WITTGENSTEIN Y EL DEBATE SOBRE LA FUNDAMENTACION DE LAS MATEMATICAS

Jairo Iván Peña
Universidad Nacional de Colombia

Jules Michelet solía iniciar sus lecciones sobre historia de Inglaterra con las palabras: «Señores, Inglaterra es una isla». Leszek Kolakowski empieza su obra *Las principales corrientes del marxismo* con la frase «Karl Marx fue un filósofo alemán». De manera similar, es pertinente destacar de entrada que Wittgenstein estuvo dedicado durante más de tres décadas a reflexionar sobre la filosofía de la lógica y las matemáticas. En el sentido más estricto no fue un matemático, pero más de la mitad de cuanto escribió en su vida estuvo relacionado con las matemáticas.

Después de asistir a la facultad de ingeniería en la Technische Hoschschule de Charlottenburg en Berlín (1906), donde estudió física teórica y matemáticas, se trasladó a Manchester (1909) donde prosiguió su formación, especializándose en ingeniería aeronáutica; allí tomó clases con J. E. Littlewood, reconocido teórico del análisis matemático, y se concentró en las demostraciones del *Pure Mathematics* de Hardy, interesado particularmente en el tema de la fundamentación de las demostraciones y en el significado de éstas, interés que muy pronto se vinculó a los problemas relacionados con la fundamentación de la matemática.

Siguiendo su inclinación por la filosofía de la matemática, elaboró un trabajo en dicho campo y acudió a Jena para presentárselo a Frege con quien discutió sus planes de investigación. Frege lo animó a continuar con su labor filosófica y le aconsejó que se dirigiera a Cambridge para estudiar con Russell, consejo que Wittgenstein siguió.

Durante los años siguientes, con Frege hubo un intenso intercambio epistolar en cuyo curso Witgenstein le planteaba objeciones a sus teorías y aquél le respondía pidiéndole que fuera a verle para discutir dichas objeciones o los trabajos del propio Wittgenstein. Con motivo de sus discusiones personales se abordaban los más diversos tópicos tales como la Teoría del Simbolismo de Wittgenstein, o si era fácil pensar en los números como objetos. Así, por ejemplo, frente a las observaciones de Frege de que Wittgenstein ponía demasiado énfasis en el *modo* de significación, éste replicaba con indicaciones sobre lo que se requiere para enunciar una lista de conceptos fundamentales para la lógica, cuestionando el conjunto interdefinible de signos primitivos que es mencionado en el *Tractatus* (5.42); también fueron fuertemente debatidas las críticas de Wittgenstein a la teoría fregeana de la verdad, en especial respecto de la asignación de significados a las funciones (funciones veritativas del *Tractatus* - 4.431). En palabras de Wittgenstein: «Frege nunca hablaba de nada salvo de lógica y matemáticas, y si yo empezaba a hablar de otro tema, decía algo cortés y volvía a sumergirse en la lógica y las matemáticas.» ([10] p. 123)[1,2]

Instalado en Cambridge (1911), pronto se vio rodeado por toda una pléyade de los más eminentes matemáticos ingleses de la época. En particular, trabó amistad personal y académica con John Maynard Keynes quien hacia 1912 estaba terminando el borrador de su *Treatise on Probability*; otro tanto ocurrió con Hardy y Littlewood (cuyos trabajos conjuntos les situaron entre los cinco o seis mejores analistas del mundo), así como con Whitehead (coautor de los *Principia*) y Thompson (descubridor del electrón). A éste grupo se refería Russell cuando le dijo a Hermine Wittgenstein: «Esperamos que el próximo paso de gigante en filosofía lo dé su hermano» ([10] p. 181), comentario por demás sorprendente si se tiene en cuenta que Ludwig Wittgenstein contaba a la sazón con veintitres años. Al respecto comenta Brian McGuinness:

> El tributo de Russell era a esa edad quizá incluso más sorprendente de lo que Hermine Wittgenstein pensó. Ser aceptado siendo tan joven no como un joven prometedor, sino como un guía y haber escrito una obra maestra antes de la treintena, son cosas que han estado al alcance de pocos filósofos. El sueño de Descartes, con toda seguridad, tuvo lugar cuando tenía 24 años, pero estuvo reprimido durante al menos nueve años. Incluso los prodigiosos Leibniz y Mill produjeron su obra filosófica más bien tardíamente. De entre quienes comenzaron jóvenes, Hume y Schopenhauer, y puede que incluso Berkeley, recibieron un reconocimiento inicial menor que Wittgenstein. ([10] p. 182)

En cuanto a la relación con Russell mismo, son bastante ilustrativos los comentarios de admiración y respeto que éste le prodigó:

---

[1] Las referencias y citas se harán como sigue: las referencias a obras de Wittgenstein se hacen con la abreviatura de la obra respectiva, tal como se la identifica habitualmente en español (ver la bibliografía). Las demás referencias remiten a la numeración consecutiva en la bibliografía

[2] Para Carlo Penco «En los últimos escritos de Frege, posiblemente en parte bajo la influencia de Wittgenstein, podemos discernir el comienzo de un punto de vista novedoso: algunas intuiciones originales sugieren una ruptura decisiva con su enfoque anterior. Creo que, a pesar de los contrastes evidentes, lo mejor del pensamiento de Frege encuentra su camino en el pensamiento de Wittgenstein. Las principales orientaciones de estas ideas se pueden resumir como sigue: (i) *Un rechazo al punto de vista extensional en lógica y matemática* y un nuevo énfasis en el enfoque intensional original del marco en el que se desenvuelve el pensamiento de Frege. (ii) *Una nueva reconsideración de la posición de Kant* y un desarrollo original del teme de lo sintético *a priori* en matemáticas.» ([13] p. 191)

> Tiene una extraordinaria capacidad para ver cuáles son los problemas realmente importantes.
>
> ...
>
> Wittgenstein me hace sentir que vale la pena que yo exista...Tiene muy arraigada la pasión teórica -es una pasión muy rara y que alegra encontrar. No pretende demostrar esto o aquello, sino descubrir cómo son realmente las cosas.
>
> ...
>
> ...siente más pasión por la filosofía que yo; sus avalanchas hacen que las mías parezcan meras bolas de nieve. Tiene la pasión intelectual pura en su más alto grado...Su disposición es la de un artista, intuitivo y de humor mudable.
>
> ...
>
> Quizá sea el ejemplo más perfecto que nunca haya conocido de genio tal y como tradicionalmente se concibe: apasionado, profundo, intenso y dominante.
>
> ...
>
> Conocer a Wittgenstein fue una de las aventuras intelectuales más excitantes de mi vida. En los últimos años faltaba simpatía intelectual entre nosotros, pero en los primeros estaba tan dispuesto a aprender de él como él de mí.
>
> ([10] p. 187, 144)

Durante el verano de 1912 Russell comenzó pensar en Wittgenstein como su sucesor en el Trinity College de Cambridge, respecto del trabajo técnico en matemáticas, pues pensaba abandonar la docencia cuando Wittgenstein pudiera ocupar su puesto.

> Si pienso que mi trabajo aquí es útil, sólo Wittgenstein podría hacer que así fuese.
>
> ...
>
> De manera bastante extraña, me hace menos ansioso por vivir. porque creo que él hará el trabajo que yo haría, y lo hará mejor. Comienza fresco en un punto que yo sólo alcancé cuando mi florecimiento intelectual ya casi había pasado (Russell tenía 40 años).
>
> ...
>
> ¡Me da una sensación de pereza tan deliciosa poder dejarle toda un área difícil de pensamiento que solía depender sólo de mí! Eso me hace mucho más fácil dejar el trabajo técnico.
>
> ([10] p. 198, 149)

Antes que una continuación de los *Principia*, el trabajo técnico contemplado por Russell debía consistir en una explicación distinta y más básica de los fundamentos de los *Principia*, en una explicación de la naturaleza de la verdad lógica, y en una justificación de axiomas que aparecían como accidentales (como el de reducibilidad); temas en los cuales ya venía trabajando Wittgenstein. Asimismo, Russell quería dejar por cuenta de éste los problemas relativos a la naturaleza de las proposiciones, a sus formas, y a la verdad en general.

