Ecuaciones de Flujo para Líquidos: Desarrollo Histórico y Características Fundamentales

Paulo César Narváez R.*

Resumen

El desarrollo de ecuaciones para el cálculo de las variables involucradas en el transporte de fluidos a través de tuberías, ha sido objeto de numerosas investigaciones, debido a la importancia de éstas en el diseño de líneas de flujo, oleoductos y gasoductos, sistemas de distribución de agua potable y gas domiciliario en las ciudades y de fluidos en las plantas de proceso. Este artículo presenta el desarrollo histórico y las características fundamentales de las ecuaciones de flujo para líquidos, con el fin de brindar al lector un documento informativo y de consulta que le permita seleccionar cual de las alternativas disponibles es la mejor para el problema que se va a enfrentar.

Abstract

Development of mathematical relations to calculate pipe flow behaviour has been the purpose of numerous researches, because it is important in the designing of oil and gas pipelines, water and natural gas distribution systems as well as fluids distribution systems in process plants. A historical overview and the principal characteristics about equations for liquid flow problem are presented. This information allows a suitable selection and use to solve problems such pipe diameter, flow or head loss determination in liquid flow systems when a given set of conditions are met.

Introducción

El desarrollo de las ecuaciones de flujo está directamente ligado con las necesidades, siempre cambiantes, del hombre. Las primeras ecuaciones fueron desarrolladas para el cálculo de las variables involucradas en el diseño de sistemas de distribución de agua, la cual era transportada a través de canales abiertos. Con la potabilización de la misma y el riesgo de su contaminación en los canales, se generaron ecuaciones para el flujo de agua en tuberías.

La aparición de las industrias químicas y las petroquímicas impulsó las investigaciones que tenían por objeto desarrollar una ecuación que pudiera aplicarse a fluidos diferentes al agua y en una amplia variedad de condiciones de operación, con lo cual se pasó de las ecuaciones empíricas a aproximaciones, ecuaciones y gráficas semiracionales, que reemplazaron las expresiones empíricas antes utilizadas.

Sin embargo, un gran porcentaje de los ingenieros de diseño, usa las ecuaciones sin tener claridad con respecto a sus limitaciones y a la correcta selección de los parámetros requeridos para que los resultados obtenidos estén de acuerdo con la realidad.

A continuación se presenta la evolución histórica de las ecuaciones de flujo, describiendo, en la mayoría de los casos, aspectos fundamentales de su desarrollo que dan claridad con respecto a su alcance y a sus limitaciones.

I. Desarrollo Histórico de las Ecuaciones de Flujo

Los ingenieros que diseñan sistemas de distribución de fluidos, se enfrentan a alguno de los tres problemas que se presentan a continuación:

- Conocido el flujo a transportar, la energía disponible y la rugosidad, calcular el diámetro de la tubería.
- Conocido el diámetro, la rugosidad y la energía disponible, calcular el flujo que puede transportarse.
- Conocido el diámetro, la rugosidad y el flujo a transportarse, determinar las pérdidas de energía en el sistema.

Para su solución cuentan con una gran cantidad de expresiones. La primera ecuación de flujo desarrollada fue la ecuación de Chezy, quién en 1775, a partir de datos experimentales, desarrolló una ecuación para la solución de los problemas anteriormente mencionados, aplicable a agua fluyendo en canales abiertos:

$$h_f = \frac{Lv^2}{RC^2} \tag{1}$$

*Ingeniero Quimico, M.Sc., Departamento de Ingeniería Química Universidad Nacional

en donde h_f son las pérdidas por fricción, L la longitud del canal, R el radio hidráulico y C un coeficiente que tiene en cuenta el material del canal.

En 1845, Darcy, Weisbach y otros, obtuvieron a partir de datos experimentales una ecuación para calcular las pérdidas por fricción en un tubo. Aunque esta expresión se desarrolló en forma empírica, puede deducirse realizando un balance de fuerzas sobre un elemento finito de fluido sin aceleración y aplicando simultáneamente la ecuación de balance de energía (Streeter, 1988), o mediante el análisis dimensional (Sotelo, 1996). La forma general de la ecuación es:

$$h_f = \lambda \frac{Lv^2}{R2g} \tag{2}$$

en donde λ es un coeficiente que tiene en cuenta las propiedades del fluido y el material de la tubería.

