

# Una solución al problema del configurador basado en la matriz de admitancia

El problema de la determinación de la topología de la red es aparentemente simple, pero debido a la operación normal del sistema la configuración de la red varía constantemente.

Los cambios en el estado de los interruptores de potencia pueden producir varios efectos como, por ejemplo:

- Conexión (o desconexión) de líneas, transformadores y generadores.
- Aumento (o disminución) del número de nodos del sistema debido a la separación de barrajes en subestaciones.
- Formación de subsistemas aislados debido a la apertura de líneas de interconexión.

Estos cambios implican que ciertos elementos de la red pueden quedar inhabilitados en análisis de flujo de carga o estimación de estado. Sus efectos se reflejan en la alteración del ordenamiento de los nodos que se efectúa para optimizar los requerimientos de memoria necesarios en muchas aplicaciones de sistemas de potencia.

Para tener en cuenta estos cambios en la topología se debe contar con un algoritmo que permanentemente reciba la información de la posición de los interruptores y el estado de las medidas para tener en cada instante la configuración real de la red. Quizás el sistema de determinación de la topología de la red más popular es el conocido como configurador AEP, pero en este artículo no se describe en detalle. Únicamente trata un algoritmo implementado en el Departamento de Ingeniería eléctrica de la Universidad Nacional que usa las características de la matriz de admitancia del sistema.

**ESTRELLA E. PARRA L.**

Ingeniera Electricista

Instructor Asociado

Facultad de Ingeniería

**LUCIO FLOREZ C.**

Ingeniero Electricista M.Sc.

Profesor

Facultad de Ingeniería

## REQUERIMIENTOS PARA DETERMINAR LA TOPOLOGIA DE LA RED

El programa de configuración que determina automáticamente la topología del sistema debe tener en cuenta los siguientes aspectos básicos:

1. Una rutina para procesar la información proveniente de la posición de los interruptores y el estado de las medidas.

Respecto de las medidas, es importante aclarar que la única información necesaria es si la medida se está tomando o no, ya que su valor numérico no interesa para efectos de configuración. Pero si sobre una línea o un transformador no se están haciendo mediciones de flujo de potencia, este elemento debe inhabilitarse para análisis de estimación de estado, así el elemento esté conectado al sistema.

2. Una vez procesada toda la información que se recibe de interruptores y medidas se debe proceder a seleccionar los circuitos (líneas o transformadores o barras conectadas entre interruptores de potencia) hábiles tenidos en cuenta en los pasos anteriores.
3. Con los circuitos disponibles se debe considerar cada una de las subestaciones donde hubo variación en la posición de interruptores o en el estado de las medidas para determinar si se crearon (o desaparecieron) nuevos nodos por división de la subestación. En otras palabras, el programa debe tener en cuenta los tipos de subestación más usuales. Este problema se explicará claramente más adelante.
4. Como último paso se debe determinar la presencia de subsistemas aislados y obtener la configuración exacta del sistema. Esta configuración depende de la aplicación en la cual vaya a utilizarse; por ejemplo: si es en flujo de carga basta determinar las conexiones del sistema sin tener en cuenta las medidas de flujo de potencia, pero si la aplicación es un algoritmo de estimación de estado debe observarse, además de las conexiones de cada elemento, su medida para considerarlo hábil.

## METODOLOGIA PROPUESTA PARA DETERMINAR LA TOPOLOGIA DE LA RED

Un sistema eléctrico de potencia se puede repre-

sentar por medio de la matriz de admitancia  $Y$  que relaciona corrientes y voltajes nodales, así:

$$I = YE \tag{1}$$

donde:

- E: Vector de voltajes nodales medidos respecto a un nodo de referencia (arbitrario).
- I: Vector de corrientes netas inyectadas a los nodos.
- Y: Matriz de admitancia del sistema (donde se han eliminado la fila y la columna correspondiente al nodo de referencia para evitar la singularidad).

La ecuación (1) puede escribirse como:

$$E = Y^{-1} I = ZI \tag{2}$$

donde  $Z$  corresponde a la matriz de impedancia del sistema.

Una columna de la matriz  $Z$ , se puede encontrar utilizando el siguiente procedimiento, por ejemplo, la columna  $j$ -ésima  $Z_j$ :

$$\begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ \vdots \\ E_j \\ \vdots \\ E_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \dots & Z_{1j} & \dots & Z_{1n} \\ Z_{21} & Z_{22} & \dots & Z_{2j} & \dots & Z_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{j1} & Z_{j2} & \dots & Z_{jj} & \dots & Z_{jn} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{n1} & Z_{n2} & \dots & Z_{nj} & \dots & Z_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{1j} \\ Z_{2j} \\ \vdots \\ Z_{jj} \\ \vdots \\ Z_{nj} \end{bmatrix}$$

