



<https://doi.org/10.15446/ideasyvalores.v73n185.97245>

HERMANN COHEN Y LA INTERPRETACIÓN HEGELIANA DEL CÁLCULO DIFERENCIAL



HERMANN COHEN AND THE HEGELIAN INTERPRETATION OF DIFFERENTIAL CALCULUS

HERNÁN PRINGE*

Conicet / Universidad de Buenos Aires - Buenos Aires - Argentina
Universidad Diego Portales - Santiago - Chile

.....
Artículo recibido: 13 de julio de 2021; aceptado: 25 de enero de 2022

Este trabajo es parte del proyecto Marie Skłodowska-Curie No 777786, financiado por el programa Horizon 2020 de la Unión Europea. Además es parte de los proyectos PIP 2021-2023 N°1740, CONICYT/FONDECYT Regular N° 1230072 y UBACyT 20020220400204BA.

* hernan.pringe@mail.udp.cl / ORCID: 0000-0001-7005-4838

¿Cómo citar este artículo?

MLA: Pringe, Hernán. “Hermann Cohen y la interpretación hegeliana del cálculo diferencial.” *Ideas y valores*, 73.185 (2024): 27-45

APA: Hernán, P. (2024). Hermann Cohen y la interpretación hegeliana del cálculo diferencial. *Ideas y valores*, 73 (185), 27-45

CHICAGO: Hernán Pringe. “Natural Ethnic Justice in the Context of Globalization and Dialogue of Cultures.” *Ideas y valores* 73, 185 (2024): 27-45



This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0 International License.

RESUMEN

En este trabajo comparamos la interpretación del cálculo diferencial que Hegel propone en la Ciencia de la lógica con la que Cohen desarrolla en El principio del método infinitesimal y su historia y en la segunda edición de la Teoría kantiana de la experiencia. Si bien ambos filósofos encuentran en el cálculo el principio cualitativo fundante de lo cuantitativo, Cohen sostiene que Hegel no resuelve el problema de la relación entre matemática y ciencia natural

Palabras clave: diferencial, infinitesimal, magnitud extensiva, magnitud intensiva, realidad.

ABSTRACT

In this paper we compare the interpretation of the differential calculus that Hegel proposes in the Science of Logic with that which Cohen develops in The Principle of the Infinitesimal Method and its History and in the second edition of the Kantian Theory of Experience. Although both philosophers find in the calculus the founding qualitative principle of the quantitative, Cohen argues that Hegel does not solve the problem of the relation between mathematics and natural science.

Keywords: differential, infinitesimal, extensive magnitude, intensive magnitude, reality.

Introducción

En *El principio del método infinitesimal y su historia*, Hermann Cohen presenta una interpretación filosófica del infinitesimal según la cual este resulta un elemento crucial de la crítica del conocimiento. En particular, mediante la consideración del infinitesimal, Cohen buscará explicar la relación entre el objeto matemático y el objeto físico, empíricamente real. El problema de *El principio del método infinitesimal y su historia* será determinar el modo en que el concepto de *realidad* [Realität] participa en la fundamentación de la ciencia natural. Para ello, la investigación desarrollada por Cohen establecerá las relaciones entre realidad, sensación, magnitud extensiva, magnitud intensiva e infinitesimal.

Al comienzo de la obra, en la primera página del prefacio, Cohen reconoce las posibles objeciones a las que se expone con su discusión filosófica de conceptos matemáticos y hace referencia a Hegel. Cohen afirma allí:

Parece inevitable el temor de que al darle validez al concepto de infinitesimal como un concepto fundamental de la conciencia científica pudiera cometerse una intromisión violenta en aspectos sutiles de la investigación matemática, aspectos que están más allá del alcance de mis estudios. Pues ya Hegel, precisamente en su crítica de ese concepto, dejó ver su fracaso. (Cohen 1983 III)

En este trabajo compararemos la interpretación del cálculo diferencial que Hegel presenta en la *Ciencia de la Lógica* con la que Cohen desarrolla en *El principio del método infinitesimal y su historia* y en la segunda edición de la *Teoría kantiana de la experiencia*, para analizar la recepción coheniana de la posición de Hegel. Mostraremos que, si bien ambos encuentran en el cálculo el principio infinito, cualitativo e intensivo de lo finito, cuantitativo y extensivo, Cohen sostiene que Hegel no resuelve satisfactoriamente el problema de la relación entre matemática y ciencia natural.

Hegel

En la *Ciencia de la Lógica*, en la primera nota al tercer momento de la infinitud cuantitativa, Hegel propone una interpretación filosófica del infinito matemático. Allí, Hegel sostiene que en el infinito matemático subyace el verdadero infinito y que él “está muy por encima del llamado *infinito metafísico* habitual, en base al cual se alegan las objeciones en contra del primero” (Hegel 1969 280; 1993 310).¹ En particular, la ver-

1 *Wissenschaft der Logik I*. En adelante, citaremos esta obra como WL. La traducción fue tomada de Hegel (1993), *Ciencia de la Lógica*, trad. de Augusto Mondolfo, vol. I, 310. En adelante, citaremos esta obra como CL.

dadera infinitud puede ser encontrada en lo infinitamente pequeño del cálculo diferencial, siempre que interpretemos correctamente el sentido del coeficiente diferencial dy/dx .² Según la concepción ordinaria de lo infinitamente pequeño, este se entiende como una magnitud más allá de la cual no puede darse ninguna menor. Pero, Hegel observa que una magnitud en matemática se define como pudiendo siempre ser aumentada o disminuida. Así, el concebir ordinario exige que lo infinitamente pequeño sea un cuanto por poseer una magnitud y, a la vez, que no lo sea, en tanto ella no puede ser disminuida. Tal contradicción será eliminada por la reflexión filosófica, que mostrará que el cuanto infinito ya no es un cierto cuanto finito, ni una determinación de magnitud, que tenga *existencia* como cuanto, sino que es simple y por eso existe solo como *momento*; es una determinación de magnitud en forma *cualitativa*; su infinitud consiste en existir como una determinación *cualitativa*.³

El coeficiente diferencial se mostrará como una determinación cualitativa de lo cuantitativo y su estructura será la de una relación tal que sus momentos se encuentren en unidad esencial entre sí, de manera que el significado de cada uno de ellos se agote en su referencia al otro.