Si se incluye el factor de fricción en la ecuación 2, teniendo en cuenta que para conductos circulares el radio hidráulico es *D/4* y que λ es igual a *f/4*, se genera la expresión:

$$h_f = f \frac{Lv^2}{D2g} \tag{3}$$

Pouseuille fue el primero en desarrollar una ecuación teórica para el cálculo del factor de fricción y de las pérdidas por fricción en tubos circulares en régimen laminar (Re<2300):

$$f = \frac{64}{\mathrm{Re}} \tag{4}$$

$$h_f = \frac{32\mu vL}{\gamma D^2} \tag{5}$$

En esta ecuación μ es la viscosidad y γ el peso específico del fluido.

En 1883, Osborne Reynolds propuso el criterio para determinar el régimen de flujo en tubos, a partir del valor del número adimensional que lleva su nombre (Re). Reynolds encontró que en un tubo, el flujo laminar se vuelve inestable cuando Re sobrepasa un valor crítico, para después transformarse en turbulento. De acuerdo con diferentes investigaciones, los valores pueden ir desde 2.000, calculado por el mismo Reynolds, hasta 40.000 (determinado por Eckman), dependiendo de los disturbios iniciales (Sotelo, 1996).

Manning en 1889, con base en sus experimentos, estableció una ecuación para el cálculo de las pérdidas por fricción en canales y tuberías por los cuales fluye agua. Esta ecuación corresponde a la ecuación de Chezy cuando el coeficiente C es igual a $R^{1/6}/n$, en donde n es un coeficiente que cuantifica la rugosidad del material:

$$h_f = \frac{n^2 L v^2}{2{,}21 R^{2/3}} \tag{6}$$

En 1892, Freeman, con base en un exhaustivo trabajo de laboratorio, publicó una serie de tablas que contienen información del flujo de agua en tuberías.

Blasius en 1913, con base en la información experimental acumulada hasta el momento, concluyó que existen dos tipos de fricción en flujo turbulento. La correspondiente a los tubos lisos, donde predominan los efectos viscosos, y la fricción en tubos rugosos que depende tanto de la viscosidad de los fluidos como de la rugosidad relativa de las tuberías, y formuló la siguiente expresión para el cálculo del factor de fricción en tubos lisos.

$$f = \frac{0{,}3164}{\mathrm{Re}^{1/4}} \tag{7}$$

En 1914, hace su aparición la ecuación más popular para el cálculo de las variables involucradas en el flujo de agua en tuberías rugosas, la ecuación de Hazen Williams, que en su forma original (Savic, 1994) es:

$$v = CR^{0{,}63}\left(\frac{h_f}{L}\right)^{0{,}54} \tag{8}$$

El valor del coeficiente adimensional *C*, depende de la rugosidad, de las propiedades químicas del agua, de los sedimentos depositados sobre la tubería, tales como hidróxido de aluminio y cal, del tiempo de servicio de estas (Hudson, 1963), así como de las unidades de las demás variables.

Solo hasta 1930 comenzó el estudio moderno de las ecuaciones de flujo con investigaciones que tenían por objetivo obtener una expresión general para el cálculo del factor de fricción (Moore, 1959). En ese año, Prandtl y von Karman propusieron dos ecuaciones para su cálculo.

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2\log(\mathrm{Re}\sqrt{f}) - 0{,}8 \tag{9}$$

que puede aplicarse a cualquier fluido en tubos lisos y en régimen turbulento, mientras que para tubos rugosos, la ecuación es:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2\log\left(\frac{r}{\varepsilon}\right) + 1{,}74 \tag{10}$$

en donde r es el radio interno de la tubería y ε su rugosidad.

Posteriormente, en 1932, Nikuradse verificó la ecuación de Prandtl para tubos lisos y realizó experimentos con tubos de rugosidad artificial (Chen, 1979), aunque algunos autores dicen que Prandtl y von Karman hicieron uso de los resultados experimentales de Nikuradse, Colebrook y White, para el desarrollo de la ecuación para tubos rugosos (Moore, 1959, Streeter, 1988), y otros consideran que fueron obtenidas a partir del desarrollo de la teoría de la capa límite (Akalank, 1976).

