, die einen Widerspruch enthalten, und man wird sich noch darauf zugute tun, dass man sich auch von der Widerspruchfreiheit emanzipiert.

(Ludwig Wittgenstein: *Philosophische Bemerkungen*, p. 332).

Sí, ya ahora predigo yo que se producirán investigaciones matemáticas sobre cálculos que contengan contradicciones y que la gente se enorgullecerá de haberse emancipado de la ausencia de contradicción.

(Ludwig Wittgenstein: *Consideraciones Filosóficas*, (1930)).

RESUMEN: En este artículo estudio las motivaciones filosóficas que han dado lugar a la erección del sistema de lógica transitiva —que es una lógica paraconsistente e infinivalente no arquimédea—, así como la aplicabilidad de tal lógica para resolver una amplia gama de problemas filosóficos. En la Sección 0ª examino el contexto de revolución lógica antiaristotélica en el que ha nacido la lógica transitiva. En la Sección 1ª trato de determinar con rigurosa precisión en qué estriba la discrepancia entre quienes rechazan por principio cualquier contradicción y quienes consideran que el mundo contiene contradicciones verdaderas. En la Sección 2ª estudio los motivos para postular múltiples grados de verdad y muestro cómo tal postulación conduce a reconocer verdades mutuamente contradictorias. En la Sección 3ª examino otros trece motivos más que abonan a favor de la adopción de una lógica

gradualística y contradictorial —como la lógica transitiva— (problemas como los del movimiento, la *relación* de identidad, el flujo temporal, la dialéctica de apariencia y verdad, la del ser y el no-ser, los conflictos de valores y deberes, problemas metafísicos como el de los universales y otros, así como problemas de las ciencias físicas —mecánica cuántica, p. ej.). La Sección 4ª es una exposición técnica del sistema de lógica transitiva $Aq/1/$.

SECCION 0ª. CONSIDERACIONES INTRODUCTORIAS

Estamos asistiendo a una revolución lógica sin precedentes. Contrariamente a la idea vulgar de que el progreso de la investigación trae consigo el consenso, en muchas disciplinas parece suceder lo contrario: atrás quedaron los tiempos de la (cuasi) unanimidad precopernicana; hoy hay más discusiones y discrepancias que nunca en astrofísica y campos aledaños. Pues bien, exactamente lo mismo sucede en lógica: hasta el surgimiento de las lógicas no clásicas en torno a 1920, reinaba en esta disciplina una gran unanimidad; el avance que había estribado en la constitución de la lógica matemática por Frege y otros investigadores no constituía ruptura doctrinal con la tradición aristotélica —salvo en un punto puramente marginal y de aplicabilidad bien delimitada, cual es la validez de inferencias por subalternación. Y, si en el pasado alguien —como Nicolás de Cusa— habíase atrevido a formular el deseo de que se elaborara una lógica no aristotélica, una lógica admitidora de la contradicción, eso se había quedado en inoperante anhelo. Es más: hasta cuando empezaron a surgir las primeras lógicas no clásicas (Lukasiewicz, Post) allá por los años 1920, y pese a la motivación genuinamente filosófica —aunque posiblemente errada— de los sistemas lukasiewiczianos, poquísimos investigadores, lógicos o filosóficos, mostráronse propicios a considerar a tales lógicas como alternativas a la lógica clásica y susceptibles de exhibir títulos de legitimidad y ventajas epistemológicas que les permitieran disputarle a ésta última el sitio que ocupaba, a saber: el de ser estimada en la comunidad intelectual —la de quienes se ocupan de uno u otro modo de cuestiones lógicas o manejan técnicas lógicas— como la lógica correcta. Por otro lado, sólo mucho después de la elaboración de esas lógicas de Post y Lukasiewicz se llegó a poner en pie sistemas no-aristotélicos en un sentido más fuerte, a saber: sistemas de lógica que permitieran la adopción de teorías contradictorias. En la lógica aristotélica tradicional, lo mismo que en la lógica bivalente (verifuncional) de Frege y Russell —y hasta en los sistemas de lógica no-clásicos de Lukasiewicz,

/1/ 'ssi' abrevia a 'si y sólo si'; 'fbf' abrevia a 'fórmula bien formada'.

Gödel, Heyting y muchos otros—, tiene vigencia la regla de Escoto, a saber: que de un par de premisas mutuamente contradictorias (o sea: de un par de fórmulas una de las cuales sea negación de la otra) se deduce cualquier fórmula, por absurda que sea. Lógicas que no tengan esa característica pueden denominarse *no-aristotélicas* y, técnicamente, son hoy conocidas como *paraconsistentes* (término acuñado por F. Miró Quesada). Con el precedente parcial y problemático de la “lógica mínima” de Johansson de 1935, las lógicas paraconsistentes empezaron a ver la luz después de la segunda guerra mundial: sistemas de Jaskowski (1948), Sobocinski (1952), da Costa (desde los primeros años 60); más tarde otros sistemas como el de Asenjo, los relevantes (Anderson y Belnap, Routley, Meyer, Priest). Y, en último lugar, la *lógica transitiva*, de la que nos vamos a ocupar en este artículo. Este sistema de lógica es: paraconsistente; infinivalente (propone una infinidad de grados de verdad); minimalista alético (acepta el “principio de apencamiento”, a saber: que lo no totalmente falso es verdadero —o sea: cuanto sea verdadero-en-uno-u-otro-grado es verdadero a secas, lo que no quiere decir, ni muchísimo menos, que haya de ser totalmente verdadero); no arquimedeo (propone un umbral mínimo de verdad, o sea: un grado ínfimo de verdad, que es infinitamente menos verdadero que cualquier otro grado de verdad, siendo, no obstante, verdadero, e.d diferente de lo absolutamente falso).

Más en general: esta lógica se denomina ‘transitiva’, no sólo porque es una lógica de los estados transicionales, de la gradualidad, de las penumbras entre el *sí* y el *no* que son zonas de confluencia y copresencia graduada del *sí* y el *no*, sino también porque, además, postula, para cada grado de realidad, un umbral inferior y un umbral superior —en ciertos casos el grado en cuestión puede coincidir con uno o con otro—, siendo ese umbral el punto de *arranque en el tránsito*, o sea: la transición inmediata.

¿Valen para algo las lógicas no clásicas en general, las paraconsistentes en particular? No sé si cabe dar una respuesta no tendenciosa a una pregunta tendenciosamente formulada: en todo caso, si la lógica clásica vale para algo, las no clásicas también. Hay lógicas no clásicas que contienen a la lógica clásica, son extensiones de la misma (tal es el caso de la lógica transitiva); con que, si alguna utilidad tiene la lógica clásica, será heredada por esos sistemas de lógica que tienen a la lógica clásica como parte englobada en un todo más amplio. Lo que hay que recalcar, sin embargo, es que la adopción de uno u otro sistema de lógica es asunto harto complejo que depende de múltiples factores; que cabe esgrimir criterios diferentes y encontrados sobre cuáles sistemas de lógica deban ser preferidos; que esos criterios no son filosóficamente

neutrales, sino que están en función de opciones epistemológicas y ontológicas; por último, que tampoco son filosóficamente neutrales las "constataciones" que, al serles aplicado uno de tales criterios den por resultado la adopción o el rechazo de uno u otro sistema de lógica.

La adopción de algún sistema de lógica no clásica puede venir motivada por consideraciones como éstas: aceptar una concepción filosófica (o física, o de otros campos del saber) que a uno de parezca correcta y que, de ser juzgada según patrones de la lógica clásica, resultara inadmisibile o absurda; formalizar ciertas concepciones filosóficas u otras; dar un tratamiento *lógico*, un rango de verdades e inferencias lógicamente válidas, a afirmaciones y deducciones que usualmente se hacen y en las que estén involucradas esencialmente palabras de matiz veritativo ('bastante', 'un tanto', etc.) y construcciones comparativas ('más... que') las cuales son abandonadas a su suerte por la lógica clásica; permitir la articulación de un enfoque convergentista, a tenor del cual puedan darse diversas perspectivas mutuamente contradictorias y, no obstante, todas ellas correctas y subsumibles en un sistema unificado, contradictorio más verdadero.

Por supuesto que los clasicistas por principio acometerán a rebato contra propuestas de esa índole; alegarán el carácter sacrosanto e inviolable de la lógica clásica, por ser ésta dizque intuitivamente evidente; la imposibilidad de un cambio de lógica porque en el cambio mismo habría que estar razonando lógicamente; que una lógica no clásica no puede ni siquiera entenderse cuando uno está razonando según patrones clásicos; y que, si sí puede entenderse, entonces no dice nada nuevo sino que se limita a cambiar el modo de decirlo; que la lógica es analítica y, por ende, al no decir nada sobre lo real, no caben discrepancias lógicas; que cualquier lógica no clásica se basa en una metalógica clásica. Todas esas objeciones, tan atronadoramente vociferadas por la muchedumbre de clasicistas incondicionales, se desmoronan ante una crítica seria. Lo peor de todo para quienes confían en ellas es que exactamente igual, o con leves alteraciones, pueden ser explotados argumentos así a favor de una u otra lógica no clásica que haya uno abrazado. Pero esas discusiones caen fuera del ámbito del presente artículo. (Si las he evocado es para notificar a aquellos lectores que, por inadvertencia, se hubieran dejado impresionar por las mismas que el partidario de una revolución en lógica no se siente en ningún aprieto al respecto y está perfectamente familiarizado con ese género de objeciones).

Lo que vamos a hacer aquí va a ser romper lanzas a favor de una lógica —la transitiva— cuya adopción puede servir, entre otras cosas,

para no rechazar como absurdas las concepciones y teorías contradictorias que, de vez en cuando, se han propuesto en la tradición filosófica. Gustarán o no esas concepciones; se esgrimirán a favor o en contra de cada una de ellas argumentos de mayor o menor peso; más, en todo caso, lo que nos enseña la existencia de lógicas como la transitiva es que quien desee rechazarla deberá invocar algún argumento que no sea la presunta ilogicidad de las mismas —por lo menos la presunta ilogicidad involucrada en el mero hecho de que son teorías contradictorias.

SECCION 1ª. DETERMINACION DE LA DISCREPANCIA SOBRE LA CONTRADICTORIALIDAD

Una dificultad de no poca monta con respecto a la determinación de donde radica la divergencia entre partidarios y adversarios de que existan teorías verdaderas que sean contradictorias es que resulta muy difícil brindar una formulación aceptable para unos y otros de en qué consista o estribe dicha discrepancia.

Un modo erróneo, pero usual, de plantearla es decir que lo que está en tela de juicio es el principio de no contradicción. En efecto: cuando se discute acerca de si, p. ej., es o no contradictoria una determinada doctrina, óyese a menudo alegar en contra de que lo sea que en la misma se afirma la verdad del principio de no contradicción. El error estriba en desconocer que una teoría puede a la vez defender la existencia de verdades contradictorias y la verdad del principio de no-contradicción; en ese caso, una de las contradicciones verdaderas será la formada por la verdad contradictoria defendida, de la forma “p y no-p”, y por la negación de esa verdad, negación que, en virtud del principio de no contradicción, también habrá de ser verdadera. (Por otro lado, se puede rechazar la afirmación la principio de no contradicción sin por ello sostenerse que haya verdades mutuamente contradictorias: así lo hacen sistemas de lógica como los de Lukasiewicz).

Con todo, ese modo de plantear la cuestión puede ser correcto —al menos desde una determinada posición contradictorialista— si se entiende así: lo que se trata de saber es si el principio de no contradicción es totalmente verdadero, o sea: no ya verdadero (a secas) sino tan verdadero que ya más no cabe. Lo que sucede es que desde el punto de vista clasicista no hay grados de verdad; y, por consiguiente, no se añade, semánticamente, nada el colocar ese “adverbio” de matiz veritativo ‘totalmente’; la variación es, para el clasicista, meramente

estilística o pragmática. En cambio, para el contradictorialista —o para el partidario de determinado contradictorialismo— sí hay diferencia semántica: una cosa es que sea verdadero el principio de no contradicción, cosa aceptable desde el ángulo contradictorial; otra es que ese principio sea enteramente verdadero, cosa inadmisibles según un contradictorialismo que articule la afirmación de verdades contradictorias en torno a la idea de grados de verdad (posición a tenor de la cual cuando son verdaderos a la vez dos enunciados mutuamente contradictorios, es que cada uno de ellos es verdadero sólo hasta cierto punto. Llamemos 'principio de exclusión de la contradicción', PEC para abreviar, al resultado de prefijar al principio de no contradicción la expresión 'es totalmente verdad que'. Pues bien, un modo correcto, según un contradictorialista gradualista, de plantear al problema es el de saber si es o no correcto el PEC —para *cualesquiera* instancias del mismo—. Es ésta una de las muchas controversias en las cuales un bando acepta uno de los dos planteamientos de la discrepancia, mientras que el otro bando sostiene a pie juntillas que son coincidentes, semánticamente idénticos, ambos planteamientos.

Similar dificultad asedia a planteamientos alternativos, como el de que lo que estaría en juego sería saber si entre el conjunto de verdades que pueblan el mundo hay o no dos que sean mutuamente contradictorias. En realidad, esta formulación es dualmente correspondiente a la anterior: afirmar el principio de no-contradicción es afirmar que no hay tales verdades; negarlo es afirmar que sí hay tales verdades. La ambigüedad estriba en que, lo mismo que el 'sí' puede entenderse o bien como un mero 'sí' o bien como un 'totalmente sí', el 'no' puede, por su lado entenderse o bien como 'no' a secas, mera negación simple o natural, o bien como 'no... en absoluto', o sea 'totalmente no', que es la *super*negación o negación fuerte.

El clasicista identifica ambas negaciones, más no así un contradictorialista gradualista. Este último reconocerá que no (con un 'no' de mera negación simple) hay verdades contradictorias, pese a que a la vez también afirme que si las hay: tales verdades serán, según él, a la vez existentes e inexistentes, lo uno y lo otro sólo en cierto grado. Por el contrario, el clasicista argüirá que esos son juegos de palabras y que no entiende esa diferencia entre el 'no' y el 'no... en absoluto'; *no* es *no* dirá, y punto.