Hacia 1913 (época en la cual ya admitía que los fundamentos de la lógica eran «asunto de Wittgenstein») Russell terminó reconociendo en Wittgenstein no sólo un par sino además un duro y acertado crítico. De modo que cuando éste le convenció de que las primeras demostraciones de los *Principia* eran muy inexactas, Russell se limitó a comentar «...afortunadamente es trabajo suyo corregirlas, no mío.» ([10] p. 228). En 1916 Russell llegó a escribirle a Lady Ottoline:

> ¿Recuerdas que...yo escribí un montón de páginas sobre la teoría del conocimiento (en mayo de 1913) que Wittgenstein criticó con la mayor severidad? Su crítica...fue un acontecimiento de la mayor importancia en mi vida y ha afectado a todo lo que he hecho desde entonces. Vi que tenía razón y que no podía tener esperanzas de volver a hacer un trabajo fundamental en filosofía. Mi impulso se rompió en pedazos como una ola al chocar con un rompeolas. Me sentí lleno de desesperación...([10] p. 238).

Pero lo que resulta especialmente significativo respecto de la posición de Russell frente al trabajo de Wittgenstein, cuando ya habían abiertas discrepancias de fondo entre ambos, es el concepto emitido frente a los trabajos de éste para efectos de que le fuera concedido el *«fellowship»* del Trinity College (profesor titular de la universidad de Cambridge) en 1930:

> No cabe duda de que las teorías de Wittgenstein son importantes y también muy originales. Lo que ya no sé decir es si son correctas; de todo corazón espero que no lo sean; pues, si eso ocurriera, las matemáticas y la lógica se volverían increíblemente difíciles...Estoy completamente seguro de que debe darse a Wittgenstein la oportunidad de continuar su trabajo ([2] p. 159).

Especialmente fecunda fue también su relación con Frank Ramsey (desde 1923 hasta su prematura muerte en 1930) quien en su escrito *Facts and propositions* (1927) indicó que su propia lógica la debía en gran medida a Wittgenstein y que sólo discrepaba de él en las partes de su sistema que debían completarse con cierto pragmatismo. Que las observaciones de Ramsey fueron ampliamente consideradas por Wittgenstein lo muestra su prólogo a la *Investigaciones Filosóficas*, en donde comenta: «...hube de reconocer graves errores en lo que había suscrito en ese primer libro (*Tractatus*). A advertir estos errores me ha ayudado -en un grado que apenas yo mismo puedo apreciar- la crítica que mis ideas han encontrado en Frank Ramsey -con quien las he discutido durante los dos últimos años de su vida en innumerables conversaciones.-» (IF p. 13). En todo caso, es sugestivo el comentario de Ramsey de declarse entusiasmado de ser un contemporáneo de Einstein, de Freud y de Wittgenstein.

De otra parte, los matemáticos austríacos Hans Hahn y Kurt Reidemeister estudiaron y enseñaron el *Tractatus* desde 1922, y llamaron la atención del Círculo de Viena sobre la obra de Wittgenstein, al punto de que su gestor Moritz Schlick, desde 1924 hasta su muerte en 1936, mantuvo un intercambio frecuente con él, auspiciando que dictara charlas al Círculo y aceptara discutir sus planteamientos sobre lógica y matemáticas en reuniones en las cuales participaron Friedrich Waismann y Rudolf Carnap. Producto de tales charlas, en la Segunda Conferencia sobre la Epistemología de las Ciencias Exactas efectuada en Königsberg en 1930, Friedrich Waismann presentó las ideas de Wittgenstein sobre la matemática, las cuales fueron ampliamente debatidas.

Por último, no sobra mencionar que en los años que precedieron a la Segunda Guerra Mundial fueron sus alumnos G. H. von Wright, A. M. Turing y Richard Braithwaite, entre otros insignes lógicos, matemáticos y filósofos de la ciencia.

Esta breve reseña permite apreciar mínimamente el entorno de pensadores que en lógica y matemática rodeó a Wittgenstein, con quien es perfectamente posible estar en desacuerdo, pero no al punto de simplificar la discrepancia en términos de que «no fue capaz de entender la Prueba de Gödel», para así descartar de plano sus planteamientos en relación con la problemática de la fundamentación de las matemáticas, sin siquiera abordar su perspectiva filosófica de las mismas.

> Las proposiciones de la lógica demuestran las propiedades lógicas de las proposiciones combinándolas en proposiciones que no dicen nada. (6.121)
> Las proposiciones de la lógica son tautologías. (6.1)
> Las proposiciones de la lógica, pues, no dicen nada. (6.11)
> Las proposiciones lógicas...no «tratan» de nada. Presuponen que los nombres tienen significado, y las proposiciones elementales, sentido; y ésta es su conexión con el mundo. (6.124)
> ...las proposiciones lógicas no pueden ser confirmadas por la experiencia, como tampoco pueden ser refutadas por ella. Una proposición de la lógica no sólo no puede ser refutada por experiencia posible alguna, sino que tampoco debe poder ser confirmada por ella. (6.1222)
> La matemática es un método lógico.
> Las proposiciones de la matemática son ecuaciones, es decir, seudoproposiciones. (6.2)
> En las ecuaciones la matemática muestra la lógica del mundo que las proposiciones de la lógica muestran en las tautologías. (6.22) *TLP*

Que la matemática sea un método lógico no quiere decir que se derive de un conjunto de principios lógicos (a la manera de Frege y Russell) o de proposiciones lógicas; con ello se indica que es un aspecto de la operación lógica fundamental según la cual una proposición se deriva de otra.

Al igual que las proposiciones lógicas, las proposiciones matemáticas no dicen nada; no dicen nada acerca del mundo, no representan objetos ni tampoco estados de cosas (Russell creía en *Principia Mathematica* que sus proposiciones lógicas decían algo, que describían algo). Tampoco las proposiciones matemáticas constituyen enunciados sobre «objetos matemáticos», ni la matemática los investiga, aunque las proposiciones matemáticas pueden ser usadas para discriminar estados de cosas en el mundo. Dichas proposiciones carecen de contenido cognoscitivo en cuanto tales; expresan formas, normas y reglas eventualmente susceptibles de ser aplicadas en la descripción de la realidad. La proposición matemática se basa en una técnica pero no la describe; desempeña el típico papel de la regla, y proporciona el entramado para una descripción.

Pese a una apariencia de semejanza, hay una diferencia fundamental entre los cometidos de una proposición matemática y los de una proposición de experiencia o empírica. Para Wittgenstein la proposición matemática posee la dignidad de una regla; la aceptación de una regla es expresión, resultado del convencimiento que generan las proposiciones matemáticas en tanto actúan como proposiciones gramaticales de los juegos de lenguaje matemáticos. Y hay casos en los cuales podemos «endurecer» una proposición de experiencia hasta convertirla en regla; queda, entonces, no una hipótesis verificable por la experiencia, sino un paradigma que permite confrontar y enjuiciar la experiencia, es decir, un nuevo tipo de juicio.

> Cualquier proposición de experiencia puede servir como regla si -como a una pieza de una máquina- se la verifica, inmoviliza, de modo que toda la representación gire en torno a ella y ella se convierta en una parte del sistema de coordenadas e independiente de los hechos.
> OFM p. 370
>
> La proposición matemática es una regla -producida según reglas- que determina y fija un camino. La proposición matemática viene a ser, entonces, una proposición de la gramática, referente a las transformaciones de signos; muestra las conexiones que consideramos rígidas. La regla así considerada no expresa una entidad preexistente a la gramática a la cual pertenece.
>
> ...al contrario que las proposiciones descriptivas, las proposiciones matemáticas desempeñan *en determinados juegos de lenguaje* el papel de reglas de representación.
>
> ...
>
> El pedestal, sobre el que para nosotros está la matemática, lo ha conseguido ésta gracias al papel concreto que sus proposiciones desempeñan en nuestros juegos de lenguaje.
> OFM p. 306
>
> Un sistema proposicional es como una regla aplicada a la realidad... Tal sistema proposicional es lo que se coteja con la realidad, y no una proposición aislada.
> WCV p. 57
>
> Puesto que todas las proposiciones en ese sistema forman un conjunto, cuando se mide con una de ellas, se mide, a la vez, con todas las demás.
> PR 82

El ejemplo del medir nos muestra como aplicamos a la realidad, como patrón, un sistema entero de proposiciones.