Es decir, se inyecta una corriente unitaria en el nodo  $j$ , y los voltajes que aparecen en los diferentes nodos corresponden a los términos de  $Z_j$

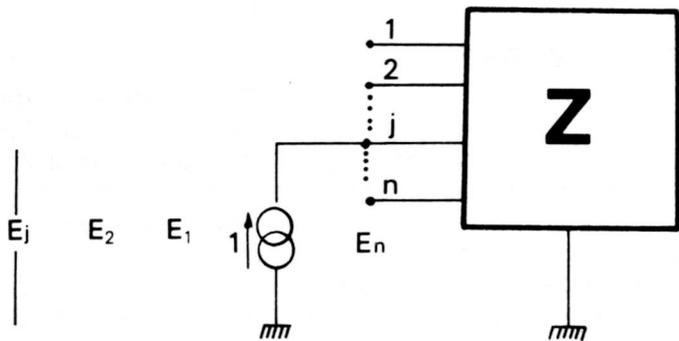


FIGURA 1.

Si se conecta un elemento entre el nodo referencia y un nodo que no pertenece a él.

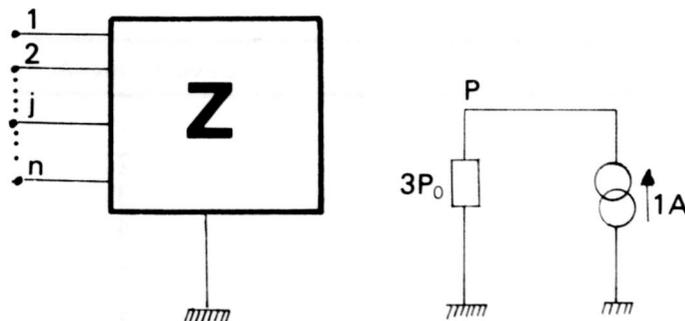
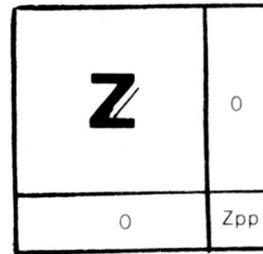


FIGURA 2.

La matriz de impedancia,  $Z_{nueva}$  tiene la siguiente forma:

$$Z_{pk} = Z_{kp} = 0 \text{ para } k \neq p$$

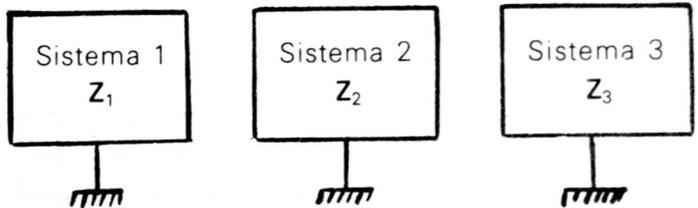
$$Z_{pp} = Z_{p0}$$



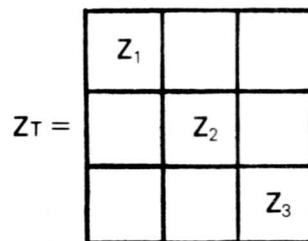
Es decir, la matriz de impedancia está conformada por dos (2) submatrices desacopladas.

Generalizando, si se encuentran  $m$  submatrices desacopladas se puede afirmar que existen  $m-1$  elementos conectados al nodo de referencia sin relación con los nodos restantes.

Si en lugar de conectar un elemento nuevo a la referencia, se conecta a un sistema o más, se tiene:



Se observa que la matriz  $Z$  del sistema total está conformada por 3 submatrices desacopladas que corresponden con las matrices de impedancia de cada uno de los subsistemas aislados.



Un cambio de cualquier naturaleza, en uno de los subsistemas no se refleja de ninguna manera en los otros. De aquí se puede concluir que para determinar si en un sistema se encuentran subsistemas (áreas) aislados se presenta en la matriz de impedancia una distribución de submatrices desacopladas. En otras palabras, si se inyecta una corriente (unitaria) a un nodo  $j$ , los nodos en los cuales aparece voltaje pertenecen al mismo subsistema y los nodos restantes, en los cuales el voltaje es cero, pertenecen a sistemas aislados con respecto al sistema al que pertenece el nodo  $j$ .

En el problema de configuración se requiere determinar si una subestación se ha dividido (eléctricamente) en más de un nodo y los circuitos que conectan cada nodo; así también se deben encontrar las conexiones entre subestaciones para observar si existen áreas o subsistemas aislados. La solución de este problema se obtiene asociándole el proceso descrito para la representación del sistema por medio de la matriz de admitancia (impedancia). Esta asociación corresponde a efectuar la siguiente equivalencia:

Interruptores de potencia → líneas  
 Circuitos (líneas, transformadores o barras entre interruptores) → nodos

Como ilustración se puede observar el caso de la subestación de interruptor y medio mostrada en el siguiente esquema.