Algo parecido pasa con otros planteamientos de la discrepancia, como el de que lo que se trata de saber es si valen o no la regla de Escoto (a saber: $p, \text{no-}p \vdash q$) y su equivalente (equivalente sobre la base de presuposiciones relativamente improblemáticas), la regla del silogismo

disyuntivo ($p \vee q$, $\neg p \vee \neg q$) Porque un contradictorista gradualista, que ha distinguido una negación simple, mero y llano 'no', de una supernegación o negación fuerte, que no es 'no... en absoluto', puede perfectamente aceptar esas reglas cuando la negación en ellas involucrada sea la negación fuerte. De nuevo, sin embargo, el clasicista recusará ese, para él inventado y artificial distingo de sentidos entre las dos negaciones; el clasicista sostendrá a machamartillo que la cola 'en absoluto' no cambia semánticamente nada, sino que es como dar un puñetazo en la mesa para realzar o dar vistosidad a la negación.

En todos esos planteamientos está, pues, involucrada una cuestión en torno a la cual pueden ambos bandos concordar, a saber: que están en desacuerdo sobre si hay una negación o dos. La dificultad estriba aquí en lo siguiente: hay algunos contradictoristas que no aceptan que haya negación fuerte (tal es la posición p.ej. de un contradictorismo relevantista, como los de Routley y Priest). Dado lo cual, cabe formular el desacuerdo, en términos aceptables para todos los contradictoristas, por un lado, y todos los clasicistas por otro, en estos términos: ¿cuáles son las características de la negación —o las negaciones si es que hay varias? El clasicista puede *definir* la negación siguiendo a Russell (en *The Principales of Mathematics*, cp. II. 19): afirmar $\neg p$ equivale a decir que p implica a cualquier proposición. Así *definida* la negación, no puede haber más negación que la fuerte, claro. Esa definición es, pues, inadmisibile para cualquier contradictorista. Algunos contradictoristas —los gradualistas— aceptarán que hay una negación con tal característica, pero dirán que ésa es la negación fuerte (aun así, *definir* a esa negación en esos términos suscita dificultades; sería mejor reconocer meramente que la verdad de "no es verdad en absoluto que p " acarrea que el hecho de que p entraña al de que q , para cualquier oración " q "); pero sostendrán que esa negación fuerte, que tiene todas las características de la negación clásica, no es el mero 'no', sino el 'no... en absoluto', por lo cual es menester que se reconozca la existencia de una negación más débil que la clásica, negación que sí es, en cambio, el mero 'no' del habla usual. Otros contradictoristas (los no gradualistas) no dirán eso. Pero todos los contradictoristas coincidirán en rechazar la tesis clasicista de que hay una negación con esa característica que es la única negación.

Con todo, al haber rechazado esa concepción clasicista de la negación, el contradictorista se ve precisado a brindar una definición alternativa: ¿qué es una negación, según él?

Una caracterización atractiva de la(s) negación(es) es la siguiente. Una negación es un signo dado, '—', para el que valen los siguientes

principios. Sea ‘.’ la conyunción, que se lee ‘y’; ‘ ’ la disyunción, que se lee ‘o’. Si en una teoría dos fórmulas “r” y “s” son tales que la teoría permite inferir de cualquier premisa “p” una conclusión “q” que se obtenga reemplazando uniformemente en “p” ocurrencias de “r” y “s” por sendas ocurrencias de “s”, así como inferir “p” de “q”, entonces “r” y “s” son intercambiables. Para que ‘-’ sea una negación en una teoría T será menester que esa teoría tenga las características siguientes (escribimos p^1, \dots, p^n para indicar que en la teoría en cuestión es reconocida como válida la inferencia de “s” a partir de las premisas p^1, \dots, p^n conjuntamente tomadas): $(p+q).r$ y $(r.p)+(r.q)$ son intercambiables; $(q+p).r$ y p son intercambiables, así como p y $p+p$; $p.q \vdash p$; $p \vdash p+q$; $p \vdash \neg \neg p$; $\neg \neg p \vdash p$; $\neg \neg \neg p$ y $\neg p$ son intercambiables; $\neg(p.q)$ y $\neg p + \neg q$ son intercambiables; $\neg(p+q)$ y $\neg p. \neg q$ son intercambiables; $p \neg p$ es un teorema de la teoría. (Algunos contradictorialistas pueden discrepar, no aceptando íntegramente todas estas condiciones; pero en su aceptación coinciden con el clasicista tanto el contradictorialismo relevantista de Routley como el contradictorialismo transitivista, que es el explorado y dilucidado en estas páginas).

Allende esa divergencia sobre qué hay o deja de haber, está un desacuerdo pragmático, de *actitud*, entre el contradictorialista y el clasicista. Este último adopta una actitud de *rechazo a la contradicción*, RC, a saber: un propósito de abstenerse de afirmar contradicciones o verdades contradictorias, e.d. una decisión de, cuando afirme “p”, abstenerse de afirmar una negación de “p”, y viceversa. Abstenerse de afirmar una oración no es lo mismo que afirmar la negación de la misma. Rechazar una oración es tener el firme propósito de abstenerse de afirmarla. Y lo que hace el adepto del RC es tener el firme propósito de abstenerse siempre de afirmar dos enunciados uno de los cuales sea una negación del otro. El EC es, pues, rechazo, no sólo a cada antinomia (a cada conyunción entre una fórmula y una negación de la misma), sino a algo más: un rechazo a cualquier par de oraciones que se contradigan entre sí.

Lo que vienen a posibilitar las lógicas paraconsistentes es el rechazo al RC.

SECCION 2ª. LA EXISTENCIA DE GRADOS DE VERDAD, LA ADMISION DE VERDADES CONTRADICTORIAS Y LA REGLA DE APENCAMIENTO

Toda una tradición dialéctica que remonta a Heráclito y sobre todo a Platón y que se desarrolló en el neoplatonismo y en la filosofía

renacentista — tradición que, de algún modo, viene a desembocar en la filosofía dialéctica moderna, de Hegel a Engels— ha defendido la existencia de grados de verdad o de realidad. Naturalmente esa identificación entre grados de verdad y grados de existencia resulta de lo más cuestionable desde muchos supuestos; pero, desde el ángulo de una lógica no categorial como la que resulta articulable en un cálculo lambda sin tipos, hay cómo hacer frente a las objeciones esgrimidas en contra de esa identidad, tan tenazmente sostenida en la tradición dialéctica a que apuntamos.

El inconveniente que siempre se ha achacado a esos gradualismos es que entrañan contradicciones. Porque, si un hecho es más o menos real o verdadero, pero no totalmente real, es que su negación o inexistencia también es real o verdadera en algún grado. Bien —se replicará—, pero eso no entraña contradicción: porque lo único que tendríamos sería, para determinada fórmula “p” que fuera verdadera sólo en cierta medida, a la vez “Es más o menos verdad que p” y “Es más o menos falso que p”; mas lo primero no equivale a una negación de lo segundo ni viceversa. Lo que sucede, sin embargo, es que tanto adversarios como adeptos de la gradualidad de la verdad —o de la existencia— venían siempre a presuponer la aplicabilidad legítima de la *regla de apencamiento*, a saber: que, de “Es más o menos verdad que p” cabe lícitamente concluir “p” a secas; ya que, de lo contrario, se incurriría en falsedad *inadmisibile* (o sea: total) diciéndose algo que, no obstante, sería verdadero —en uno u otro grado—.

Por eso, el tema de la gradualidad es convergente con las paradojas del sorites y otras similares: si se reconoce que es más verdad decir que aquello es un montón que no que esto es un montón —o sea: si aquello es más montón que esto—, o, lo que es lo mismo, que, en comparación con aquello, esto no es un montón, entonces acabará resultando que esto es y no es montón. (En algunos diálogos platónicos se aplica —según lo indicaré más abajo, en la Secc. 3ª, punto 6— una regla de cercenamiento que, de “Esto tiene tal propiedad en comparación con tal cosa”, permite inferir “Esto tiene tal propiedad”; de donde resulta que todas las cosas tienen al menos dos propiedades mutuamente opuestas). Paradojas de esa índole se han descubierto muchas; por lo menos una, desde luego, para cada adjetivo difuso (o, si se quiere “vago” o “borroso”); mas en general, surgen paradojas así para todas las expresiones, sustantivos o adjetivos, que pueden ser susceptibles de comparación o gradación. Pero también surgen paradojas similares con respecto a términos que usualmente no reciben gradación ni comparación: no se suele decir que un cierto montón de ladrillos y otros elementos colocados de cierto modo es más casa que otro; pero es lo

cierto que sí cabe decir: “¿Esto, una casa? Bueno, ¡no!, si se lo compara con aquel inmueble”. Las casucas ¿son casas? ¿No hay cabañas que son también casucas? ¿No hay cosas intermedias entre un mero cobertizo y una casuca? Y ¿no es común decir, en tales casos, que eso es y no es una casa?

Parece, pues, que siempre que una propiedad se da por grados nos vemos abocados a reconocer una contradictorialidad, un ser y no-ser. Lo mejor, entonces, lo más riguroso —si es que se quiere esquivar a todo trance la contradicción—, parecería ser la eliminación de todo hablar sobre grados y de todos los términos que pueden prestarse a gradaciones o comparaciones. No admitiríamos, entonces, una propiedad de ser alto, sino una propiedad de medir 1827'23 mm., y otras por el estilo. Y, si seguimos profiriendo el adjetivo 'alto' para aplicárselo a alguien, queremos decir que ese alguien mide una cantidad de milímetros no inferior a determinado umbral, establecido de antemano.

El inconveniente más visible de tales soluciones es, evidentemente, lo difíciles que son de aplicar. Es más: cabe sospechar que son, en los más casos, inaplicables. Y eso por múltiples motivos. En primer lugar, para muchas propiedades no resulta nada claro cuáles sean la medida, la unidad graduable y el umbral. P. ej., si Yanis es más generoso que Cosme ¿sucede acaso que el carácter de Yanis mide n x-es y el de Cosme m x-es, siendo n mayor que m ? ¿Cuáles son esos enigmáticos “x-es”? Y ¿cuántos ha de medir un carácter para que su portador o titular sea generoso? En segundo lugar es más fácil saber que aquel edificio es grande que no saber cuánto deba medir un edificio para que lo llamemos 'grande' y comprobar con mediciones precisas que el edificio aquel mide eso o más.

Un inconveniente mayor de esa estrategia de eliminación de términos susceptibles de gradación o comparación se deriva del que acabo de señalar: si tan difícil y problemática nos resulta la eliminación de esos términos ¿a qué se debe ello? ¿Cuál es la razón suficiente? Cabría conjeturar que esa razón es la impotencia de nuestras capacidades cognoscitivas. Sea; mas, en ese caso, ¿cómo es que, en cambio, nos resulta infinitamente más fácil en general emplear *con éxito* términos susceptibles de gradación y comparación, sin que exista motivo plausible para creer que tal empleo nos lleva divorciarnos de la realidad? Cabe notar que el propio éxito de nuestra comunicación usando tales términos parece corroborar que ese uso no nos aleja de la realidad, ya que, si sí nos alejara, parecería el problema adicional de explicar cómo es que logramos comunicarnos exitosamente, y utilizar esa comunicación como un instrumento para operar sobre la realidad,

asimismo con éxito, por medio de un vehículo comunicacional cuyo empleo nos alejaría de reflejar fielmente la realidad). Si lo que de hecho se dan son propiedades como la de medir 1847'2 mm. y no la de ser alto, ¿cómo explica que nuestros órganos nos permitan ver esto último y no lo primero? ¿Cómo es que animales como nosotros, con ese defecto ocular, han podido no sucumbir en la lucha por la vida? Porque ver que alguien es alto no es lo mismo que ver que mide al menos tantos milímetros; mas ¿cómo es que nos es útil saber que una cosa es espaciosa, constituyendo tal saber una base para tomar decisiones apropiadas, sin saber exactamente cuánto deba medir la casa para que se le aplique el calificativo 'espaciosa'?

Un tercer inconveniente de esa estrategia de eliminación de términos susceptibles de gradación y comparación estriba en que, de resultar viable en la ciencia —cosa de lo más problemática, según se ha indicado—, el saber científico se vería ya sin raíces en el saber común o vulgar; y esto último no sería saber, sino tosco sucedáneo (ni siquiera aproximación, pues no cabrían aproximaciones si no hubiera, objetivamente, grados). Mas, en ese caso, lo inexplicable sería el haber podido pasar de ese tosco sucedáneo al genuino saber; el haber servido lo uno de trampolín para lo otro, para algo con lo que no tendría nada que ver.

Al fracasar, pues, por esa serie de desventajas que lo aquejan, el expediente de desembarazarse de términos susceptibles de comparación y gradación, la alternativa que pareciera más atractiva —si de lo que se trata es de evitar a toda costa caer en la contradicción— sería renunciar a la regla de apencamiento. Puédese alegar, en efecto, que, para que algo sea afirmable, es menester que sea del todo verdadero, no bastando que sea verdadero en algún grado (doctrina del maximalismo alético). El inconveniente que tiene tal posición es que, a tenor de la misma, quedará validada la *regla de maximalización*, a saber: de "p" cabrá inferir "Es totalmente verdad que p". Ahora bien, si identificamos una oración como 'Hilario es totalmente sincero' con 'Es totalmente cierto (=verdadero) que Hilario es sincero', entonces esa regla nos lleva a concluir, de la premisa que afirma la sinceridad de Hilario, que éste es totalmente sincero —tan sincero, pues, que ya no cabe serlo más. Un corolario de esa regla es ésta otra: del par de premisas "p" y "q" podrá inferir "Es tan verdad que p como que q". Esa es la *regla de equiparancia*. Así, de las premisas 'Laureano es trabajador' y 'Gustavo es trabajador' concluiríamos que tan trabajador es Laureano como Gustavo (si consideramos equivalente 'Es tan verdad que Laureano es trabajador como que Gustavo es trabajador' y 'Laureano es tan

trabajador como Gustavo'). Desgraciadamente, los enfoques hoy usuales en la lógica de lo difuso, inaugurados por Lofti Zadeh, pese a su indudable interés, están aquejados por el maximalismo alético y conducen a esos resultados intragables (regla de maximalización y regla de equiparancia). Tales resultados pueden, desde luego, defenderse. Pero lo difícil es hacerlos compatibles con un enfoque que acepte grados, que reconozca propiedades que se dan por grados y son, pues, susceptibles de ser atribuidas matizada y también comparativamente.