Las normas de descripción, que constituyen el sistema de descripción, son denominadas por Wittgenstein *proposiciones gramaticales*. Estas se distinguen de las proposiciones descriptivas que dan cuenta de lo descrito. Una proposición gramatical da cuenta del significado o uso de los conceptos, en contraste con una proposición empírica, la cual se refiere a fenómenos o al mundo. Pero uno u otro tipo de proposición no reviste carácter de tal en virtud de condiciones de necesidad o contingencia, sino en virtud de la función que desempeñe en el juego de lenguaje en el cual opera. La necesidad se encontraría en el sistema de descripción tomado en su conjunto.

Son proposiciones gramaticales, entonces, aquellas que constituyen criterios significativos en el juego de lenguaje; no describen hechos, regulan el acceso a éstos, viabilizan su descripción. En el caso de los juegos de lenguaje cognoscitivos, determinan qué es lo admisible como concordancia con la realidad.

Respecto de la índole normativa de las proposiciones gramaticales, debe advertirse que éstas no preceden lógica ni ontológicamente a los juegos de lenguaje, de suerte que no es válida su consideración como reglas aisladas del contexto, separadas de los juegos lingüísticos y de los hechos extralingüísticos que forman parte de ellos.

Aquí resulta pertinente señalar lo que para Wittgenstein corresponde al sentido de aquello que constituye *seguir la regla*, si se tiene en cuenta que la significatividad de los conceptos corresponde a su aplicación *regulada*, la cual se hace posible mediante la contextualización correspondiente.

> La regla, en cuanto regla, está desligada de todo, se yergue ahí; por así decirlo, soberanamente; a pesar de que lo que le da su importancia son los hechos de la experiencia cotidiana.
> OFM p. 301
> Hasta qué punto puede describirse la función de la regla? A quien no domina aún ninguna sólo puedo adiestrarlo. Pero cómo puedo explicarme a mi mismo la esencia de la regla?
> Lo difícil no es aquí ahondar hasta el fundamento, sino reconocer como fundamento el fundamento que tenemos ahí delante.
> Pues el fundamento nos vuelve a crear siempre la imagen ilusoria de una gran profundidad, y cuando intentamos alcanzarla, volvemos a encontrarnos siempre al nivel de antes.
> Nuestra enfermedad es la de querer explicar.
> «Si posees la regla tienes la ruta ya prefijada».
> OFM p. 280
> Un juego, un lenguaje, una regla es una institución.
> OFM p. 281

El seguimiento de una regla está a la BASE de nuestro juego de lenguaje. Caracteriza lo que llamamos descripción.
OFM p. 277
«Es como si nuestros conceptos estuvieran condicionados por una armazón de hechos».
Eso significaría: si te imaginas determinados hechos de una manera distinta, y los describes de manera distinta a como son, entonces ya no eres capaz de imaginarte la aplicación de determinados conceptos, porque las reglas de su aplicación no tienen ningún análogo en las nuevas circunstancias.
Z 350

En una conducta reglada se da la polaridad normativa entre lo correcto y lo incorrecto. Una regla determina lo que se debe hacer y determina a la vez lo que no se debe hacer. Prototipo de conducta reglada es el lenguaje.

En cuanto a la *gramática* de la expresión «seguir una regla», no puede haber sólo una única vez en que alguien siga una regla, así como no puede haber una única vez en que se haga un informe, se dé una orden, o se la entienda, etc. Seguir una regla, hacer un informe, dar una orden, jugar una partida de ajedrez son *costumbres* (usos, instituciones)[3]. Quien pronuncia una oración y la significa, o entiende, ejercita por ello un cálculo según reglas definidas, y calcular es un técnica. Entender una oración significa entender un lenguaje. Entender un lenguaje significa dominar una técnica (IF 199). Pero, podría calcular un hombre sólo? Podría uno sólo seguir una regla? Estas son preguntas semejantes a: «Puede alguien practicar el sólo el comercio»? (OFM p. 294).

Seguir una regla es análogo a obedecer una orden. Se nos adiestra para ello y se reacciona a ella de determinada manera (IF 206). Cuando se sigue la regla no se elige; podría decirse que la regla se sigue «ciegamente» (IF 219). Cuando se entiende de cierta manera una regla se está dispuesto a aplicarla de un modo particular en el futuro. La palabra «concordancia» y la palabra «regla» están *emparentadas* la una con la otra; son primas. Si le enseño a alguien el uso de una, le enseño con ello también el uso de la otra. El empleo de la palabra «regla» está también entretejido con el uso de la palabra «igual», como el empleo de «proposición» con el empleo de «verdadera» (IF 224-225).

---

[3] Las alusiones que aquí se consignan en torno a «seguir la regla» se aproximan bastante a la caracterización que, desde el punto de vista jurídico, se plantean respecto de la *costumbre* entendida como fuente de Derecho. En efecto, según tal enfoque, la costumbre corresponde a una conducta repetida, a una repetición más o menos constante de actos uniformes; se trata de un uso o hábito que, en una colectividad o grupo social, se constituye como un conjunto de prácticas frecuentes que se efectúan a lo largo de un tiempo prolongado, de suerte que en presencia de un determinado tipo de circunstancias no dejan de realizarse una serie de actividades de lenta conformación, y de autoría desconocida.

El juego tiene que estar determinado por las reglas (IF 567). Los juegos de lenguaje se configuran en las reglas propias de los criterios de aplicación de conceptos, sin que ello implique que dichas reglas preceden lógicamente a los juegos, como condiciones de los mismos. Hecha la salvedad de que no resulta pertinente una suerte de consideración apriorística del sistema de reglas podría, entonces, afirmarse que las reglas son constitutivas de los juegos, siempre y cuando no se pierda de vista la fuerte imbricación de éstas con el plexo constituído por el contexto lingüístico y los hechos extralingüísticos que conforman el juego.

Reiteradamente Wittgenstein alude OFM a las reglas como paradigmas o modelos, los cuales desempeñan el papel de esquemas de aplicación conceptual. Esquemas que revisten un carácter concreto, pero sin ser de índole particular, ya que corresponden a generalizaciones de características de los procedimientos seguidos en los juegos[4]. Con todo, las reglas tampoco son meramente formales, a la manera de las reglas lógicas, por cuanto se encuentran en íntima conexión con situaciones de orden fáctico y práctico.

Sin embargo, pese a la mencionada facticidad práctica de su función en los juegos, una característica de la regla es su necesariedad. Si bien cualquier cosa puede ser justificada de alguna manera, el fenómeno del lenguaje está basado en regularidades, en acuerdos sobre la acción (OFM p. 288); de modo que la actividad humana de seguir una regla, de actuar de acuerdo con una regla, presupone el reconocimiento de una uniformidad. Si las cosas fueran totalmente distintas de como son efectivamente, de modo que la regla se convirtiera en excepción, o ambas tuvieran frecuencia similar, los juegos de lenguaje perderían su carácter. En este sentido puede hablarse de la estricta necesidad de la regla.

Un sistema de descripción puede considerarse arbitrario si con ello se alude a que no manifiesta propiedades esenciales de tipo racional o natural, pero las reglas son estrictamente necesarias si se tiene en cuenta que una vez adoptado un sistema de descripción dado, las modalidades de descripción que le son propias terminan siendo ineludibles; las distintas aplicaciones del sistema (como pueden ser las reglas de interpretación de un plano) no pueden prescindir de tales modalidades. Dejar de seguir las reglas conlleva abandonar el juego.

---

[4] El carácter aparentemente paradójico de la afirmación según la cual la regla es concreta sin ser particular, podría esclarecerse tomando como símil el planteamiento kantiano (situado en un campo de reflexión muy diferente) que establece la distinción entre un esquema (concreto) y una imagen (empírica). Según Kant, el esquema posibilita la aplicación del concepto a los objetos particulares, pero no corresponde a una imagen o representación singular individualizada del objeto. El esquema viene a ser un procedimiento general de la imaginación para la generación de imágenes, para procurarle su imagen a un concepto. La presentación empírica de un concepto se encuadra en un sistema de procedimientos generales de la imaginación para la síntesis de presentaciones sensibles de acuerdo con el concepto respectivo. Sin embargo, el esquema se diferencia del concepto, por cuanto, en sentido estricto, carece de universalidad ([10] A 140-142, B 179-181; cfr. [15] p. 405 y s.s.).

