Reconstrucción 3D Usando Superficies Trianguladas Dados Contornos Paralelos

Manuel Guillermo Forero*, Nelson Fernando Aranzazu Buitrago, Germán Flórez Larrahondo*****

Resumen

El presente artículo muestra una técnica de triangulación empleada para la reconstrucción de superficies tridimensionales (3D) a partir de contornos paralelos. Esta técnica es usada para el modelamiento de la cabeza y el cerebro a partir de imágenes de resonancia magnética (IRM).

Abstract

This paper presents a triangulation technique employed for the reconstruction of tridimentionals (3D) surfaces from parallel contours. This technique is employed in order to model the head and the brain from magnetic resonance images (MRI).

Introducción

Son muchas las disciplinas científicas que necesitan un estudio de objetos a nivel 3D para identificar ciertas características o propiedades de éstos. Manejar estructuras que representen completamente elementos en 3 dimensiones implica un alto costo de velocidad, almacenamiento y complejidad algorítmica. Dichos elementos, en la gran mayoría de los casos, se almacenan como un conjunto de secciones, que permite mayor facilidad en el manejo de los datos que los describen.

Por este motivo, desde hace varios años se han venido desarrollando técnicas para la reconstrucción de objetos en 3 dimensiones a partir de una serie de "secciones". Estas pueden ser tan elementales como un conjunto de cortes realizados al sólido, que contienen puntos y describen la parte del sólido al cual pertenece el respectivo corte. Una de esas técnicas se denomina triangulación.

En la actualidad existe una gran cantidad de métodos geométricos, tales como la triangulación de superficies por medio de contornos paralelos (como los métodos basados en curvas), aproximaciones de estructuras poliedrales por medio de la tetrahedrización del volumen, (diagramas de Voronoi y la Triangulación de Delaunay), así como también el modelamiento geométrico por medio de funciones matemáticas [1]

El ejemplo más difundido de reconstrucción, es tal vez el uso de curvas de nivel para el estudio de la topografía de una región.

En el presente artículo, se expone un método de triangulación que permite reconstruir un objeto en 3 dimensiones a partir de puntos pertenecientes a un conjunto de cortes paralelos. Esta técnica fue desarrollada anteriormente en la Brigham Young University [2]

El algoritmo aquí presentado hace parte de un programa que efectúa el proceso de triangulación de una serie de puntos pertenecientes a cortes paralelos. Este programa fue utilizado con éxito para la reconstrucción del cerebro y la cabeza a partir de imágenes de resonancia magnética.

I. El Problema

Básicamente lo que se busca es la reconstrucción de una superficie a partir de un conjunto de puntos. Esta reconstrucción se obtiene usando una gran cantidad de *baldosas (tiles)* de forma triangular.

Los puntos dados para la construcción tridimensional pueden estar agrupados en líneas de contorno. Matemáticamente se define una línea de contorno como la intersección de un volumen y un plano. Dicho contorno está representado por la unión de segmentos de recta, que nos indican el conjunto de puntos y las conexiones entre ellos. (Fig. 1)

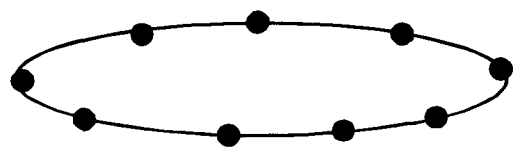

Figura 1. Linea de Contorno compuesta de 9 puntos

* Profesor Asistente Universidad Nacional de Colombia. Ingeniero Electrónico.,PhD

** Ingeniero de Sistemas. Miembro grupo OHWAHN. Universidad Nacional de Colombia.

Es importante anotar que los planos de corte que forman las líneas de contorno no necesariamente tienen que ser paralelos entre sí. Además, en algunos casos el problema consiste en la reconstrucción de superficies cuando se tiene un único conjunto de puntos en el espacio.

En cuanto a la complejidad, Futch [4] menciona que el número de *baldosas* que pueden elegirse para la reconstrucción de una superficie, se expresa como una función exponencial del número de puntos de los polígonos superior e inferior (polígonos hace referencia a líneas de contorno).

