

# La ley del crecimiento del entrehierro en máquinas eléctricas

**HORST F. R. MAUDANZ,**  
Ingeniero  
Universidad Nacional

Ha pasado el tiempo en el cual se construyeron máquinas eléctricas con base en diseños elaborados por el método de "Trail and Error" o, posteriormente, la llamada "clásica", es decir, el diseño metódico y sistemático en forma determinante y causal.

Según el profesor Strnad (Alemania), en los diseños deben utilizarse modernos métodos integrados que contienen los criterios clásicos, pero enriquecidos por la consideración de una calidad predeterminada, una seguridad exigida, un riesgo calculado, una optimización, no parcial sino total, incluyendo no solamente las funciones sino también los procesos.

Esto requiere trabajar en sistemas y con modelos muchas veces puramente matemáticos. En el caso específico de las máquinas eléctricas se utiliza un conjunto de modelos que son el eléctrico, el magnético, el térmico y el mecánico; los cuales forman, entonces, el sistema completo representativo de la máquina. La descripción así obtenida ha llegado a una exactitud en el dimensionamiento y cumplimiento de las características deseadas, que la muestra construida posteriormente da resultados prácticamente dentro de las tolerancias permisibles, según las normas correspondientes.

Este logro va en detrimento de la entendibilidad y comparabilidad con respecto a una calificación general y sencilla. Sería entonces de mucho valor encontrar nuevamente una fórmula integrada de fácil interpretación que demuestre lo esencial o de sobresaliente importancia en la máquina eléctrica, siendo este el objetivo de la presente investigación.

La forma común y generalmente utilizada, cuando se habla de una ley de crecimiento para máquinas eléctricas, es tomar su volumen total y relacionarlo a su potencia. Pero si se parte de la hipótesis de que la fuente de energía es adecuada, como debe corresponder a una máquina específica, se puede suponer que la densidad de la energía transmitida por el campo electromagnético, e indispensable para el cumplimiento de la función asignada, está limitada por las características de los materiales con los cuales fue construida. Así resulta un volumen específico del campo electromagnético comparable, no solamente entre máquinas con el mismo criterio funcional, sino también entre aquellas con

funciones diferentes, pero lógicamente cumpliendo la condición de utilizar la misma ley física.

En máquinas eléctricas rotativas, el campo electromagnético está localizado en el entrehierro; cuando además, se trata de tensiones bajas, solamente los conductores de corriente y el hierro afectado por el flujo magnético son causantes de pérdidas de energía, pues pueden despreciarse las pérdidas mecánicas por cualquier tipo de fricción. Las sobretemperaturas, ocasionadas por los flujos de calor dentro de la máquina, tienen sus límites físicos permisibles con base en la calidad y tipo de materiales utilizados.

Una ley de crecimiento para la máquina eléctrica depende, por esto, de las condiciones del campo electromagnético y también del tipo y de la refrigeración existente. Logrando reunir las dos condiciones en la ley de crecimiento y formulando parámetros y variables representativos para todos los criterios involucrados, se encuentra una valiosa herramienta para el estudio, cálculo y calificación de las máquinas.

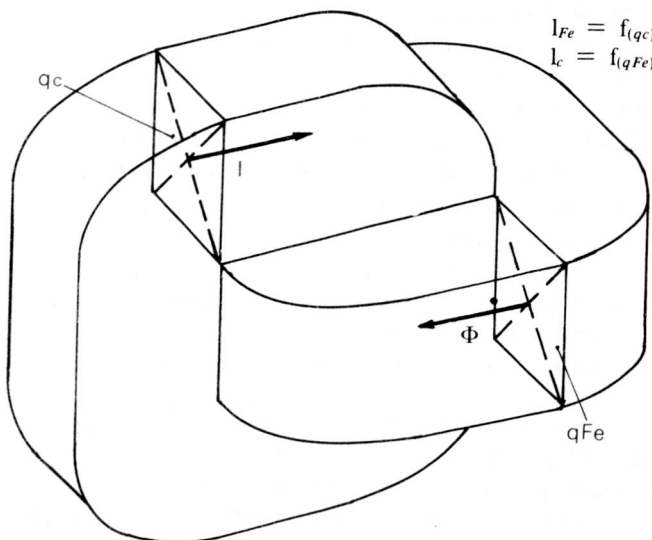
Según mi experiencia adquirida en la docencia y el trabajo práctico realizado en la última década, he encontrado que el motor asincrónico con jaula de ardilla, es muy adecuado por su forma constructiva para utilizarse en un primer intento de hallar los parámetros y variables que condicionan la ley de crecimiento para el campo electromagnético.

Especialmente el rotor, para potencias que son cubiertas por la normalización, es decir, los tipos estándar, es construido en tal forma que facilita bastante el logro de esta meta.

