

Modelamiento por elementos finitos de procesos de manufactura por deformación plástica*

Finite element modelling of manufacturing processes for plastic deformation

Fernando Mejía Umaña¹

RESUMEN

La línea de profundización en mecánica computacional de sólidos del Departamento de Ingeniería Mecánica y Mecatrónica tiene como objetivo ofrecer a la industria soluciones a problemas que requieran del conocimiento profundo de la mecánica de sólidos y de su modelamiento numérico. El artículo presenta de una manera resumida los fundamentos del modelamiento del fenómeno de deformación plástica, junto con los resultados obtenidos en la fase experimental y de modelamiento de dos aplicaciones de procesos de deformación plástica, estudiadas a través de proyectos de grado de estudiantes de ingeniería mecánica.

PALABRAS CLAVE: deformación plástica, embutición, modelamiento por elementos finitos, mecánica computacional de sólidos, plasticidad.

ABSTRACT

The object of the Mechanical and Electrical Engineering Department's computational mechanics of solids section is to offer industry solutions to problems requiring deeper knowledge regarding the mechanics of solids and how they can be numerically modelled. This article summarises the foundations of plastic deformation, together with the results obtained during the experimental phase and from modelling two applications of plastic deformation processes being studied as part of mechanical engineering students' undergraduate projects.

KEY WORDS: plastic deformation, finite element modelling, computational mechanics of solids, plasticity.

Recibido: Septiembre 29 de 2004

Aceptado: Noviembre 24 de 2004

I. Introducción

Las nuevas exigencias comerciales producidas por el alto grado de globalización de la economía y los nuevos tratados internacionales de libre comercio (ALCA, TLC, etc.), obligan a la industria a desarrollar nuevos productos y procesos de acuerdo con los estándares internacionales de calidad para lograr competitividad en el nuevo entorno industrial.

Uno de los elementos fundamentales para tener éxito en el diseño de productos y procesos es el uso de nuevas tecnologías de diseño y fabricación que proporcionan la agilidad y confiabilidad necesarias para responder a las exigencias cambiantes del mercado.

Los procesos de manufactura basados en la deformación plástica del material son utilizados en la fabricación de un alto porcentaje de productos metalmecánicos, por su

eficiencia, altas tasas de producción, baja generación de piezas rechazadas, buenos terminados superficiales, mejora de las propiedades mecánicas del material, etc.

II. Diseño de piezas y procesos de manufactura

Para dar una respuesta a estas necesidades, el Departamento de Ingeniería Mecánica y Mecatrónica ha venido desarrollando desde hace varios años numerosos trabajos de modelamiento por el método de los elementos finitos del comportamiento mecánico de diferentes tipos de materiales, para proporcionar al sector industrial información y capacitación en el uso de herramientas confiables y productivas para el diseño de piezas y procesos. Como resultado, se creó la línea de profundización en Mecánica computacional de sólidos en la que estudiantes de pre y posgrado realizan estudios e investigación del comportamiento mecánico de los materiales, por medio del

¹ Profesor titular de la Universidad Nacional de Colombia - Esp. diseño y análisis numérico, U. Politécnica de Cataluña. fmejiau@unal.edu.co.

* Maestría en ingeniería - materiales y procesos de manufactura, Departamento de Ingeniería Mecánica y Mecatrónica.

Universidad Nacional de Colombia - sede bogotá.

modelamiento numérico y su posterior validación experimental.

El estudio teórico de estos temas se inicia con las asignaturas básicas de las áreas profesionales del pregrado y se complementa en las asignaturas del posgrado de materiales y procesos: elementos finitos, aplicaciones de elementos finitos y mecánica computacional de sólidos I y II, o en otras asignaturas de los programas de física e ingeniería química.

Como herramientas computacionales se utilizan modeladores de sólidos como Solid Edge, Solid Works y Unigraphics, software de modelamiento matemático como Matlab, software de elementos finitos de aplicación general como el Ansys y de análisis dinámico como el L. S. Dina.

Uno de los principales objetivos de la línea de investigación es desarrollar aplicaciones industriales utilizando software de aplicación general, para determinar el potencial de estas herramientas en el entorno industrial, para generar capacidad de consultoría y para recomendar al sector manufacturero metalmeccánico el tipo de herramientas más eficiente y económico para el desarrollo de productos y procesos.