Un modo de obviar esas dos consecuencias, en lo que parecen tener de inaceptable, y no obstante seguir manteniendo el maximalismo alético es rechazar que se dé equivalencia entre una oración como 'Benigno es totalmente serio' y 'Es totalmente cierto [=verdadero] Benigno es serio'; y similarmente rechazar que equivalgan 'Abilio es más valiente que Sergio' y 'Es más verdadero [= más cierto] que Abilio es valiente que no que sea valiente Sergio'. A tal rechazo lo denominaremos 'antiextraccionismo', y a la postura contraria 'extraccionismo' —porque permite "extraer" los "adverbios" de matiz o grado del interior de la oración, prefijándolos a toda oración, o, más exactamente, prefijando a la oración el resultado de colocar en 'Es... verdad que' el "adverbio" en cuestión.

Si aceptamos a la vez el antiextraccionismo y el maximalismo alético, lo que diremos será, no que, p. ej., para que sea afirmable 'Aurea es bella' deba ser Aurea totalmente bella, sino que, para que sea afirmable tal oración, será menester que sea totalmente verdad que Aurea es bella; mas, de aceptarse el antiextraccionismo, esto último es compatible con que Aurea no sea totalmente bella.

Bien, mas entonces ¿hay grados de verdad o no? El antiextraccionista puede seguir abogando por grados de verdad, pero, aunque no haya incoherencia en esa doble postura, sí hay una dificultad, a saber: que, si los grados de verdad de oraciones que atribuyen una misma propiedad a diversos objetos no equivalen a que esos diversos objetos ejemplifiquen en sendos grados esa propiedad, entonces no se ve en qué podrían consistir tales grados de verdad: ¿será igualmente verdad que Aurea es bella que el que Sabina es bella, pese a que —supongamos— Sabina sea más bella que Aurea? Si sí, entonces ¿en qué casos podrá suceder que una oración como 'Aurea es bella' sea menos verdadera que una como 'Sabina es bella'? Una posible respuesta es que tal diferencia entre los grados de verdad de esas dos oraciones se dará si la diferencia entre el grado de belleza de Sabina y el de Aurea es suficientemente grande. Pero semejante respuesta resultaría sumamente problemática. Porque,

si en principio no son equivalentes 'Aurea es ---mente bella' y 'Es ---mente verdad que Aurea es bella' (donde los guiones se han de reemplazar con un adjetivo de grado), entonces no se ve por qué a partir de cierto umbral en la oscilación del grado de ejemplificación de la propiedad por el sujeto se va a dar una oscilación en el grado de verdad de la oración que atribuye la propiedad al sujeto en cuestión.

Además, si se admiten grados de verdad, si se admite que una oración como 'Aurea es bella' puede ser menos verdadera que una como 'Sabina es bella', siendo así y todo verdadera en algún grado, entonces surge el problema de que —si seguimos aferrados al antiextraccionismo— parece perderse el carácter redundante o pleonástico del operador 'Es verdad que'; porque, si se admite ese carácter, entonces es que la verdad de que sea bella Aurea es, ni más ni menos, la ejemplificación de la belleza por Aurea; así pues, el que Aurea sea apreciablemente bella —el que ejemplifique en medida apreciable la belleza— debería ser lo mismo que el que sea apreciablemente verdad que Aurea es bella —y similarmente para los demás adjetivos de matiz o grado. Lo más natural, pues, si se adopta el antiextraccionismo, es rechazar grados de verdad, pese a que puedan aceptarse grados de ejemplificación de ciertas propiedades.

Lo que ocurre es que, sea cual fuere la teoría de la verdad que se adopte, resultará muy difícil engarzarla con una admisión de grados de ejemplificación si es que se aferra uno a ese rechazo de grados de verdad. Una teoría de la verdad muy natural es de tipo tractariano: la verdad de una oración es (consiste o estriba en) la existencia del estado de cosas por ella representado (o significado, o lo que sea), que sería un hecho o estado de cosas. Con arreglo a esta teoría lo que hace verdadera a la oración 'Berta es sabia' es (la existencia de) la sabiduría de Berta. ¿Qué es lo que hará verdadera a la oración 'Berta es sumamente sabia'? La existencia del hecho de que Berta sea sumamente sabia, claro. Pero ¿qué relación se dará entre ambas existencias (la de la sabiduría de Berta y la del ser Berta sumamente sabia)? "Intuitivamente" consideraríamos que la segunda implica a la primera (o sea: que se da a lo sumo en la medida en que se dé la primera); pero eso no queda explicado ni fundamentado si tomamos a la existencia del ser Berta sumamente sabia como un bloque monolítico y sin fisuras, como algo, pues, que no resulta del ser sabia Berta —e.e. del existir la sabiduría de Berta— aplicándole una función de intensidad alética, que sería lo expresado por 'sumamente'.

Si se quiere, pues, ligar con un nexo claro las dos existencias en cuestión, será menester que el ser Berta sumamente sabia sea un

sucedarle algo a la existencia de la sabiduría de Berta; un sucederle ¿qué cosa? La única respuesta clara que se me ocurre es que es el sucederle que es sumamente real, o sea: el ser Berta sumamente sabia sería que la sabiduría de Berta sea sumamente real o existente. Pero, llegados a ese punto, nos topamos con grados de existencia de estados-de-cosas; a esos grados corresponderán, pues, sendos grados de verdad de las oraciones que respectivamente los representan —puesto que, según la concepción tractariana de la verdad, ésta estriba en la existencia del estado de cosas representado por la oración.

Alternativamente, podemos buscar socorro en una teoría de la verdad satisfaccional, a lo Tarski o a la Davidson. Mas, de nuevo, si admitimos modificadores de matiz alético como 'sumamente', 'totalmente' etc., ¿cómo dar cuenta de las condiciones satisfaccionales de verdad de oraciones en que intervengan tales modificadores, sin incurrir en grados de satisfacción —pues, si los aceptáramos, estaríamos de nuevo abocados a grados de verdad—? Porque, si decimos, p. ej., que lo que hace verdadera a una oración como 'Leandro es más rápido que Clemente' es que Leandro satisface más que Clemente el predicado 'él es rápido', entonces será más verdadera la oración 'Leandro es rápido' que la oración 'Clemente es rápido'. Si, por el contrario, no aceptamos grados de satisfacción, pero queremos conservar tanto modificadores de matiz alético como términos susceptibles de gradación y comparación, entonces habrá que tomar el predicado 'es sumamente serio' como un bloque indescomponible, con lo cual se pierde el entañamiento de la satisfacción del predicado 'es serio' por la del predicado 'es sumamente serio' —a menos que se postule tal entañamiento de manera *ad hoc* caso por caso, con una lista infinita de "postulados de significación" a lo Carnap, o con otro expediente similar.

En resumen, si se admiten grados en la ejemplificación de ciertas propiedades —o sea, si se acepta que hay propiedades que se dan por grados—, parece uno llevado a admitir que hay grados de verdad. Y, en ese caso y como vimos, el antiextraccionismo parece quedar en posición más que desairada. (Porque, además, nuestros argumentos muestran no sólo que a los grados de ejemplificación les deben corresponder otros tantos grados correlativos de verdad, sino algo más fuerte: que los unos deben ser idénticos a los otros). Mas, sin el amparo del antiextraccionismo, queda en apuros el maximalismo alético, según vimos más arriba.

Todavía puede articularse una estrategia que, sin entregarse al maximalismo alético, impida el rendirse a la evidencia de la contradicción —presupuesta la admisión de términos susceptibles de

gradaciones y comparaciones—, a saber: reconocer un umbral de lo aseverable con verdad que, siendo inferior a lo que sea ciento por ciento verdadero, esté empero por encima de lo que sea 50% verdadero nada más. Porque podemos pensar que una oración es verdadera en la medida en que su negación sea falsa: si una oración es más verdadera que falsa, su negación es más falsa que verdadera, y viceversa; y, si un 50% verdadera —tan verdadera como falsa—, también lo será su negación. Una de las graves dificultades que asedian a esa estrategia intermedia es que se pierde el metateorema de la deducción, a saber: que, si de “p” puede deducirse “q”, entonces es teorematizada la oración condicional “Si p, entonces q”. Perderíase tal metateorema porque, de reconocerse como umbral de aseverabilidad a alguno que esté por encima de lo 50% verdadero, entonces de “p” se deduciría “Es bastante verdadero que p” (siendo bastante verdadero sólo lo que sea más verdadero que falso), a pesar de que “Si p, entonces es bastante verdadero que p” no podría ser verdad en general (porque suponemos que “Es bastante verdadero que p” es totalmente falsa cuando “p” sea tan falsa como verdadera o más; supongamos, pues, que “p” no es totalmente falsa, pero que sí lo es “Es bastante verdadero que p”, oración que, para simplificar, abreviaremos como “q”; cuando es verdad “Si esto, entonces aquello”, se deduce que, si es totalmente falso aquello, es totalmente falso esto; como es totalmente falso que q, entonces, si fuera verdad que, si p, q, sería totalmente falso que p, contra la hipótesis). Ahora bien, el metateorema de la deducción es una regla merecedora de ser conservada, si las hay.

Fracasada, por ese motivo, la estrategia de medias tintas consistente en admitir grados de verdad, rehusar el maximalismo alético, pero así y todo querer obviar a toda costa contradicciones por el recurso de postular un umbral de aseverabilidad superior al 50%, ya no nos queda sino una única solución: aceptar que el umbral de aseverabilidad sea igual o inferior al 50% de verdad, con lo cual, queramos que no, habremos de aceptar contradicciones verdaderas. Sólo que, si queremos conservar el metateorema de la deducción, deberemos —como se prueba con un argumento idéntico al expuesto pocas líneas más arriba, sólo que cambiando ‘bastante’ por algún otro modificador alético o de matiz veritativo— reconocer a la postre la regla de apencamiento y, con ella, que cuanto no es totalmente falso es verdadero. Por consiguiente, habremos de aceptar que son verdaderas —en uno u otro grado, por pequeño que sea— cuantas antinomias estén formadas por la conyunción de un enunciado con la negación (simple) del mismo, siempre que ese enunciado no sea ni totalmente verdadero ni totalmente falso.

Un sistema copulativo (y, por tanto, normal), $S = \langle V, F, T, R \rangle$ es proficuo ssi cumple la condición siguiente:

3ª) $F \in V$, o sea: hay un functor 'F' de S tal que, para cualesquiera fbs, "p" y "q" de S, valen las condiciones siguientes:

- i) " $p+Fp$ " $\in T$;
- ii) $p+q, Fp \vdash q$ es una inferencia de S;
- iii) " $p.FFp$ " y "p" son intercambiables;
- iv) " NFp " y " FFp " son intercambiables;
- v) " $F(p+q)$ " y " $Fp.Fq$ " son intercambiables;
- vi) " $F(p.q)$ " y " $Fp.Fq$ " son intercambiables;

Se demuestra fácilmente que cualquier sistema proficuo es una extensión de la lógica clásica (tomando 'F' como la (traducción de la) negación clásica).

Un sistema con negación fuerte, 'F', que satisfaga las condiciones indicadas es *superinconsistente* ssi contiene, para algún "p", como teoremas a la vez "p" y "Fp".

La lógica transitiva A_j es un sistema a la vez proficuo y contradictorial. A_j es, como vamos a ver, un sistema correcto y completo. Por lo cual A_j no es superinconsistente ni delicuescente (todo sistema superinconsistente es delicuescente).

EL SISTEMA DE LOGICA TRANSITIVA A_j

Simbolos Primitivos: $\downarrow, H, I, \wedge, B, a$.

Reglas de Formación: 1) a es una fórmula; 2) si p y q son fórmulas, también lo son: $p\downarrow q, Hp, p\wedge q, pIq, Bp$.

Abreviaciones: (/r/ eq /s/ significa que "r" abrevia a "s"):

$/Np/ \text{ eq } /p\downarrow p/ \quad /Fp/ \text{ eq } /HNp/ \quad /p+q/ \text{ eq } /N(p\downarrow q)/ \quad /p.q/ \text{ eq } /Np\downarrow Nq/$

$/pCq/ \text{ eq } /Fp+q/ \quad /p\&q/ \text{ eq } /N(pCNq)/ \quad /Sp/ \text{ eq } /p.Np/$
 $/p\equiv q/ \text{ eq } /pCq..qCp/$

$/1/2/ \text{ eq } /aIa/ \quad /pDq/ \text{ eq } /p.qIp/ \quad /p\%q/ \text{ eq } /pDq.F(qDp)/$
 $/Lp/ \text{ eq } /NFp/$

Semántica para A_j

La semántica más adecuada de las que se han encontrado para el sistema A_j es una semántica algebraica. Empezamos por definir lo que son las álgebras cuasitransitivas, aa.cc.tt. para abreviar:

Un a.c.t. es un dúo ordenado $\langle A, Qt \rangle$, donde A es un conjunto de elementos y Qt es un conjunto de operaciones definidas sobre A , a saber el conjunto $(1, N, H, n, +, \hat{}, I)$ donde: 1 es una operación nularia, N, H y n son unarios y $+, \hat{}, I$ son binarios; siempre y cuando esas operaciones satisfagan los 24 postulados siguientes para cualesquiera miembros de A . Primero, hay que introducir algunas definiciones:

$$/0/ \text{ eq } /N1/ \quad /Sx/ \text{ eq } /x.Nx/ \quad /x.y/ \text{ eq } /N(Ny-Nx)/ \quad /mx/ \text{ eq } /NnNx/ \quad /1/2/ \text{ eq } /1I1/$$

$$/Fx/ \text{ eq } /HNx/ \quad /Xx/ \text{ eq } /x^{\wedge}x/ \quad /xDy/ \text{ eq } /x.yIx/ \quad /a/ \text{ eq } /m0/$$

$$/fx/ \text{ eq } /F(xIa).x/ \quad /Lx/ \text{ eq } /NFx/ \quad /Kx/ \text{ eq } /NXNx/ \\ /Yx/ \text{ eq } /F(nxIx).fSx/$$

También introducimos dos relaciones de orden: $x \leq y$ significa que $y = y + x$; $x < y$ significa que, siendo $x \leq y$, $xIy = 0$. Sea $D = \{x \in A : Fx = 0\}$, o sea: el conjunto de los elementos densos de A .

