

Análisis del electroencefalograma con transformada de Fourier y modelos paramétricos

El análisis tradicional del electroencefalograma (EEG) se realiza en el tiempo. Para ello se selecciona una sección del registro donde la contaminación es baja y posteriormente se cuenta el número de picos.

Con el propósito de mejorar el estudio del EEG reduciendo el factor subjetivo, se han aplicado dos técnicas para el análisis espectral. La primera se refiere a la Transformada de Fourier y el periodograma modificado; la segunda ajusta un modelo Autorregresivo (AR) al EEG y con base en este se obtiene un estimador de la densidad espectral. Adicionalmente, los parámetros del AR permiten monitorear la evolución del EEG.

J. ALBERTO DELGADO R.
Instructor Asistente
Ingeniería Eléctrica
Universidad Nacional de Colombia

INTRODUCCION [1, 2]

El cerebro humano genera actividad eléctrica y fue Berger en 1920-1932 quien por primera vez registró esta señal con electrodos ubicados sobre el cráneo.

El EEG desde entonces se ha convertido en una herramienta práctica para el estudio del cerebro y sus estados funcionales. El contenido del EEG se ha dividido en 5 bandas o ritmos para su estudio:

$$0.0 \leq \epsilon < 0.5 \text{ Hz}$$

$$0.5 \leq \delta < 4.0 \text{ Hz}$$

$$4.0 \leq \theta < 8.0 \text{ Hz}$$

$$8.0 \leq \alpha < 13.0 \text{ Hz}$$

$$13.0 \leq \beta < 30.0 \text{ Hz}$$

La presencia de cada ritmo depende de la ubicación de los electrodos, el estado de conciencia del sujeto y su edad.

Muchos daños y perturbaciones funcionales del cerebro se pueden detectar mediante el contenido frecuencial del EEG. En general, un daño severo produce una actividad dominante de baja frecuencia.

El artículo contiene tres secciones: la primera comenta el método de adquisición del EEG y su almacenamiento en disco magnético para su posterior tratamiento; la segunda trata sobre el periodograma como estimador de la densidad espectral, y la sección final presenta los modelos AR que permiten determinar el contenido frecuencial, así como monitorear la evolución del sujeto por medio de su EEG.

ADQUISICION DEL EEG

La Figura 1 muestra esquemáticamente la adquisición del EEG y su almacenaje, como señal análoga, en cinta magnética (cassette).

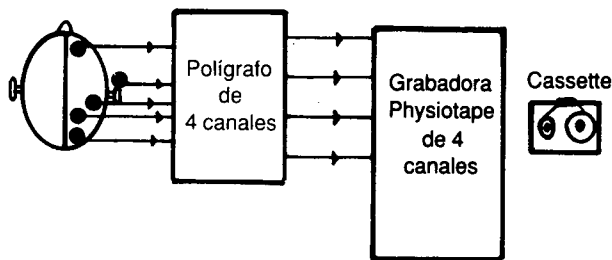


FIGURA 1. Adquisición y almacenaje del EEG en cinta magnética (cassette).

Los electrodos activos se ubican en las regiones frontal, temporal, parietal y occipital tomando el lóbulo de la oreja ipsilateral como polo indiferente. Los registros se hacen mediante un polígrafo de 4 canales E & M Instruments Co. Inc. y simultáneamente se graban en cinta magnética por medio de una grabadora Physiotape de 4 canales CDR 411 E.M. Instrument Co. Inc.

Posteriormente para muestrear y digitalizar los EEG se conecta la grabadora al voltímetro 3437A Hewlett Packard, canal por canal, el cual es controlado por el Instrument Controller 1720A Fluke, a través del estándar de comunicación IEEE-488, ver Figura 2.