Nikuradse adhirió granos de arena, de tamaño perfectamente conocido, a la superficie interna de los tubos, de tal forma que pudo estudiar la variación del factor de fricción con respecto a la rugosidad relativa, ε/D, comprobando que existe una relación entre el factor de fricción, el número de Reynolds y la rugosidad relativa. La ecuación 10 también se conoce como la ecuación de Nikuradse.

Hacia el año de 1935, Johnson publicó un diagrama para el cálculo del factor de fricción usando los siguientes grupos adimensionales para representar la dependencia de este con las otras variables:

$$\left[\frac{v}{\sqrt{gDS_f}}, \frac{D\sqrt{gDS_f}}{\vartheta}, \frac{D}{\varepsilon}\right] \tag{11}$$

en donde S_f es el gradiente hidráulico, es decir el cambio en las pérdidas de energía por unidad de longitud y ϑ es la viscosidad cinemática en cSt.

En 1939, Colebrook y White (Colebrook, 1939) presentaron una fórmula semiempírica para el cálculo del factor de fricción en tuberías comerciales en régimen de flujo de transición y turbulento, válida para $(D/\varepsilon)/(\mathrm{Re}\sqrt{f})>0{,}01$:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log\left[\frac{\varepsilon}{3.7065D} + \frac{2.5226}{\mathrm{Re}\sqrt{f}}\right] \tag{12}$$

Sí la variable que debe calcularse es el diámetro o el caudal, teniendo en cuenta que para calcular el factor de fricción se requiere el número de Reynolds, el uso de la ecuación de Darcy Weisbach, en conjunto con una de las ecuaciones de tipo logarítmico, implica el uso de un procedimiento de ensayo y error.

Rouse en 1942 (Swamme, 1976), publicó un diagrama similar al de Johnson, pero adicionalmente incluyó líneas de número de Reynolds constante. El diagrama era aplicable a tuberías comerciales lisas y rugosas para flujo turbulento y de transición.

En 1944 Moody (Moody, 1944) publicó el diagrama universal para la obtención de factor de fricción, una de las herramientas más usadas para su determinación. Sin embargo, cuando se desea programar en computadores algoritmos que lo requieren, se hace necesario emplear una ecuación. El diagrama de Moody puede usarse en régimen laminar, transición y turbulento, para tuberías comerciales lisas o rugosas.

Las investigaciones posteriores se encaminaron a encontrar una ecuación explícita para el cálculo del factor de fricción y Moody, en 1947 presentó la siguiente ecuación:

$$f = 5{,}5\times10^{-3}\left[1+\left(2\times10^{4}\frac{\varepsilon}{D} + \frac{10^{6}}{\mathrm{Re}}\right)\right] \tag{13}$$

$$0 \le \frac{\varepsilon}{D} \le 10^{-2}$$

$$4\times10^{3} \le \mathrm{Re} \le 10^{7}$$

La desviación con respecto a los valores calculados por la ecuación de Colebrook - White es de ±5% (Akalank, 1976).

Powell en 1950 (Powell, 1950) publicó un diagrama en escala logarítmica para el cálculo de los tres problemas fundamentales de la hidráulica, con base en los siguientes tres parámetros adimensionales:

$$\left[\frac{Q}{\vartheta\varepsilon}, \left(\frac{\varepsilon\sqrt{g\varepsilon S_f}}{\vartheta}\right)^{2}, \frac{D}{\varepsilon}\right] \tag{14}$$

Ackers en 1958 (Swamee, 1976), y por una vía independiente, obtuvo los mismos parámetros adimensionales que Powell y propuso un diagrama logarítmico similar.

En 1959, Moore (Moore, 1959) relacionó las ecuaciones empíricas con las ecuaciones semiracionales, mediante la expresión

$$h_f = \frac{C_o v^{2-m} L}{2g\left(\frac{\pi}{4}\right)^{m} D^{3+m}} Q^{m} \tag{15}$$

en donde

$$f = \frac{C_0}{\mathrm{Re}^{2-m}} \tag{16}$$

En estas dos ecuaciones, C_o es un parámetro que es función del número de Reynolds y de la rugosidad relativa, y $2\text{-}m$ la pendiente de la recta que resulta de graficar el logaritmo del factor de fricción en función del logaritmo del número de Reynolds. El valor de m fue determinado por Moore al unir los puntos de pendiente constante en el diagrama de Moody y concluyó que el valor del exponente está dentro del intervalo de 1,7 a 2, explicando así el por qué de la gran cantidad de ecuaciones para el cálculo de las variables de flujo en tuberías. Experimentos realizados con agua permiten enunciar que para tuberías nuevas es conveniente un valor entre 1,8 y 1,9, mientras que para tuberías viejas puede utilizarse un valor de 2.