Quien se guía, cuando juega ajedrez, por reglas distintas a las que son propias del ajedrez, juega un juego diferente. Quien, al utilizar una expresión, se guía por reglas gramaticales distintas a las que le corresponden a ésta, más que decir algo incorrecto, termina hablando de otra cosa (Z 320). En torno a la necesidad anota Cavell:

> La concepción de Wittgenstein acerca de la necesidad es, como se esperaba, interna a su visión de lo que es la filosofía. Su filosofía nos ofrece, se podría decir así, un punto de vista antropológico, o incluso antropomórfico, de la necesidad; y esto puede ser decepcionante; como si realmente no hubiera dado un punto de vista antropológico de la necesidad ([4] p. 118-119)

Las reglas consideradas en sí mismas carecen de fundamentación última. Así, la gramática no dice cómo tiene que estar construído el lenguaje para que cumpla su propósito, para que influya en los seres humanos de determinadas maneras. Sólo describe el uso de los signos, pero no explica tal uso. A las reglas de la gramática se les puede llamar «arbitrarias» si con ello se quiere decir que el propósito de la gramática es sólo el mismo que el del lenguaje (IF 496, 497).

Si bien los juegos se definen por reglas, no encuentran su justificación en éstas por cuanto aunque pueden encontrarse reglas de aplicación de reglas, hay un momento en el cual no pueden invocarse otras reglas, y queda sólo la acción, de conformidad con la cual se estructura la técnica del juego.

En suma, en la regla se da la conjunción de características en apariencia contradictorias: la regla es concreta, sin ser particular; es arbitraria, y también, necesaria. Además, es convencional, sin que por ello sea producto de un acuerdo comunitario realizado de manera explícita y deliberada.

En efecto, al tiempo que se plantea el tema de la regla en términos de regularidades de la acción, Wittgenstein enfatiza con relación a las matemáticas (ejemplo por excelencia de la aplicación de reglas) que el acuerdo de la gente sobre los cálculos no es un acuerdo sobre opiniones y convicciones (OFM p. 279). Al respecto, observa De Greiff:

> ...el acuerdo sobre opiniones y convicciones es posible en virtud de un tipo de acuerdo aún más fundamental que nos permite tener opiniones y mantener discusiones acerca de ellas. Sin un acuerdo previo y fundamental sobre algunos procedimientos, no sabríamos lo que es llegar a un acuerdo tras una discusión. Este tipo de acuerdo fundamental «solamente» proporciona la estructura dentro de la cual una movida en un juego puede ser vista como una jugada, y no como un comportamiento arbitrario. Pero esto es cierto tanto para jugadas «correctas» como «incorrectas»; el acuerdo no justifica las jugadas. ([6] p. 63)

Consideraciones que le llevan a afirmar que, para Wittgenstein, si bien el acuerdo es una condición necesaria para el lenguaje y el conocimiento, no tiene ningún papel justificatorio[5].

> No estalla disputa alguna (entre matemáticos, pongamos por caso) acerca de si se ha producido conforme a la regla o no...Pertenece al entramado sobre el que funciona nuestro lenguaje (dando, por ejemplo, una descripción). IF 240

Es en las matemáticas donde se puede apreciar de forma particularmente clara el papel que desempeñan las reglas. Estas se plasman en paradigmas o modelos procedimentales asociados a la transformación de signos y a inferencias, de acuerdo con definiciones y estipulaciones determinadas; todo lo cual se articula en la formación de conceptos y en la *demostración*.

La demostración es lo que nos convence. Es una instrucción para el uso de una regla, y la justifica mostrando cómo y porqué puede ser usada. La demostración muestra una nueva conexión, proporciona un nuevo concepto, en cuanto crea o es un nuevo signo. Es una parte de una institución; hace parte del sistema de operaciones, del juego en el cual se usan las proposiciones, y en el cual se establece su sentido. La demostración es un entorno de la proposición; pertenece al trasfondo de ésta, al sistema en el cual actúa la proposición (OFM p. 95, 138-142).

Toda demostración viene a ser una adhesión a un determinado uso de los signos. Si se despojara a la matemática de todo contenido, quedaría que ciertos signos pueden construirse a partir de otros según reglas específicas. Lo incontrovertiblemente cierto en lo demostrado corresponde, respecto de la proposición que se acepta, a usar ésta como regla gramatical; ello la sustrae de la incertidumbre. La demostración no es sus fundamentos más las reglas de inferencia, sino una nueva construcción, un nuevo paradigma. El matemático produce siempre nuevas reglas; mediante las ecuaciones construye siempre nuevas vías conceptuales y amplía la red de las antiguas. Así, el concepto que crea la demostración puede ser un nuevo concepto de inferencia o del correcto inferir. Pero *por qué* se acepta esto como un correcto inferir es algo que queda por fuera de la demostración. Es la demostración la que demuestra y no algo detrás de la demostración.

> ... la matemática es una ABIGARRADA *mezcla* de técnicas demostrativas.- Y en ello se basa su múltiple aplicabilidad y su importancia.
> ...el matemático inventa siempre nuevas formas de representación. Unas estimuladas por necesidades prácticas; otras, por necesidades estéticas, y varias otras aún.
> El matemático es un inventor, no un descubridor.[6]
> (OFM p. 145, 74)

---

[5] Al contrario de lo supuesto por Rorty en *La filosofía y el espejo de la naturaleza* y en *Solidarity or Objectivity*, y más recientemente por Habermas, a propósito de la ética, en el contexto de su Teoría de la acción comunicativa.

[6] Señala Chihara: «When Wittgenstein claimed that the mathematician creates rather than discovers, he was writing in opposition to the view of many realists who held that the mathematician is essentially one whose business is to apprehend and describe 'internal relations' between certain things called 'universals', 'concepts' or 'ideas'. ([5] p. 449)

Ahora bien, dado que tradicionalmente se ha planteado que la plausibilidad de la demostración matemática se encuentra fundada en la evidencia de las proposiciones que le sirven de punto de partida y en el rigor lógico de la demostración misma, resulta pertinente registrar algunas observaciones wittgensteinianas relativas a la *evidencia* y a la *lógica*.

Wittgenstein no se interesa por la captación inmediata de una verdad, sino por el fenómeno de la captación inmediata, no como fenómeno anímico especial, sino como fenómeno de la acción humana. Registra, así, que por el hecho de aceptar una proposición como evidente, se la releva de toda responsabilidad frente a la experiencia; y cuando observa que los axiomas de un sistema matemático *conviene* que sean evidentes, anota que al ofrecerse una proposición axiomática como evidente, es totalmente indiferente por qué es evidente; basta conque sea aceptada y lo único importante es cómo se la usa (OFM p. 199, 200, 185).

> Los axiomas de la geometría tiene también el carácter de convencionalismos sobre el lenguaje en que queremos describir los objetos espaciales. Son reglas de sintaxis. Las reglas de sintaxis no tratan de nada, sino que solamente las formulamos.
> WCV p. 56

Cuando originariamente se propone una proposición axiomática, aún no está determinado en absoluto el modo de aplicación de esa proposición, ni su sentido. Y si decimos que nos resulta evidente, ya hemos elegido, entonces, sin saberlo, un modo determinado de aplicación de la proposición. La proposición no es un axioma matemático si no la empleamos específicamente para ello; el hecho de que aceptemos la evidencia establece ya el uso. En este sentido, lo que convierte a una proposición en proposición matemática no es el que nos resulte evidentemente verdadera, sino el que dejemos valer la evidencia (OFM p. 186).

De otro lado, Wittgenstein señala que nos inclinamos a creer que la demostración *lógica* posee una fuerza probatoria especial, absoluta, que proviene de la certidumbre incondicionada de las leyes lógicas fundamentales y de las leyes lógicas de inferencia; mientras que las proposiciones así demostradas no pueden ser más ciertas que lo que es la correcta *aplicación* de esas leyes de inferencia (OFM p. 144).