III. Modelamiento del fenómeno de deformación plástica

El modelamiento de piezas y procesos de manufactura producidos por deformación plástica se basa en el planteamiento por medio de expresiones matemáticas de: las leyes fundamentales de la mecánica, una ecuación constitutiva que describa el comportamiento del material en la región elástica; y un criterio de fluencia, una ley de flujo y una de endurecimiento, que describan su comportamiento plástico.

Por tratarse de un fenómeno con comportamiento no lineal, se hace necesario plantear las expresiones de elementos finitos utilizando un método incremental que permita aplicar cargas o deformaciones de una manera gradual, de tal manera que para cada región y nivel de carga pueda aplicarse un modelo linealizado apropiado.

IV. Modelo de comportamiento elástico

La característica fundamental de este modelo, es que los esfuerzos son función únicamente de las deformaciones. La trayectoria que recorre el material durante el proceso de carga es la misma que recorre durante el proceso de descarga. La expresión fundamental que relaciona esfuerzos con deformaciones es:

$${}^t\sigma_{ij} = {}^tC_{ijrs} {}^t\epsilon_{rs} \quad (1)$$

Cuando el comportamiento es lineal elástico, el tensor de constantes elásticas permanece constante en todo el

intervalo de carga. Si el comportamiento es no lineal elástico, este tensor varía en función del esfuerzo.

La mayoría de los materiales como los aceros, hierros fundidos, vidrios, rocas, madera y muchos otros, presentan este comportamiento para niveles bajos de carga, antes de llegar a la fluencia o a la fractura.

En análisis de grandes desplazamientos, la relación entre esfuerzos y deformaciones está dada en función del segundo tensor de esfuerzos de Piola-Kirchoff, del tensor de deformación de Green-Lagrange y del tensor de constantes elásticas, de acuerdo a la siguiente expresión:

$${}^tS_{ij} = {}^tC_{ijrs} {}^t\epsilon_{rs} \quad (2)$$

Para un estado tridimensional de esfuerzos el tensor de constantes elásticas está dado por:

$${}^tC_{ijrs} = \lambda \delta_{ij} \delta_{rs} + \mu (\delta_{ir} \delta_{js} + \delta_{is} \delta_{jr}) \quad (3)$$

donde λ y μ son las constantes de Lamé y δ_{ij} es el delta de Kronecker:

$$\lambda = \frac{Ev}{(1+\nu)(1-2\nu)} ; \mu = \frac{E}{2(1+\nu)} ;$$

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 0; & i \neq j \\ 1; & i = j \end{cases}$$

La expresión (2) permite describir correctamente el comportamiento del material para grandes desplazamientos y grandes rotaciones, pero pequeñas deformaciones, ya que las componentes de los tensores involucrados no cambian a causa de rotaciones de cuerpo rígido. Solamente las deformaciones del material producen un cambio en las componentes del tensor esfuerzo aunque vayan acompañadas de grandes rotaciones y desplazamientos. Para deformaciones pequeñas el uso de la relación (3), es equivalente al empleo de la ley de Hook en condiciones de desplazamientos infinitesimales.

V. Modelo de comportamiento inelástico

La característica fundamental del comportamiento inelástico, es que los esfuerzos para un valor específico de tiempo t , dependen de la historia de esfuerzos y deformaciones. La trayectoria que recorre el material durante el proceso de carga es diferente a la que recorre en el proceso de descarga. En el presente artículo se presentarán únicamente condiciones inelásticas para un material elastoplástico relacionadas con pequeños desplazamientos y pequeñas deformaciones, cuya formulación, utilizando el principio de los desplazamientos virtuales, puede resumirse de la siguiente manera:

;

$$\int_V C_{ijrs}^{EP} e_{rs} \delta e_{ij} dV = {}^{t+\Delta t} \mathfrak{R} - \int_V {}^t \sigma_{ij} \delta e_{ij} dV ;$$

$${}^t F({}^t \sigma_{ij}, {}^t \kappa, \dots) = 0 \quad (4)$$

$$de_{ij}^P = \lambda \frac{\partial {}^t F}{\partial {}^t \sigma_{ij}}$$

$$d\sigma_{ij} = C_{ijrs}^E (de_{rs} - de_{rs}^P) {}^{t+dt} \sigma_{ij} = {}^t \sigma_{ij} + d\sigma_{ij}$$