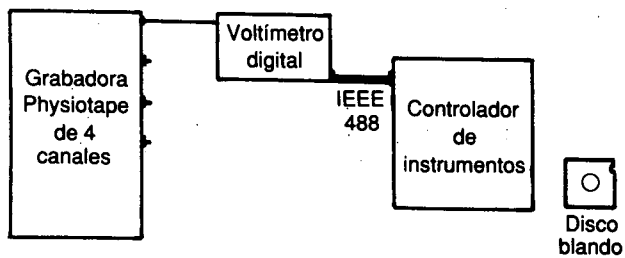


FIGURA 2. Muestreo, digitalización y almacenaje en disco magnético del EEG.

En el controlador de instrumentos se ejecuta un programa en BASIC que se encarga de disparar el muestreo, leer los datos digitalizados por el voltímetro, 2048 muestras por canal, y almacenarlos en un disco magnético blando junto con información adicional que permite identificar el registro. El muestreo se realiza a 200 Hz, lo cual significa un ancho de banda de 100 Hz, según el teorema de Shannon.

Finalmente, los registros se transfieren a un computador VAX - 730 donde son analizados con múltiples métodos, uno de los cuales utiliza la transformada discreta de Fourier y se describirá a continuación.

EL PERIODOGRAMA [3, 4, 5]

Para determinar el contenido frecuencial del EEG muestreado $x(k)$ se calcula la transformada discreta de Fourier:

$$X(j) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x(k) \cdot e^{-i \cdot 2 \cdot \pi \cdot \frac{j \cdot k}{N}} \quad (1)$$

$$j = 0, 1, \dots, N-1$$

N: Número de muestras del EEG

Con la transformada $X(j)$ se obtiene un estimador de la densidad espectral, conocido como periodograma, y dado por:

$$\hat{S}(j) = \frac{1}{N} [X(j)]^2$$

Donde, (2)

$$j = 0, 1, \dots, N-1$$

$\hat{S}(j)$: Periodograma del EEG $x(k)$

El estimador (2) presenta un sesgo que disminuye al incrementar el número de muestras N y una varianza proporcional al cuadro del espectro real. Para mejorar la estimación, se utiliza el periodograma modificado que consiste en un promedio de periodogramas así:

$$\hat{S}^*(n) = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \hat{S}_i(n) \quad (3)$$

$$n = 0, 1, \dots, M-1$$

$\hat{S}_i(n)$: Periodograma para cada uno de los L segmentos en que se dividió el registro.

El EEG original de longitud N se divide en L segmentos de longitud M cada uno ($N = L \cdot M$). Para cada segmento se obtiene el periodograma (2) y posteriormente se promedian los L periodogramas como señala (3).

Teorema de Parseval [4]

Para cuantificar la potencia de EEG en los diferentes ritmos se recurre al teorema:

$$\sum_{k=0}^{N-1} x^2(k) = \frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} [X(j)]^2 \quad (4)$$

FIGURA 3. Registro EEG tomado en la región occipital izquierda de un sujeto adulto.