Postulados (para cualquiera $x, y, z, u, v \in A$)

$$(01) \quad y.x + x = x \quad (02) \quad xIy \leq x.u - zI(y+z..u+z) \quad (03) \quad Hx.Hy = LH(y.x)$$

$$(04) \quad zIy \leq Hx + HzIH(x+y) \quad (05) \quad vIy \leq v^{\wedge}(x.u)^{\wedge}zI(u^{\wedge}z.(x^{\wedge}z)^{\wedge}y)$$

$$(06) \quad x^{\wedge}1 = x \quad (07) \quad x^{\wedge}y \leq y.x \quad (08) \quad x.y.F(x^{\wedge}y) = 0 \quad (09) \quad xIy \in D \text{ ssi } x=y$$

$$(10) \quad 1/2 = N1/2 \quad (11) \quad xIy \leq zIyI(xIz) \quad (12) \quad xIy.Fx.Y = 0$$

$$(13) \quad F(xI0+x) = 0 \quad (14) \quad xIy1/2+(xIyI0) = 1/2 \quad (15).xINy = NxIy$$

$$(16) \quad xDy+(yDnx)+(xImy) = 1/2 \quad (17) \quad F(nmxInx).x = 0$$

$$(18) \quad x^{\wedge}yIa \leq xIa+(yIa) \quad (19) \quad x = XKx \quad (20) \quad nx = x^{\wedge}n1$$

$$(21) \quad nxImx = xIa+(xINa) \quad (22) \quad a < 1/2 \quad (23) \quad fSx.fSy \leq F(x.yI(x^{\wedge}y))$$

$$(24) \quad \forall x.fNz.\forall N(x^{\wedge}mz) = 0$$

Un ejemplo de A.C.T.

Existen numerosos subconjuntos del conjunto de los números reales que están dotados de operaciones en virtud de las cuales esos conjuntos resultan ser aa.cc.tt. He aquí un ejemplo.

Tomemos el conjunto de los números reales u tales que $0 \leq u \leq 1$ y el logaritmo en base 2 de u es racional; o sea: u es una potencia racional no negativa de $1/2$, o bien es 0; a esos números los llamaremos: *números medianos*. Sea u un número mediano y $n=2, 3, \text{ ó } 4$; tomemos el conjunto de tales dúos (u, n) . Encontramos sobre el conjunto de esos dúos una relación de orden tal que, si u, v son números medianos tales que $u < v$, entonces $(u, 2) \leq (u, 3) \leq (u, 4) \leq (v, 2) \leq (v, 4)$. Llamamos en adelante *elementos aléticos* a aquellos dúos x con la composición indicada tales que $(0, 3) \leq x \leq (1, 3)$. Encontramos ahora las siguientes operaciones sobre el conjunto A de los elementos aléticos; sean x, z elementos aléticos cualesquiera (siendo u, v números medianos): si $x = (v, i)$, entonces: $Nx = (v', i')$, donde $i' = 4$ si $i = 2$, $i' = 3$ si $i = 3$, $i' = 2$ si $i = 4$, en tanto que $v' = 1$ si $v = 0$, $v' = 0$ si $v = 1$, y $v' = 2 \log_2 v$ (el resultado de elevar 2 al logaritmo en base v de 2), si $0 \neq v \neq 1$; $Hx = (1, 3)$ ssi $x = (1, 3)$ y, si no, $Hx = (0, 3)$; si $0 \neq u \in x$, entonces $nx = (u, 2)$, mientras que, si $0 \in x$, $nx = x$; $x+z = \max(x, z)$; si $u \neq 0$ y $0 \neq v$ entonces $(u, 2) \wedge z = z \wedge (u, 2) = (uxv, 2)$; si $u \in x$ y $3 \in x$ y $v \in z$ y $3 \in z$, entonces $x \wedge z = (uxv, 3)$; si $0 \neq u \in x$ y $4 \in x$ y $0 \neq v \in x$ y $2 \in z$, entonces $x \wedge z = z \wedge x = (uxv, 4)$; si $x \neq (0,3)$, entonces $x \wedge (0,4) = (0,4) \wedge x = (0,4)$; $x \wedge (0,3) = (0,3) \wedge x = (0,3)$; finalmente tenemos que $xIz = (1/2, 3)$ ssi $x = z$, y, si no, $xIz (0,3)$. El 1 algebraico en esta a.c.t. de los elementos aléticos es $(1,3)$.

Podemos encontrar infinitas aa.cc.tt. por ese tipo de procedimiento, unas de ellas isomórficas con el álgebra de los elementos aléticos y otras no isomórficas con ella. (Un álgebra que no es isomórfica con ella pero de la cual es esa álgebra una subálgebra es aquella en que partimos, no de los números medianos, sino de todos los números reales u , $0 \leq u \leq 1$; y hay infinidad de álgebras intermedias entre ambas que son también aa.cc.tt. Otro procedimiento alternativo, que fue el primero en ser utilizado en la investigación semántica sobre la lógica transitiva, fue la utilización de recursos tomados del análisis no estándar de Robinson en lugar de dúos numéricos: en tal utilización se toma, eso sí, un único infinitésimo, sea el que fuere. Detalles de todo eso aparecen en trabajos citados en la bibliografía, como (P:05), (P:06), (P:07), (P:10) y (P:11).

Álgebras Transitivas

Si $\langle A, Qt \rangle$ es un a.c.t. entonces $\langle A, T \rangle$ es un álgebra transitiva, a.t. para abreviar ssi T es la unión de Qt con (B) , siendo B una operación

monádica para la que vale el siguiente postulado, que será el 25°, a saber: para cualquier $x \in A$: o bien $x + a = x = Bx$ o, si no, $a.x \neq a$ y $Bx = 0$.

Valuaciones; Robustez y Completez de A_j

Sea v una función del conjunto de fórmulas de A_j a un conjunto A tal que $\langle A, T \rangle$ es un a.t. Entonces v es una *valuación* de A_j ssi, para cualesquiera fórmulas p, q de A_j , se tiene: ' $v(p \downarrow q) = Nv(p).Nv(q)$; $v(p \uparrow q) = v(p) \uparrow v(q)$; $v(p \wedge q) = v(p) \wedge v(q)$; $v(Hp) = Hv(p)$; $v(a) = a$; $v(Bp) = Bvp$; (En cada una de esas ecuaciones, en el miembro de la izquierda un signo es un símbolo de A_j y, si figura en el de la derecha ese mismo símbolo éste denota entonces a un operador del a.t. en cuestión). Una fórmula p de A_j es válida ssi cada valuación v de A_j que tenga como campo de valores (contradominio) a un a.t. cualquiera es tal que $v(p)$ es un *elemento denso*. Y cabe demostrar que todo teorema de A_j es una fórmula válida (o sea: A_j es un sistema robusto) y que toda fórmula válida de A_j es un teorema (o sea: A_j es un sistema completo).

El Cálculo Cuantificacional A_q

Emplearemos las notaciones siguientes:

$p[\bar{x}]$ hace las veces de alguna fórmula, " p ", en la cual hay ocurrencias libres de la variable ' x '.

$p[\bar{x}/\bar{y}]$ hace las veces del resultado de sustituir, en la fórmula " p " cada ocurrencia libre de ' x ' que haya por una ocurrencia libre de ' y '.

$p[\bar{x}]$ hace las veces de una fórmula, " p ", en la cual no haya ocurrencia libre de alguna de ' x '. (Esta indicación se colocará a sólo una de las ocurrencias de una fórmula en un esquema dado, pero afecta a todas esas ocurrencias, por supuesto).

En lo que precede, lo mismo que en las definiciones que siguen, se emplean las variables como metavariables.

Símbolos de A_q

Los mismo que los de A_j más los siguientes: las variables $x, y, z, u, v, x', y', \dots, x'', \dots, x^3, \dots, x^4$; y el signo ' U ' (que es el prefijo del cuantificador universal).

Reglas de Formación de A_q

Las mismas de A_j más las siguientes:

1ª) Si “p” es una fbf, también lo son “Uxp”, “Uyp”, “Uzp”, “Uup”, “Uvp”, etc.

2ª) La concatenación de dos variables (x, y, ...) cualesquiera es una fbf.

“Uxp” se lee: Todo ente, x, es tal que p. Y una fórmula como ‘xz’ se lee: ‘x ejemplifica a z’, o ‘x es miembro de z’.

Definiciones

$/Exp/ \text{ eq } /NUx(1 \hat{N}p)/$

Esquemas Axiomáticos de Aq

Los mismos que los de Aj más el siguiente:

A08 $Ex(Uxq \hat{p})IUx(Exp \hat{q})..Ux(p \hat{q})D(Uxp \hat{q})..Uxs\%r | \overline{x} | CEx$
 $(s\%r)..Uxp.ExqDEx(p.q)..UxFpDFExp..nr\%rCEx(rDExpD.rDp)$

Reglas de Inferencia

Las mismas que en Aj más las siguientes:

rinf03 $p|-q$ con tal de que “q” sea el resultado de reemplazar, en “p”, una subfórmula de “p” por una variante alfabética de esa subfórmula.

rinf04 $p|-q$ con tal de que “p” sea un teorema de Aq y haya dos variables tales que “q” sea el resultado de reemplazar uniformemente en “p” cada ocurrencia libre de la primera de esas dos variables por una ocurrencia también libre de la segunda de esas dos variables.

rinf05 $p|-q$ con tal de que “p” sea un teorema de Aq , y “q” sea el resultado de prefijar a “p” un número finito de cuantificadores universales.

(Un cuantificador universal es una secuencia formada por el signo ‘U’ seguido de una variable). Las nociones de ocurrencia libre y variante alfabética son las corrientemente admitidas en lógica.

Valuaciones de A_q

Una valuación de A_j en un álgebra transitiva es extendida para constituir una valuación de A_q del siguiente modo: definimos ante todo la noción de x -variante (siendo ' x ' una variable cualquiera): una valuación, v , es una x -variante de una valuación v' , ssi para cada fbf, " p ", que no contenga a la variable ' x ', $v(p) = v'(p)$. Con arreglo a esa definición, una valuación, v , de A_q será una valuación de A_j en un álgebra transitiva ssi cumple la condición siguiente:

$$v(Uxp) = \inf\{u : \text{hay alguna valuación } v' \text{ que es una } x\text{-variante de } v \text{ y tal que } u = v'(p)\}$$
 (donde ' \inf ' significa 'el elemento ínfimo del conjunto').

Con respecto a A_q puédesse probar, como para A_j , que es un sistema robusto y completo; para ello se recurre a la noción de álgebras *transitivas cuantificacionales*. Pero la mayor complejidad técnica del asunto nos lleva a dejar aquí de lado tales desarrollos.

Para cerrar esta Sección, conviene decir unas palabras sobre el problema de los diversos tipos de w -inconsistencia. La noción clásica de w -inconsistencia es que es w -inconsistente un sistema S ssi hay una fórmula " $p|\underline{x}$ " tal que, para cada signo individual " y ", " $p|\underline{x}/y$ " es un teorema de S , aunque, sin embargo, " Exp " también es un teorema de S . (El signo ' \sim ' es una negación dada). Si un sistema es negacionalmente inconsistente, es también w -inconsistente. Ahora bien, al haber varias negaciones, y varios signos de afirmación, hay también diversos tipos de w -inconsistencia. Cabe distinguir, en particular, una w -inconsistencia fuerte de una w -superinconsistencia, como sigue. Un sistema S es fuertemente w -inconsistente ssi S contiene una fbf, " $p|\underline{x}$ " tal que, para cada signo individual, ' y ', si se añadiera a S el teorema " $p|\underline{x}/y$ ", el resultado sería delicuescente, aunque, sin embargo, " Exp " es un teorema de S . Para un sistema como A_q cabe dar otra definición, demostrablemente equivalente, de w -inconsistencia fuerte: un sistema S que sea una extensión de A_q es fuertemente w -inconsistente ssi hay una fbf de S , " $p|\underline{x}$ ", tal que, para cada signo individual, ' y ', " $\text{FBp}|\underline{x}/y$ " es un teorema de S , pero, a la vez, " Exp " y, por consiguiente, también " BExp ") es un teorema de S .

En cambio, un sistema S es w -superinconsistente (en sentido estricto) ssi S tiene una fbf " $p|\underline{x}$ " tal que, para cada signo individual, ' y ', " $p|\underline{x}/y$ " es un teorema de S , pero el añadir a los axiomas de S la fórmula " Uxp " haría delicuescente al sistema resultante.

La diferencia central entre ambos tipos de w-inconsistencia estriba en lo siguiente. Un sistema fuertemente w-inconsistente puede contener la regla *w*, que dice que, si para cada constante individual, 'y', " $p|x/y$ " es un teorema, entonces también lo es " Uxp ". (Es una regla que no entra en lo que se admite comúnmente como reglas de inferencia, porque el número de premisas puede que sea infinito; así y todo, es una regla útil y, sin duda, correcta: si de cada cosa, por separado, es verdad que tal cosa es tal que *p*, entonces es también verdad que todo es tal que *p*). En cambio, de introducirse la regla *w* en un sistema w-superinconsistente en sentido estricto, el sistema se desmoronaría (resultaría delicuescente).