Un análisis similar puede hacerse, para condiciones de grandes desplazamientos y pequeñas deformaciones, simplemente usando el segundo tensor de esfuerzos de Piola-Kirchoff, y el tensor de deformaciones de Green-Lagrange para tener en cuenta los grandes desplazamientos. La siguiente es la formulación resumida, utilizando una formulación lagrangiana total, para deformaciones menores del 2%:

$${}^t \bar{\varepsilon}^P = \int_0^t \left[\frac{2}{3} d_0 \varepsilon_{ij}^P d_0 \varepsilon_{ij}^P \right]^{\frac{1}{2}} < 2\%$$

$$\int_{0_V} C_{ijrs}^{EP} e_{rs} \delta e_{ij} d^0 V + \int_{0_V} {}^t S_{ij} \delta_0 \eta_{ij} d^0 V =$$

$${}^{t+\Delta t} \mathfrak{R} - \int_{0_V} {}^t S_{ij} \delta_0 e_{ij} d^0 V \quad (5)$$

$${}^t F({}^t S_{ij}, {}^t \kappa, \dots) = 0$$

$$d_0 \varepsilon_{ij}^P = \lambda \frac{\partial {}^t F}{\partial {}^t S_{ij}}$$

$$d_0 S_{ij} = C_{ijrs}^E (d_0 \varepsilon_{rs} - d_0 \varepsilon_{rs}^P) {}^{t+\Delta t} S_{ij} = {}^t S_{ij} + d_0 S_{ij}$$

Para un material elastoplástico, cuya respuesta está gobernada por la teoría clásica incremental de la plasticidad basada en las ecuaciones de Prandtl-Reuss, y utilizando la descomposición aditiva de esfuerzos, $de_{ij} = de_{ij}^E + de_{ij}^P$, el incremento de esfuerzos está dado por la relación:

$$d\sigma_{ij} = C_{ijrs}^E (de_{rs} - de_{rs}^P) \quad (6)$$

donde C_{ijrs}^E son las componentes del tensor constitutivo elástico, de_{ij}^E las del tensor de incrementos totales, de_{ij}^P las del tensor de incrementos elásticos, de_{ij}^P y las del tensor de incrementos plásticos.

Para calcular las deformaciones plásticas es necesario diferenciar tres características del comportamiento del material: una función de fluencia que especifica, para un estado triaxial de esfuerzos, la condición que marca el inicio del flujo plástico; una función de flujo que define una relación entre los esfuerzos actuales, los incrementos de deformación plástica y los incrementos de esfuer-

zo, y una función de endurecimiento que especifica la forma en que la función de fluencia varía durante el flujo plástico.

La función de fluencia puede expresarse como ${}^t f_y({}^t \sigma_{ij}, {}^t e_{ij}^P, \dots)$, lo que indica que para un tiempo específico t , su valor es función de los esfuerzos, las deformaciones y algunas variables de estado, que dependen de la caracterización del material específico. Si su valor es menor de cero, indica un comportamiento elástico, si es igual a cero, el comportamiento puede ser elástico o plástico dependiendo de la condición de carga, y el valor menor de cero es inadmisibles.

La función de flujo permite obtener los incrementos de deformación plástica, así:

$$de_{ij}^P = \lambda \frac{\partial {}^t f_y}{\partial {}^t \sigma_{ij}} \quad (7)$$

donde λ es un escalar que debe ser determinado. La regla de endurecimiento, que depende del modelo de material utilizado, cambia las variables de estado en ${}^t f_y$ como una consecuencia del flujo plástico y por tanto cambia la condición de flujo a medida que la deformación ocurre.

La escogencia de funciones de fluencia, flujo y endurecimiento apropiadas para el material específico, y su aplicación en una formulación de desplazamientos virtuales como la presentada en la ecuación (5) permite, mediante el empleo de un esquema lagrangiano total (TL) o lagrangiano actualizado (UL), definir las expresiones para construir la matriz de rigidez y el vector de cargas en un sistema de solución iterativo convencional de elementos finitos.

A continuación se presentan dos ejemplos de modelamiento realizados utilizando esquemas lagrangiano total, grandes deformaciones y teoría de fluencia de von Mises. Las funciones de flujo y endurecimiento son calculadas directamente por el software Ansys a partir de los datos de ensayos de tensión realizados a cada uno de los materiales utilizados.