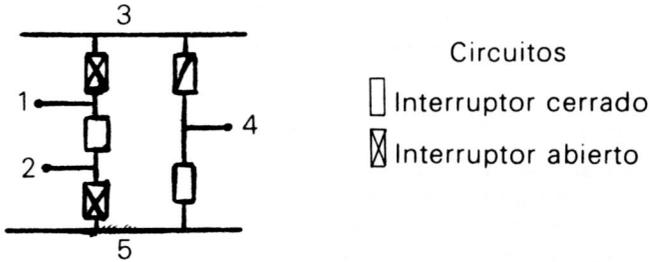


FIGURA 3.

El sistema correspondiente y la matriz de admitancia son:

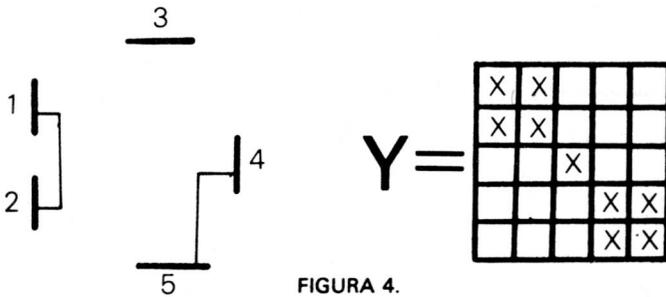
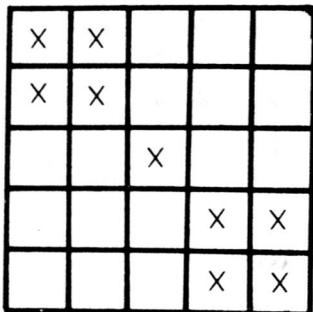


FIGURA 4.

La forma de la matriz de impedancia es:



De la forma de la matriz de impedancia **Z** obtenida se deduce que la subestación queda dividida en tres (3) nodos eléctricos:

- Nodo A: Circuitos 1 y 2
- Nodo B: Circuito 3
- Nodo C: Circuitos 4 y 5.

Entonces, el problema consiste en hallar la forma de la matriz de impedancia, pero como se mencionó antes, se pueden generar sus columnas observando los voltajes que aparecen en los nodos por inyección de corrientes unitarias, así:

$$E = Z I_j \tag{4}$$

donde,

**Z<sub>j</sub>**: Columna j-sima de la matriz de impedancia **Z**

**I<sub>j</sub>**: Vector columna con términos iguales a cero excepto el elemento j que es igual a uno.

$$I_j = [0 \ 0 \ 0 \ \dots \ 1 \ \dots \ 0]^T$$

Combinando las ecuaciones (1) y (4) se tiene:

$$Y Z_j = I_j \tag{5}$$

La matriz **Y** se puede representar por sus factores:

$$Y = L D U \tag{6}$$

donde, **L**, **D** y **U** son matrices triangular inferior, diagonal y triangular superior respectivamente. (Ver referencia 3)

Sustituyendo (6) en (5):

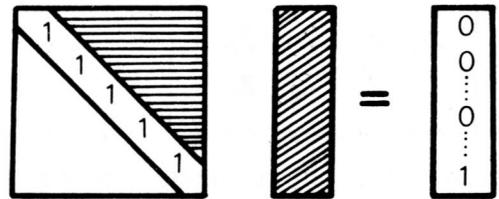
$$L D U Z_j = I_j \tag{7}$$

Como el nodo j puede ser cualquiera de los nodos del sistema, tomando en particular el último, se tiene:

$$I_n = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0 \ 1]^T$$

Inyectando esta corriente **I<sub>n</sub>** al sistema, las operaciones de multiplicación debidas a las matrices **L** y **D** desaparecen y la ecuación (7) puede escribirse:

$$U Z_n = I_n \tag{8}$$



Los términos de **Z<sub>n</sub>** se encuentran efectuando una sustitución regresiva

$$Z_{nn} = 1$$

$$Z_{jn} = W_{jk} Z_{kn} \tag{9}$$

La ecuación (9) muestra que **Z<sub>jn</sub>** es diferente de cero si **W<sub>jk</sub>** es diferente de cero para algún **Z<sub>kn</sub>** diferente de cero con **k < j**. En otras palabras, si **Z<sub>jn</sub>** existe, indica que el nodo j está conectado con el nodo n; o si **Z<sub>jn</sub>** es cero implica que el nodo j está aislado del sistema que contiene el nodo n. Para efectos de configuración, el valor numérico de **Z<sub>jn</sub>** no importa, ya que solo interesa si es diferente de cero o no, por tanto se asume uno en todos los casos en que **Z<sub>jn</sub>** sea distinto de cero.