Podemos preguntarnos: ¿Son eternas e inmutables nuestras leyes de inferencia? Se suscitan, entonces, diversas consideraciones; máxime si se tiene en cuenta que lo que ha de ser estimado como prueba suficiente de un enunciado pertenece a la lógica, así como también pertenece a ésta todo lo que describe un juego del lenguaje (C 82, 546). Con frecuencia se imagina que el inferir es una actividad peculiar, un proceso en el medio del entendimiento -una efervescencia en la niebla- de donde surge después la deducción. Pero no hay nada oculto en este proceso; es una derivación de una sentencia a partir de otra de acuerdo con una regla; una comparación de ambas con un paradigma cualquiera que represente para nosotros el esquema de tránsito. Esto puede suceder sobre el papel, oralmente o «en la cabeza»; pero la conclusión puede sacarse también expresando una proposición tras otra, sin transición alguna; o bien la transición puede consistir únicamente en decir «por tanto», o «de ahí se sigue». Se habla de «conclusión» cuando la proposición inferida *puede* derivarse efectivamente de las premisas (OFM p. 19).

Lo que se llama «inferencia lógica» es una transformación de una expresión, como puede ser la conversión de una medida a otra (pulgadas a centímetros), y en este paso puede darse lo correcto y lo falso; pero la realidad con la cual concuerda en este caso lo correcto es una *conversión*, un *uso*, o las necesidades prácticas. Mientras se piensa que no puede ser de otro modo, se sacan conclusiones lógicas. Los pasos que no se ponen en cuestión son conclusiones lógicas. Sin embargo, no se les pone en cuestión porque «corresponden con certeza a la verdad», sino que esto es precisamente lo que se llama «pensar», «inferir», «argumentar». No se trata de una correspondencia de lo dicho con la realidad; la lógica está *antes* de una correspondencia así, en el sentido en el que la determinación del método de medida está *antes* de la corrección o falsedad de una medida (OFM p. 70). Se hace una inferencia lógica cuando ninguna experiencia puede contradecir la conclusión porque entonces contradeciría las premisas; cuando la inferencia es sólo un movimiento en los medios de representación. La inferencia lógica es una transición que se justifica si sigue un determinado paradigma, y cuya legitimidad no depende de nada más (OFM p. 331, 364).

Las leyes lógicas pueden tomarse como expresión de «hábitos de pensar», pero también del hábito *de pensar*; puede decirse que muestran cómo piensan los seres humanos y a *qué* llaman los seres humanos «pensar». Las proposiciones de la lógica entendidas como «leyes del pensamiento», más que expresar la esencia del pensar humano lo que muestran es la técnica del pensar, y lo que se entiende por «proposición» y por «lenguaje». Pero la coincidencia de los seres humanos, que es un presupuesto del fenómeno de la lógica, no es una coincidencia de *opiniones*, y menos aún de opiniones sobre cuestiones de lógica (OFM p. 65, 66, 297).

> ¿Cómo *enseñamos*, pues, a inferir? ¿O no lo enseñamos? ¿Sabe el niño que de la doble negación se sigue la afirmación? -Y ¿cómo se le *convence* de ello? Seguramente mostrándole un proceso (una doble inversión, un doble giro de 180°, y cosas semejantes) que él adopta como imagen de la negación.
>
> ...

Quien llama a «$\neg\neg p = p$» una «proposición necesaria de la lógica» (no una determinación con respecto al tipo de representación adoptado por nosotros) tiene también la tendencia decir que esa proposición procede del significado de la negación. Cuando en un dialecto se usa la doble negación como negación, como en el «él no ha encontrado nada en ninguna parte», nos inclinamos a decir: *propiamente* esto significa que él ha encontrado algo en todas partes. ¡Consideremos qué quiere decir ese «propiamente»!
OFM p. 21, 81

...cuando proferí la doble negación, ¿en qué puede haber consistido el hecho de que me refería con ella a la negación reforzada y no a la afirmación? No existe ninguna respuesta del tipo: «Consistió en que ...». En vez de decir «La duplicación de la negación se refiere a su cancelación», puedo poner paréntesis, por ejemplo -»Sí, pero estos paréntesis pueden jugar también distintos papeles; pues ¿quién nos asegura que deban considerarse como *paréntesis*?». Nadie nos lo asegura. Y tú también has explicado tu concepción mediante palabras. Lo que significan los paréntesis radica en la técnica de su aplicación. La cuestión es: ¿Bajo qué circunstancias tiene sentido decir «Me refería a...», y qué circunstancias justifican que diga «El se refería a...»?
IF 557

En lógica formal el signo de negación ($\neg p$) se utiliza para cancelar una proposición afirmativa; si se añade una segunda negación ($\neg\neg p$), se considera natural suponer que el segundo signo de negación cancela «$\neg p$», resultando «p». Sin embargo, en el lenguaje ordinario la doble negación no equivale a una afirmación: «Yo no quiero nada» no es lo mismo que «Yo quiero algo» sino «Nada quiero». Con todo, el desarrollo de sistemas lógicos o matemáticos depende del acuerdo en la reacción frente a circunstancias determinadas; desarrollo que, sin ser arbitrario, no se deriva de una estructura lógica originariamente subyacente. (Cfr. [12] cap. 12).

Mounce acude a un conocido símil wittgensteiniano para ilustrar de una manera muy sugestiva las afinidades que pueden apreciarse entre el desarrollo de un sistema matemático y la composición musical de variaciones sobre un mismo tema. De acuerdo con este paralelo, el tema correspondería a la primera parte del sistema, y las variaciones a su desarrollo. Así, el compositor, antes que un descubridor, es un creador; además, los conjuntos de variaciones no excluyen a otros de calidad equivalente, siempre y cuando se pueda registrar conexión entre el tema y sus variaciones. De modo similar, si alguien pretende continuar la serie 2, 4, 6, 9... con el número 14, tomando en consideración las edades de sus cinco hijos, tal conexión no resultaría *pertinente* a la luz de la continuación de la serie matemática que debe continuar con el número 10 como quinto número par de la serie de los números cardinales que comienza con los cuatro números pares inicialmente indicados; continuar una serie matemática supone considerar factores comunes a quienes han sido adiestrados en matemáticas. En este sentido se plantea que lo determinante en la composición de una variación o en la continuación de una serie lo que se encuentra relacionado de forma pertinente con lo que precede, de conformidad con el entrenamiento previo; la matemática no es arbitraria en tanto los matemáticos no son arbitrarios en sus respuestas. Mounce, siguiendo a Wittgenstein, señala que nuestro sentido de lo que es pertinente o apropiado en matemática, música y en la vida social en general está muchas veces influido por factores olvidados o de los cuales se es poco consciente. Y puntualiza:

> Esto está relacionado con lo que pensaba Marx cuando habló de alienación. La palabra «alienación»...Marx la usó para expresar una tendencia a atribuir, por así decir, a la naturaleza de las cosas lo que realmente es el producto de las propias acciones del hombre. Por ejemplo, la gente a veces cree, o actúa como si creyera, que las labores del Estado o del sistema económico son algo más que las actividades de aquellos que comprenden el Estado o llevan los asuntos económicos...Tratan los productos de su propia actividad como si estuvieran alienados a ellos. Un seguidor de Marx satirizó esta tendencia diciendo que además de considerar los intereses de pacientes y médicos tenemos que cuidarnos de no olvidar los intereses de la Medicina...a)...la Medicina...no existe independientemente de las acciones de pacientes y médicos...b)...la relación entre un paciente y un médico no es algo que pueda ser alterado a voluntad. De hecho es b) lo que ayuda a explicar la tendencia a tratar la Medicina como si existiera independientemente de pacientes y médicos...Lo que Witttgenstein intentó mostrar fue que no hay, además del hecho natural y las actividades de los matemáticos, algo llamado Matemáticas, pero que esto no quiere decir que las operaciones matemáticas sean arbitrarias y puedan ser alteradas a voluntad. ([12] p. 151-152)

Tanto las proposiciones lógicas como las matemáticas terminan por justificarse en los juegos y convenciones que les son propios, en tanto se les aplican técnicas de transformación enunciativa, de acuerdo con el conjunto de reglas que conforman el respectivo método de cálculo, con relación al cual hay acuerdos en materia de aplicación y uso de las reglas. Pero la matemática está conformada por una gran variedad de técnicas, y no tiene sentido privilegiar una de ellas, la lógica, a la manera del logicismo, pues con esto sólo se consigue una indebida homogeneización de métodos.