Hegel analiza las diferentes maneras en las que un cuanto puede entrar como momento en una relación, presentando una gradación en la que dichos momentos van paulatinamente perdiendo su independencia hasta alcanzar la relación propia de una magnitud infinita. El grado más bajo de relación entre cuantos se da en un número racional. Un número racional, por ejemplo $2/7$, puede ser representado como un cociente entre dos números enteros: 2 y 7. Ahora bien, en el número racional, los números enteros puestos en relación solo valen “según su *determinación recíproca*”.⁴ Es decir, solamente importa la *relación* entre 2 y 7 y no cada uno de ellos tomado como cuanto. Por ello, el número racional puede también ser representado por otras infinitas fracciones, en las que la relación entre numerador y denominador es la misma, como $4/14$, $6/21$, etc.⁵ En el número racional, los enteros del par ordenado que lo representa ya no son “indiferentes” entre sí. Cada uno está en necesaria referencia al otro y, en tal sentido, “tienen el momento de la infinitud en ellos”.⁶ Pero esta expresión de la infinitud es todavía imperfecta, porque tanto el numerador como el denominador de

2 Para un análisis detallado de la interpretación hegeliana del cálculo, véase Rehm (1965), Moretto (1984, 1988), Wolff (1986), Miranda (2003), Zabaleta (2009), Boehme (2014) y Houlgate (2018). Véase también Stekeler-Wethofer (2011) y Bell (2019).

3 WL, I, 285. CL, I, 315.

4 WL, I, 286. CL, I, 316.

5 Un número racional puede representarse como una clase de equivalencia.

6 WL, I, 286. CL, I, 316.

cualquier fracción que represente al número racional pueden ser *sacados* de la relación y pueden valer como cuantos ordinarios. El estar en relación y ser momentos es para el numerador y el denominador de la fracción algo exterior e indiferente. Asimismo, la relación entre ellos, es decir el número racional, es ella misma un cuanto.

Hegel indica que la próxima universalidad a la que son elevados los números es su representación mediante letras. Así, el número racional representado por la fracción a/b parece ser una expresión más conveniente del infinito, porque ni a ni b tienen un valor *particular* propio fuera de la relación. Ahora bien, aunque a y b son magnitudes indeterminadas, tales símbolos representan de todos modos cuantos finitos. Así, ellos conservan, pese a todo, su referencia *en general* a cierto número, incluso fuera de la relación.

Hegel distingue entre dos expresiones de un mismo número racional, en tanto una de ellas deja de lado el momento de infinitud de la relación y contiene más bien una *mala* infinitud. En efecto, el número racional representado por la fracción $2/7$ también puede expresarse como $0,285714...$ En tal caso, el número es representado por una suma infinita de la forma: $2 \cdot 10^{-1} + 8 \cdot 10^{-2} + 5 \cdot 10^{-3} + ...$ En esta expresión, el aspecto de verdadera infinitud propio de la relación, en tanto 2 y 7 eran representados como momentos, desaparece. La infinitud presente es ahora la mala infinitud del progreso infinito. En la expresión $2/7$ los términos de la relación se determinan uno por medio del otro y el monto se representa de modo exacto. Por el contrario, en la suma infinita los miembros se hallan siempre incompletos y la suma no es nunca lo que debe ser, porque siempre existen sumandos más allá de los efectivamente considerados. La expresión decimal del número racional expresa como suma lo que en sí es una relación y los que eran momentos de esta dejan su lugar a un mero agregado de términos. Por lo tanto, la llamada *suma* o expresión *finita* de una serie (en nuestro ejemplo, $2/7$) es más bien su *verdadera* expresión *infinita*, ya que ella es en realidad una relación y contiene en sí la determinación de la infinitud. Por el contrario, la serie que se continúa indefinidamente refleja la *mala* infinitud, “porque lo que la serie tiene que expresar queda siendo un deber ser, y lo que expresa se halla afectado por un más allá que no desaparece, y difiere de lo que debe ser expresado”.⁷ En palabras de Spinoza, sostiene Hegel, el infinito de una serie es el infinito de la imaginación, mientras que el de la *suma* de la serie es el infinito del pensamiento. Tomando otro ejemplo utilizado por Hegel, mientras que la imaginación se representa la serie $1 + a + a^2 + a^3 + ...$, el pensamiento concibe su suma como $1/1 - a$.⁸ Dicha suma “*es en realidad* no sólo lo que es la serie en sus miembros

7 WL, I, 289. CL, I, 319.

8 Para que la suma converja, debe valer: $a < 1$.

presentes, sino además lo que le falta, lo que sólo *debe ser*”.⁹ La diferencia fundamental entre ambas perspectivas es que la imaginación “se queda detenida en el cuanto como tal y no reflexiona en la relación cualitativa”.¹⁰ Se nos presenta así la contradicción que resulta de buscar expresar como monto algo que reposa sobre una determinación cualitativa.

Tal como hemos visto hasta aquí, en expresiones como $2/7$ o a/b los momentos de la relación todavía se determinan de manera imperfecta entre sí. Numerador y denominador son en ambos casos cuantos determinados y la relación no le es esencial, pues ellos siguen siendo lo que son incluso fuera de ella. Además, la relación misma constituye un monto. Una forma más elevada en la que se determinan los momentos de una relación se presenta, por ejemplo, en una función de la forma $y^2 = px$. Allí la relación x/y ya no es un cociente fijo, sino que es la magnitud variable y/p . Hegel indica que “la relación de una magnitud con una *potencia* no es un *cuanto*, sino esencialmente una relación *cualitativa*”.¹¹ Sin embargo, en este caso x e y siguen teniendo todavía, ellos mismos, el significado de cuantos. Más allá del modo en el que entren en relación, ellos, como en los ejemplos anteriores, siguen siendo algo incluso fuera de la relación. Es esta característica la que finalmente desaparece cuando el cuanto está verdaderamente acabado y convertido en una existencia cualitativa. Entonces, el cuanto se elimina no meramente como este o aquel cuanto, sino como cuanto en *general*. Ante tal situación nos encontramos cuando consideramos el “coeficiente diferencial” dy/dx .¹²