En un sentido lato, un sistema *S* es w-superinconsistente bajo cierta valuación *v* ssi hay alguna fbf de *S*, " $p|x$ ", tal que: 1º) para cada constante 'y', $v(p|x/y)$ es un valor de verdad *designable* (donde un valor de verdad, *u*, se dice que es designable ssi para cualesquiera fórmulas "q" y "r" y cualquier valuación *v'*, si $v'(q) = u$ y $v'(q.r) = 0$, entonces $v'(r) = 0$); 2º) $v(Uxp) = 0$. Un sistema es w-superinconsistente en sentido lato ssi es w-superinconsistente, en sentido lato, bajo alguna valuación admisible —a tenor de la semántica que lo caracterice—.

El inconveniente de los sistemas w-superinconsistentes en sentido lato es el mismo que el de los sistemas w-superinconsistentes en sentido estricto: no pueden soportar la regla *w*, pese a que tal regla —aunque sea inoperante como regla de inferencia— es, sin duda, objetivamente justa, y cualquier ser inteligente capaz de razonar a partir de un número infinito de premisas podría usarla con fundamento objetivo sin pasar nunca de un conjunto de premisas verdaderas a una conclusión totalmente falsa —en eso estriba la corrección de la regla—: si cada ente por separado es así o asá, entonces es verdad que todos los entes son así y asá.

Las consideraciones que preceden nos muestran la necesidad de adoptar, como lógica de lo difuso, una lógica con un grado ínfimo de verdad —lo expresado por 'a' en Aq —, en vez de una lógica cuyas álgebras características sean tales que sea 0 el ínfimo de los elementos *x* tales que $0 < x$.

Derívanse, por los demás, de las reflexiones precedentes interesantes moralejas que esclarecen el debate sobre cuantificación sustitucional vs. cuantificación objetual. Pero ese asunto cae fuera del ámbito del presente ensayo.

Sección 3ª. OTROS MOTIVOS FILOSOFICOS A FAVOR DE LA ADOPCION DE UNA LOGICA PARACONSISTENTE

Voy a enumerar escuetamente en esta Sección trece motivos más que abonan a favor de la adopción de una lógica paraconsistente.

En verdad todos los motivos que voy a enunciar pueden recapitularse bajo el de la existencia de lo difuso, de lo gradual. Pero, si bien desde el ángulo *transitivista* (el que hace hincapié en la existencia de transiciones, de estados intermedios que están, a la vez, dentro y fuera de un determinado recinto) todos esos diversos temas son facetas de la transitividad o gradualidad de lo real, no siempre han sido vistos así, en la historia de la filosofía; y pueden entenderse como problemas aparte.

1. Ante todo, cabe aducir el viejo problema de la mudanza, del movimiento, tal como queda capturado en la paradoja zenoniana de la flecha. Una solución gradualista contradictorial podría proponerse según las líneas que siguen. (No es seguramente baldío señalar que, si es correcta nuestra solución, trátase exactamente de una de las contradicciones verdaderas contempladas por von Wright en (V:03). Podemos concebir que a un móvil, x , que durante un lapso, 1 , se desplaza a lo largo de un trecho, e (supondremos, para simplificar, que el desplazamiento es ininterrumpido y no comporta marchas atrás ni circunvalaciones, y que la velocidad es constante), corresponde una función, ϕ , tal que, para un subtrecho *cualquiera*, e' , de e , que sea de dimensión igual o superior a la de x y para un sublapso cualquiera, $1'$, de 1 $\phi(x \text{ está en } e' \text{ en } 1') = u$, donde u es un grado de verdad verdadero y falso a la vez pero igual o mayor que cierto grado o valor de verdad fijo dado de antemano, v ; cumpliéndose las cinco condiciones siguientes: 1) cuanto mayor es la velocidad del movimiento, menos diferencia hay entre esos diversos valores u , que tienden entonces a agruparse en las cercanías del valor central, $1/2$, tan verdadero como falso; 2) cuanto más alejado está el subtrecho e' del subtrecho e'' , más acusada diferencia hay entre $\phi(x \text{ está en } e' \text{ en } 1)$ y $\phi(x \text{ está en } e'' \text{ en } 1)$, al elevarse el primero de esos valores por encima del valor $\phi(x \text{ está en } e \text{ durante } 1)$; 3) sea e' un subtrecho de e —de dimensión igual por lo menos a la de x —: a e' corresponde un sublapso, $1'$, de 1 tal que, si $1''$ es un sublapso de 1 que no sea sublapso de $1'$ y del cual no sea sublapso $1'$, entonces $\phi(x \text{ está en } e' \text{ en } 1'') < \phi(x \text{ está en } e' \text{ en } 1')$ (siendo la diferencia tanto mayor cuanto mayor distancia temporal haya entre $1'$ y $1''$); 4) sea $1'$ un sublapso de 1 : a $1'$ corresponde un subtrecho, e' , de e tal que, si e'' es un subtrecho de e exterior a e' (o sea: que no se superponga con e' ni siquiera parcialmente), entonces $\phi(x \text{ está en } e'' \text{ en } 1') < \phi(x \text{ está en } e' \text{ en } 1')$ (siendo la diferencia tanto mayor cuanto mayor distancia

locativa haya entre e' y e''); 5) cualquier posición e' , situada fuera del trecho e es tal que, para cualquier sublapso, $1'$, de 1 se tendrá $\phi(x \text{ está en } e' \text{ en } 1') \neq v$ (siendo —¡recuérdese!— v un cierto grado de verdad fijado de antemano).

La 5ª. condición (que a lo mejor debiera ser flexibilizada) captura la idea de que, durante su movimiento, el móvil está más en los lugares por los que transcurre el cambio que en cualquier otro lugar. Las demás condiciones capturan el acercamiento y alejamiento del móvil respecto de las diversas partes de trecho de su recorrido, así como la continuidad del movimiento.

Mutatis mutandis, pudiera decirse otro tanto con respecto a diversos tipos de devenir o de transformación. Tenemos, pues, que cualquier mudanza es un caso de transición, o transitividad (de gradualidad), mas no a la inversa: sólo es una mudanza, o un cambio, una transición, o gradualidad, en que se den las condiciones arriba enumeradas, con las debidas adaptaciones a cada caso —y tal vez con algunas variantes o desviaciones de las condiciones señaladas en determinados casos; pero siempre que se cumplan algunas condiciones de indole similar.

Por ello, durante cada sublapso del período de cambio, el cuerpo u objeto que está experimentando el cambio a la vez tiene la característica (locativa u otra) afectada por el cambio y no la tiene. (Pero lo inverso no es verdad: no basta que un objeto tenga y no tenga una característica en un momento para que esté entonces sufriendo un cambio con respecto a la tenencia de tal característica).

La razón que nos empuja a esta concepción contradictorial del cambio estriba en algo de lo cual constituye tan sólo una manifestación, o una faceta, la paradoja de la flecha; a saber: que el cambio no puede consistir en un mero carecer primero, por completo, de una característica (ubicación o lo que sea) y poseerla luego por entero; o sea: no puede consistir en una mera yuxtaposición, o contigüidad temporal, entre dos estados incompatibles entre sí. Antes bien ha de comportar un tránsito, un pasar del primer estado al segundo, en el cual tránsito se imbriquen y estén, en algún grado, presentes ambos estados contradictorios entre sí. El cambio no puede, por consiguiente, consistir en una sucesión de estados incompatibles entre sí, pero cada uno estático (como si la noción de sucesión no envolviera, ya ella, tránsito con imbricación mutua de lo anterior y lo posterior).

Pero tampoco es el cambio un *tertium quid* en el cual no se dé, en medida alguna, ni el estado anterior ni el posterior. (Por ello me parece

equivocada la solución de Ajdukiewicz —vide (S:01), pp. 218-9—, consistente en decir que el móvil no está en lugar alguno sino que *pasa*. ¿Es ese “pasar” algo irreducible a, y no relacionado con, el *estar-en*?). Y similarmente con respecto a cualquier otro cambio o mudanza, en particular con respecto a la evolución de las especies. No se concibe la historia de la vida como *evolución* si se ve en la arqueopterix un *tertium quid* que no fuera ni reptil ni ave, en absoluto. En verdad, es ambas cosas a la vez.

Por lo demás —y en honor a la verdad— hay que decir que la celebrada solución de Ajdukiewicz no tiene nada de original y fue propuesta por Theodor Gomperz en su voluminoso estudio *Griechische Denker* (Leipzig, 1896-1909); y es la respuesta común entre los neoescolásticos, como el P. Hellín (cf., p. ej. (H:01), p. 145). De un cariz similar, pero más sutil, es la solución que propusiera Spinoza en sus *Principia Philosophiae Cartesianae* ((S(02), pp. 292-4). La solución de Spinoza prefigura las menos obviamente rechazables soluciones contemporáneas.

Lo esencial de la respuesta spinoziana estriba en sostener que, a lo largo de su trayectoria, no hay ningún momento durante el cual el móvil está en un lugar, pues un momento no puede ser un tiempo tal que no pueda existir otro menor (dado que no se da ningún tiempo semejante —Spinoza comprende que, de darse se plantearía la paradoja de que el movimiento constara de sucesivos estados de quietud sin verse cómo podría, en tal caso, *pasar* el móvil de uno de ellos a otro—); ahora bien, siendo cada momento un lapso de tiempo arbitrariamente pequeño, pero tal que siempre hay otros más pequeños que él y que son partes de él, hay que admitir que en cada momento, durante su desplazamiento, el móvil ocupa y abandona determinados(s) lugar(es).

Spinoza cree que ha solventado de ese modo la dificultad y que ha sido una respuesta suficiente e idónea a la paradoja zenoniana de la flecha. Pero se equivoca. Precisamente su “solución” pone al desnudo que el móvil, a la vez que ocupa un lugar, lo abandona (y eso es contradictorio). Y cabe decir ‘*a la vez*’ o ‘*simultáneamente*’ (al mismo tiempo) porque es al mismo tiempo, en el mismo momento. Y no se diga que ambas cosas suceden en dos momentos diversos, ya que, por más pequeño que sea el lapso de tiempo escogido como “momento”, siempre habrá *en ese lapso* algún lugar que el móvil ocupa durante el lapso, y también abandona, asimismo durante el lapso. Luego será cierto que *al mismo tiempo* (o sea: a la vez, simultáneamente) posee las dos propiedades opuestas entre sí de ocupar un lugar y de abandonarlo. Justamente la inexistencia de instantes intemporales de duración nula

trae consigo la imposibilidad de dar un sentido a la expresión 'simultáneamente' (y sus sinónimos 'a la vez' y 'al mismo tiempo') diverso del de 'durante el mismo lapso de tiempo'. Ahora bien, es durante el mismo lapso de tiempo cuando el móvil ocupa el lugar y lo abandona, y, por tanto, lo ocupa sin ocuparlo.

Lo que apunta Spinoza pone de manifiesto por qué no podemos aceptar como solución de la paradoja zenoniana de la flecha la que consiste en rechazar la existencia de lapsos y en asignar a cada instante de duración cero una posición fija única; porque, entonces, el movimiento se reduciría a una serie de situaciones de quietud; y, además, en vez de ser continuo, estaría infinitamente interrumpido. (Nuestra solución no contempla la conveniencia de postular la existencia de instantes de duración nula; pero es fácil extender nuestro tratamiento de manera que se acepten, además de lapsos, instantes; como el asunto conlleva alguna complicación técnica, me abstendré aquí de entrar en él).

2. Hay toda una constelación de problemas en torno a la relación de identidad: ¿Cómo pueden dos cosas ser la misma? ¿Y cómo puede haber una relación *entre* una cosa y *sí misma*, a menos que se dé alguna alteridad, o cuasidualidad, de la cosa con respecto a sí misma? Mas, de darse tal alteridad, ello quiere decir que la cosa no es enteramente idéntica a sí misma, o sea: que, en uno u otro grado, es *no idéntica a* (distinta de) sí misma. Esa es la contradictoriedad de la relación de identidad tratada por Heráclito, por Platón, por Hegel y, a su manera, replanteada por Wittgenstein en el *Tractatus*.

Otro prolema relacionado con la identidad es el de los llamados contextos opacos. Razonando según patrones usuales de inferencia y a partir de premisas, aparentemente al menos, verdaderas, llegamos a la conclusión de que, por ser idénticos entre sí Fray Gabriel Téllez y Tirso de Molina, hay quien sabe y *no sabe* que Fray Gabriel Téllez escribió "La villana de Vallecas". Mas de esta conclusión, podemos deducir que Fray Gabriel Téllez es, y no es, el mismo ente que Tirso de Molina (empleando la siguiente regla de inferencia: $p/\bar{x}/, Np/\bar{x}/\bar{y}/ \vdash N(x=y)$ (donde, obviamente, 'N' es el functor de negación simple o débil; los otros símbolos no parecen requerir explicación). Pero esta conclusión no hace sino confirmar la anteriormente alcanzada, a saber: que cada autoidentidad, por ser relacional y envolver alguna alteridad, es siempre *parcialmente* falsa.

A esa constelación de problemas sobre la identidad pertenecen también la cuestión de la identidad a través del tiempo y otras más,

cuya solución no parece tan sencilla; pero, en cualquier caso, la aceptación de la contradictorialidad es susceptible, si no de constituir una solución global de tales problemas exclusivamente por sí sola, sí de formar parte de una solución que comporte varios componentes combinados.