> El desorden -yo diría- se evita por motivos prácticos, no teóricos. Se introduce un orden porque sin él se han tenido malas experiencias -o también...porque ha dado pruebas de su eficacia en algo diferente y se ha convertido por ello en el estilo o la moda imperante.
>
> OFM p. 177
>
> ...lo que llamamos matemática es una familia de actividades con una familia de propósitos.
>
> OFM p. 228
>
> ...la matemática es, ciertamente, un fenómeno antropológico.
>
> OFM p. 33

Teniendo en cuenta las anteriores consideraciones, no es de extrañar que Wittgenstein se haya sustraído del debate relativo a la fundamentación de las matemáticas. Según su criterio la matemática necesita tan poco de una fundamentación como las proposiciones que tratan de objetos físicos o las que tratan de impresiones de los sentidos; todas ellas lo que necesitan es un *análisis* y una clarificación de su gramática. Así, por ejemplo, rechaza el programa logicista de fundamentación de las matemáticas (Russell) sobre la base de que no se gana nada con reducir las matemáticas a la lógica, por muy riguroso que resulte el sistema lógico escogido, pues los reparos que le formula a la verdad necesaria atribuida a las proposiciones matemáticas se hacen extensivos a las proposiciones de la lógica[7]. Más aún, en la medida en que es perfectamente posible imaginarnos una sociedad humana en la cual no exista un cálculo, en idéntico sentido al nuestro, ni un medir, en idéntico sentido al nuestro (piénsese en «nuestro» sistema decimal), no habría por que molestarse en desarrollar *qué* sea la matemática; el interés debería centrarse más bien en por qué existe entre nosotros una matemática, una concepción particular de ella, y un ideal de su lugar y función (RFM p. 319, 323).

Si bien ha sido frecuente inscribir plenamente la posición de Wittgenstein en el intuicionismo matemático de Brower, ello resulta impropio toda vez que aquel en manera alguna suscribiría el planteamiento básico de esta posición, según la cual el concepto de número se deriva de la intuición fundamental -de corte kantiano- relativa a que la vida se disgrega en fragmentos cualitativamente distintos, reunibles en biunidad porque permanecen separados en el tiempo; según dicha posición, de tal forma se habrían obtenido los números ordinales. Además, salta a la vista la discrepancia de Wittgenstein respecto de la explicación intuicionista que pretende justificar la objetividad de la matemática en procesos mentales.

Wittgenstein es enfático en señalar que carece de sentido toda pretensión de contar con una fundamentación última, sea ésta de orden científico o filosófico. Con ello se opone también a los programas fundacionalistas tanto del intuicionismo como del formalismo (cfr. [14] p. 92-95). Al respecto, anota Fogelin:

> Cuando aparecieron las *Observaciones sobre los fundamentos de las matemáticas*, no fueron acogidos muy favorablemente, en especial por quienes trabajaban en el tema de los fundamentos de las matemáticas, que entre otras cosas vieron amenazada su subsistencia. Desde esa época habían cambiado los vientos de los dogmas, y tanto el finitismo como el constructivismo en matemáticas ya no eran considerados poco respetables. Wittgenstein -y esta es una queja general acerca de su manera de hacer filosofía- no trabajó con detalle estos temas finitistas-constructivistas, pero le dio una expresión a los motivos subyacentes a este enfoque de las matemáticas y de la lógica. Más importante aún, su tratamiento de

[7] Cfr. AYER, A. J. *Wittgenstein*. Barcelona: Crítica, 1986. p. 81

> los problemas de la filosofía de las matemáticas concuerda perfectamente con su enfoque general de los problemas filosóficos. Y todavía más: creo que las discusiones acerca de la filosofía de las matemáticas nos ofrecen los más claros (y quizás los mejores) ejemplos de los métodos filosóficos de Wittgenstein. ([8] p. 225)

La alternativa de Witgenstein al reduccionismo de cualquier tipo (sea numérico, geométrico, lógico o de conjuntos) fué la de prestar atención a las variedades del lenguaje elegible para la elucidación matemática y a la consiguiente mezcla abigarrada constituída por las matemáticas ([14] p. 95).

> En el lenguaje corriente sucede con singular frecuencia que la misma palabra designe de modo y manera distintos -esto es, que pertenezca a símbolos distintos-, o que dos palabras que designan de modo y manera distintos sean usados externamente de igual modo en la proposición.
> Así la palabra «es» se presenta como cópula, como signo de igualdad y como expresión de existencia; «existir», como verbo intransitivo, parejo a «ir»; «idéntico», como adjetivo; hablamos de *algo, pero también de que algo* sucede.
> (En la proposición «Blanco es blanco» -donde la primera palabra es el apellido de una persona y la última un adjetivo-, estas palabras no tienen tan solo significado distinto, sino que son *símbolos distintos*.)
> Surgen así fácilmente las confusiones más fundamentales (de las que está llena la filosofía entera).
> TLP 3.323 - 3.324

> ¿Qué quiere decir que en la proposición «La rosa es roja» el «es» tiene un significado distinto al que tiene en «dos por dos es cuatro»? Si se responde que eso quiere decir que valen reglas distintas para ambas palabras, hay que decir que aquí sólo tenemos *una* palabra. Y si sólo tomo en consideración las reglas gramaticales, estas precisamente permiten el uso de la palabra «es» en ambos contextos. -Pero la regla que muestra que la palabra «es» tiene un significado distinto en esas oraciones es la que permite sustituir en la segunda oración la palabra «es» por el signo de igualdad, y en cambio prohíbe esa sustitución en la primera oración.
> IF 558

Estas observaciones resultan particularmente útiles respecto de la problematicidad de las paradojas. Otro tanto ocurre con la distinción wittgensteiniana, entre conceptos formales y conceptos reales. En efecto, los conceptos formales (como aquellos con los cuales se pretende expresar las características de la lógica) no son conceptos genuinos. Así, «Llueve» es una proposición significativa que dice algo; «'Llueve' es una proposición» no dice nada. Consideraciones similares son pertinentes respecto de afirmaciones o negaciones correspondientes a proposiciones gramaticales («sólo yo puedo sentir mis dolores»), las cuales son muy diferentes de las proposiciones empíricas.

Cuando se dice «Esto es falso» lo normal es que con ello se esté haciendo referencia a otra proposición como «Llueve» sin que pueda saberse si en el primer caso lo que se dice es verdadero o falso salvo que ya esté establecida la verdad o falsedad de la segunda proposición. Pero si lo que se pretende es considerar «Esto es falso» como proposición referida a sí misma, en realidad se exige extender la utilización de la expresión más allá de su uso normal, con lo cual se están modificando sustancialmente las características propias de la expresión corriente (algo similar ocurre con proposiciones como «Esta proposición contiene cinco palabras»). Surge así la paradoja en razón a una indebida desnaturalización del empleo del lenguaje ordinario, frente a lo cual no resulta pertinente una explicación sino, más bien, constatar el abuso del lenguaje.