Según Hegel, en el cálculo diferencial e integral, la matemática no puede “evitar el concepto”, es decir que ella debe abandonar la consideración del espacio, el número y sus determinaciones solo según su finitud. Más precisamente, en el tratamiento de lo infinitamente pequeño, la matemática reproduce la estructura conceptual que Hegel presenta en su descripción de la relación entre el ser y la nada. Las magnitudes infinitamente pequeñas, nos dice Hegel, “*existen en su desaparecer*, no *antes* de su desaparecer, pues entonces serían magnitudes finitas –ni *después* de su desaparecer, pues entonces no serían nada”.¹³ En la magnitud evanescente no se revela sino la unidad del ser y la nada. El devenir resulta su verdad. Hegel sostiene que fue Newton quien de modo más exacto determinó esta característica de lo infinitamente pequeño. En sus *Principia*, Newton indica que las magnitudes infinitamente pequeñas no son indivisibles, es decir, ellas no son magnitudes últimas. Más bien, ellas son magnitudes divisibles evanescentes, que se encuentran en *relaciones* últimas. Así, Newton afirma:

9 WL, I, 292. CL I, 323.

10 WL, I, 293. CL I, 323.

11 WL, I, 294. CL I, 324 – 325.

12 WL, I, 296. CL I, 326.

13 WL, I, 110-111. CL I, 135.

Y de modo semejante debe entenderse por razón última de cantidades evanescentes la razón de las cantidades no antes de desvanecerse, ni después, sino aquella con la cual se desvanecen. De modo análogo, la primera razón de cantidades nacientes es aquella con la cual nacen. [...] Puede objetarse también que si las razones últimas de cantidades evanescentes están dadas, también lo estarán sus magnitudes últimas, con lo cual todas las cantidades estarán formadas por indivisibles [...]. Pero esta objeción se apoya sobre una suposición falsa. Porque estas razones últimas con las que se desvanecen las cantidades no son verdaderamente las razones de las cantidades últimas, sino límites hacia los que siempre convergen las razones de cantidades que decrecen sin límite, y a los cuales se aproximan más que por ninguna diferencia dada, pero sin ir más allá ni efectivamente alcanzarlo hasta disminuir infinitamente las cantidades. (Newton 1993 Libro 1, Lema XI, Escolio, 72)

Hegel interpreta que dicha relación última entre magnitudes es aquella en la que ellas han perdido el carácter de ser cuantos. En ese caso, solamente se conserva una relación cualitativa, tal que sus términos son meros “momentos cualitativos de cantidad”.¹⁴ Por ello, subraya Hegel, Newton rechaza explícitamente concebir las cantidades evanescentes como indivisibles, ya que ellas no subsisten fuera de la relación en la que se encuentran. En la relación última, se hace desaparecer “toda determinación carente de relación”, es decir toda determinación por la cual un cuanto puede seguir siendo todavía un cuanto fuera de la relación. La expresión dy/dx debe por lo tanto considerarse como un único signo indivisible, pues dy y dx no son nada fuera de su relación recíproca y todo su sentido se agota en ella. Los términos de la relación son ceros como cuantos, pero no ceros cualitativos. Más bien, ellos son meros *momentos* de la relación.

Ahora bien, Hegel no solamente subraya que los diferenciales dy y dx no tienen significado más que en el marco de la relación en la que están insertos, sino que además indica que tales magnitudes evanescentes son magnitudes *generadoras* o *principios*. Nuevamente, Hegel se apoya en la formulación newtoniana del problema. Newton denomina *fluente* a toda cantidad finita variable, *fluxión* a la velocidad o rapidez con la que varía la fluente y *momento* al incremento infinitesimal o instantáneo de la fluente. Los momentos de las fluentes son entre sí como sus fluxiones. Newton afirma que hay que cuidarse de considerar como momentos a las partículas finitas. Más bien, ellas son cantidades *generadas* por los momentos. Los momentos son los “principios nacientes de las magnitudes finitas” (Newton 1993 Libro 2, Lema II, 300).

14 WL, I, 299. CL I, 329.

Hegel critica a Newton por concebir el momento como un *incremento*, pues eso hace que él sea falsamente representado como un cuanto.

¹⁵ Así, Hegel sostiene que

las formas mismas de los incrementos, etc., caen *dentro* de la categoría del cuanto inmediato y del mencionado continuo avance; y que antes bien las representaciones del *incremento*, *aumento*, acrecentamiento de x a dx o i , etc, tienen que considerarse como el vicio fundamental en los métodos presentes, vale decir, como el obstáculo permanente que impide extraer de la representación del cuanto ordinario la determinación pura del momento cualitativo de la cantidad.¹⁶

Sin embargo, la noción newtoniana de *momento* en tanto principio infinito generador de la magnitud finita es reconocida como perteneciente a la filosofía del verdadero concepto. El principio generador de lo finito no es el mal infinito de una serie que progresa indefinidamente hacia magnitudes infinitamente pequeñas, sino el verdadero infinito de una relación cualitativa que tiene a los diferenciales como sus momentos. De tal modo, Hegel afirma:

El cuanto se halla aquí diferenciado respecto a sí mismo, tal como está cual producto o existencia, y tal como está en su devenir, en su comienzo y principio, vale decir, tal como está en su concepto, o bien –lo que aquí es lo mismo– en su determinación cualitativa.¹⁷

El cuanto como existente es un *producto*, cuya ley de generación no es otra que su concepto, representado en la matemática como un coeficiente diferencial. Por ello, Hegel señala:

Esta depuración de la relación cuantitativa no es por tanto otra cosa que [lo que ocurre] cuando una *existencia* empírica se halla *concebida*. Esta existencia entonces se halla elevada por encima de sí misma, de modo que su concepto contiene *las mismas determinaciones* que ella misma, pero concebidas en su esencialidad y en la *unidad* del concepto, donde ha perdido su subsistencia indiferente, desprovista de concepto.¹⁸

15 Contra Hegel, Schwarz afirma „daß die Vorstellung des Increments, insofern sie als Überleitung zu dem Begriffe des Differentials dienen soll, sehr wesentliche Vorzüge hat, wie denn auch keine der Methoden, welche in der Entwicklungsgeschichte des höheren Calcüls eine hervorragende Rolle gespielt haben, faktisch ihrer zu entbehren vermag.“ (Schwarz 1853 108). Contra Schwarz, Liebrucks sostiene: „Aber Hegel macht nur darauf aufmerksam, daß mit der Vorstellung der unendlich kleinen Inkremente oder Dekremente die Vorstellung selbst verschwindet.“ (Liebrucks 1974 654).

16 WL, I, 301. CL I, 331.

17 WL, I, 301. CL I, 331.

18 WL, I, 301. CL, I, 330.

Para Hegel, el diferencial como cuanto es deudor de la mala infinitud del entendimiento, mientras que, como relación, el coeficiente diferencial corresponde al verdadero infinito de la razón.