Aplicando estos principios a la subestación mostrada en la figura siguiente (Esquema tomado de un ejemplo de la referencia 1).

Nº circuito	Nueva numeración
1	1
24	2
9	3
12	4
8	5
2	6
13	7
26	8
23	9
7	10
6	11

FIGURA 5.

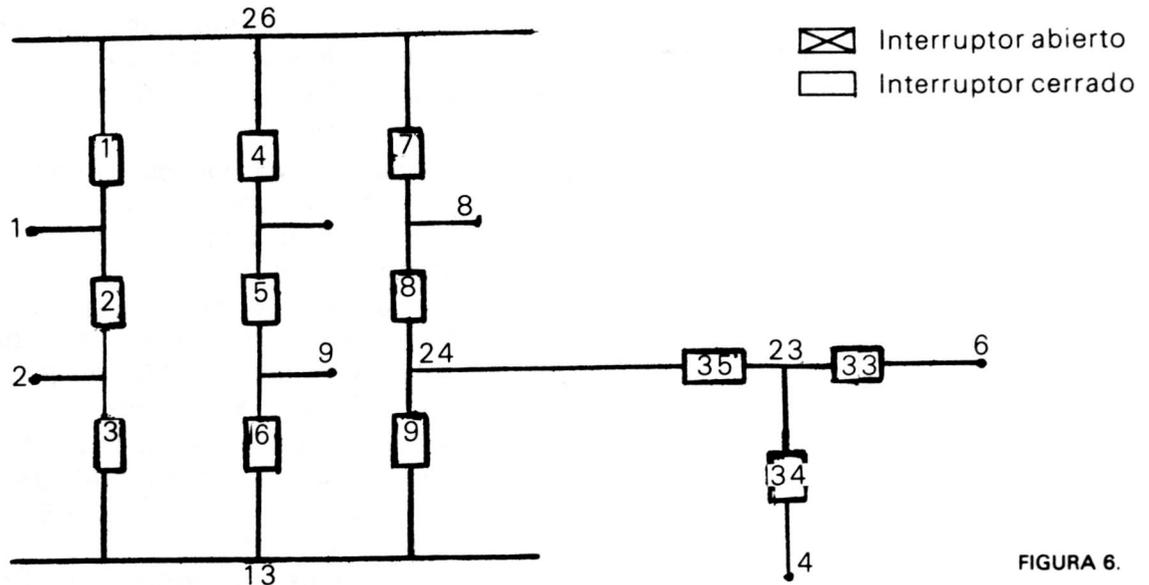


FIGURA 6.

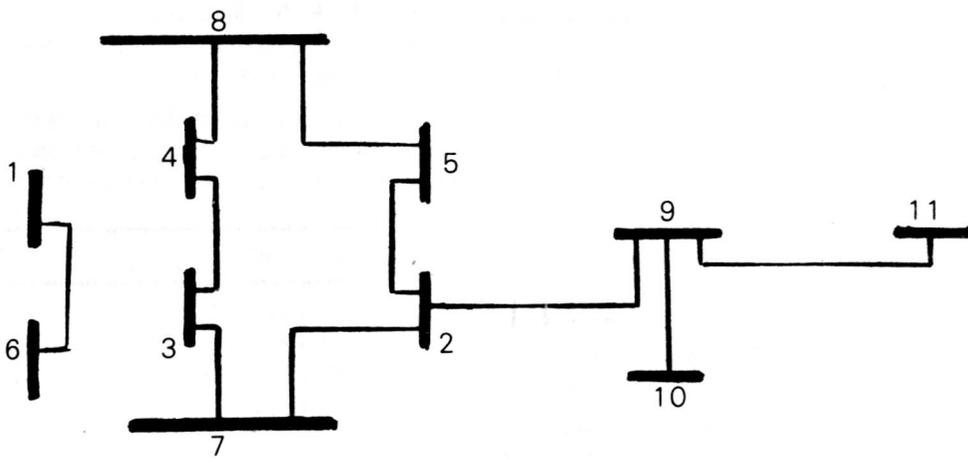


FIGURA 7.

Con esta numeración los interruptores están entre los siguientes circuitos: (interruptores abiertos no se consideran)

Interruptor	Circuito A	Circuito B
1	—	—
2	1	6
3	—	—
4	8	4
5	4	3
6	3	7
7	5	8
8	5	2
9	2	7
33	9	11
34	9	10
35	2	9

El esquema equivalente corresponde a la figura 7.

La forma de la matriz de admitancia, después del proceso de triangularización.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	X					X		X			
2		X			X		X		X		
3			X				X				
4				X			X	X			
5					X		X	X	X		
6						X	X				
7							X	X			
8								X	X		
9									X	X	X
10										X	X
11											X

⊗ Elementos creados durante la factorización.