3. Otro de los focos clásicos de surgimiento de contradicciones es el transcurso del tiempo. En el momento en que escribo estas líneas, ¿ha transcurrido el año 1983? La respuesta más probable sería: en parte sí, en parte no. Mas ¿qué se quiere decir con eso? Porque no se preguntaba si ha transcurrido una parte (un sublapso) del año 1983, sino si ha transcurrido ese mismo año. Si, al decirse 'en parte ha transcurrido' se significa que ha transcurrido una parte del año, la respuesta no viene a cuento. Para que sea pertinente, la respuesta debe significar lo mismo que 'Es parcialmente verdad, y también parcialmente falso, que ya ha transcurrido el año 1983', Mas, aplicando ahora la regla de apencamiento (y dando por sentado que "Es parcialmente verdad que p" implica "Es, hasta cierto punto por lo menos, verdad que p"), concluimos que, en este rato, el año 1983 ya ha transcurrido y todavía no ha transcurrido. El transcurrir del tiempo es, pues, algo contradictorio. Y, por ende, lo son también las relaciones de simultaneidad y anterioridad. Podríamos sentar como principio (acaso definicional) que dos lapsos que no se superponen (o sea: tales que no suceda en absoluto que uno de ellos es un lapso del otro) son tales que el primero es anterior al segundo en la misma medida en que no es verdad que el segundo sea anterior al primero. Con ello alcanzaríamos varios resultados interesantes, como son los siguientes: 1) cada lapso, pese a que, en cualquier instante del mismo, ha transcurrido ya parcialmente y, a la vez, es también parcialmente verdad que todavía no ha transcurrido, constituye una unidad de tiempo, un presente, —el presente no puede ser un instante, sino que es un trecho con duración, con espesor temporal—, 2) cada lapso sería, en la misma medida, anterior y posterior respecto de sí mismo —y en eso estribaría su simultaneidad consigo mismo—; 3) ningún lapso sería totalmente anterior ni totalmente posterior respecto de otro, lo cual quiere decir que alguna cuasisimultaneidad se da entre cualesquiera dos lapsos; eso permitiría dar una solución a las dos paradojas de S. Agustín (sobre el pasado y el futuro, que deben estar en, o con, el presente) y de Bergson (acerca de cuándo tiene lugar un acontecimiento que se produce a lo largo de un período, o sea: en qué momento es el acontecimiento simultáneo respecto de sí mismo; no veo cómo puede solucionarse ese problema en una teoría de la temporalidad que no acepte lapsos, sino tan sólo instantes).

4. Otro de los grandes problemas filosóficos es el de apariencia vs. realidad ¿No cabe encontrar un puente entre ambos? ¿No puede echarse una mano, para solucionar ciertas dificultades de la teoría del conocimiento, de esas ideas de transición y de contradictorialidad? Que las percepciones sensoriales conllevan contradicciones es algo que, con saña, han recalcado los escépticos —y también los idealistas— de todos los tiempos. El vino que sabe amargo y dulce —a diversas personas, o a la misma en diferentes momentos— ¿no es, a la vez, dulce y amargo, y, por ende, dulce y no dulce? Puede decirse que no, porque la apariencia es bajo aspectos diversos o en relación a personas diferentes; pero, ¿no se aplica aquí una regla de cercenamiento plausible? (Cf. infra, punto 6 de esta Sección) Los tropos de los pirronianos son, a este respecto, muy elocuentes —como también lo son los argumentos de Berkeley—. (Y también cobran, con este punto, pertinencia las objeciones de Russell contra el realismo ingenuo, basadas en el problema de las propiedades secundarias). No en balde consideraba Hegel al escepticismo antiguo como una doctrina que vehiculaba un mensaje contradictorio. Eso es particularmente claro con respecto a Enesidemo, según Sexto Empírico (vide la aguda obra de Brochard, (B:03) pp. 331 ss): las contradicciones de los sentidos, y en general las contradicciones del conocimiento, nos llevan a la conclusión de que la realidad misma es contradictoria (conclusión opuesta a la de quienes deducen de tales contradicciones que ese conocimiento sensorial o intelectual es un pseudoconocimiento, y que sólo hay conocimiento dentro de un recinto restringido, bien delimitado y menos ambicioso, en el cual se han evacuado las contradicciones; y es que el modus ponens de una persona es el modus tollens de otra).

Así, una aceptación de la contradictorialidad puede contribuir a la defensa de una forma de realismo ingenuo y directo. Pero lo único a lo que nos compromete el realismo es a sostener que cada vez que un objeto se muestra a nuestros sentidos como poseyendo cierta característica o propiedad, el objeto la posee efectivamente; sólo que puede que la posea en medida exigua, o, en todo caso, en medida inferior a aquélla en que posee una propiedad opuesta a ella. (Y, si aceptamos no sólo grados, sino también aspectos o ámbitos de verdad —perspectivas ónticas—, entonces podemos añadir que, a lo mejor, los aspectos o ámbitos de lo real en que el objeto posee en medida elevada esa propiedad son secundarios, con respecto a aquéllos en que la posee en la escasa medida; esa noción de ámbitos o aspectos de lo real, que aquí no desarrollaré pero a la que juzgo enormemente fecunda, es afín a algunas ideas de Rescher y Brandom, expuestas en (R:01).

5. Otro problema de la teoría del conocimiento en el que puede prestar sus servicios un planteamiento gradualista contradictorio es el de lo tocante a la existencia de grados de conocimiento. Podemos entender por 'conocimiento' o bien una opinión verdadera, o bien una opinión verdadera justificada, o bien, por último, algo más fuerte. Personalmente me inclino por la primera alternativa, pero, en todo caso, prefiero la segunda a la tercera. La búsqueda de un algo suplementario que sea condición sine qua non para que se dé conocimiento está —me parece— motivada por no haberse tenido en cuenta que hay grados de justificación —y, si la justificación es un requisito para el conocimiento, grados de conocimiento—. Además, hay grados de conocimiento también aunque la justificación no sea un requisito para el conocimiento. Porque, de un lado, si hay grados de verdad, la opinión puede ser más o menos verdadera; y, de otro, hay grados de opinión, o de *convicción*: la convicción puede ser más o menos real —al compás de su mayor o menor fuerza y arraigo en la mente—. Quizá eso nos dé una pauta para entender la concepción cusana de la docta ignorancia: quizá aquello en que tengan razón los que exigen que se incluya *justificación* en la definición de 'conocimiento' es que, sin plena justificación, no hay pleno conocimiento; y, entonces, aprendemos a ser modestos y a darnos cuenta de que nuestro conocimiento no es nunca plenamente real o verdadero, que es siempre irreal en mayor o menor medida —siempre algo ignorante—, pues siempre tiene un carácter conjetural; y ello por fuerte que sea nuestra convicción —aunque probablemente ninguna convicción es ciento por ciento fuerte o real; de ahí la (mayor o menor) fugacidad e inestabilidad de nuestras convicciones.

6. Muy a menudo, surgen contradicciones "aparentes" en nuestro pensamiento sobre lo real. El broquel con el cual se ha tratado, desde Aristóteles, de esquivar esas amenazas de contradicción lo constituye el añadir a los enunciados mutuamente contradictorios "en-cuanto" u otras cláusulas circunstanciales que permitan deslindar bajo qué aspectos es verdadera la afirmación y bajo cuáles lo es la negación. Ese procedimiento comporta inconvenientes. Pero, además, el modo usual de razonar es el inverso: se atiende a una regla de cercenamiento que dice que, si algo es verdad en tales y cuales circunstancias, entonces es verdad (a secas), o, por lo menos, es relativamente verdad. Esa regla es heurística, en la medida en que, más que autorizar determinadas aplicaciones automáticas, lo que hace es dar una pauta a la búsqueda de reglas específicas de cercenamiento. Mas, sea como fuere, parece más razonable escoger un sistema que permita una proliferación de reglas de

cercenamiento —aunque sea con ciertas restricciones, o con el aditamento de alguna partícula que exprese determinado matiz de verdad— que no escoger un sistema —como la lógica clásica— que terminantemente prohíba cualesquiera reglas de cercenamiento, so pena de deliscuescencia o endeblez del sistema (e.d. de incoherencia).

Así, p. ej., Platón acepta —según Vlastos (V:01)— cinco fundamentos para reconocer contradicciones en el mundo sensible; p.ej. hay cosas que poseen una propiedad en un momento y una propiedad opuesta a ella en otro; y hay cosas que poseen una propiedad con relación a —en comparación con— determinado ente, poseyendo la propiedad complementaria con relación a otro ente; etc. En todos esos casos, cabe arguir —y es ésta mi interpretación— que el propio Platón aplica una regla de cercenamiento y concluye que, hablando no relativizadamente, la cosa en cuestión posee, a la vez, la propiedad dada y el complemento de la misma, razón por la cual posee y no posee esa propiedad. (Por lo demás la regla: x es más y que z | x es y y se deriva de nuestra regla de apencamiento; la llamaremos 'regla de Platón para los comparativos').

7. La esfera de los valores y deberes parece plagada de contradicciones. Por supuesto, muy sutiles soluciones se han propuesto, en no pocos casos, para obviar esas contradicciones, relegarlas al rango de meramente aparentes, o descartarlas. La casuística derrochó prodigios de agudeza en esa empresa, condicionalizando con prótasis cada vez más largas a cada afirmación de deber o de contradebber. Pero ¿no parece más viable y más plausible aceptar otro camino, el de un gradualismo contradictorial, en el cual haya grados de obligatoriedad, aunque reconociendo que cuanto sea, en uno u otro grado, obligatorio es obligatorio (a secas; entiéndase bien que ser obligatorio a secas no es, ni muchísimo menos, lo mismo que ser totalmente obligatorio)?

8. Otro de los nidos tradicionales de contradicciones lo constituye el problema del ser y del no-ser: el problema de los posibles inactualizados, el de los entes de ficción. Muchas soluciones no contradictoriales se han propuesto: las meinongianas clásicas (si es que, de veras, no son contradictoriales, que eso está en discusión); las de cuño hartmaniano (distinguir *existencia* de *realidad*); las lógicas libres —cuya solución no se extiende sino a un sector reducido de la problemática—; la fregeana —con el mundo enigmático de los sentidos, y con las dificultades que acarrea, no ya la postulación de ese mundo, sino la teoría del lenguaje en la que está llamado a jugar un papel ese mundo—. También hay una solución más amplia, en parte contradictorial y en parte no, que es el noneismo (o udenismo) de

Routley. No cabiendo aquí analizar esas diversas concepciones, debo empero señalar que juzgo preferible una concepción según la cual se aceptan grados de realidad o existencia. Los entes de ficción pueden tener existencia, realidad, y lo mismo los mundos en que sus hazañas son más verdaderas que falsas; mas ¿por qué habrían de tener grados de realidad elevados? La regla de generalización existencial debe mentenerse sin restricciones, pero una conclusión obtenida mediante ella no nos dice, en general, cuán existente, o cuán inexistente, sea un ente que posea la característica en cuestión. Eso sí, por la regla de apencamiento sabemos que cuanto sea existente en algún grado es existente (a secas).

Señalemos, en particular, que en una lógica transitiva como la diseñada en la sección 4ª de este ensayo, cabe brindar una solución al asendereado enigma de los posibles inactualizados; una solución que constituye una viable alternativa a las tres posiciones hoy por hoy más debatidas: el hiperrealismo de Lewis (que afirma que los entes actualizados no son más reales que los inactualizados, ni siquiera relativamente); el conceptualismo de Rescher (que ve a los posibles como meras construcciones mentales potenciales) y el "actualismo" de Plantinga (que estipula una noción de "tener lugar" u *obtaining*, irreductible a la de existir, y debe tomar a los condicionales subjuntivos como inanalizables, so pena de incurrir en flagrante círculo vicioso). Ninguna de esas tres soluciones me parece satisfactoria, si bien no es éste el lugar apropiado para entrar en discusión al respecto. Una lógica transitiva, que es tensorial —y que, por serlo, contiene un functor "Es afirmable con verdad que", que no es redundante (o sea: hay algún "p" tal que /p/≠/ Es afirmable con verdad que p/)— puede brindar una alternativa consistente en sostener que cualquier posible es al menos relativamente real, donde "es, al menos relativamente, verdad que p" equivale a "Es del todo falso que sea afirmable con verdad que es del todo falso que p". Lo real no se reduciría a lo actual, aunque podríamos sostener que el mundo actual —o, mejor dicho, este mundo de la experiencia cotidiana— es relativamente más real que los mundos "inactualizados". Así habríamos encontrado ese puente entre lo real y lo posible que buscaron, afanosamente, Campanella y Spinoza, entre tantos otros filósofos.

9. Púedese también proponer un tratamiento gradualista contradictorial a algunos problemas relacionados con la epistemología de las ciencias históricas, entre otros. Así, p. ej., se han propuesto estrategias coherenciales para, pasando por un tamiz selectivo un monto de presuntos datos, asignarles diversos índices de fiabilidad y luego, en función de ello y de presuposiciones de transfondo, reconocer como

reales a ciertos hechos históricos cuya existencia venga avalada por mayor número de datos más plausibles. (Es interesante, a ese respecto, la metodología propuesta por Rescher en (R:02)). Ahora bien, solíase pensar —y así lo pensaba, en esa obra, el propio Rescher— que era condición indispensable para obtener un buen resultado el que éste estuviera exento de contradicciones. Ahora podemos aplicar una estrategia similar, sólo que aceptando contradicciones en el resultado final (evitaremos, eso sí, *supercontradicciones*, e. d. fórmulas de la forma “ p y es del todo falso que p ”). Lo que podemos hacer es asignar diferentes grados de realidad a diversos hechos históricos en función de varios factores: la envergadura de los mismos (su duración, el número de personas involucradas), su impacto causal, su significación histórica —como quiera que se conceptúe a ésta—; y también en función del grado de corroboración —sobre la base de una hipótesis epistemológica, a saber: que, *caeteris paribus*, está más corroborado (corroborado por más diversas y más fiables fuentes) un hecho que es más real—.