El proceso de triangulación sobre un conjunto de puntos C en 3 dimensiones, se define como la construcción de una colección de polígonos que no se sobrelapan y que cubren la superficie convexa de C. Además, la triangulación cumple que cada punto del conjunto dado es el punto final de al menos un tetraedro en la triangulación definida.

II. Técnica de Triangulación a Partir de Contornos Paralelos

Como se mencionaba anteriormente, entre los métodos relacionados con la reconstrucción 3D de objetos, se encuentran aquellos en donde se tienen un conjunto de contornos (cortes de sólidos) que constan de puntos en 3 dimensiones.

Como punto de partida, se asume en primer lugar que todos los planos son paralelos, por tanto la coordenada z de cada uno de los puntos de un mismo plano es igual; ésta coordenada corresponde a la altura del corte (Fig. 2).

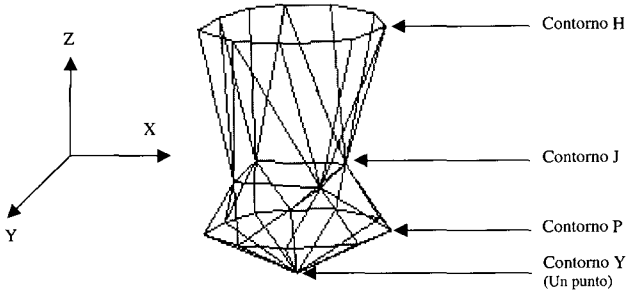

Figura 2. Contornos paralelos (el sólido ya está reconstruido)

El proceso de triangulación consiste, entonces, en determinar cada vez un nuevo triángulo que cumpla con determinadas condiciones elementales. La principal de estas condiciones es el criterio de la distancia euclidiana.

Considérese el par de contornos paralelos denotados por A y B (Fig. 3). El corte A consta de los m puntos $A_0, A_1, \ldots A_{m-1}$ y el corte B consta de los n puntos $B_0, B_1, \ldots\ldots B_{n-1}$. Debe notarse que, el número de puntos puede ser diferente en el par de cortes, los puntos se encuentran indexados en forma antihoraria y se asume que por lo menos existe un punto en cada uno de ellos. Además, se entiende que el punto final de cada corte coincide con el punto inicial, esto asegura que las líneas de contorno sean cerradas. También, se considera que el punto más cercano al primer punto de A, A_0; es el primer punto del corte B, B_0; para cualquier par de cortes A y B.

Si el número de puntos del corte A es *m*, y el del corte B es *n*, la definición anterior implica que el punto A_0 sigue del punto A_{m-2} y, análogamente, B_0 sigue del punto B_{n-2} (Fig. 3).

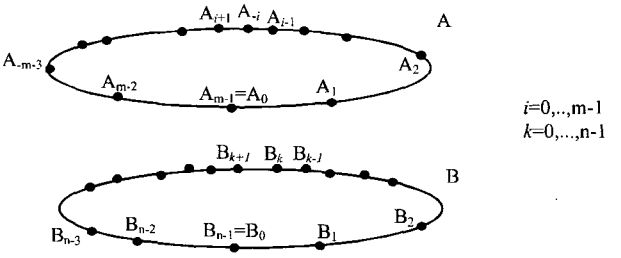

Figura 3. Dos contornos A y B

Como se mencionó, el problema consiste en encontrar un conjunto de triángulos que representen la superficie entre los cortes.

Se dice que cada triángulo es un conjunto de tres elementos distintos de la forma

i) $\{A_i, A_j, B_k\}$ ó

ii) $\{A_i, B_k, B_l\}$ para , $i = 0, \mathrm{K}, m-2 \wedge j = i+1$
$k = 0, \mathrm{K}, n-2 \wedge l = k+1.$

Estos triángulos deben representar una superficie. Por lo tanto, para que esta superficie refleje realmente un objeto en tres dimensiones se deben cumplir las siguientes tres condiciones generales:

- Cada segmento del contorno aparece exactamente en una *baldosa* en el conjunto.
- Si un borde (segmento de línea) representa el lado izquierdo de alguna *baldosa*, entonces, éste también definirá el borde derecho de otra *baldosa*.
- Si un borde (segmento de línea) representa el lado derecho de alguna *baldosa,* entonces, éste también definirá el borde izquierdo de otra *baldosa*.