Almacenando esta matriz en forma dispersa, los arreglos correspondientes son:

LOC: Vector que indica la posición en memoria del inicio de cada fila (nodo).

MCON: Vector que contiene la columna( de la conexión) correspondiente a cada término almacenado de los elementos fuera de la diagonal.

TABLA Nº 1

I	LOC	MCON
1	1	6 1
2	2	5
3	5	7 2
4	7	9
5	9	4 3
6	12	7
7	12	7 4
8	14	8
9	15	7
10	17	8 5
11	18	9
12		8 7
13		9
14		9 8
15		10 9
16		11
17		11 10

Observando los términos de la matriz de admitancia factorizada (arreglo MCON) se pueden determinar todas las conexiones de la subestación, utilizando un procedimiento que consiste, básicamente, en distribuir en grupos los circuitos que estén conectados entre sí, para luego determinar el número de nodos eléctricos que representan la subestación.

Es obvio que si todos los circuitos están interconectados forman un solo sistema (grupo) y la subestación equivale solamente a un nodo eléctrico.

Para generar las agrupaciones de circuitos conectados se inicia el primer grupo con el último nodo y se observa su relación con el nodo inmediatamente anterior, si este nodo tiene conexión con el último se agrega a la lista del primer grupo, o en caso contrario se crea un nuevo grupo; así se van tomando todos los nodos hasta llegar al primero, de tal manera que al finalizar el proceso ya estén asignados todos los nodos a algún grupo.

Para el ejemplo anterior, se inicia el primer grupo, Grupo A, con el último nodo que, en este caso, corresponde al nodo 11.

El nodo 10 está conectado con el 11, por tanto se agrega a la lista.

Grupo A: nodos 11 - 10

El nodo 9 está conectado con los nodos 10 y 11, por tanto se incluye en el grupo A.

Grupo A: nodos 11 - 10 - 9.

El nodo 8 tiene conexión con el 9; se incluye en el grupo A.

Grupo A: nodos 11 - 10 - 9 - 8.

El nodo 7 está conectado con los nodos 8 y 9, por tanto pertenece al mismo grupo de ellos.

Grupo A: Nodos 11 - 10 - 9 - 8 - 7.

El nodo 6 no tiene conexiones con los nodos hasta ahora considerados, por tanto, con este nodo se debe crear un nuevo grupo, grupo B.

Grupo A: Nodos 11 - 10 - 9 - 8 - 7.

Grupo B: Nodo 6.

El nodo 5 tiene conexiones con los nodos 7, 8 y 9, es decir, pertenece al grupo A.

Grupo A: Nodos 11 - 10 - 9 - 8 - 7 - 5.

Grupo b: Nodo 6.

El nodo 4 está conectado con los nodos 7 y 8, pertenece, por tanto, al grupo A.

Grupo A: Nodos 11 - 10 - 9 - 8 - 7 - 5 - 4.

Grupo B: Nodo 6.

El nodo 3 tiene conexiones con los nodos 4 y 7, entonces se asocia al primer grupo.

Grupo A: nodos 11 - 10 - 9 - 8 - 7 - 5 - 4 - 3.

Grupo B: Nodo 6.

El nodo 2 tiene conexiones con los nodos 5, 7 y 9, por tanto pertenece al mismo grupo.

Grupo A: Nodos 11 - 10 - 9 - 8 - 7 - 5 - 4 - 3 - 2.

Grupo B: Nodo 6.

El nodo 1 tiene conexión con el nodo 6, es decir, forma parte del grupo B.

Grupo A: Nodos 11 - 10 - 9 - 8 - 7 - 5 - 4 - 3 - 2.

Grupo B: Nodo 6 - 1.

Con los grupos definidos queda determinado que la subestación equivale a 2 nodos eléctricos con los siguientes circuitos conectados:

Nodo A*	Nodo B
11 (6)	6 (2)
10 (7)	1 (1)
9 (23)	
8 (26)	
7 (13)	
5 (8)	
4 (12)	
3 (9)	
2 (24)	

Cabe anotar que si alguna de las listas (grupos) contiene únicamente un circuito indica que dicho circuito se abrió y no que la subestación se dividió.

Para introducir cambios en la distribución de la subestación, debido a cierre o apertura de interruptores, existen dos caminos; uno sería volviendo a repetir el procedimiento anterior y el otro corresponde a almacenar la estructura de la matriz de admitancia con todos los interruptores cerrados y utilizar un arreglo adicional para guardar el estado de los interruptores, de esta forma solo se trianguliza una vez la matriz y únicamente se efectúa el proceso de sustitución regresiva cuando hay cambios en la posición de los interruptores.

Para el caso anterior con todos los interruptores cerrados, el esquema equivalente en líneas y nodos es:

\* La numeración entre paréntesis ( ) corresponde a la original de los circuitos de la subestación.