Cohen

Cohen asigna a la discusión del concepto de infinitesimal un rol clave en la *Ciencia de la lógica* y entiende que la posición hegeliana, más allá de sus deficiencias, contiene un pensamiento de importancia crucial: el del principio infinito, cualitativo e intensivo que genera a la magnitud finita, cuantitativa y extensiva (Cohen 1885 118-119). La interpretación coheniana del cálculo buscará establecer las relaciones entre los conceptos de magnitud extensiva, magnitud intensiva, realidad e infinitesimal, modificando la doctrina kantiana y mostrando la prioridad lógica de la cualidad por sobre la cantidad.¹⁹

Kant distingue dos tipos diferentes de enlace (*conjunctio*). El primero de ellos es la composición (*compositio*), mientras que el segundo es la conexión (*nexus*). La composición es “la síntesis de lo múltiple cuyos elementos no se pertenecen necesariamente unos a otros”.²⁰ Tal síntesis es el enlace de lo homogéneo en todo lo que puede ser considerado de modo matemático. A su vez, la composición puede ser una síntesis de agregación, dirigida a magnitudes extensivas o una síntesis de coalición, dirigida a magnitudes intensivas.²¹ Kant explica que el concepto de una magnitud (*quantit*) es la conciencia de un múltiple homogéneo en la intuición en general, tal que mediante ella se vuelve posible la representación de un objeto.²²

En la magnitud extensiva la representación de las partes precede a la representación del todo y la hace posible. La aprehensión de las magnitudes extensivas es siempre sucesiva, pues tiene lugar según la síntesis sucesiva de la multiplicidad de partes previamente dadas. Por el contrario, la magnitud intensiva es tal que solo puede ser aprehendida como una unidad. En este caso, la aprehensión no es sucesiva, sino

19 Giovanelli (2016 9-23; 2011 157-230) estudia la recepción de la interpretación coheniana del cálculo. Véase también Bell (2019 137-140). Mormann vincula esta interpretación con el análisis no estándar en Mormann (2018 101-134). Véase también Mormann y Katz (2013 236-280).

20 A162/B201 (nota). Las traducciones de la *Crítica de la razón pura* son tomadas de Kant (2009). Las restantes obras de Kant serán citadas de la forma usual según la edición académica: *Gesammelte Schriften* [AA] Hrsg.: Bd. 1-22 Preussische Akademie der Wissenschaften, Bd. 23 Deutsche Akademie der Wissenschaften zu Berlin, ab Bd. 24 Akademie der Wissenschaften zu Göttingen. Berlin, (1900ff).

21 Para un estudio de la distinción kantiana entre magnitudes extensivas e intensivas, véase Böhme (1974 239-258).

22 A162/B203.

instantánea. No hay una multiplicidad de partes dadas previamente a su unificación, sino que lo múltiple solo puede ser representado a partir de la unidad, mediante una aproximación a la negación “= o”.²³ Toda realidad en el fenómeno tiene una magnitud intensiva, es decir un grado.

Las magnitudes extensivas corresponden a la forma de la intuición (el espacio y el tiempo puros), mientras que las magnitudes intensivas corresponden a la materia de la intuición (la sensación). La forma espacio-temporal de los fenómenos es aprehendida sucesivamente, mientras que la materia empírica lo es de modo instantáneo. Esta diferencia tiene profundas consecuencias para la interpretación neokantiana de las magnitudes extensivas e intensivas, tal como veremos a continuación.

Las magnitudes extensivas son magnitudes comparativas (*Vergleichungsgrößen*), porque su cantidad se obtiene mediante comparación con una cierta unidad de medida. Dado que esa unidad es arbitraria, convencional y depende de la peculiaridad de nuestros sentidos,²⁴ Cohen afirma que el objeto de la magnitud extensiva, como mero resultado de una síntesis de agregación, carece de fundamento.²⁵ Cohen sostiene que en la comparación de un objeto con la unidad de medida más bien se presupone siempre algo presente en sí y por sí, que constituye el fundamento buscado y que no depende de la unidad que se adopte. Tal fundamento de la magnitud extensiva no será una unidad relativa y arbitraria de comparación, sino una unidad absoluta, que no se hallará en la intuición pura, sino en *lo real* en el espacio y el tiempo.²⁶

Si una totalidad es aprehendida sucesivamente para ser representada como una magnitud extensiva, entonces debe haber algo real a ser captado en cada instante. Esta unidad instantánea es la unidad intensiva, que resulta una unidad absoluta, “pues *en cuanto contenida en un instante*, ninguna representación puede ser jamás otra cosa que una absoluta unidad.”²⁷

Cohen identifica la unidad intensiva con la unidad de lo real dado en un instante, pero además agrega que tal unidad es la del *infinitesimal*.²⁸ El cálculo infinitesimal es el método mediante el cual las magnitudes

23 A168/B210.

24 Cohen, *Das Princip*, 70.

25 Cohen, *Kants Theorie der Erfahrung*, 428.

26 Con el propósito de señalar la preeminencia lógica de la magnitud intensiva respecto de la extensiva, Cohen recurre a un argumento ya utilizado por Leibniz contra los cartesianos. Al respecto, véase Edgar (2021 200-230). Zabaleta Imaz critica esta argumentación (2009 121).

27 A99. En este sentido, Kant sostiene: “Qualitative Einheit ist wie der Grund des Ganzen, quantitative wie ein Theil des Ganzen zu betrachten.” AA 18:322. Citado en H. COHEN, *Kants Theorie der Erfahrung*, 431.

28 Cohen, *Kants Theorie der Erfahrung*, 427.

extensivas encuentran su fundamento en magnitudes intensivas. Por ejemplo, la trayectoria $x(t)$ de un cuerpo que se mueve con una velocidad instantánea $v(t)$ se obtendrá integrando la velocidad desde el instante inicial hasta el instante final del movimiento. De este modo, la velocidad, como magnitud intensiva, fundamenta la trayectoria, como extensión del movimiento. Dado que la velocidad $v(t)$ es la derivada de la trayectoria $x(t)$, Cohen elogia a Cournot, quien sugiere invertir las denominaciones introducidas por Lagrange y llamar a la función derivada más bien la función generatriz u originaria.²⁹ La función derivada $v(t) = x'(t)$ es la función originaria, mientras que $x(t)$ es la función generada por la primera.