Thiruvengadam en 1960 (Thiruvengadam, 1960), propuso un diagrama para el cálculo directo del diámetro y de las pérdidas por fricción, usando como parámetros adimensionales:

$$\left[\frac{Q}{\vartheta\varepsilon}, \frac{Q}{\varepsilon^{2}\sqrt{g\varepsilon S_f}}, \frac{D}{\varepsilon}\right] \tag{17}$$

Wood en 1966 (Wood, 1966) publicó la siguiente ecuación para el cálculo del factor de fricción, aplicable para Re>10.000 y $10^{-5} < (\varepsilon/D) < 0{,}04$:

$$\begin{aligned} f &= a + b\,\mathrm{Re}^{-c} \\ a &= 0{,}094\left(\frac{\varepsilon}{D}\right)^{0{,}225} + 0{,}53\left(\frac{\varepsilon}{D}\right) \\ b &= 88\left(\frac{\varepsilon}{D}\right)^{0{,}44} \\ c &= 1{,}62\left(\frac{\varepsilon}{D}\right)^{0{,}134} \end{aligned} \tag{18}$$

La solución directa de los tres problemas fundamentales, puede obtenerse al usar los diagramas de Baar y Smith, publicado en 1967, y de Asthana en 1974 (Asthana, 1974), quienes propusieron los siguientes parámetros adimensionales, respectivamente:

$$\left[\frac{\varepsilon\sqrt{g\varepsilon S_f}}{\vartheta}, \frac{Q}{\varepsilon^2\sqrt{g\varepsilon S_f}}, \frac{D}{\varepsilon}\right] \tag{19}$$

$$\left[\frac{Q}{\vartheta\varepsilon}, \frac{gS_f\varepsilon^3}{\vartheta^2}, \frac{\varepsilon}{D}\right] \tag{20}$$

RangaRaju y Garde en 1968 (Swamme, 1976) publicaron las siguientes ecuaciones para el cálculo directo del caudal, basados en la ecuación de Colebrook –White:

$$\frac{Q}{\vartheta\varepsilon}\left(\frac{\varepsilon}{D}\right)^{2{,}633} = 3{,}39\left(\frac{\varepsilon^3 gS_f}{\vartheta^2}\right)^{0{,}54} \tag{21}$$
$$para\ \frac{\varepsilon^3 gS_f}{\vartheta^2} \le 10^{-2}\ y\ \frac{Q}{\vartheta\varepsilon}\left(\frac{\varepsilon}{D}\right)^{2{,}633} \le 0{,}282$$

$$\frac{Q}{\vartheta\varepsilon}\left(\frac{\varepsilon}{D}\right)^{2{,}633} = 2{,}85\left(\frac{\varepsilon^3 gS_f}{\vartheta^2}\right)^{0{,}502} \tag{22}$$
$$para\ \frac{\varepsilon^3 gS_f}{\vartheta^2} \rangle 10^{-2}\ y\ \frac{Q}{\vartheta\varepsilon}\left(\frac{\varepsilon}{D}\right)^{2{,}633} \rangle 0{,}282$$

Swamme y Akalank en 1976 (Swamee, 1976) presentaron dos ecuaciones explícitas para el cálculo del caudal y del gradiente hidráulico, aplicables en los intervalos de $5\times10^3 <$ Re $< 10^8$ y $10^{-6} < (\varepsilon/D) < 10^{-2}$.