En un primer intento, el proceso comienza por la definición del primer lado del triángulo.

$$\overline{A_0 B_0}$$

Para calcular el segundo lado del triángulo, se tiene que, éste (la base del triángulo) puede estar formado únicamente por:

- $\overline{A_0 A_1}$ ó
- $\overline{B_0 B_1}$.

De esto se concluye que el primer triángulo puede estar formado por el conjunto de vértices:

i) $\{A_0, B_0, B_1\}$o por el conjunto

ii) $\{A_0, B_0, A_1\}$(Fig. 4)

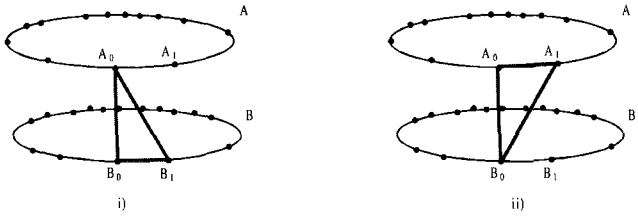

Figura 4. Primer triángulo

Entonces, es aquí donde se encuentra el ***principal criterio de selección***: "El tercer lado del triángulo será la diagonal con menor distancia euclidiana". En donde, la distancia euclidiana d entre dos puntos en $\Re^3$ $A(x_1,y_1,z_1)$ y $B(x_2,y_2,z_2)$ está dada por:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

La diagonal "ganadora", también, será ahora el primer lado del siguiente triángulo a buscar. El algoritmo continúa con la escogencia del siguiente mejor triángulo dependiendo del triángulo escogido anteriormente, si el triángulo formado fue $\{A_0, B_0, B_1\}$entonces el primer lado del siguiente triángulo es $\overline{A_0B_1}$, ó, si el triángulo formado fue $\{A_0, B_0, A_1\}$ entonces el primer lado del siguiente triángulo es $\overline{A_1B_0}$. Se aplica el mismo criterio para elegir los dos lados restantes y el proceso se repite hasta que el primer punto de cada corte sea nuevamente vértice de un triángulo (Fig. 5).

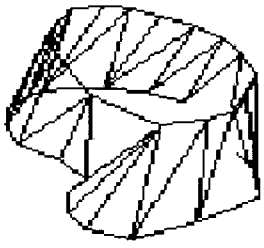

Figura 5. Cortes triangulados

II. Anotacion

Cuando los cortes presentan un desfase entre ellos mismos (Fig. 6), el algoritmo anterior no responde adecuadamente.

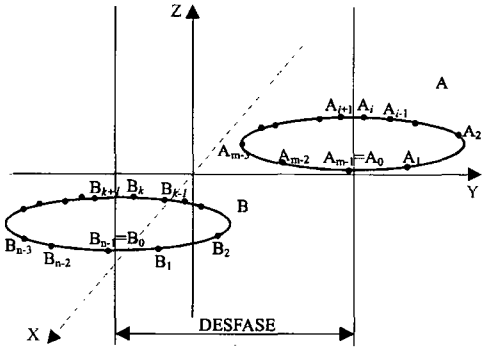

Figura 6. Cortes desfasados respecto al eje Z

En este caso:

- La consideración: "el punto más cercano al primer punto de A, A_0; es el primer punto del corte B, B_0; para cualquier par de cortes A y B"; no es válida.
- La búsqueda del *mejor* triángulo por medio del ***principal criterio de selección,*** no es consistente.

Generando, en consecuencia, un modelo 3D deforme y totalmente diferente al deseado (Fig.7).