Cohen afirma la identidad entre el infinitesimal y la magnitud intensiva y sostiene que esta identidad era universalmente aceptada en los tiempos de Kant.³⁰ Por lo tanto, Cohen entiende que en este sentido la doctrina kantiana no aporta ninguna tesis nueva. Más bien, para Cohen la novedad que trae esta doctrina es la identificación entre el infinitesimal y lo real [*das Reale*] en el espacio y el tiempo. Este es el verdadero aporte de Kant. Sin embargo, Cohen indica que la realidad no se basa en la sensación, como Kant afirma, sino *solamente* en el pensar.

La distinción kantiana entre sensibilidad y entendimiento es interpretada por Cohen como una distinción de métodos de conocimiento y no de facultades cognitivas.³¹ La intuición es la relación de la conciencia a un X como a un algo dado.³² El ser dado no implica ninguna afección, sino que solamente designa un modo en el que la conciencia se relaciona con su propio contenido. Puesto que para Cohen la conciencia es la conciencia científica, lo dado es dado en la ciencia.³³ Así, desde este punto de vista, la intuición pura es la intuición matemática. La estética transcendental kantiana demuestra cómo la objetividad de los fenómenos depende de su idealidad geométrica.³⁴ La intuición matemática resulta de este modo condición de posibilidad de toda la ciencia natural. Sin embargo, Cohen subraya la insuficiencia de este resultado, en tanto que con él no se explica el carácter real de los objetos físicos. La intuición pura es una mera *conditio sine qua non* de la objetividad, que debe ser complementada por un principio que fundamente la realidad de los objetos. Según Cohen, este principio es el principio del método infinitesimal. Este es un principio del pensar, que proporciona realidad intensiva a la magnitud extensiva de la pura forma espacio-temporal del fenómeno, mediante la generación de

29 Cohen, *Das Princip*, 123.

30 Véase Cohen, *Das Princip*, 14 y Cohen, *Kants Theorie der Erfahrung*, 427.

31 Cohen, *Das Princip*, 3.

32 Cohen, *Das Princip*, 20.

33 Cohen, *Das Princip*, 127.

34 Cohen, *Das Princip*, 23.

esta a partir de aquella, tal como la trayectoria de un cuerpo es generada a partir de su velocidad instantánea.

La generación según el principio del método infinitesimal produce al tiempo y al espacio como *quanta continua*, es decir, como magnitudes ninguna de cuyas partes es la más pequeña o simple. Cohen indica que Kant sostiene dicha generación de la magnitud extensiva a partir de la intensiva en el siguiente pasaje:

Tales magnitudes [el espacio y el tiempo] pueden llamarse también fluyentes, porque la síntesis (de la imaginación productiva) en la generación de ellas es un progreso en el tiempo, cuya continuidad se suele señalar especialmente por medio de la expresión *fluir* (transcurrir).³⁵

Siguiendo la terminología de Newton, la magnitud fluyente es la magnitud extensiva, generada por el *fluxión* en tanto magnitud intensiva. De tal modo, Cohen sostiene que el espacio y el tiempo, condiciones sensibles de la unidad de la conciencia, son producidos como *quanta continua* por una condición del pensar: la realidad en tanto magnitud intensiva.³⁶

Sin embargo, Cohen cuestiona la relación que Kant establece entre la realidad como magnitud intensiva y la sensación. Cohen desarrolla su crítica discutiendo las dos versiones del principio de las anticipaciones de la percepción que Kant presenta en la primera y segunda edición de la *Crítica de la razón pura*, respectivamente. En 1781, Kant sostiene: “En todos los fenómenos, tiene la sensación, y lo *real* que a ella le corresponde en el objeto (*realitas phaenomenon*) una *magnitud intensiva*, es decir, un grado”.³⁷

En contra de esta formulación, que asigna magnitud intensiva tanto a la sensación como a lo real que le corresponde a la sensación en el fenómeno, Cohen arguye que la magnitud intensiva es una determinación objetiva y por lo tanto no puede aplicarse a la sensación, porque esta es sólo una forma subjetiva en que la conciencia se relaciona con su propio contenido. De tal modo, Cohen indica que solamente lo real en el fenómeno posee magnitud intensiva. Por otro lado, Cohen entiende que esta primera fórmula del principio de las anticipaciones puede generar la ilusión dogmática de concebir al objeto independientemente de lo real, como si el objeto pudiera estar presente [*vorhanden*] sin lo real, para luego hacer corresponder algo en él con la sensación. Sin embargo, es más bien lo real lo que determina al objeto como tal.³⁸

35 A170/B211-212.

36 Cohen, *Kants Theorie der Erfahrung*, 428.

37 A166.

38 Cohen, *Kants Theorie der Erfahrung*, 433-434.

Ambas dificultades son evitadas por la nueva formulación del principio, que aparece en la segunda edición de la *Crítica*. Ahora el principio reza: “En todos los fenómenos, lo real, que es un objeto de la sensación, tiene magnitud intensiva, es decir un grado”.³⁹

Si bien según esta segunda versión solo lo real tiene un grado (y no la sensación) y el objeto no puede concebirse como independiente de lo real, una tercera dificultad todavía está presente, que resulta para Cohen la más grave de todas. El principio de las anticipaciones, en sus dos formulaciones, sugiere que lo real es una magnitud intensiva *porque y en la medida* que corresponde a la sensación.⁴⁰ Si así fuera, lo real encontraría su fundamento en la sensación.⁴¹ Pero Cohen sostiene que lo real no se funda *en* la sensación, sino *para* la sensación, *en* el principio del método infinitesimal.⁴² El método proporciona un objeto a la sensación, según el esquema de realidad,⁴³ en virtud de una generación continua y uniforme de la realidad en el tiempo.⁴⁴

El cálculo diferencial explica la generación de las magnitudes intensivas y con ello la de las extensivas, tal como puede mostrarse considerando el ejemplo de un cuerpo en caída libre. En este caso, la velocidad (como magnitud intensiva) se incrementa desde o hasta un cierto valor de acuerdo con la ley de la caída libre, que no es sino la segunda ley de Newton especificada para el caso en el que la única fuerza presente es la gravedad. La aceleración (a) resulta igual a la constante g . La generación continua y uniforme de la velocidad es la integración de su diferencial ($dv = gdt$) desde cero hasta un valor V a tiempo T . La magnitud intensiva así generada será $V = gT$,⁴⁵ es decir el tiempo T estará plénificado con una realidad de grado V . Pero, además, la generación de la magnitud extensiva del fenómeno tendrá lugar según el mismo método. La extensión de la caída libre, es decir la distancia $S = gT^2/2$ recorrida por el cuerpo, se obtendrá mediante la integración de la velocidad, tal como ésta su obtuvo por integración de la aceleración.⁴⁶ Así, la magnitud extensiva encontrará su fundamento en la magnitud intensiva.⁴⁷