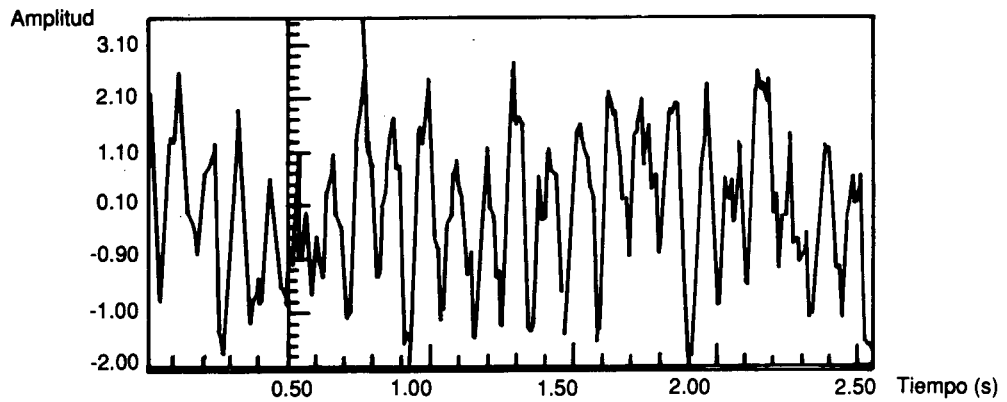
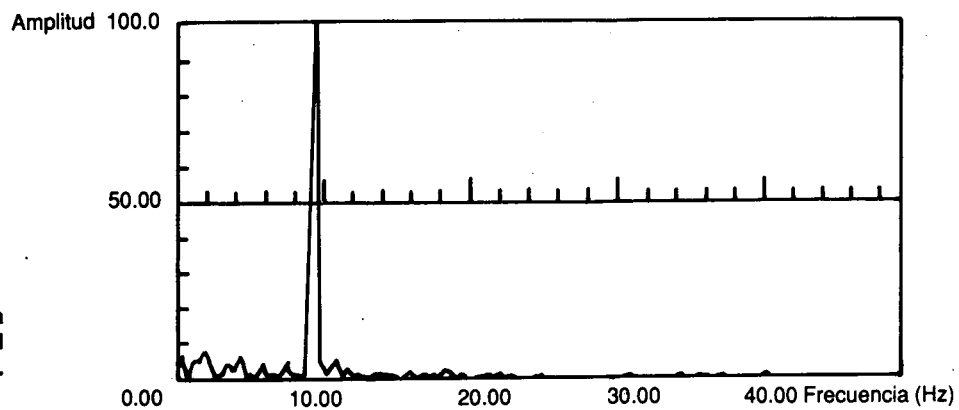


FIGURA 4. Estimador de la densidad espectral del registro de la Figura 3.



Esta expresión relaciona el contenido de potencia del EEG en el tiempo con la potencia en la representación frecuencial.

Electroencefalogramas

La Figura 3 presenta un segmento de EEG tomado en la región occipital izquierda de un sujeto adulto con $N=256$ a una frecuencia de muestreo: $f_s=100$ Hz, esto es, el registro tiene una duración de 2.56 Seg. La figura 4 es el periodograma de la Figura 3, note el pico en 10 Hz, lo cual señala Ritmo Alfa.

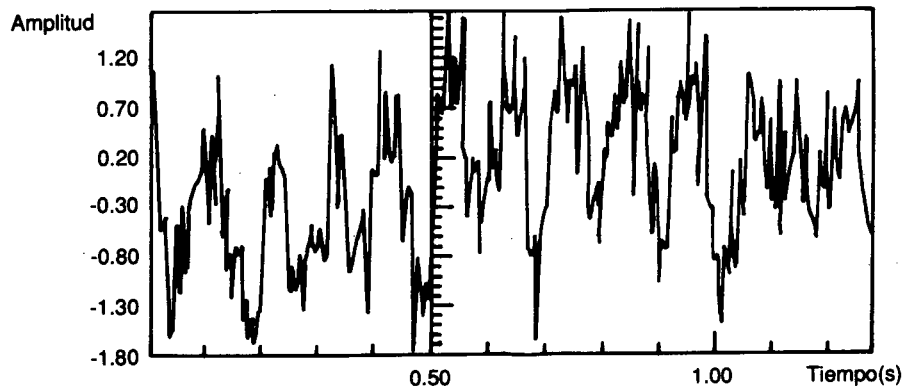
La Figura 5 es un segmento de EEG tomado en la región occipital derecha de un sujeto adulto, es claro que un

análisis en el tiempo por conteo de picos es difícil debido a la contaminación.

La Figura 6 es el estimador de la densidad espectral para el registro de la Figura 5. Se observa una frecuencia dominante en la banda Alfa, este resultado muestra que el periodograma es más confiable para estimar el contenido frecuencial del EEG que el conteo de picos. La presencia de una señal a 60 Hz se explica por la inducción debida a la tensión que alimenta el laboratorio.

La Figura 7 es el periodograma modificado ($N=2048$, $L=8$) de un registro EEG tomado en la región occipital izquierda de un sujeto adulto. Los valores normalizados

FIGURA 5. Registro EEG tomado en la región occipital derecha de un sujeto adulto. $N=256$, $f_s=200$ Hz. Note la contaminación.