A. Flexión de vigas

Como primer ejemplo de verificación se eligió una probeta de aluminio de sección cuadrada y se sometió a esfuerzos de flexión en una configuración simplemente apoyada con carga central y posibilidad de desplazamiento horizontal en los apoyos, como se muestra en la Figura 2. Utilizando una máquina herramienta CNC, se realizó una cuadrícula en las caras de la probeta para poder medir las deformaciones superficiales producidas como resultado del ensayo.

1) Modelamiento

El elemento seleccionado para el modelo de la probeta fue el Solid 45: elemento tridimensional de ocho nodos con grados de libertad en UX, UY y UZ con capacidad de modelar plasticidad, grandes deflexiones y grandes deformaciones en problemas estructurales. Los elementos generados para la condición de contacto superficial fueron el Conta 174 (apoyos y punzón) y Targe 170 (probeta).

Para enmallar el modelo de la probeta se tuvo presente que coincidieran los nodos en contacto, para facilitar la solución del problema. Este enmallado se realizó uniformemente con elementos hexaedrales generando aproximadamente 3.000 elementos.

Con el fin de mejorar la eficiencia computacional se establecieron condiciones de simetría en el modelo como se muestra en la Fig. 1, restringiendo el movimiento de los nodos sobre el plano de simetría en la dirección longitudinal.

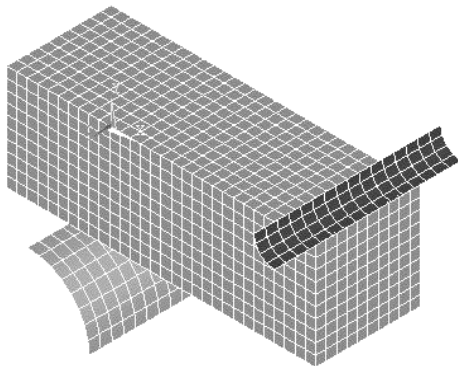


Fig. 1. Modelo del ensayo de flexión

El ensayo se realizó en una máquina universal de ensayos marca Shimadzu, a una velocidad constante de 5 mm/min, con la configuración mostrada en la Figura 2.

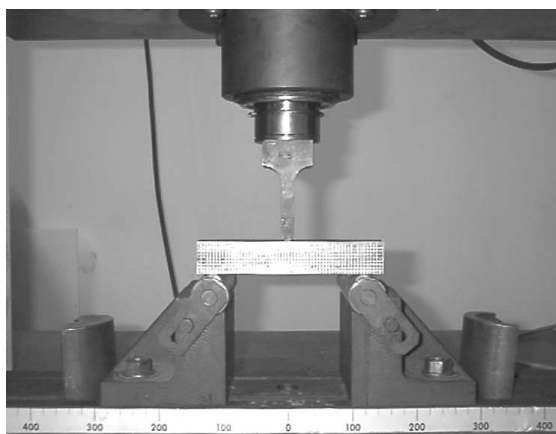


Fig. 2. Disposición del ensayo de flexión

La aplicación de la carga en el modelo se realizó a través de incrementos del desplazamiento vertical del punzón (5, 10, 20, 30 y 40 mm) y cada uno de ellos se aplicó en 100 subpasos.

2) Método de medición y resultados obtenidos

Para obtener los resultados de deformación plástica se tomaron datos de la variación geométrica de los cuadrados a través de la medición en Autocad de imágenes captadas de una previa filmación del ensayo. Estas imágenes se tomaron a 10, 20, 30 y 40 mm de desplazamiento del punzón, y se escogieron unos elementos representativos a los cuales se les midió la longitud final y el ángulo de rotación.

A partir de estas mediciones se calcularon las deformaciones unitarias para los diferentes valores de desplazamiento del punzón y se compararon con los datos obtenidos en el modelamiento. Las fotografías presentadas en las figuras 3a y 3b muestran de una manera gráfica los resultados obtenidos.