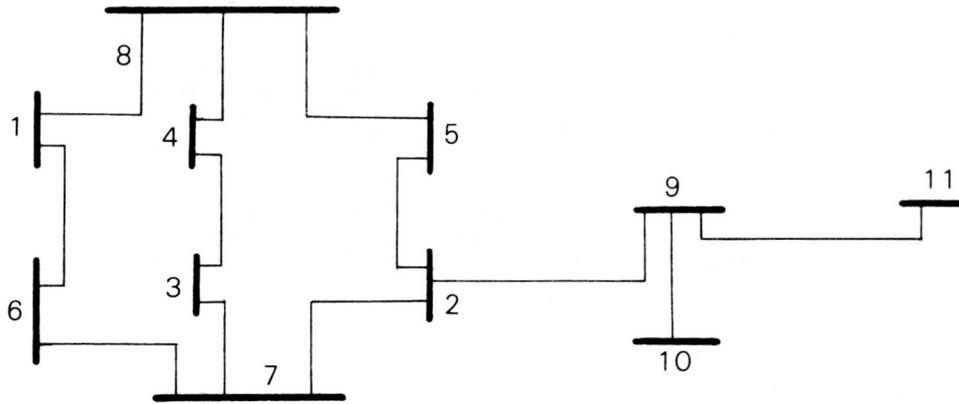


FIGURA 8.

La forma de la matriz de admitancia después del proceso de triangularización es: FIGURA 7.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	X					X		X			
2		X			X				X		
3			X								
4				X							
5					X						
6						X					
7							X				
8								X			
9									X	X	X
10										X	
11											X

Almacenada la matriz en forma dispersa resulta: (ver tabla N° 2).

El vector "auxiliar" de la tabla N° 2, indica si los términos de la matriz de admitancia existían o si se crearon en el proceso de triangularización.

TABLA N° 2

	LOC	MCON	Auxiliar*	DIS	
1	1	6	1	1	
		1			
3	3	8	1 (0)	0	
4	6	5	1	1	
5	8	7	2	1	
6	10	9	1	1	
		4	1	1	
		3			
7	14	7	1	1	
8	16	7	4	1	
9	17	8	1	1	
10	19	7	0	1	
11	20	8	5	1	
12		9	0	1	
13		7	6	1 (0)	0
14		8	7	0	0
15		9	7	0	1
16		9	8	0	1
17		10	9	1	1
18		11			1
19		11	10		1

El arreglo DIS corresponde a un vector de disponibilidad de elementos y es el resultado de efectuar el proceso de triangularización de una matriz que tiene la misma estructura de la matriz Y, pero sus elementos son uno, si el interruptor que representan está cerrado, o son cero si el interruptor está abierto o son términos creados durante el proceso.

Al simular el proceso de triangularización del sistema con todos los interruptores cerrados resultan todos los elementos de disponibilidad iguales a uno, indicando que todos los circuitos están conectados y la subestación equivale a un solo nodo. Pero si se abren los interruptores 1 y 3, localizados en los circuitos 1 - 8 y 7 - 6 respectivamente, el arreglo auxiliar se debe modificar de la siguiente manera: para el interruptor que conecta los circuitos 1 y 8 se buscan las conexiones del nodo 1, que corresponden a los nodos 6 y 8, almacenadas en los lugares de memoria 1 y 2 del arreglo MCON, por tanto el elemento 2 del vector auxiliar debe pasar a ser cero. Para el interruptor 3, que conecta los circuitos 6 y 7, se buscan las conexiones del nodo 6, que en este caso únicamente está unido al nodo 7 y corresponde a la posición 13 del arreglo MCON, por tanto el elemento 13 del vector auxiliar pasa a ser cero.

Con este vector auxiliar modificado se efectúa la triangularización que da como resultado los términos del vector de disponibilidad, dicho vector está mostrado en el arreglo DIS en la tabla N° 2.

Para determinar los grupos de circuitos conectados se sigue un proceso de sustitución regresiva como el descrito antes; y la subestación queda dividida en dos nodos.

Nodo A: 11 - 10 - 9 - 8 - 7 - 5 - 4 - 3 - 2.

Nodo B: 6 - 1.

Este resultado es igual al encontrado cuando se formó la matriz de admitancia sin considerar los términos correspondientes a los interruptores 1 y 3.

### DIAGRAMAS DE BLOQUE DEL ALGORITMO DE CONFIGURACION

El proceso general para determinar la configuración de la red está dado por el diagrama de bloques de la figura 9.

\* Los ceros entre paréntesis —( )— corresponden a los cambios debidos a la apertura de los interruptores 1 y 3.