Desde este punto de vista, Cohen rectifica la afirmación kantiana de que todos los fenómenos en general son magnitudes continuas, bien según su intuición, como magnitudes extensivas o bien según su

39 B207.

40 Véase Refl 6338 (AA 18:661).

41 Cohen, *Kants Theorie der Erfahrung*, 434.

42 Cohen, *Das Princip*, 106.

43 A143/B183.

44 Cohen, *Kants Theorie der Erfahrung*, 425.

45 $V = \int_0^V dv = \int_0^T g dt = gT$

46 $S = \int_0^S ds = \int_0^T ds/dt dt = \int_0^T gt dt = gT^2/2$

47 Cohen, *Das Princip*, 49.

percepción, como magnitudes intensivas.⁴⁸ Cohen sostiene que los fenómenos más bien son continuos como magnitudes intensivas y solo por ello resultan también continuos como magnitudes extensivas.⁴⁹

Según Cohen, el principio del método infinitesimal elimina del idealismo kantiano el problema de la cosa en sí. No hay ya necesidad de asumir un objeto afectante para garantizar la realidad objetiva del conocimiento. La realidad no depende de la afección ni de la sensación, sino que se encuentra fundada en el *mero* pensar, mediante dicho principio.

Mientras que las magnitudes extensivas, finitas y espaciotemporales, podrían como tales pertenecer a un dominio de ficciones o meras formaciones subjetivas, el infinitesimal en tanto magnitud intensiva les proporciona realidad objetiva, generándolas de acuerdo con las reglas del cálculo diferencial. La realidad intensiva infinitesimal es la unidad de generación de lo finito.⁵⁰ Tal unidad infinitesimal se encuentra basada solamente en el pensar y no en la intuición o en la sensación. El espacio y el tiempo son las formas en las que lo real se ordena, pero éste no es pasivamente recibido por la sensibilidad sino espontáneamente producido por el pensar. Así, Cohen afirma:

Pero puede llamarse triunfo del pensar a que éste supera en poder de realización a las condiciones sensibles: ellas más bien lo necesitan para componer positivamente sus propias imágenes a partir de las posiciones del pensar. Por lo tanto, la realidad, que en virtud de la continuidad constituye la magnitud intensiva, es el eje del idealismo crítico, en el que el espacio y el tiempo presentan su sentido negativo y la categoría su sentido generador.⁵¹

El cálculo infinitesimal expone el carácter productor que posee la magnitud intensiva y, en general, la potencia generatriz del pensar. Ello llevará a Cohen a transformar la crítica de la razón en una lógica del conocimiento puro.⁵² Con esta modificación del idealismo kantiano, Cohen avanzará por la senda trazada por Kant más allá del punto hasta el que este consideró justificado transitar.

48 A170/B212.

49 Cohen, *Kants Theorie der Erfahrung*, 436-437. Para una discusión de la crítica hegeliana a la distinción kantiana entre cantidad y cualidad, véase Houlgate (2014 16-32). Véase también Bonsiepen (1990 101-129).

50 Cohen, *Das Princip*, 146.

51 Cohen, *Kants Theorie der Erfahrung*, 429. Nuestra traducción.

52 Cohen, *Logik der reinen Erkenntnis* (1902). Edel estudia esta transformación en Edel (1988). Véase también Beiser (2018). Para una reciente discusión del rol del infinitesimal en la *Lógica del conocimiento puro*, véase Pringe (2020 137-168). Véase también Veit (2017).

Conclusiones

Cohen destaca en la interpretación hegeliana del diferencial su énfasis en el principio cualitativo infinito que genera a lo finito cuantitativo. Tal como acabamos de ver, Cohen concibe al infinitesimal precisamente como el principio intensivo generador de la magnitud extensiva. La cantidad encuentra su fundamento en la cualidad, según el método infinitesimal. Sin embargo, mientras Hegel asigna prioridad lógica al coeficiente diferencial dx/dy , en tanto relación, por sobre el diferencial dx como momento de ella, Cohen hace hincapié en el diferencial dx entendido como infinitesimal, cuyo vínculo no es en primer término con otro diferencial dy sino con la magnitud x generada a partir de él. En la *Lógica del conocimiento puro*, Cohen sostiene que el origen de lo finito es meramente *definido* en el diferencial dx , mientras que el cociente diferencial dx/dy posibilita su determinación.⁵³ El cociente diferencial permitirá establecer la ley mediante la cual la magnitud se genera como integral del diferencial. Mientras que el diferencial es el origen de la magnitud, el cociente diferencial expresa *cómo* se verifica la generación de la magnitud a partir del diferencial.⁵⁴

Por su parte, el coeficiente diferencial dy/dx expresa para Hegel la determinación cualitativa de lo cuantitativo. Pero esta caracterización de la relación dy/dx es todavía abstracta y adquiere en la matemática una forma y aplicación más concreta. Para precisar el rol de la relación dy/dx , debe tenerse en cuenta que aquella relación en la que el número alcanza el momento de la infinitud, del ser para sí, determinado por sí mismo, es la *relación de potencias*. Mientras que en la relación directa ($x/y = c$) y en la relación inversa ($x \cdot y = c$), la relación entre x e y depende del exponente c , en la relación de potencias ($x/y = y$) los posibles valores de x e y no están determinados por nada fuera de ellos mismos. La unidad y el monto son iguales: la unidad variable (y) es a la vez el monto variable. Así, en la relación de potencias el exponente no es un cuanto sino que posee una naturaleza completamente cualitativa.⁵⁵ Ahora bien, dado que el cálculo diferencial opera con las determinaciones cualitativas de lo cuantitativo, “su particular objeto matemático debe ser el tratar las formas de las potencias”.⁵⁶

53 Cohen, *Logik*, 156. Cohen llama cociente diferencial a la expresión que Hegel denominaba coeficiente diferencial.

54 Sobre esta cuestión, véase Gawronsky (1910 88 y 104).

55 WL 1, 382. CL 1, 413.

56 WL 1, 324 - 325. CL 1, 355. Wolff sostiene que la concepción hegeliana de la naturaleza cualitativa del exponente de la relación de potencias se remonta, en lo que respecta al contenido, a Leibniz (Wolff 245). Mascarenhas critica esta identificación de las nociones hegeliana y leibniziana de cualidad (2015 447 y ss.).