$$\frac{Q}{D^2\sqrt{gDS_f}} = -\frac{\pi}{\sqrt{2}}\log\left[\frac{\varepsilon}{3{,}7D} + \frac{1{,}78\nu}{D\sqrt{gDS_f}}\right] \tag{23}$$

$$S_f = \frac{0{,}203\dfrac{Q^2}{gD^5}}{\left[\log\left(\dfrac{\varepsilon}{3{,}7D} + \dfrac{5{,}74}{\mathrm{Re}^{0{,}9}}\right)\right]^2} \tag{24}$$

en donde

$$f = \frac{0{,}25}{\left[\log\left(\dfrac{\varepsilon}{3{,}7D} + \dfrac{5{,}74}{\mathrm{Re}^{0{,}9}}\right)\right]^2} \tag{25}$$

La ecuación 23 predice el mismo valor que se obtiene por la ecuación de Colebrook - White, mientras que la ecuación 24 tiene una desviación de ±1%.

Akalank en 1976 (Akalank, 1976) presentó una ecuación para el cálculo del factor de fricción que tiene una desviación de ±1% con respecto a la ecuación de Colebrook – White, si se usa en el intervalo $10^3 <$ Re $< 10^8$ y $10^{-6} < (e/D) < 10^{-2}$.

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 1{,}14 - 2\log\left(\frac{\varepsilon}{D} + \frac{21{,}25}{\mathrm{Re}^{0{,}9}}\right) \tag{26}$$

Churchill en 1977 (Chen, 1979) propuso la siguiente ecuación, aplicable para todos los valores de Re y de ε :

$$\begin{aligned} f &= 8\left[\left(\frac{8}{\mathrm{Re}}\right)^{12} + \frac{1}{(a+b)^{3/2}}\right]^{1/12} \\ a &= \left[2{,}457\ln\frac{1}{\left(\frac{7}{\mathrm{Re}}\right)^{0{,}9} + 0{,}27\frac{\varepsilon}{D}}\right]^{16} \\ b &= \left(\frac{37.530}{\mathrm{Re}}\right)^{16} \end{aligned} \tag{27}$$

La desviación con respecto a la ecuación de Colebrook – White es de ±3%.

Chen en 1979 (Chen, 1979) publicó una ecuación explícita aplicable para todos los Re y e, con una desviación de ±0.5% con respecto a la ecuación de Colebrook :

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log\left[\frac{\varepsilon}{3{,}7065D} - \frac{5{,}0452}{\mathrm{Re}}\log\left(\frac{1}{2{,}8257}\left(\frac{\varepsilon}{D}\right)^{1{,}1098} + \frac{5{,}8506}{\mathrm{Re}^{0{,}8981}}\right)\right] \tag{28}$$

Debido a que muchos factores afectan el valor del coeficiente adimensional de la ecuación de Hazen-Williams, en los últimos 20 años se han publicado varias versiones de esta ecuación. En el cuadro 1 se presenta un resumen de las expresiones publicadas y usadas por diferentes autores.

Tabla 1.Ecuación de Hazen Williams Publicadas por Diferentes Autores (Savic, 1994)

Alperovits and Shamir (1977)	$h_f = 8{,}515x10^5 L\left(\frac{Q}{C}\right)^{1,852} D^{-4,87}$ para D (plg) L en (ft) y Q en ($ft^{3/s}$)	(29)
Jain *et al.* (1978) Chiplunkar *et al.* (1985)	$h_f = \frac{L\left(\frac{Q}{C}\right)^{1,8099}}{997{,}62D^{4,8099}}$ para D y L (m) y Q en (m^3/s)	(30)
Quindry (1981)	$h_f = \left(6{,}2x10^{-4}\right)^{\frac{1}{0,54}} L\left(\frac{Q}{C}\right)^{\frac{1}{0,54}} D^{-\frac{2,63}{0,54}}$ para D (plg), L (ft) y Q en (ft^3/s)	(31)
Ormsbee and Wood (1986)	$h_f = 3{,}204LC^{-1,852}v^{1,852}D^{-1,166}$ para D (ft), L (ft) y v en (ft/s)	(32)
WATNET (1989)	$h_f = 1{,}2x10^{10} L\left(\frac{Q}{C}\right)^{1,85} D^{-4,87}$ para D (mm) L en (m) y Q en (l/s)	(33)
Fujiwara y Khang (1990)	$h_f = 162{,}5L\left(\frac{Q}{C}\right)^{1,85} D^{-4,87}$ para D (plg) y Q en (m^3/s)	(34)
Murphy y Simpson (1992)	$h_f = 4{,}727L\left(\frac{Q}{C}\right)^{1,852} D^{-4,8704}$ para D (ft) L en (ft) y Q en (ft^3/s)	(35)
Murphy *et al.* (1993)	$h_f = 4{,}7291L\left(\frac{Q}{C}\right)^{1,852} D^{-4,8704}$ para D (ft) L en (ft) y Q en (ft^3/s)	(36)
Simpson *et al.* (1993)	$h_f = 10{,}675L\left(\frac{Q}{C}\right)^{1,852} D^{-4,8704}$ para D y L en (m) y Q en (m^3/s)	(37)