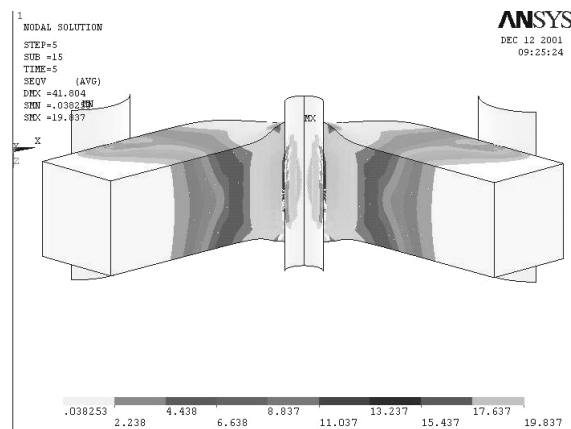


Fig. 3a. Probeta ensayada y resultado del modelamiento. Vista por el lado del punzón.

Como puede observarse, existe una gran coincidencia entre la geometría del modelo y la de la probeta. El análisis de los resultados numéricos nodo a nodo demostró que para más del 95% de éstos la diferencia entre los resultados del modelo de elementos finitos y los medidos en la probeta era menor del 5%. Solamente en las zonas de mayor deformación plástica se obtuvieron diferencias mayores del 5%, registrándose en unos pocos elementos deformaciones de hasta 200%.

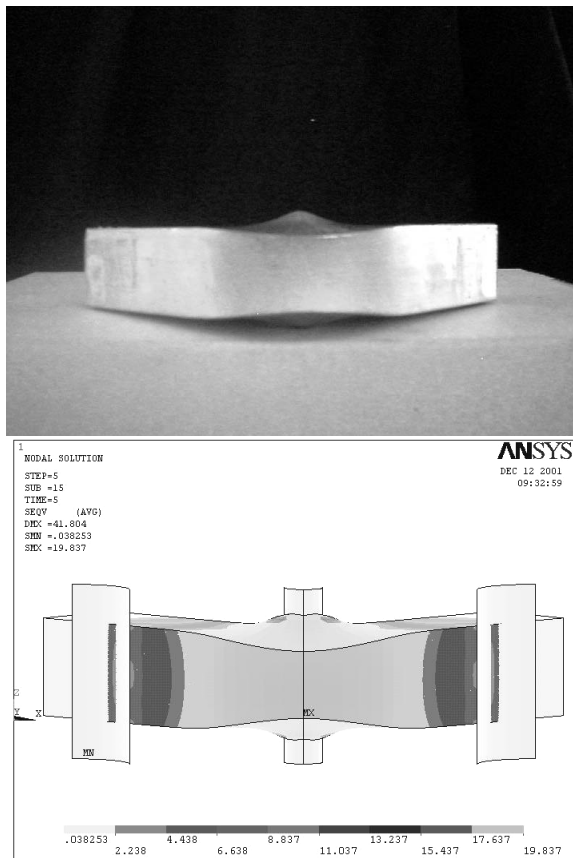


Fig. 3b. Probeta ensayada y resultado del modelamiento. Vista por el lado contrario al punzón.

B. Diseño de piezas fabricadas por embutición

En el proceso de embutición, se parte de una lámina plana de una forma preestablecida, se asegura por medio de un prensachapas y se deforma por la acción de un punzón que pasa a través de la matriz de embutición (Figura 4).

Las principales variables que definen el diseño de un útil de embutición y que pueden determinarse a partir del modelo de elementos finitos son la relación de conformado (ϵ), el redondeado de la arista del punzón, el redondeado de las aristas de embutición y la holgura de embutición.

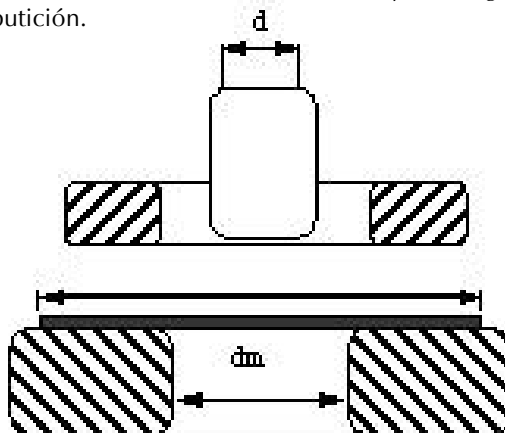


Fig. 4. Útil de embutición

El buen resultado de este proceso depende en gran parte por la calidad del material, que debe ofrecer una máxima capacidad de deformación en frío sin que aparezcan grietas en la superficie. Para medir las propiedades de los materiales se recurre a los ensayos de tracción, torsión, ensayos de dureza y de fragilidad; sin embargo, para las operaciones de embutición estos datos no son suficientes, por lo tanto se recurre a ensayos especiales que relacionan el espesor de la chapa y las cualidades del material, como el ensayo de Erichsen de embutición.