Como quiera que, a comienzos del siglo XX, las paradojas mostraron la necesidad aparente de efectuar una revisión crítica de los principios básicos de las matemáticas, resulta pertinente observar que respecto de la célebre paradoja russelliana (la clase de todas las clases que no se contienen a sí mismas como elementos), la proposición «La clase de los leones no es un león, pero la clase de las clases sí es una clase» puede usarse como una proposición gramatical para advertir que la palabra «león» se utiliza de modo diferente al nombre de un león, mientras que el nombre genérico «clase» se utiliza de modo semejante a la designación de una de las clases, por ejemplo, la clase de los leones. Pero si se da el nombre de «león» a un león concreto (como el rey de los leones), en la proposición «león es un león» la palabra «león» se usa de dos modos diferentes. De esta manera, con la proposición «la clase de los leones no es un león», también puede haber un juego de lenguaje. Así, puede imaginarse un lenguaje en el cual la clase de los leones se denomina «el león de todos los leones» (si la gente se imaginara que todos los leones forman un gran león), la clase de los árboles, «el árbol de todos los árboles», etc.; en tal caso podría formularse la paradoja de que no hay un número determinado de todos los leones, etc. Sin embargo, ello no haría imposible contar y calcular en ese lenguaje. (Cfr. OFM p. 340-341)

Pero, además, Wittgenstein se pregunta si nuestra lengua se convierte en algo menos utilizable por el hecho de que, de acuerdo con las reglas ordinarias, una proposición provoque su contraria y viceversa. En palabras de Ayer, «No es cierto que la posibilidad de construir la paradoja del mentiroso en la lengua que usamos vicie toda esta lengua». ([1] p. 87)

> ...esas antinomias no tienen que ver en absoluto con las matemáticas; no existe conexión entre las dos cosas. Las antinomias...no han surgido del cálculo, sino del lenguaje ordinario que toma las palabras en dos sentidos. La solución de las antinomias está en sustituir las expresiones confusas por otras precisas (al tiempo que se atiende al significado propio de las palabras). Las antinomias desaparecerán por el *análisis*, pero no por la *demostración*. Si debido a alguna confusión salieran contradicciones en

matemáticas, no se podrían *aclarar con una demostración*...Lo que aquí se precisa es un análisis y no una demostración...Esto enseña que no se puede dar la demostración de la incontradictoriedad (en tanto se consideren las contradicciones de las matemáticas del tipo de las contradicciones del común) y que la demostración no puede brindar lo que se pide de ella...
No puede haber demostración sobre la incontradictoriedad de las matemáticas y si la hubiera no serviría para ningún asunto sobre principios.
WCV p. 108-109

Frente a la pretensión de conseguir pruebas de consistencia de los sistemas (para garantizar que no se presenten una contradicción, de suerte que cualquier proposición pueda derivarse de ella), para Wittgenstein una contradicción en matemáticas es perjudicial sólo donde causa perjuicio. La contradicción solamente puede presentarse en las reglas del juego. Las reglas son instrucciones para el juego, y mientras se pueda jugar, están en orden; pero dejan de estarlo en cuanto se advierte que se contradicen, y esto solamente se demuestra si ya no se les puede emplear. Cuando el producto lógico de las reglas es una contradicción, y la contradicción no dice que debe hacerse, no se puede llamar regla a una contradicción, por la misma gramática de la palabra «regla». Pero el conflicto aparece cuando es observado. Debe, entonces, tomarse una decisión que apunte a introducir una regla adicional que contemple el caso detectado. Así, solamente puede llamarse demostración sobre la incontradictoriedad a una cosa: examinar las reglas (WCV p. 110-111).

Respecto de la inquietud planteada en torno a si al aparecer una contradicción en matemáticas se derrumbaría en un momento todo lo que los matemáticos han calculado durante cientos de años; si de una contradicción se pudiera inferir cualquier fórmula -que podría aceptarse arbitrariamente- con lo cual el cálculo perdería su interés, Wittgenstein responde que, en ese caso, el cálculo constaría de dos partes: la que llegara hasta el momento en el cual se diera con la contradicción y la que permitiera aceptar cualquier fórmula. Para él, la más interesante sería la primera, y no dejaría de ser utilizada provechosamente.

Mi tarea no es atacar desde *dentro* la lógica de Russell, sino desde fuera.
O sea: no atacarla matemáticamente -entonces haría matemática-, sino su posición, su oficio.
Mi tarea no es hablar sobre el Teorema de Gödel, por ejemplo, sino evitar hacerlo.
OFM p. 324
Puede preguntarse, con razón, qué importancia tiene la prueba de Gödel para nuestro trabajo. Puesto que una parte de la matemática no puede solucionar problemas del tipo de los que *nos* inquietan.- La respuesta es: que nos interesa la *situación* en la que nos pone una prueba así. «¿Qué hemos de decir ahora?» ése es nuestro tema.

> Por muy extraño que suene, parece que mi tarea, respecto al teorema de Gödel, consiste simplemente en determinar con claridad qué significa en la matemática una proposición como: «Supongamos que esto pudiera demostrarse».
> OFM p. 328

En torno al Teorema de Gödel considera Wittgenstein que lo pertinente es plantear una serie de interrogantes relativos a lo que efectivamente se pretende establecer con aquél:

¿Hay proposiciones verdaderas en el sistema de Russell que no pueden ser demostradas en él? -¿A qué se llama, entonces, proposición verdadera en el sistema de Russell?

¿Qué significa que una proposición *«es verdadera»*?

¿Bajo qué circunstancias se afirma una proposición? O: ¿Cómo se usa en el juego de lenguaje la afirmación de una proposición?

¿Bajo qué circunstancias se afirma una proposición en el juego de Russell?

¿En qué sistema demostrable? ¿En qué sistema verdadera?

Al respecto anota Wittgenstein que una proposición se afirma en el juego de Russell (proposición enunciativa del simbolismo de Russell) al final de una de sus demostraciones, o como «ley fundamental». Señala, asimismo, que si se habla de proposiciones verdaderas pero no demostrables, las «proposiciones verdaderas» son proposiciones que son verdaderas en *otro* sistema, que pueden ser afirmadas en otro juego de lenguaje. Puede haber, entonces, proposiciones que son demostrables en un sistema (Euclides, por ejemplo), pero *falsas* en otro sistema. Y una proposición que no puede demostrarse en el sistema de Russell es «verdadera» o «falsa» en otro sentido que en el de una proposición de los *Principia Mathematica*. «Verdadera en el sistema de Russell» significa demostrada en el sistema de Russell; y «falsa en el sistema de Russell» quiere decir: lo contrario está demostrado en el sistema de Russell. Como puede observarse con este tipo de cuestionamientos lo que se señala es lo problemático que resulta asumir la *verdad* como noción externa al sistema, máxime si no se cuenta con un acuerdo previo respecto de cuando algo ha sido demostrado (cfr. OFM p. 92-94).[8]

---

[8] Cabe anotar que Dummett, en su conocido artículo «La filosofía de las matemáticas de Wittgenstein» [7], no menciona este tipo de argumentación. Ello no es de extrañar si se tiene en cuenta que este artículo data de 1959, en tanto que tal argumentación sólo aparece publicada en 1978 [21]. Además, debe tenerse presente su radical viraje frente a lo sostenido por él en la época del citado artículo; viraje expresado en el prólogo a *La verdad y otros enigmas*, con las siguientes palabras: «Cuando entré por primera vez al campo de la filosofía de las matemáticas, sostenía opiniones resueltamente platonistas, derivadas de Frege; pero poco a poco me convertí cada vez más en un simpatizante del intuicionismo y, más que eso, prácticamente en un converso.» (p. 27).

Evaluar a cabalidad estos planteamientos de Wittgenstein demanda no perder de vista que él parte del carácter intrasistémico de la verdad. Al respecto, observa Magdalena Holguín:

Para Wittgenstein, la determinación de la verdad o falsedad de una proposición ocurre dentro de un plexo de actividades que constituye su trasfondo, donde se ha establecido la pertinencia de preguntas y respuestas, los métodos y técnicas aceptables para abordarlos, y los diversos procedimientos relativos a la comprobación o invalidación de las pretensiones veritativas. Vista de esta manera, la atribución de verdad se inscribe en un contexto más amplio, el cual no es susceptible de ser calificado como verdadero o falso. [9]

A la luz de estas reflexiones relativas a la filosofía de las matemáticas, debe tenerse presente que según la concepción wittgensteiniana la filosofía no debe seguir los pasos de disciplinas científicas y empeñarse en la construcción de teorías explicativas que articulen hipótesis y argumentaciones; no explica cosas ni descubre nuevas verdades; no puede explicar ni debe intentar explicar. El filósofo no es un científico teórico que aporte teorías explicativas.