Una estrategia similar podemos aplicar en casos de extrapolación. Dos extrapolaciones mutuamente contradictorias pueden ser consideradas, ambas, verdaderas, pero, a lo mejor, más verdadera la una que la otra. Un ejemplo muy sencillo lo constituyen dos descripciones mutuamente contradictorias de una ciudad, sucediendo que una de las descripciones extrapola características de unos barrios elegantes, mientras que la otra descripción extrapola características de los barrios populosos y pobres. Aquí, seguramente, un buen criterio a aplicar es el cuantitativo: lo cuantitativamente predominante es lo más real. El hecho o estado de cosas consistente en el tener la ciudad las características A (las de los barrios elegantes y minoritarios) es menos real, menos existente, que el hecho o estado de cosas consistente en el tener la ciudad las características B (las de los arrabales populosos en los cuales, por hipótesis, vive la mayoría de la población). Y la diferencia de grado de existencia dependerá, al menos entre otros factores, de la proporción poblacional de unos barrios con relación a otros.

10. Una ontología gradualista contradictoria puede brindar soluciones a diversos problemas en los que parecen aflorar contradicciones. P. ej., el problema de los universales, aceptando que el universal, la propiedad (el conjunto) existe, pero sólo en, con y por los entes que lo ejemplifican.

Diremos, pues, que una propiedad —o conjunto (no habiendo diferencia desde el ángulo neoextensionalista que voy a delinear)— existe tan solo en la medida en que hay algo que lo ejemplifica; e. d. para todo x , existe x a lo sumo en la medida en que una u otra cosa ejemplifi-

ca a x (vamos a sugerir que cada ente es una propiedad, un conjunto). Así, tenemos un realismo de los universales que no es tan platonístico como otros, puesto que el universal no puede —según nuestro enfoque— existir independientemente ni separadamente de sus miembros. Surge, eso sí, una dificultad con respecto a la clase vacía. Pero podemos solucionarla con una lógica transitiva, como la propuesta en la Secc. 4ª de este ensayo, en la cual se admite un grado ínfimo de verdad. Para valores de verdad representados por hiperreales, pero de tal modo que no se reconozca más que un solo infinitésimo (vide infra, Secc. 4ª); en definitiva, trátase de la aceptación de una semántica infinivalente pero no arquimédea, sino atómica —en sentido algebraico—. (Acerca de otros motivos independientes para adoptar una lógica así, con un grado ínfimo de verdad —concretamente como medio de evitar una w -superinconsistencia—, vide infra, Secc. 4ª). Adoptando una lógica así, diremos que también la clase vacía (o, mejor dicho, la más vacía de las clases) tiene a algún miembro, aunque sólo en medida infinitesimal —en el grado ínfimo—. (Lo más razonable parece sostener que cada ente pertenece a cualquier clase a lo menos infinitesimalmente; así podemos hacer compatible la tesis de que ninguna clase existe en medida mayor que aquélla en que algo es miembro de ella con la tesis de que, dadas cualesquiera dos clases, existe una intersección de ambas. Además, el resultado es ontológicamente plausible desde el punto de vista de una ontología continuista, a favor del cual cabe alegar consideraciones con raigambre en los presocráticos, en la filosofía renacentista —p. ej. en el Cusano— y en Leibniz).

Igualmente, en un marco así diríamos que una clase está allá donde está cada uno de sus miembros, en la medida en que el miembro en cuestión pertenece a la clase de que se trate; y que la clase está también, a la vez, en un lugar (discontinuo) cuyas partes están ocupadas por los diversos entes que ejemplifican la propiedad. Así, en vez de afirmar que dos cosas no pueden compartir simultáneamente una misma ubicación, o que una misma cosa no puede tener dos ubicaciones a la vez, diríamos que dos entes diversos no pueden ser tales que, para cada lapso de tiempo, 1 , y para cada lugar, e , uno de esos entes esté en e durante 1 en la misma medida en que el otro de esos dos entes está en e durante 1 . Podemos entonces considerar a un cuerpo, x , como el conjunto de sus partes (como la propiedad de ser una parte de x). Así, desaparece la barrera categorial entre individuos y universales.

Es más: gracias a la introducción de grados de verdad y de pertenencia a un conjunto, puede establecerse el extensionalismo (o una variante elaborada del mismo, a la que podríase denominar ('neocextensionalismo') puesto que, para que dos conjuntos o

propiedades sean idénticos, bastará con que sea verdad (en todos los aspectos) que cada ente ejemplifica a uno de ellos *en la misma medida* en que ejemplifica al otro. (Pero 'en la misma medida en que' es un functor de equivalencia, mucho más fuerte que el mero bicondicional 'ssi'). Así, el cuerpo vivo y el cadáver puede que sean dos conjuntos diversos, sin necesidad de sobreañadir una entidad anímica. Con ello se dispone de una viable alternativa a propuestas estructuralistas que señalan que la identidad de los miembros no basta para identificar a dos "estructuras" (piénsese en las, por lo demás sugestivas, propuestas de Grossmann).

Estas sugerencias pueden, y deben, argumentarse detenidamente. En todo caso, la aceptación de una lógica paraconsistente nos permite proponer soluciones contradictorias y gradualistas a problemas ontológicos, en tanto que la lógica clásica prohíbe tales planteamientos.

11. La admisión de la contradictorialidad no parece, por sí sola, capaz de ofrecer una solución viable al problema de las paradojas lógicas y semánticas. Pero sí puede constituir un componente de una solución que comporte, además, otras medidas. Y no es que, a nuestro juicio, otras soluciones ofrecidas sean descartables por el mero hecho de que son soluciones *ad hoc*; una solución *ad hoc* es mejor que ninguna solución (y la adhocidad se da también en grados, como casi todas las propiedades). Pero, ciertamente, es preferible optar por las soluciones menos *ad hoc* que uno encuentre, o que a uno se le ocurran, siempre dentro de un margen de operatividad de otros criterios epistemológicos. Son preferibles las soluciones más amplias y más económicas, aquéllas que permiten, con una o varias medidas conjuntas, solucionar problemas en mayor número de áreas, y en áreas más diversas entre sí. Además, aún cuando la aceptación de la contradictorialidad, por sí sola, no constituye solución global a todas las paradojas, sí permite aceptar como verdaderas a una amplia gama de contradicciones simples, claras y naturales, como que el conjunto de Russell es y no es russelliano; y, si bien surgen otras paradojas que la admisión de la contradicción no puede, por sí sola, resolver, son paradojas artificiosas y no naturales. En todo caso, es bueno el poder incurrir en menor malthusianismo ontológico y el incorporar a la esfera de lo racional un buen manejo de contradicciones semánticas y teórico-conjuntuales (cf. al respecto (P:07), donde he tratado este tema con amplitud).

12. La aceptación de la contradictorialidad, y la adopción de una lógica paraconsistente, puede seguramente brindar una alternativa plausible a otros enfoques en el tratamiento de las dificultades de la física cuántica; piénsese en el doble carácter, corpuscular y ondulatorio, de las

partículas elementales; en la teoría de Everett-Wheeler; en el principio de incertidumbre, que puede que deba entenderse —supuesta la teoría de la relatividad— como que, cuando la partícula tiene una posición determinada, entonces carece, en uno u otro grado, de cualquier cantidad determinada de movimiento. Para resolver esta dificultad se han propuesto diversas lógicas cuánticas, que en general han encontrado una fría acogida entre los físicos. Como el abandono del principio de tercio excluso choca con encarnizada —y, a mi juicio, correcta— resistencia, se ha intentado popularizar el sacrificio del principio de distributividad (de la conjunción respecto de la disyunción). Tal es, p. ej., la solución de Putnam. Putnam reconoce ((P:18), p. 187) que, cuando conozco qué posición tiene la partícula, soy ignorante acerca de qué cantidad de movimiento tenga, en ese rato; pero esa ignorancia débese a que, si lo conociera, conocería una contradicción lógica, en virtud del principio de incertidumbre (tal como lo hemos formulado líneas más arriba). Pero, como Dummett lo ha sabido ver (en (D:02)), esa posición acarrea la consecuencia de que de hecho, objetivamente, hay dos proposiciones (o hechos) cuya conyunción es una contradicción lógica; sólo que, por eso mismo, no podríamos conocer ambas a la vez. Con ese límite de nuestro conocimiento, se zafa éste de la contradicción, pero la contradicción sigue ahí, es objetivamente verdadera (o, al menos, existen objetivamente dos verdades mutuamente contradictorias, aunque —mediante el rechazo de la regla de adjunción— puede uno sostener que no existe la conyunción de ambas verdades).

En otro lugar ((P:01), lib. III, pp. 584-8) he tratado este asunto con mayor amplitud. Voy a limitarme aquí a una somerísima sugerencia sobre este tema. Con una lógica transitiva, como la que expongo en la Secc. 4^a. de este artículo, se puede aceptar la formulación más arriba dada al principio de incertidumbre y, a la vez, los principios de tercio excluso y de distributividad. Bastará con aceptar que hay contradicciones verdaderas. Por otro lado, como la lógica transitiva reconoce, además de grados, aspectos de verdad, y no reconoce como afirmable sino aquello que es —en uno u otro grado— verdadero en todos los aspectos, podráse brindar la siguiente solución. Sea “q” una oración que atribuya a determinada partícula una posición determinada; y sea cada “pⁱ” una oración que atribuya a esa misma partícula una determinada cantidad de movimiento. La generalización existencial de “Es más bien cierto que pⁱ” será afirmable con verdad, por ser verdadera en todos los aspectos; pero, si es afirmable con verdad, “Es más bien cierto que q”, entonces cada “pⁱ” será más falso que verdadero en algún aspecto, de suerte que —en la hipótesis considerada— “Es más bien cierto que pⁱ” no será afirmable con verdad

para ningún i . (Ello ilustra, dicho sea de paso, un rasgo de un sistema de lógica tensorial como la lógica transitiva, a saber: que puede ser afirmable con verdad "Hay algo tal que p ", sin que sea afirmable con verdad ninguna instanciación singular de tal oración; por lo cual se produce lo que podemos denominar una 'fuerte w -inconsistencia', que hace inaplicable una lectura sustitucional del cuantificador particular; por otro lado, es vital el deslindar cuidadosamente esa w -inconsistencia fuerte de una w -superinconsistencia, que sería funesta; vide infra, Secc. 4^a.). Algo parecido cabría decir con relación al doble carácter de las partículas elementales.

Mi defensa, en principio, de la concebibilidad y respetabilidad de teorías científicas contradictorias no debe entenderse en el sentido de que con ello quedan rehabilitadas cualesquiera teorías contradictorias (aunque ya sabemos que resulta arriesgado expedir certificados de defunción sin posible resurrección ulterior a una teoría científica). Posiblemente nadie desee rehabilitar la teoría del flogisto. Pero mi posición es que el motivo para rechazarla no es que fuera irremediabilmente contradictoria —lo cual es, por demás, problemático—, sino que, comparada con la de Lavoisier, era más complicada y comportaba postulaciones epistemológicas menos satisfactorias.

13. Por último, la aceptación de algún tipo de lógica paraconsistente puede permitirnos: por un lado, formalizar muchos argumentos, seguramente correctos —pero reputados como sofismas por intérpretes que se atienen a los moldes de la lógica clásica—, que figuran en el *Parménides* y *El Sofista* de Platón; y, por otro, poder extender certificados de comprensibilidad lógica, racional (por lo menos en lo que a la afirmación de contradicciones se refiere) a filosofías contradictorias, como las de Heráclito, Plotino, Proclo, el Corpus Dionysianum, Mario Victoriano, Escoto Eurigena, Nicolás de Cusa, Jacob Boehme, Fludd, Hegel, el materialismo dialéctico (por lo menos el de Engels y Lenin), Emerson, el energetismo de Stéphane Lupasco, y otras. Y, fuera de la filosofía, cabría mencionar entre las concepciones contradictorias que corren el riesgo —como no se adopte una lógica paraconsistente— de verse condenadas como irracionales las ideas de místicos como S. Juan de la Cruz y Sta. Teresa de Jesús; de poetas como Petrarca, Quevedo, Du Bellay, G. M. Hopkins, John Donne, W. Whitman; de escritores como Melville; y, con una amplitud mayor, la visión religiosa de casi todos los pueblos, que, como lo ha puesto de relieve Mircea Eliade, se funda en la coincidencia de los opuestos en lo divino (sobre una aplicación de la lógica paraconsistente a los problemas de la fenomenología de la religión y de la teología filosófica, vid. (P0:09)).

Dado el número y la amplitud de esas motivaciones puede alguien acusarme de proponer la contradictorialidad como una panacea, o incluso de abaratar así la moneda, en vez de relegar, si acaso, la contradictorialidad a casos marginales y excepcionales, en los cuales resultara inocua. En efecto, algunos de los adalides de la paraconsistencia —como Rescher— ven en ella una enfermedad; aceptar bolsas aisladas de esa infección sería juicioso, pues con ello se logran ventajas mayores, pero habría que evitar las metástasis. A diferencia de tales enfoques, el mío no ve la contradicción como una enfermedad, o como algo absurdo. Si lo fuera, debiera evitarse a toda costa. Por otro lado, yo no creo que valga la pena aceptar la contradictorialidad más que si tal aceptación es lo menos *ad hoc* que se pueda, o sea: si sirve para resolver (o para contribuir a resolver) la gama más amplia posible de problemas, Sólo así se justifica una revolución teórica de esa envergadura. Y tampoco considero muy serio el estar dispuesto a admitir contradicciones pero tan sólo a título excepcional, o unas pocas no más. ¿Cuántas? Si la contradicción es admisible en un sistema racional, ¿por qué va uno a rechazar todas las contradicciones salvo unas poquitas, encerradas en un aprisco?