Este ensayo consiste en estirar una probeta de forma circular con un punzón que en su extremo tiene una esfera de acero, hasta la aparición de algún indicio de grieta superficial, para luego medir la profundidad a la que se logró estirar la chapa, esta profundidad en milímetros representa el número de embutición Erichsen.

Como segundo objeto de validación de los modelos de deformación plástica, se tomaron el ensayo Erichsen y la embutición de una pieza cilíndrica. Una de las razones tenidas en cuenta para su escogencia fue la simetría axial de las dos aplicaciones, que permite una gran simplificación de los modelos computacionales.

1) Modelamiento

Se realizaron múltiples modelos de la geometría completa y utilizando simetría axial o simetría con respecto a planos perpendiculares a partir de elementos Solid45, Solid95, Plane42 y Plane82. La mayor dificultad se presentó en el modelamiento de la presión del prensachapas.

La Figura 5 muestra el modelo definitivo en el cual se utilizaron tres pares de contacto para simular la presión del prensachapas, el contacto de la lámina con el radio de redondeo de la matriz y el contacto punzón-lámina.

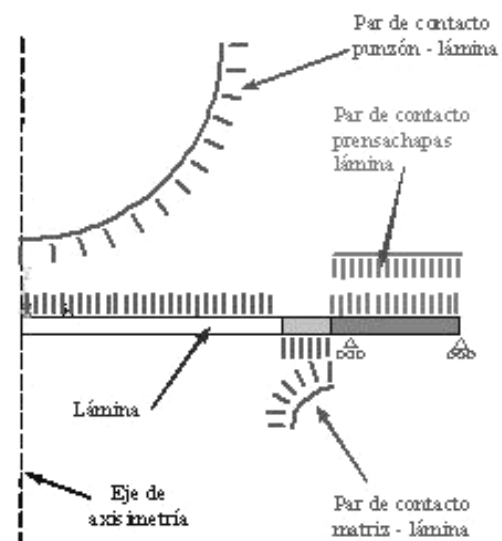


Fig. 5. Modelo axisimétrico con tres pares de contacto - Ensayo Erichsen.

La presión en el prensachapas se simuló aplicando una carga distribuida en el par de contacto correspondiente, la que se aumentó hasta llegar a la condición de fluencia, simulando así la condición en la cual se forma la marca que deja el prensachapas sobre la probeta.

2) Métodos de medición

Como en el caso de la probeta a flexión, las deformaciones se midieron generando una malla en la superficie de la lámina ensayada, esta vez por medio de un sistema litográfico y con una distribución polar. Una vez deformada la pieza, se midieron las variaciones en la malla para determinar las deformaciones unitarias y la distorsión. También se cortaron las probetas ensayadas por los planos de simetría y se midieron los espesores finales en una máquina para la medición de perfiles.

Las siguientes figuras muestran algunos de los resultados obtenidos en los modelos físicos y de elementos finitos:

La distribución de esfuerzos de von Mises en la sección transversal de la probeta Erichsen muestra la región en la que se producen esfuerzos de fluencia, en la cual en etapas posteriores de carga se inicia la estricción de la sección y la consecuente rotura.

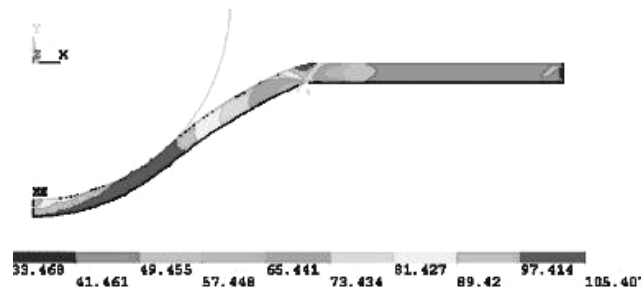


Fig. 6. Esfuerzos de von Mises en la sección transversal de la probeta del ensayo Erichsen.