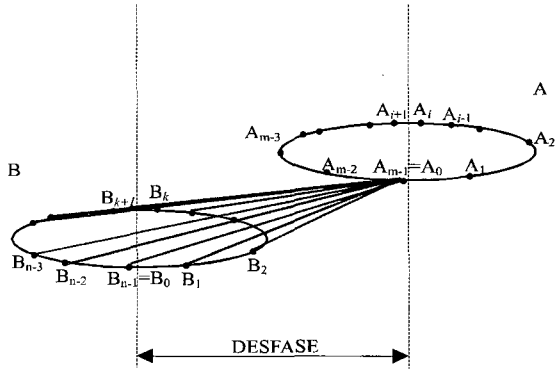

Figura 7. Error en reconstrucción causado por cortes desfasados

IV. Aplicaciones

El presente algoritmo es altamente eficiente y particularmente adaptado a ciertas condiciones de trabajo, como las que se presentan en la reconstrucción 3D de objetos a partir de cortes paralelos como los obtenidos en IRM o Escanografía X.

La técnica se aplicó dentro del proceso para la reconstrucción de la cabeza (Fig. 8) y el cerebro[3], obtenida a partir de una pila de imágenes de resonancia magnética con resultados satisfactorios. Este proceso, fue desarrollado en el lenguaje C++ Builder de Borland.

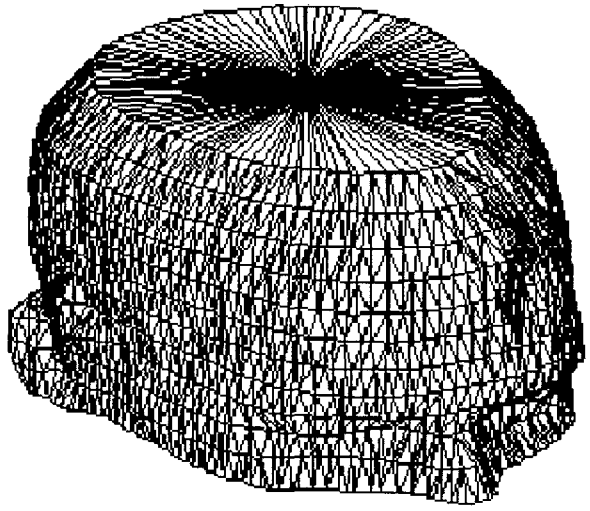

Figura 7. Sección superior de una cabeza modelada con el algoritmo de triangulación

CONCLUSIONES

La reconstrucción de superficies 3D brinda un marco de referencia, que permite identificar ciertas características específicas pertenecientes al objeto formado por dichas superficies; que, son percibidas con dificultad o simplemente no son observables, si este mismo objeto, es observado en otro marco de referencia, por ejemplo, cuando el objeto es proyectado en dos dimensiones.

La baja complejidad algorítmica y la gran aproximación a los objetos reales obtenida en los objetos modelados permite que la "Reconstrucción 3D usando superficies trianguladas dados contornos paralelos"; sea una herramienta de gran importancia y de gran aplicabilidad dentro de la computación gráfica.

Entre las diferentes áreas en las que se puede aplicar esta técnica, se desarrolló una en el área de la ingeniería biomédica, donde se obtuvieron resultados satisfactorios en el modelamiento de superficies 3D. Esta técnica puede ser empleada igualmente, en otras aplicaciones en donde se requiera modelamiento 3D.

Bibliografía

1. BARILLOT, Christian et al. "Computer Graphics In Medicine: A Survey". En: ***CRC Critical Reviews In Biomedical Engineering.*** Vol. 15, No. 4, 1988, pp. 269-307.

2. CHRISTIANSEN, H.N. y SEDERBORG, T. W. "Conversion of complex contours line definitions into polygons element mosaic". En: ***Computer Graphics***. Vol. 12, 1978, pp. 187-192.

3. FORERO, M.G. "Reconstrucción tridimensional de la cabeza y el cerebro a partir de IRM". Memorias I Congreso Latinoamericano de Ingenieria Biomedica, Mazatlan Mexico Noviembre 1998 isbn 968-5063-03-6

4. FUTCH, H., KEDEM, Z.M. y Uselton S.P. "Optimal surface reconstruction from planar contours". En: ***Comunications of the ACM.*** Vol. 20, No. 10, 1977, pp. 693-702.