Con esta afirmación, la posición de Hegel presenta un flanco débil a ciertas objeciones de carácter matemático. En particular, Hegel parece injustificadamente presuponer que solo son diferenciables las funciones de variable real *analíticas*, es decir aquellas que pueden ser desarrolladas en una serie de potencia convergente.⁵⁷ Hegel concibe a las conceptos de infinitud cuantitativa, de relación directa, inversa y de potencias, etc., no como conceptos meramente tomados de la matemática, sino como categorías matemáticas en sentido kantiano, es decir como formas constitutivas de los objetos de la experiencia.⁵⁸ Ahora bien, aquello que podríamos denominar el esquematismo de estas categorías, es decir la explicación del modo en el que ellas se aplican a objetos empíricos, se lleva a cabo atendiendo al rol mediador del cálculo diferencial. En primer lugar, $dy/dx = P$ expresa la relación entre funciones de potencia en las que se desarrollan las variables x e y .⁵⁹ En segundo lugar, esa relación P debe ser aplicada, indicándose qué momento *en el objeto* es igual a ella.⁶⁰ Así, las categorías matemáticas adquieren significado físico. Acerca del uso empírico de la matemática en la física, Hegel sostiene:

Pero la matemática no tiene en general la capacidad de demostrar las determinaciones de magnitud de la física, en tanto se trata de leyes que tienen por fundamento la *naturaleza cualitativa* de los momentos; por la simple razón de que esta ciencia no es filosofía, *no procede a partir del concepto*, y por lo tanto el elemento cualitativo, en tanto no se encuentra aceptado de manera lematizada conforme a la experiencia, queda fuera de su esfera.⁶¹

Cohen critica tal modo de entender la relación entre matemática y ciencia natural y afirma que la exhaustiva presentación del cálculo llevada a cabo por Hegel reposa sobre presuposiciones filosóficas lejanas al idealismo que *El Principio del método infinitesimal y su historia* busca defender.⁶² La interpretación filosófica del cálculo diferencial revela la estructura conceptual de este mostrando que el objeto propio del cálculo no es otro que la *relación* cualitativa que está a la base de todo cuanto. Tal depuración de lo cuantitativo es, como hemos mostrado, precisamente lo que ocurre al *concebir* la existencia. Ahora bien, Hegel subraya que esto no implica que la matemática pueda alcanzar por sí misma pruebas de la existencia de entidades y leyes físicas, lo que, por

57 Véase Wolff (252 ss).

58 Wolff, (262).

59 Véase Wolff (251).

60 WL 1, 348. CL 1, 380.

61 WL, I, 321. CL I, 351. Traducción levemente modificada por nosotros.

62 Cohen, *Das Princip*, 118-119.

cierto, según Hegel, Newton en ciertas ocasiones pretende hacer.⁶³ En particular, las relaciones cualitativas que se encuentran a la base de las magnitudes físicas deben ser tomadas de la experiencia. Tales leyes de la física son empíricas y la matemática no puede obtenerlas *a priori*. Contra esta concepción del problema de la matemática aplicada, Cohen afirma:

Por el contrario, hemos visto que la matemática no ha aceptado ni pudo aceptar la cualidad [como proveniente] de la *experiencia* y sin embargo no la debió recibir sencillamente de la *filosofía del concepto*. La *cualidad* pensada como *realidad* es a la vez un ejemplo de la diferencia entre la llamada filosofía del concepto y la crítica del conocimiento. No se debe partir del *concepto* sino del *principio*. Éste, empero, lo expone la *ciencia*.⁶⁴

La cualidad como realidad intensiva no tiene, según Cohen, su fundamento en la sensación y por ello no es incorporada en la matemática como un elemento extraño, de origen empírico. La realidad es más bien una posición del puro pensar, que, como infinitesimal, se manifiesta en primer término en la matemática y a través de ella en el objeto físico. El pensar construye mediante el método infinitesimal un objeto *para* la sensación. La realidad intensiva de este objeto no es dada, sino que es generada por el pensar mismo en su ejecución matemática. De este modo, el cálculo infinitesimal adquiere inmediatamente validez respecto del objeto físico, pues éste no es un algo heterogéneo, sino una construcción del pensar matemático. Con ello, el carácter empírico de la física no desaparece, sino que se concibe como expresión del carácter infinito, siempre inacabado de dicha construcción.

Para Cohen, la doctrina de Hegel no reconoce el rol del infinitesimal como generador del objeto *empírico* porque no concibe de manera adecuada la relación entre cualidad y realidad. Tal relación permanecerá oculta, a menos que se atienda al pensar en su realización efectiva, es decir en la ciencia de la naturaleza. Por ello, Cohen entiende que no es la filosofía hegeliana del concepto, sino una investigación transcendental que parta del *Faktum* del conocimiento científico, la que explicará satisfactoriamente el rol del cálculo infinitesimal en el conocimiento empírico.

63 WL, I, 321. CL I, 351. Sobre este punto, véase Stekeler (2019 966 y ss.). Stekeler sostiene que la posición de Hegel objeta el pitagorismo ingenuo que transforma inmediatamente los modos de representación y discursos formales matemáticos en teorías materiales acerca del mundo (973). Por el contrario, Cohen critica la concepción de la matemática como mero sistema de leyes puramente formales y le asigna a esta disciplina un rol *transcendental*. Con ello, Cohen busca evitar todo misticismo matemático en la concepción de lo real, pero a la vez proporciona una explicación al problema de la aplicación empírica de la matemática, que la filosofía hegeliana del concepto no lograría resolver, precisamente por su concepción errada –según Cohen– del conocimiento matemático.