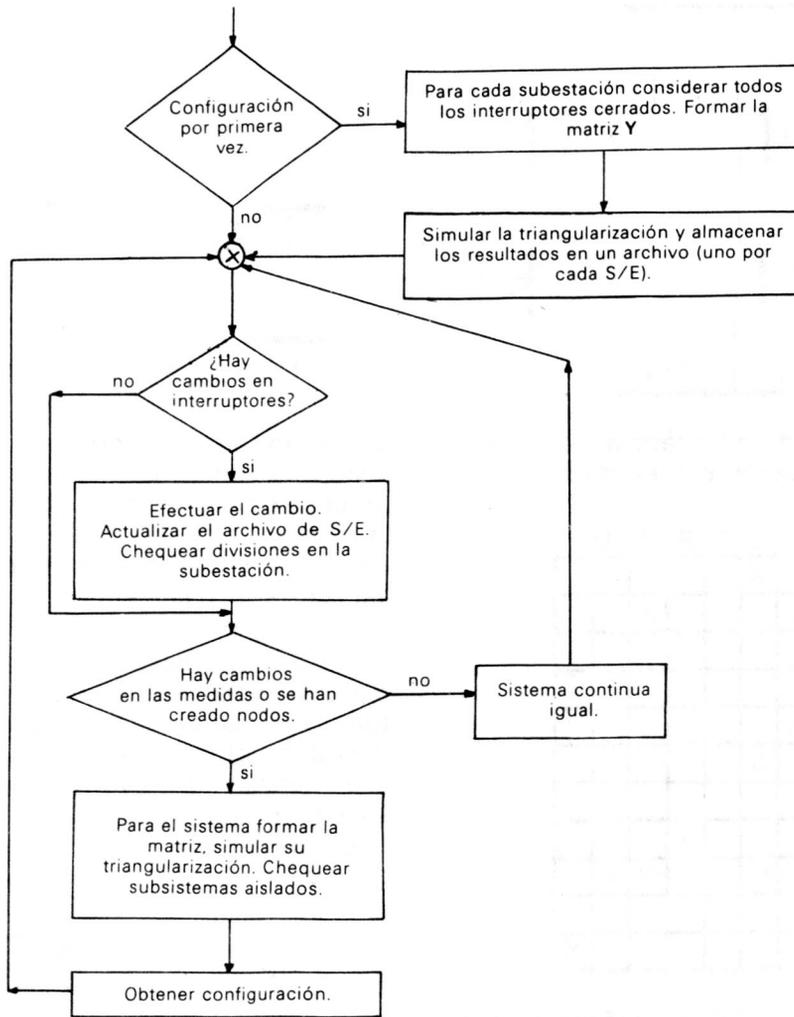


FIGURA 9.

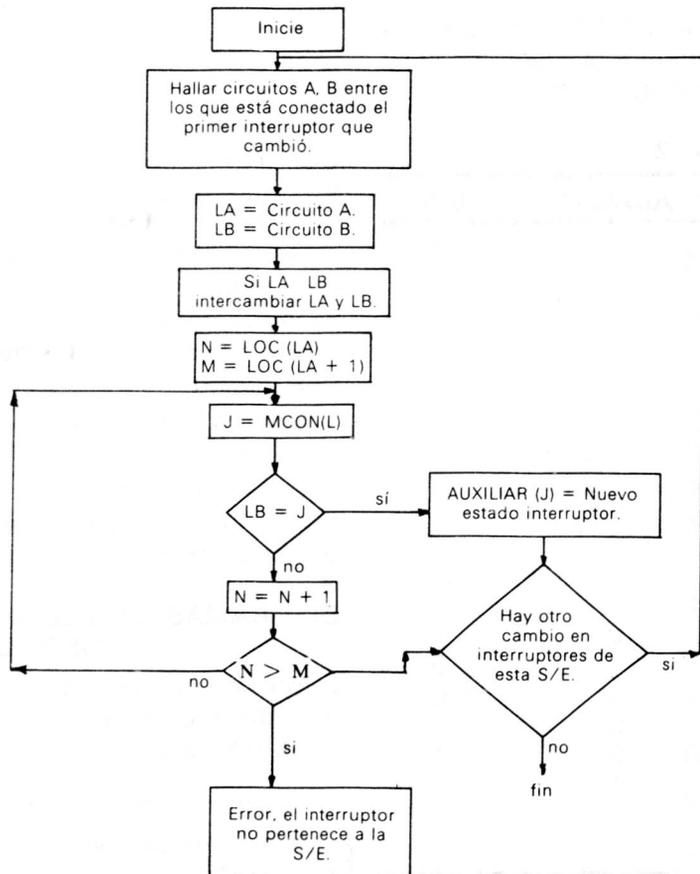


FIGURA 10.