Además, Wittgenstein se opone a la tesis de que la filosofía es algo que tiene que hacerse antes de que se pueda hacer otra cosa; se opone a la tesis de que hasta que la filosofía se haya concluido ninguna otra cosa es confiable; a la tesis de que la filosofía sea el fundamento de las cosas. La filosofía no es meta-algo, no es una ciencia que estudie una disciplina y le dé un fundamento. El objetivo de la filosofía es hacer desaparecer los problemas de la misma; más que resolverlos, disolverlos al eliminar las perplejidades que impiden encontrarles salida.

Señala Bouveresse que para Wittgtenstein los métodos y los objetivos de la filosofía son fundamentalmente diferentes de aquellos propios de las ciencias, y que hasta el final fue un defensor encarnizado de la especificidad absoluta de la filosofía. No tenía ningún deseo de competir con científicos y teóricos (fueran estos psicólogos, lingüistas o matemáticos), ni tampoco de facilitarles las cosas; de ahí que pese a concentrarse en problemas de filosofía del lenguaje, filosofía de la psicología o filosofía de la matemática, jamás se planteó la necesidad de proponer teorías alternas en el seno de las disciplinas propiamente dichas.

Wittgenstein estaba convencido, en todo caso, de que la búsqueda de la claridad por ella misma -objetivo supremo de la filosofía- es, desde el punto de vista teórico y científico, una empresa no sólo improductiva sino también, en cierto sentido, perfectamente negativa ([3] p. 76-78). Es así como, a propósito de las matemáticas, observó:

> La claridad filosófica tendrá la misma influencia en el crecimiento de las matemáticas que la que tiene la luz solar en los tallos de las papas. -En el sótano oscuro crecen por metros-.

> GF p. 753
> Para la matemática es posible una investigación totalmente análoga a nuestra investigación de la psicología. Es tan poco una investigación *matemática* como la otra lo es psicológica. En ella *no* se calcula, por lo cual no es, por ejemplo, logística. Podría merecer el nombre de una investigación de los «fundamentos de la matemática».
> IF p. 527

Es en el contexto precedente donde de manera muy clara puede apreciarse el alejamiento wittgensteiniano de la obsesión por la búsqueda de la fundamentación, la estructura objetiva de la realidad,la certeza plena y el rigor máximo, condiciones éstas consideradas imprescindibles para que el tribunal de la Razón pudiese operar como instancia metacrítica de las disciplinas científicas; tribunal que, si se ha de ser consecuente con la metáfora judicial, previamente debe contar con las estipulaciones emanadas de un presunto legislador de la Razón.

Cuando se afirma que existen hechos y objetos por descubrir, ya se está adoptando un esquema conceptual propio de un juego de lenguaje determinado, en cuyo seno se encuentra establecido el uso de los términos utilizados en afirmaciones como la aludida. Así, un enunciado es verdadero respecto de una situación cuando resulta correcto utilizar las palabras que lo conforman, de acuerdo con un juego de lenguaje dado; la verdad es intrasistémica, y hay interdependencia recíproca entre ésta y la aceptabilidad general, presentada como racional. El que no haya un lugar exterior a los juegos de lenguaje, desde donde pudieran evaluarse, le impide a la filosofía establecerlos como verdaderos, lo cual imposibilita la empresa de fundamentación de los mismos.

Más que una rectificación de las tesis correspondientes a una fundamentación determinada, lo que se propone Wittgenstein es, entonces, una modificación de perspectiva respecto de la problemática de los fundamentos. Es precisamente este tipo de planteamientos lo que le inhibe de formular teorías explicativas de carácter filosófico, y de reconocer en el filósofo al guardián de la racionaliodad.

Por último, vale la pena registrar que la tendencia reciente en la cual ha evolucionado la matemática ha seguido una trayectoria que coincide en algunos puntos básicos con la perspectiva asumida por Wittgenstein en una época en que se encontraba vigente el debate en torno a los programas de fundamentación de la matemática. Dichos programas entraron en crisis y hoy en día, de forma cada vez más generalizada se considera, por ejemplo, que no hay una única verdad; que no hay verdades absolutas, sino verdades relativas a los sistemas o teorías en los cuales son predicadas. Se ha coincidido así con los planteamientos wittgensteinianos que señalan que no hay verdades matemáticas que trasciendan al ser humano; que se cuenta, se mide y se infiere

mediante procedimientos respecto de los cuales hay concordancia; de modo que la búsqueda de los fundamentos de la matemática ha de llegar hasta allí.

BIBLIOGRAFÍA

AYER, A. J. [1] «Los fundamentos de las matemáticas». En: *Wittgenstein*. Barcelona : Crítica, 1986. p. 80-87.

BAUM, Wilhelm. [2] *Wittgenstein*. Madrid : Alianza, 1988. 202 p.

BOUVERESSE, Jacques. [3] *Herméneutique el Linguistique suivi de Wittgenstein et la philosophie du langage*. Paris : L'eclat, 1991.

CAVELL, Stanley. [4] *The Claim of Reason*. Oxford University Press, 1979.

CHIHARA S., Charles [5] «Mathematical Discovery and Concept Formation». En: PITCHER, George (Ed.). *Wittgenstein. The Philosophical Investigations*. London : Macmillan, 1970. p. 448-468.

DE GREIFF, Pablo. [6] «Salvando a Wittgenstein de Rorty: un ensayo sobre los usos del acuerdo». En: *Ideas y Valores. Revista colombiana de filosofía*. Bogotá : Universidad Nacional de Colombia. No. 82 (Abril 1990).

DUMMETT, Michael. [7] «La filosofía de las matemáticas de Wittgenstein». En: *La verdad y otros enigmas*. México : Fondo de Cultura Económica, 1990. p. 243-264.

FOGELIN, Robert J. [8] «Topics in the Philosophy of Mathematics». En: *Wittgenstein*. London : Routledge & Kegan Paul, 1987. p. 211-225.

HOLGUIN, Magdalena. [9] *Wittgenstein y el escepticismo*. Inédito.

KANT, Immanuel. [10] *Crítica de la razón pura*. Madrid : Alfaguara, 1984. 694 p.

MCGUINNESS, Brian. [11] *Wittgenstein. El joven Ludwig (1889-1921)*. Madrid : Alianza, 1991. 416 p.

MOUNCE, H. O. [12] *Introducción al «Tractatus» de Wittgenstein*. Madrid : Tecnos, 1983. 171 p.

PENCO, Carlo. [13] «Intension: Wittgenstein's Philosophy of Mathematics considered under the influence of Frege's Tradition». En: *WITTGENSTEIN AND HIS IMPACT ON CONTEMPORARY THOUGHT (2o. 1977 : Kirchberg-Austria). Proceedings of the 2nd International Wittgenstein Symposium*. Vienna : Verlag Holder, 1978. p. 191-195.

SHWAYDER, D. S. [14] «Wittgenstein on Mathematics». En: WINCH, Peter *et. al. Studies in the Philosophy of Wittgenstein*. London : Routledge & Kegan Paul, 1969. p. 66-116.

TORRETI, Roberto. [15] *Manuel Kant. Estudio sobre los fundamentos de la filosofía crítica*. Buenos Aires : Charcas, 1980. 605 p.

TOMASINI B. Alejandro. [16] «Notas sobre la filosofía de lasmatemáticas de Wittgenstein». En: *El pensamiento del último Wittgenstein*. México : Trillas, 1988. p. 39-50.

WAISMANN, Friedrich. **WCV** *Ludwig Wittgesntein y el Círculo de Viena*. México : Fondo de Cultura Económica, 1973. 239 p.

WITTGENSTEIN, Ludwig. **TLP** *Tractatus Logico-Philosophicus*. Madrid: Alianza, 1987. 215p.

__________. **PR** *Philosophical Remarks*. The University of Chicago Press, 1975. 357 p.

__________. **GF** *Gramática filosófica*. Universidad Nacional Autónoma de México, 1992, 969 p.

__________. **OFM** *Observaciones sobre los fundamentos de la matemática*. Madrid : Alianza, 1987. 387 p.

__________. **IF** *Investigaciones filosóficas*. Universidad Nacional Autónoma de México, 1988. 550 p.

__________. **Z** *Zettel*. Universidad Nacional Autónoma de Mexico, 1979. 127 p.

__________. **C** *Sobre la certeza*. Barcelona : Gedisa, 1988. 97 p.