64 Cohen, *Das Princip*, 119. Nuestra traducción.

Bibliografía

- Bell, John. *The continuous, the discrete and the infinitesimal in philosophy and mathematics*. Cham: Springer, 2019.
- Beiser, Frederick. *Hermann Cohen. An Intellectual Biography*. Oxford: OUP, 2018.
- Bergman, Hugo. *Maimon und Cohen*, Monatsschrift für Geschichte und Wissenschaft des Judentums 1 (1939): 548-561.
- Bergman, Hugo. *The Philosophy of Solomon Maimon*. Jerusalem: Magnes Press, 1967.
- Böhme, Gernot. Über Kants Unterscheidung von extensiven und intensiven Größen, Kant-Studien 65 (1974): 239-258.
- Boehme, Harald. *Analysis bei Hegel*, Mathematische Semesterberichte 61 (2014): 159-181.
- Bonsiepen, Wolfgang. *Hegels Theorie des qualitativen Quantitätsverhältnisses*. En Gert könig y Detlef Laugwitz (Eds.). *Konzepte des mathematischen Unendlichen im 19. Jahrhundert*. Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht, 1990. 101-129.
- Cohen, Hermann. *Das Princip der Infinitesimal-Methode und seine Geschichte: ein Kapitel zur Grundlegung der Erkenntniskritik*. Berlin: Dümmler, 1883.
- Cohen, Hermann. *Kants Theorie der Erfahrung*, 2da ed. Berlin: Dümmler, 1885.
- Cohen, Hermann. *Logik der reinen Erkenntnis*. Berlin: Dümmler, 1902.
- Edel, Geert. *Von der Vernunftkritik zur Erkenntnislogik*. Freiburg/München: Alber, 1988.
- Edgar, Scott. *Leibniz's Influence on Hermann Cohen's Interpretation of Kant*, Kant e-Prints, serie 2, 16.2 (2021): 200-230.
- Gawronsky, Dmitry. *Das Urteil der Realität und seine mathematischen Voraussetzungen*. Marburg: (Diss, 1910).
- Giovanelli, Marco. *Reality and Negation. Kant's Principle of Anticipations of Perception*. Dordrecht: Springer, 2011.
- Giovanelli, Marco. *Hermann Cohen's Das Princip der Infinitesimal-Methode: The history of an unsuccessful book*, Studies in History and Philosophy of Science 58 (2016) 9-23.
- Hegel, G.W.F. *Wissenschaft der Logik I* [WL]. En: *Werke in 20 Bänden*, Band 5, Hg. von Eva Moldenhauer / Karl Markus Michel. Frankfurt am Main: Suhrkamp, 1969.
- Hegel, G.W.F. *Ciencia de la Lógica* [CL], traducción de Augusto Mondolfo, 2 t.. Buenos Aires: Ediciones Solar, 1993.
- Houlgate, Stephen. *Hegel on the Category of Quantity*, Hegel Bulletin 35.1 (2014): 16-32.
- Houlgate, Stephen. *Das Sein. Zweyter Abschnitt. Die Quantität*. En: Michael Quante y Nadine Mooren (Eds.). *Kommentar zu Hegels Wissenschaft der Logik*. Meiner, 2018. 145-218.
- Kant, Immanuel. *Gesammelte Schriften* [AA] Hrsg.: Bd. 1-22 Preussische Akademie der Wissenschaften, Bd. 23 Deutsche Akademie der Wissenschaften zu Berlin, ab Bd. 24 Akademie der Wissenschaften zu Göttingen. Berlin, 1900ff.
- Kant, Immanuel. *Crítica de la razón pura*. Estudio preliminar, traducción y notas de Mario Caimi. Buenos Aires: Colihue, 2009.

- Liebrucks, Bruno. *Sprache und Bewußtsein* 6/1. *Der menschliche Begriff*. Frankfurt am Main: Peter Lang, 1974.
- Maimon, Salomon. *Gesammelte Werke* [GW]. Valerio Verra (Ed.). Hildesheim: Olms, 2003.
- Mascarenhas Nolasco, Fábio. *A suspensão qualitativa da quantidade: a crítica de Hegel ao paradigma matemático da ciência moderna* (Disertación, Universidade Estadual de Campinas), 2015.
- Miranda, Francisco. *La interpretación filosófica del cálculo infinitesimal en el sistema de Hegel*. Pamplona: EUNSA, 2003.
- Moretto, Antonio. *Hegel e la matematica dell' infinito*. Trento: Verifiche, 1984.
- Moretto, Antonio. *Questioni di filosofia della matematica nella "Scienza della Logica" di Hegel. "Die Lehre vom Sein" del 1831*. Trento: Verifiche, 1988.
- Mormann, Thomas y Katz, Michael. "Infinitesimals as an issue of neo-Kantian philosophy of science", *Hopos: The Journal of the International Society for the History of Philosophy of Science* 3.2 (2013): 236-280.
- Mormann, Thomas. "Zur Mathematischen Wissenschaftsphilosophie des Marburger Neukantianismus", en Christian Damböck (Ed.). *Philosophie und Wissenschaft bei Hermann Cohen*. Cham: Springer, 2018. 101-134.
- Newton, Isaac. *Principios matemáticos de la Filosofía natural*, traducción de Antonio Escototado y M. Sáenz de Heredia. Barcelona: Altaya, 1993.
- Pringe, Hernán. "La teoría de los diferenciales de Salomon Maimon, la pregunta quid juris y la posibilidad de la metafísica como ciencia", *Anales del Seminario de Historia de la Filosofía* 33.1 (2016): 81-102.
- Pringe, Hernán. *Cohen's Logik der reinen Erkenntnis and Cassirer's Substanzbegriff und Funktionsbegriff*, *Kant Yearbook* (2020). 137-168.
- Rehm, Margarete. *Hegels spekulative Deutung der Infinitesimalrechnung*. Köln: Diss, 1965.
- Schwarz, Hermann. *Versuch einer Philosophie der Mathematik, verbunden mit einer Kritik der Aufstellungen Hegel's über den Zweck und die Natur der höheren Analysis*. Halle: H. W. Schmidt, 1853.
- Stekeler-Weithofer, Pirmin. *Zu Hegels Philosophie der Mathematik*, en: Christoph Demmerling y Friedrich Kambartel (Eds.). *Analytische Interpretationen zur Dialektik Hegels*. Frankfurt am Main: Suhrkamp, 1992.
- Stekeler, Pirmin. *Hegels Wissenschaft der Logik. Ein dialogischer Kommentar. Band 1: Die objektive Logik Die Lehre vom Sein Qualitative Kontraste, Mengen und Maße*. Meiner, 2019.
- Veit, Bernd. *Hermann Cohens Infinitesimal-Logik*. Würzburg: Diss, 2017.
- Wolff, Michael. *Hegel und Cauchy. Eine Untersuchung zur Philosophie und Geschichte der Mathematik*, en Rolf P. Horstmann y Michael J. Petry (Eds.), *Hegels Philosophie der Natur*. Stuttgart: Klett-Cotta, 1986. 197-263.
- Zabaleta Imaz, Josu. *Concepto y Realidad del cociente diferencial en la Wissenschaft der Logik de Hegel* (Tesis Doctoral, Universidad Autónoma de Madrid Facultad de Filosofía y Letras, Departamento de Filosofía), 2009.