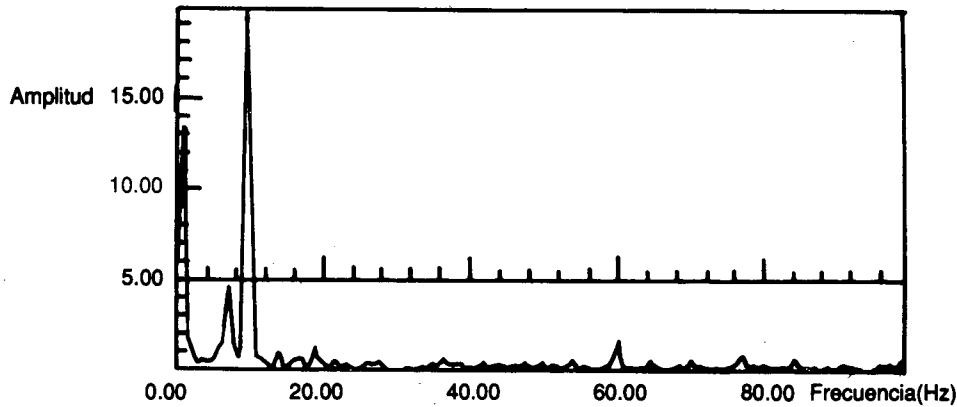


FIGURA 6. Periodograma del registro de la figura 5; el ritmo alfa es dominante.

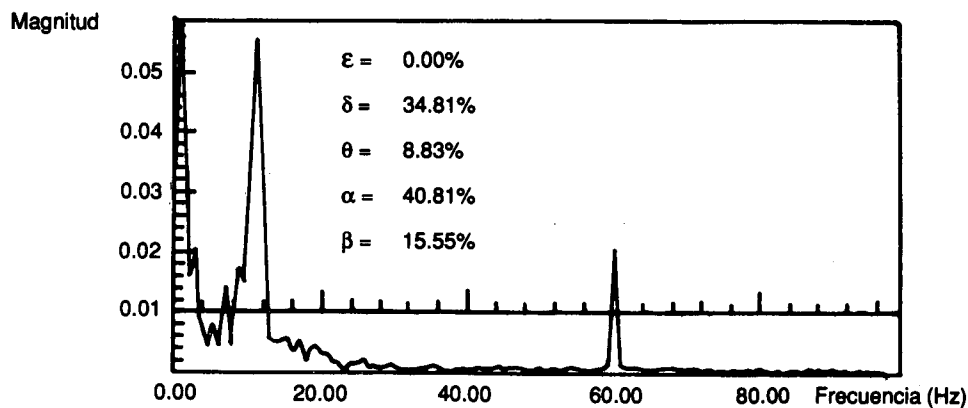


FIGURA 7. Periodograma modificado de un registro EEG-OI. Los porcentajes de potencia para cada ritmo se incluyen.

de potencia, utilizando Parseval, se incluyen para cada banda.

MODELO AUTORREGRESIVO [6- 10]

Las muestras X_k de un registro EEG se pueden modelar de acuerdo a:

$$X_k = a_1 X_{k-1} + a_2 X_{k-2} + a_3 X_{k-3} + a_4 X_{k-4} + a_5 X_{k-5} + e_k(5)$$

e_k : Error Gaussiano Independiente ($0, \sigma_e^2$)

La expresión anterior se conoce como modelo autorregresivo (AR) y, en este caso, el orden es cinco. Los coeficientes a_i se determinan ajustando (5) al EEG por mínimos cuadrados.