En la parte superior de la Figura 7 se muestra una fotografía de la sección transversal de una de las piezas obtenidas por embutición utilizando un punzón cilíndrico, y en la parte inferior se presenta el modelo de elementos finitos. Es notable la coincidencia de los perfiles.

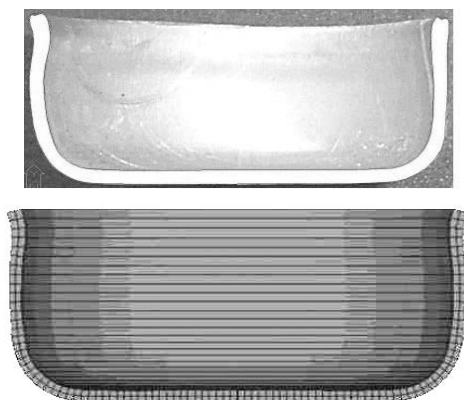


Fig. 7. Pieza obtenida por embutición y pieza obtenida con el modelo de elementos finitos.

El radio de redondeo del punzón es una de las variables que más influye en las características de la pieza obtenida. La Figura 8 presenta los esfuerzos en el área de contacto entre el punzón y la lámina, para varios radios de redondeo.

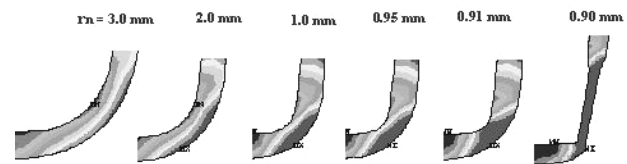


Fig. 8. Radios de redondeo de punzón.

A medida que el radio de redondeo del punzón disminuye el esfuerzo plástico equivalente aumenta en el área de contacto del redondeo y la lámina, hasta llegar a un valor crítico en que falla la lámina.

VI. Conclusiones

- El estudio de los procesos de manufactura por deformación exige un conocimiento a fondo de los principios de la mecánica de sólidos. El enfoque tradicional de diseño de este tipo de procesos con base en tablas obtenidas de la experiencia, se ve complementado con las modernas técnicas de modelamiento numérico.
- Los programas de elementos finitos de aplicación general constituyen una herramienta apropiada para el modelamiento de procesos de manufactura. Sin embargo, el desarrollo de los modelos es algo dispendioso e implica un conocimiento profundo de las técnicas de modelamiento. Por esta razón, se ha iniciado el análisis del software comercial diseñado específicamente para modelar este tipo de procesos, con el fin de poder recomendar a los usuarios de la industria una herramienta que pueda ser utilizada por personal de menor capacitación en los aspectos teóricos de la mecánica de sólidos.
- Los modelos estudiados se basan en la hipótesis de aplicación lenta de las cargas y utilizan modelos de comportamiento de material sometido a cargas de aplicación lenta. Para el análisis de procesos de producción de alto rendimiento es necesario iniciar el estudio del comportamiento de materiales a más altas velocidades de aplicación de carga y con unos modelos que tengan en cuenta los efectos inerciales producidos por la aplicación rápida de las cargas.

VII. Bibliografía

- [1] Bathe, Klaus Jürgen, Finite Elements Procedures, Prentice Hall.
- [2] Dieter, George E., Mechanical Metallurgy, Mc-Graw Hill, 1976.
- [3] Manual de programador del lenguaje APDL DE Ansys, Ayuda del programa.

[4] Mase, George E., *Mecánica del medio continuo*, Mc-Graw Hill, 1977.

[5] Mejía, Fernando, «Modelamiento por elementos finitos de comportamientos no lineales en mecánica de sólidos», trabajo de promoción a profesor titular, Universidad Nacional de Colombia, 2002.

[6] Medelson, Alexander, *Plasticity Theory and Application*, Macmillan Company, 1968.

[7] Oehlert, Gerard, *Herramientas de troquelar, estampar y embutir*. Editorial Gustavo Gili S.A, 1968.

[8] Saeed, Moaveni, *Finite Elements, Theory and Application with ANSYS*, Prentice-Hall, 1999.

[9] Zienkiewicz C. O. and Morgan, Kenneth. *Finite Elements and Approximation*, Singapore, John Wiley & Sons, Inc., 1983.

[10] Zienkiewicz C. O and Taylor R. L., *El método de los elementos finitos*, cuarta edición, Volumen 2. Barcelona, España. Mc-Graw Hill, 1994.