II. Otras Ecuaciones de Uso Común

Con la necesidad de construir líneas de flujo para el transporte de crudo desde los pozos hasta las estaciones de tratamiento primario, y de ellas hasta las refinerías o puertos, y de hidrocarburos procesados desde las refinerías a los puntos de consumo, se han desarrollado ecuaciones específicas para el diseño de estos sistemas de tubería.

Entre las ecuaciones más usadas se encuentran la de Shell/MIT, generalmente usada para el cálculo de pérdidas por fricción por cada milla, en líneas de transporte de hidrocarburos (Mc Allister, 1993):

$$S_f = \left[\frac{0{,}241fsQ^2}{D^5}\right] \tag{38}$$

en donde s es la densidad relativa del líquido, el gradiente hidráulico se obtiene en libras fuerza por pulgada cuadrada y por milla, el caudal debe estar en barriles por hora y el diámetro interno en pulgadas. La ecuación para el cálculo del factor de fricción depende del régimen de flujo. Así, para flujo viscoso, en donde re (número de Reynolds modificado) tiene un valor entre *0,1* y *0,135*

$$f = 0{,}00207\frac{1}{re} \tag{39}$$

Para flujo turbulento, en donde $re>0,4$

$$f = 0{,}0018 + 0{,}00662\left(\frac{1}{re}\right)^{0,355} \tag{40}$$

En estas dos ecuaciones, el número de Reynolds modificado se calcula por medio de:

$$re = \frac{0{,}0119Q}{D\vartheta} \tag{41}$$

Para el cálculo de las pérdidas por fricción cuando se bombean hidrocarburos, se presenta la ecuación de Benjamin Miller (Mc Allister, 1993), explícita para el caudal:

$$Q = 0{,}1692\left(\frac{Dh_f}{s}\right)^{0,5}\left(\log\left(\frac{D^3 sh_f}{\mu^2}\right) + 4{,}35\right) \qquad (42)$$

En esta ecuación, el caudal debe estar en barriles por hora, el diámetro en pulgadas, la viscosidad en centipoisses y las pérdidas por fricción en libras fuerza por pulgada cuadrada y por milla.

También para hidrocarburos, T. R. Aude (Mc Allister, 1993) propuso dos ecuaciones para el cálculo de las pérdidas por fricción, una explícita para el caudal y otra para las pérdidas por fricción. Las unidades a usar son las mismas de la ecuación anterior.

$$Q = 0{,}871K\left(\frac{1}{\mu^{0,104}}\right)\left(\frac{h_f^{0,552} D^{2,656}}{s^{0,448}}\right) \qquad (43)$$

$$h_f = \left(\frac{Q\mu^{0,104} s^{0,448}}{0{,}871KD^{2,656}}\right)^{1,812} \qquad (44)$$

en donde K es el factor de eficiencia, que mide la diferencia entre las pérdidas calculadas y las reales (Barr, 1976, Osiadacz, 1987).

Discusión

En este artículo se han presentado algunas de las ecuaciones más comunes para la solución de los tres problemas fundamentales de la hidráulica: el cálculo del caudal que se puede transportar por un sistema dado, el cálculo del diámetro adecuado para transportar un caudal conocido y con una energía disponible fija, y el cálculo de las pérdidas por fricción conocidos el caudal y las características físicas del sistema hidráulico. Se pretende, que con el conocimiento de algunas de las características más importantes de cada una de estas ecuaciones, el diseñador pueda seleccionar la expresión más adecuada para el problema particular que esté enfrentando. En general, las ecuaciones empíricas de tipo exponencial, son un caso particular de las ecuaciones semiracionales de tipo logarítmico, y se dispone un número considerable de expresiones para el cálculo del factor de fricción, cuya selección depende del grado de precisión requerido y de los recursos de que se disponga, ya que algunas de ellas requieren una solución iterativa o mediante la aplicación de un método numérico. Las ecuaciones más usadas son las de Hazen-Williams y de Darcy-Weisbach, razón por la cual se hace énfasis en ellas presentando diferentes versiones de la primera y varias alternativas para el cálculo del factor de fricción, en la segunda.