Una vez se han calculado los coeficientes a_i y el parámetro σ_e del modelo AR(5) para un EEG dado, el estimador de la densidad espectral es:

$$S(\omega) = \frac{\sigma_e^2 T_s}{2 \cdot \pi \cdot [e^{i\omega T_s} - a_1 - a_2 e^{-i\omega T_s} - \dots - a_5]^2} \quad (6)$$

Donde, $-\pi / T_3 < \omega < \pi / T_3$; $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$

T_3 : Periodo de muestreo = $1 / f_3$

Al aplicar la transformada Z al modelo (5) se tiene.

$$\frac{X(Z)}{E(z)} = \frac{Z^5}{Z^5 - a_1 Z^4 - a_2 Z^3 - a_3 Z^2 - a_4 Z - a_5} \quad (7)$$

Donde,

$$Y(Z) = Z [y(k)]$$

$$E(z) = Z [e(k)]$$

Z : operador transformada z.

Los polos de (7) son los ceros del polinomio.

$$Z^5 - a_1 Z^4 - a_2 Z^3 - a_3 Z^2 - a_4 Z - a_5 = 0 \quad (8)$$

Para monitorear el EEG del sujeto se analiza la evolución de los coeficientes a_i o los ceros de (8) para cada una de las épocas del registro.

Electroencefalogramas

La Figura 8 presenta un segmento de registro EEG ($N=256, f_s=200$ Hz) tomado en la región occipital izquierda de un sujeto adulto. En este caso un conteo de picos revela una frecuencia dominante de 10 Hz.

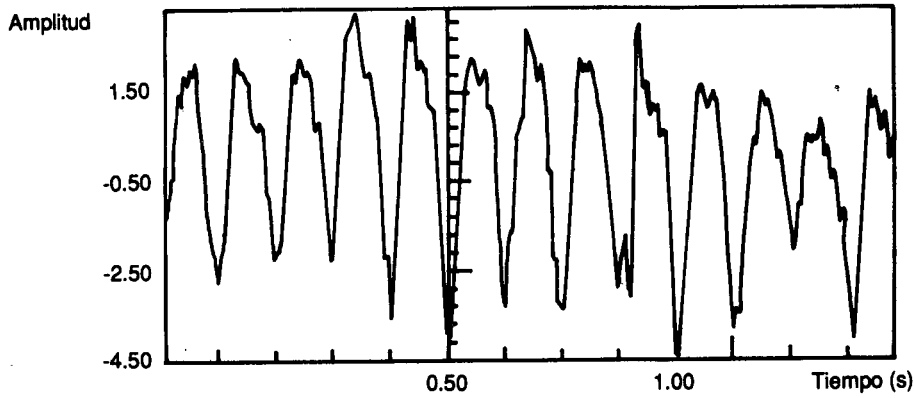


FIGURA 8. Segmento de EEG (época *1) tomado en la región occipital izquierda de un sujeto adulto. N=256, fs = 2000 Hz.

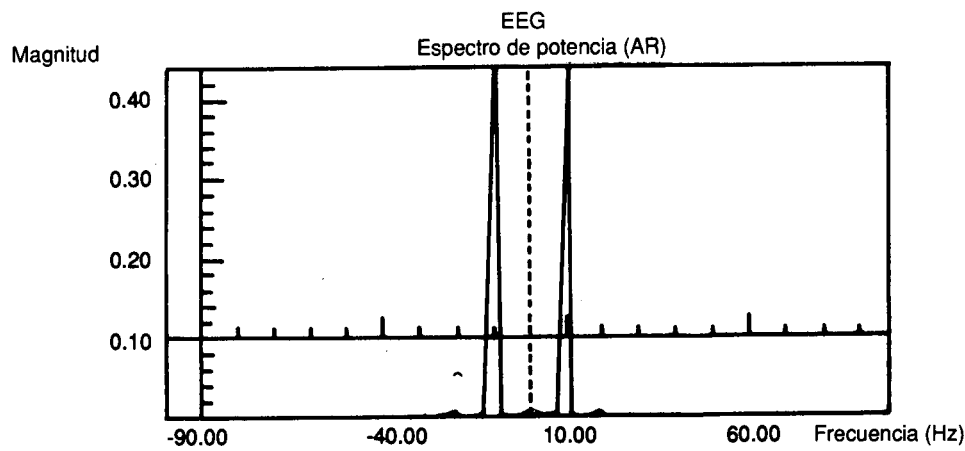


FIGURA 9. Estimador de la densidad espectral del registro de la figura 8 utilizando un modelo AR(16).