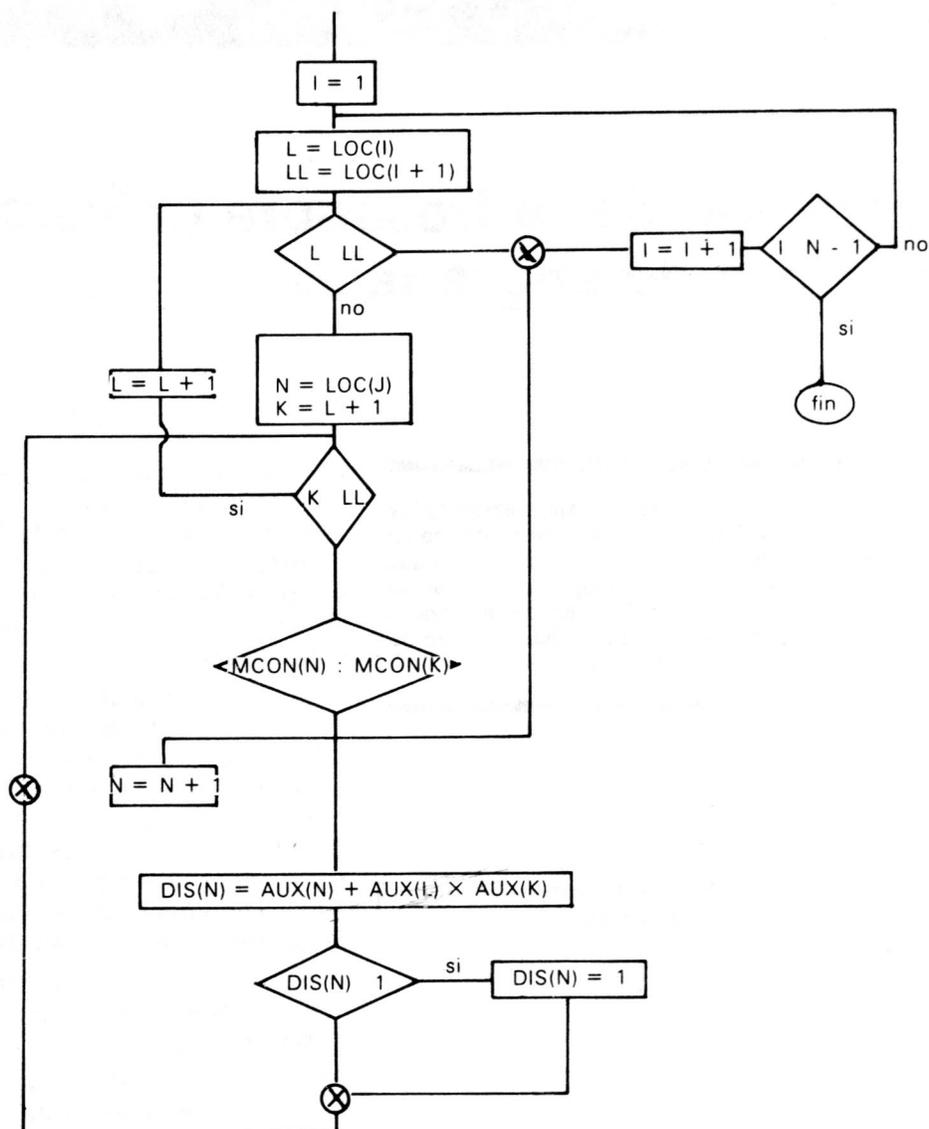


FIGURA 11

Para actualizar los archivos que contienen la información referente a la posición de los interruptores de cada subestación se debe seguir el proceso indicado por el diagrama de flujo de la figura N<sup>o</sup> 9.

El diagrama de flujo para encontrar los términos del vector de disponibilidad, que corresponde a efectuar el proceso de triangularización de la matriz, se muestra en la figura N<sup>o</sup> 10.

### CONCLUSIONES

- La interpretación física mediante las propiedades de la matriz de admitancia aclara el problema de configuración y su solución.
- Este método de solución es general, por tanto

puede suministrar la configuración de cualquier tipo de subestación o de cualquier sistema de potencia.

- La información proveniente de la posición de los interruptores y del estado de las medidas sigue un proceso muy simple y ágil que permite mantener los archivos actualizados en forma permanente.
- Permite utilizar rutinas de ordenamiento óptimo y factorización triangular.

Suministra la configuración apropiada a otras aplicaciones de análisis de sistemas de potencia como son: flujo de cargas y estimación de estado.

### BIBLIOGRAFIA

A. M. Sasson, S. Ehrmann, P. Lynch and Van Slyck, **Automatic Power System Network Topology Determination** Paper N<sup>o</sup> T72466-1 IEEE, Summer Power Meeting, San Francisco, 1972.

Brown, E. H. **Solution of large Networks by Matrix Methods**, John W.

and Sons, New York, 1975.

W. F. Tinney and J. W. Walker, **Direct Solutions of sparse network equations by optimally orderer triangular factorization**, Proc. IEEE, Vol 55, pp. 1801 - 1809, November 1967.