Nomenclatura

C Coeficiente adimensional de la ecuación de Chezy y Hazen Williams
C_o Coeficiente adimensional de la ecuación de Moore
D Diámetro interno de las tuberías
G Variable para reemplazar el caudal en la ecuación característica de la bomba
K Factor de eficiencia
L Longitud o flujo externo en los nodos de la red
Q Flujo volumétrico
R Radio hidráulico
Re Número de Reynolds
S_f Gradiente hidráulico
a Variable de cálculo en algunas ecuaciones
b Variable de cálculo en algunas ecuaciones
c Variable de cálculo en algunas ecuaciones
f Factor de fricción
g Constante de aceleración gravitacional
h_f Pérdidas por fricción
m Exponente que relaciona las ecuaciones semiracionales y empíricas
n Constante de la ecuación de Manning
re Número de Reynolds modificado
s Densidad relativa
v Velocidad
ε Rugosidad absoluta
γ Peso específico
λ Variable de la ecuación de Darcy - Weisbach
μ Viscosidad absoluta
ρ Densidad
ϑ Viscosidad cinemática

Bibliografía

1. ASTHANA, K. "Transformation of Moody Diagram", ***Journal of the Hydraulics Division***, Vol. 100, No. HY 6, June, 1974, pp. 797-808.

2. BARR, D. "Explicit Working for Turbulent Pipe Flow Problems", ***Journal Of The Hydraulics Division***, Vol. 102, No. HY 5, May, 1979, pp. 667-673.

3. COLEBROOK, C. "Turbulent Flow in Pipes with Particular Reference to the Transition Region Between Smooth and Rough Pipe Laws", ***Journal of the Institutions of Civil Engineerings***, Vol. 11, 1938-1939, pp. 133-156.

4. CHEN, N. "An Explicit Equation for Friction Factor in Pipe", ***Industrial Engineering and Chemical Fundamentals***, Vol. 18, No. 3, 1979, pp. 296-297.

5. HUDSON, W. "Computerizing Pipeline Design", ***Transportation Engineering Journal***, Vol. 99, No. TE 1, February, 1973, pp. 73-82.

6. JAIN, A. "Accurate Explicit Equation for Friction Factor", ***Journal Of The Hydraulics Division***, Vol. 85, No. HY 3, March, 1959, pp. 674-677.

7. MC ALLISTER, E. ed., ***Pipe Line Rules of Thumb Handbook***, Gulf Publishing Company, Houston., Estados Unidos, 1993, pp. 291-293.

8. MOODY, L. "Friction flow Factors in Pipe Flow", ***Transactions, ASME***, Vol. 66, November, 1944, pp. 671-678.

9. MOORE, L. "Relationships Between Pipe Resistance Formulas", ***Journal Of The Hydraulics Division***, Vol. 85, No. HY 3, March, 1959, pp. 25-41.

10. OSIADACZ, A., ***Simulation and Analysis of Gas Networks***, Gulf Publishing Company, Houston, Estados Unidos, 1987, pp. 74-76

11. POWELL, R., "Diagram Determines Pipe Size Directly", ***Civil Engineering, ASCE***, Vol. 20, No. 9, Sepetember, 1950, pp.45-46.

12. SAVIC, D. and GODFREY A., ***"Genetic Algorithms for Least-cost Design of Water Distributions Networks"***, School of Engineering University of Exeter, United Kinddom, 1994.

13. SOTELO. G. ***Hidráulica General***, Volumen 1, México D. F., México, 1996, pp 293-297.

14. STREETER, V. WYLIE, E. ***Mecánica de los Fluidos***, Octava edición, Mc Graw Hill, México D. F., México, 1988, pp. 219-225.