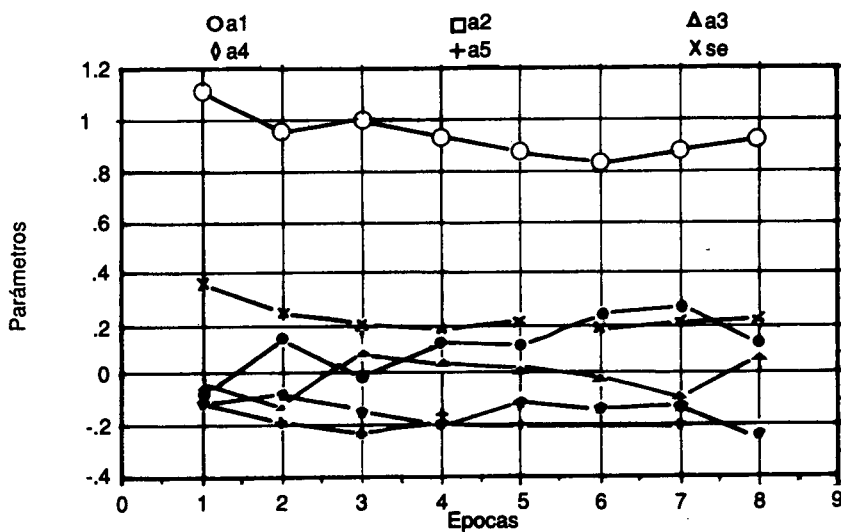


FIGURA 10. Evolución de los parámetros del AR(5) para un EEG dividido en 8 épocas de 1.28 s cada una.

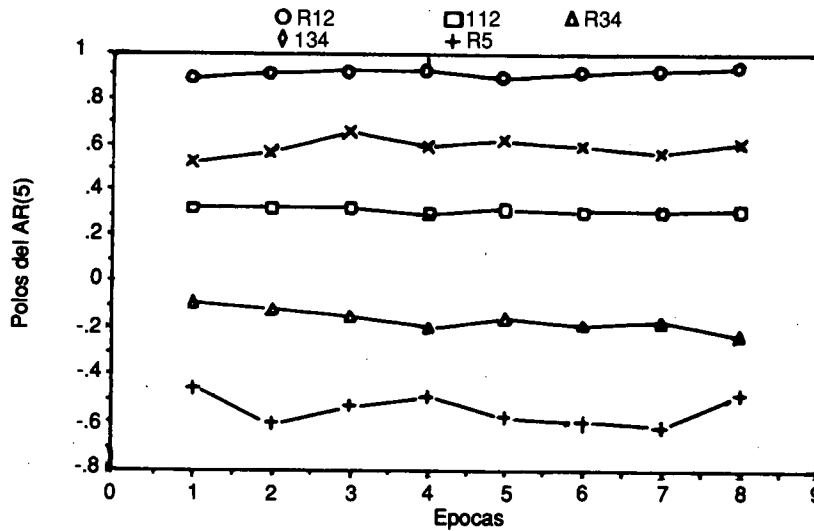


FIGURA 11. Evolución de los polos del ar(5) para 8 épocas de un registro EEG. La primera época corresponde a la Figura 8

Para este EEG se ajustó un modelo AR de orden 16 y los parámetros son:

$$\begin{aligned}
 a_1 &= 0.9888 & a_2 &= -0.0930 & a_3 &= 0.0198 & a_4 &= -0.0903 \\
 a_5 &= -0.1459 & a_6 &= 0.1257 & a_7 &= -0.1205 & a_8 &= 0.0215 \\
 a_9 &= 0.0654 & a_{10} &= 0.0431 & a_{11} &= -0.0539 & a_{12} &= -0.0482 \\
 a_{13} &= -0.0909 & a_{14} &= 0.1091 & a_{15} &= -0.2635 & a_{16} &= 0.3718 \\
 \sigma_e^2 &= 0.2779
 \end{aligned}$$

La Figura 9 ilustra el estimador de la densidad espectral (6) para este registro. Claramente, el Ritmo Alfa ha sido identificado.