Pero no me lleva a erigir la contradictorialidad en panacea mi defensa de ese punto de vista, de esa tesis de que la admisión de la contradictorialidad debe y puede apuntalarse con múltiples y muy diversos motivos y puede contribuir a brindar soluciones viables y atractivas en torno a problemas de lo más variados. En primer lugar, no basta con aceptar alguna lógica paraconsistente, sea cual fuere, sino que se requiere —si es que han de confiarse a la tesis de la contradictorialidad de lo real cometidos tan vastos como los aquí esbozados— una lógica *transitiva* que, además de permitir, sin delicuescencia, la afirmación de contradicciones, tenga otros rasgos (el de dar cabida y expresión a una infinidad de matices veritativos; el de contener un grado ínfimo de verdad; el de contemplar, además de grados, aspectos o ámbitos de verdad; el de asignar a cualquier autoequivalencia un valor de verdad a la vez designado y antidesignado). La aceptación de la contradicción es, pues, sólo el comienzo y no el fin; ella no resume toda mi propuesta, aunque sí es una condición *sine qua non* para la viabilidad de esta última.

Y, por otro lado, no pretendo que todos los problemas aquí tratados puedan resolverse satisfactoriamente sin más que aceptar una lógica transitiva. Lo que creo es que esa lógica puede contribuir a solucionar adecuadamente esos y otros problemas, aunque sea, en ciertos casos, como componente de una solución que requiera, además, otras medidas.

Cerraré esta sección con dos puntualizaciones. La primera es que la posición a favor de la cual estoy argumentando es una aceptación de la contradictorialidad tanto en la realidad como en nuestro pensamiento acerca de lo real o sea: en el sistema teórico que adoptemos. Por eso mi propuesta difiere tanto de la de Marconi (en (M:01)) como de la de Rescher y Brandom (en (R:01)). Marconi acepta contradicciones en el sistema teórico, mas no con carga o sentido ontológico. Rescher reconoce que sólo vale la pena lanzarse a la aventura de aceptar contradicciones si éstas se dan objetiva y realmente; pero, llegado a ese punto, lo que hace es esquivar el reconocimiento consecuente de la contradicción, articulando una teoría de modelos no estándar que permita, en cierto sentido, achacar autocontradicción a lo real (o a lo posiblemente real), pero sin incurrir uno mismo en autocontradicción. La discusión de esas dos posturas hay que relegarla a un ensayo posterior.

Mi segunda y final puntualización es que la contradictorialidad, como cualquier otra tesis (o hipótesis) emana de una conjetura nuestra, y sirve para solucionar dificultades; al igual que cualquier otra tesis, científica o filosófica, se justifica tan sólo por su fecundidad relativa para resolver dificultades que se plateaban. (Vale la pena recordar las valiosas sugerencias metodológicas de Castañeda al respecto. Debe sopesarse esta respuesta de la contradictorialidad, aquilatarse desde una consideración de soluciones alternativas, enjuiciarse según criterios epistemológicos de simplicidad, generalidad y claridad, y, en suma, determinar si el precio es justo. Si lo es, entonces tenemos indicios de que la realidad es contradictoria. Pero la evaluación debe, también, ser justa: sin duda se requiere una complicación en la teoría lógica, pero hay que juzgar esta complicación desde el transfondo de simplificaciones teoréticas que así se consiguen.

Sección 4ª. EL SISTEMA DE LOGICA TRANSITIVA Aq

El sistema Aq es un cálculo cuantificacional de primer orden, cuya base sentencial es el sistema Aj , que voy a exponer en primer lugar.

Ante todo, expongamos nuestras convenciones notacionales, que están tomadas, en lo esencial de Church. Un functor monádico tiene como su alcance a la más corta fórmula que lo sigue (a menos que su alcance esté determinado por paréntesis). Un punto escrito inmediatamente después de una ocurrencia de un functor diádico suple a un paréntesis izquierdo cuyo correspondiente paréntesis derecho está tan a la derecha como sea posible. Las restantes ambigüedades se resuelven asociando hacia la izquierda a todos los funtores, sin establecer jerarquía entre ellos.

El sistema de lógica transitiva A_j es un sistema contradictorial. Un sistema es un conjunto $S = \langle V, F, T, R \rangle$ donde: V es un conjunto de signos —incluyendo funtores y signos sentenciales— que serán llamados signos de S (y, en el caso de los funtores, funtores de S); F es un conjunto no vacío de fbfs (fórmulas sintácticamente bien formadas) engendradas según ciertas reglas de formación y cada una de las cuales es una secuencia de miembros de V ; T es un subconjunto no vacío de F (el conjunto de teoremas de S); y R es un conjunto no vacío de reglas de inferencia, estando T cerrado con respecto a cada reR . Una regla de inferencia es un conjunto de secuencias de fbfs; a una secuencia tal de fbfs $\langle p^0, p^1, p^2, \dots, p^n, q \rangle$ (en la cual " p^0 "... " p^n " son las *premisas*, siendo " q " la *conclusión*) la escribiremos omitiendo los paréntesis angulares y colocando el signo '·' delante de la última fbf de la secuencia. Se sobreentiende, además, que el orden de las premisas es irrelevante. Diremos que una de esas secuencias de fbfs es una inferencia de S ssi es miembro de alguna de las reglas de inferencia perteneciente a R ; o, abreviadamente, ssi es miembro de alguna regla de inferencia de S . En un sistema S , dos fórmulas, " p " y " q ", son *intercambiables* ssi el conjunto R de S contiene reglas de inferencia que permiten sustituir, en cualquier contexto, cuantasquiera ocurrencias de " p " por ocurrencias respectivas de " q ". Un sistema $S = \langle V, F, T, R \rangle$ es normal ssi cumple las condiciones siguientes:

1) $\cdot, +, N \in V$ (o sea: S contiene un functor de conjunción '·', un functor de disyunción, '+', y un functor de negación 'N').

2) Para cualesquiera " p ", " q " y " r " $\in F$ valen las condiciones siguientes:

- (i) $p \cdot q \vdash p$ es una inferencia de S ;
- (ii) $p \vdash p + q$ es una inferencia de S ;
- (iii) " $p + q + r$ " y " $q + r + p$ " son intercambiables;
- (iv) " $p + q \cdot r$ " y " $p \cdot r \cdot q$ " son intercambiables;
- (v) " p ", " $p - p$ " y " $p + q \cdot p$ " son intercambiables;
- (vi) " $N(p + q)$ " y " $Np \cdot Nq$ " son intercambiables;
- (vii) " p " y " NNp " son intercambiables;
- (viii) " $p + Np$ " $\in T$ (e.d. es un teorema de S).

Un sistema normal S será negacionalmente inconsistente con respecto a un functor 'N' ssi 'N' cumple las condiciones arriba indicadas y, además, para alguna fbf, " s ", se tiene:

- (ix) " s " y " Ns " son, ambos, teoremas de S .

Un sistema normal S es *copulativo* ssi, para cualesquiera fbfs "p" y "q":

(x) $p, q \mid p.q$ es una inferencia de S .

Un sistema normal S es contradictorial ssi es, a la vez, negacionalmente inconsistente con respecto a algún functor 'N' y copulativo. Es obvio que un sistema contradictorial contiene, para algún "p", un teorema de la forma "p.Np". Diremos que un sistema S es negacionalmente inconsistente ssi es inconsistente con respecto a algún functor de negación 'N'. Un sistema S es *superconsistente* ssi cualquier extensión de S que sea negacionalmente inconsistente con respecto a algún functor 'N' de S es *delicuescente*, siendo delicuescente un sistema $\langle V, F, T, R, \rangle$ ssi $F=T$ (o sea: ssi cada fbf del sistema es también un teorema del mismo). Un sistema es paraconsistente ssi no es superconsistente.

(Algunos de los sistemas de lógica usualmente denominados paraconsistentes no lo son según la terminología que acabamos de estipular; tal es el caso de los sistemas C_n de da Costa, ya que esos sistemas no sólo no son ellos mismos normales, sino que cada sistema C_n , para n finito, es tal que cualquier extensión de C_n que sea negacionalmente inconsistente con respecto a algún functor de negación de C_n —y, por tanto, normal— es delicuescente; pero cabe denominar a tales sistemas cuasiparaconsistentes, entendiendo por sistema cuasiparaconsistente un sistema que tenga extensiones que cumplan todas las condiciones de los sistemas contradictoriales salvo la (vi) y la (vii)).

Universidad de León
España

REFERENCIAS

- (A:01) A.I. Arruda, "A Survey of Paraconsistent Logic", ap. *Mathematical Logic in Latin America*, ed. por A.I. Arruda, R. Chuaqui N.C.A. da Costa. Amsterdam: North Holland, 1980, pp. 1-41.
- (B:01) Victor Brochard, *Los escépticos griegos*. Trad. V. Quinteros, Buenos Aires: Losada, 1945.

- (C:01) N.C.A. da Costa, "On the Theory of Inconsistent Formal Systems", *Notre Dame Journal of Formal Logic*, 15/4 (oct. 1974), pp. 497-510.
- (D:01) R.M. Dancy, *Sense and Contradiction: A Study in Aristotle*. Dordrecht: Reidel, 1975.
- (D:02) Michael Dummett, "Is Logic Empirical?" ap. *Contemporary British Philosophy* (Fourth Series), ed. por. H.D. Lewis. Londres: G. Allen Unwin, 1976.
- (H:01) José Hellín, S. I., *Cosmología*, ap. *Philosophiae Scholasticae Summa*, 3 vols. Madrid: BAC.
- (M:C1) D. Marconi (ed.), *La Formalizzazione della dialettica*. Turín: Rosenberg Sellier 1979.
- (P:01) Lorenzo Peña, *Contradiction et vérité. Etude sur les fondements et la portée épistémologique d'une logique contradictoirelle*. Lieja: Université de l'Etat, enero de 1979. (Tesis doctoral).
- (P:02) Lorenzo Peña, *Hay clases: Estudio sobre Abelardo y el realismo colectivista*. Quito: PUCE, marzo de 1980.
- (P:03) Lorenzo Peña, *Formalización y lógica dialéctica*. Quito: PUCE, abril de 1980.
- (P:04) Lorenzo Peña, *Apuntes introductorios a la lógica matemática elemental*. Quito: PUCE, mayo de 1980.
- (P:05) Lorenzo Peña, "The Philosophical Relevance of a Contradictorial System of Logic: Ap". *Proceedings of the Tenth International Symposium on Multiple Valued Logic*. Evanston (Illinois), junio de 1980, pp. 238-52.
- (P:06) Lorenzo Peña, "Prexaxation, Comparatives, and Non-Archimedean Infinite-Valued Fuzzy Logic". *Proceedings of the Eleventh International Symposium on Multiple Valued Logic*. Oklahoma City, mayo de 1981, pp. 168-74.
- (P:07) Lorenzo Peña, "Aporetic and Nonaporetic Paradoxes from the Viewpoint of an Axiomatized Contradictorial Fuzzy Set-Theory"; "Fuzzy Arithmetics". *Proceedings of the Twelfth International Symposium on Multiple-Valued Logic*. Paris: mayo de 1982, respectivamente pp. 171-77 y 232-34.
- (P:08) Lorenzo Peña, "(Quasi) Transitive Algebras". *Proceedings of the Thirteenth International Symposium on Multiple-Valued Logic*. Kyoto (Japón), mayo de 1983, pp. 129-35.
- (P:09) Lorenzo Peña, *La coincidencia de los opuestos en Dios*. Quito: Educ, 1981.
- (P:10) Lorenzo Peña, "Identity, Fuzziness, and Noncontradiction". *Nous*, vol. XVIII, No. 2 (junio de 1984).

- (P:11) Lorenzo Peña, "*Verum et ens conuertuntur: The Identity Between Truth and Existence within the Framework of a Contradictorial Modal Set-Theory*". ap. *Paraconsistent Logic*, comp. por Graham Priest, Richard Routley Jean Norma. Munich: Philosophia Verlag, 1984 (en prensa).
- (P:12) Lorenzo Peña, *Fundamentos de ontología dialéctica*. Madrid: Editora Nacional, 1984 (en prensa).
- (P:13) Lorenzo Peña, "Nonstandar Algebraic Models for Fuzzy Logics"; y "Transitive Set-Theory". *Abstracts of 7th International Congress of Logic, Methodology and Philosophy of Science*, vol. I, julio de 1983, respectivamente pp. 95-98 y 181-84. Salzburgo: J. Huttegger, 1983.
- (P:14) Lorenzo Peña, "A Philosophical Justification of Many-Valued Extensions of Classical Logic". Aparecerá en las Actas del XVII Congreso Mundial de Filosofía, celebrado en Montreal en agosto de 1983.
- (P:15) Lorenzo Peña, "Critical Study of Da Costa's Foundations of Logic". *Logique et Analyse*, No. 100 (diciembre de 1982), pp. 447-66.
- (P:16) Lorenzo Peña, "El conflicto de valores: reflexión desde una perspectiva lógica-filosófica", ap. *Crisis de valores*, comp. por J. González. Quito: Educ, 1982, pp. 131-62.
- (P:17) Lorenzo Peña, "A Neo-Fregean (Onto) Logical Fuzzy Framework" (Aparecerá publicada esta ponencia en las Actas de la Segunda Conferencia sobre Frege, celebrada en Schwerin en sept. de 1984) Berlín: Akademie Verlag.
- (P:18) Hilary Putnam, *Mathematics, Matter and Method. Philosophical Papers. Vol. I*, Cambridge U.P., 1975.
- (R:01) Nicholas Rescher Robert Brandom, *The Logic of Inconsistency*. Oxford: Blackwell, 1980.
- (R:02) Nicholas Rescher, *The Coherence Theory of Truth*. Oxford: Clarendon Press, 1973.
- (S:01) Henryk Skolimowski, *Polish Analytical Philosophy*. Londres: Routledge K.P., 1967.
- (S:02) Spinoza, *Oeuvres*, vol. I (Trad. y notas de Charles Appuhn). Paris: Garnier-Flammarion, 1964.
- (V:01) Gregory Vlastos, "Degrees of Reality in Plato", ap. *New Essays on Plato and Aristotle*, ed. por R. Bambrough. Londres: Routledge K.P., 1965.
- (V:02) J.F.A.K. Van Benthem, "What is Dialectical Logical?", *Erkenntnis* vol. 14 (1979), pp. 333-47.
- (V:03) G.H. von Wright, *Time, Change, and Contradiction*. Cambridge U.P., 1969.