La Figura 10 presenta la evolución de los parámetros del modelo AR(5) ajustado al EEG de la figura 8 seguido de 7 épocas más. Los parámetros obedecen la nomenclatura de la fórmula (5) con $se = \sigma_e^2$.

La Figura 11 muestra la evolución de los polos para cada modelo AR(5) ajustado a las 8 épocas que componen el registro. Se tienen dos polos complejos conjugados ($R_{12} + /-j I_{12}$), ($R_{34} + /-j I_{34}$) y un polo real R_5 .

El modelo AR(5) se caracteriza por seis parámetros (a_i ; $i = 1... 5$ y e). Con fines de monitoreo, en tiempo real, es deseable investigar una técnica que permita reducir el número de variables a examinar durante la evolución del EEG. Estas nuevas variables deben manifestar una

elevada sensibilidad a cambios de electroencefalograma; el procedimiento desarrollado pertenece al análisis multivariado y se conoce como componentes principales [11].

La referencia [12] discute en detalle la aplicación de las componentes principales para seguir la evolución del EEG.

CONCLUSIONES

1. El periodograma modificado es una técnica útil para el neurofisiólogo, ya que le permite determinar de manera más confiable el contenido frecuencial del EEG.
2. El análisis frecuencial facilita la caracterización del EEG en porcentajes de potencia para cada banda, lo cual es imposible con el estudio en el tiempo.
3. La densidad espectral de un EEG puede obtenerse por medio de un modelo autorregresivo. Este método aporta, adicionalmente, una serie de parámetros para seguir la dinámica del EEG.
4. Con el propósito de aumentar la utilidad del periodograma modificado y los modelos autorregresivos en el estudio del electroencefalograma se deben formular patrones espectrales para las patologías más comunes que afectan el cerebro.

BIBLIOGRAFIA

1. L.G. Kiloh, A.J. McComas y J.W. Osseltun; Clinical Electroencephalography. London, Butterworths, 1972.
2. A. Isaksson, A. Wennberg y L.H. Zetterberg; "Computer Analysis of EEG Signals with Parametric Models", Proc. IEEE, vol. 69, pp 451-461, April 1981.
3. S.L. Marple; Digital Spectral Analysis with Applications. New Jersey, Prentice-Hall, 1987.

5. J.W. Cooley, P.A.W. Lewis y P.D. Welch; "The Fast Fourier Transform and its Applications", IEEE Trans. on Ed., Vol. 2, pp. 27-34, March 1969.
6. S.M. Pandit y S.M. Wu; Time Series and System Analysis with Applications", New York, John Wiley, 1983.
7. D. Bruçq y P. Courtellemont; "Apprentissage sur le Signal EEG de Modélisations Autorégressives Modifiées", L'Onde Electrique, Vol. 67, pp. 69-73, Juillet-Septembre 1987.
8. W.D. Smith y D.L. Llarger; "Evaluation of Simple Algorithms for Spectral Analysis of the Electroencephalogram", IEEE Trans. on BME, Vol. 33, pp. 352-358, March 1986.
9. H.W. Steinberg, T. Gasse y L. Franke; "Fitting Autoregressive Models to EEG Time Series: An Empirical Comparison of Estimates of the Order", IEEE Trans. on ASSP, Vol. 33, pp. 143-150, February 1985.
10. S. Cerutti *et al.*; "Classification of the EEG During Neurosurgery. Parametric Identification and Kalman Filtering Compared", J. Biomed Eng., Vol. 8, pp. 244-254, July 1986.
11. R.A. Johnson y W.W. Dean; Applied Multivariate Statistical Analysis. New Jersey, Prentice-Hall, 1982.