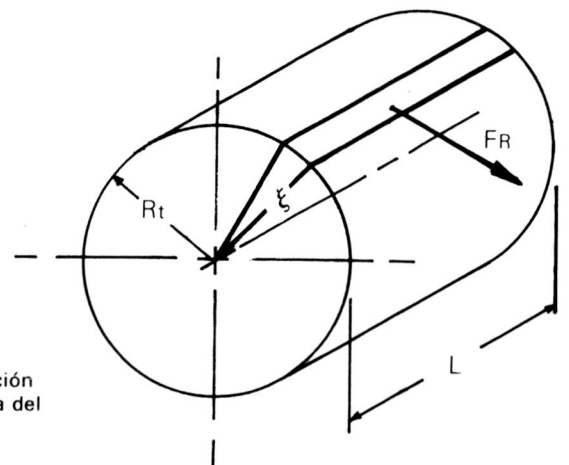
El punto de partida para la formulación de la ley de crecimiento del campo electromagnético en máquinas eléctricas es la ley física sobre el enlace entre el circuito eléctrico y el magnético. Según la gráfica 1 se puede deducir con:

$$P_{nom} \sim U \cdot I \cdot \eta_t \cdot \cos\phi \quad (1)$$

$$V \sim d^3 \quad (2)$$



GRAFICA 1. Volumen mínimo para el enlace entre corriente I y flujo Φ con secciones q para los conductores de flujo magnético y de corriente eléctrica.



$$U \sim f \cdot B_R \cdot d^2 \quad (3)$$

$$I \sim \Delta \cdot d^2 \quad (4)$$

que el volumen activo es:

$$V = k_{f*} \cdot \left( \frac{P_{nom}}{\eta_t \cdot \cos\phi} \right)^\gamma \quad (5)$$

El exponente  $\gamma$  se puede llamar el teórico de crecimiento

$$\gamma = 0.75 \quad (6)$$

y el coeficiente  $k_{f*}$  puede ser denominado el funcional teórico.

La fuente de energía para el rotor de un motor asincrónico en caso de funcionamiento se encuentra en el estator.

En las ejecuciones estándar (IEC 72-1 y DIN 42950: B3) los flujos de calor en el rotor son generalmente en cuatro direcciones: dos axiales y dos radiales. Como la superficie del rotor en el entrehierro y la configuración de éste son muy semejantes, se puede utilizar ésta como área de refrigeración de referencia y relacionar todas las magnitudes de flujos de calor en las otras tres direcciones a ésta, siendo en forma linealizada:

$$\frac{K_R}{S_E} = \zeta_r \cdot \alpha_{KE} \cdot \Delta T_E \quad (7)$$

El factor de flujo de calor introducido  $\zeta_r$  describe la mayor refrigeración superficial con respecto a la del entrehierro.

Con buena aproximación se puede suponer que

$$K_R \approx P_{c2} \quad (8)$$

Para las pérdidas en los conductos del rotor rige:

$$P_{c2} = s \cdot \frac{P_{nom}}{(1-s) \cdot \eta_m} \quad (9)$$

La ley física que utiliza el motor eléctrico para la transformación de energía eléctrica en mecánica es:

$$dF_R = di(t) \cdot b_R(\zeta; t) \cdot l \quad (10)$$

donde:

$$di(t) = a_R(\zeta; t) \cdot R_t \cdot d\xi \quad (11)$$

Solucionando estas dos ecuaciones para el motor asincrónico resulta con  $\cos\Phi_2 \approx 1$

$$\frac{P_{nom}}{\eta_m} = 2\pi f (1-s) \hat{A}_R \cdot \hat{B}_R \cdot V_{Rt} \quad (12)$$

y para la carga lineal sobre los polos del rotor

$$\hat{A}_R = \frac{\kappa_{c2} \cdot P_{c2}}{\sqrt{2} \Delta_2 \cdot S_E R_t / R} \quad (13)$$

Introduciendo estos resultados en la ecuación (5) da para el coeficiente funcional teórico con

$$V_R = V_{Rt} (R / R_t)^2 \quad (14)$$

$$y: \hat{B}_E = \hat{B}_R (R_t / R) \quad (15)$$

$$k_{f*} = \frac{p \sqrt{2} \cdot \Delta_2 (\eta_l \cdot \cos\phi)^{0.75} P_{nom}^{0.25}}{2\pi f (1-s) \kappa_{c2} \cdot \hat{B}_E \cdot f_{AB} \eta_m \zeta_r \alpha_{KE} \cdot \Delta T_E} \quad (16)$$

Esta función contiene ahora los criterios más influyentes sobre la magnitud del campo electromagnético en el entrehierro de un motor asincrónico, tipo estándar.

Para poder comprobar si el coeficiente funcional teórico  $k_{f*}$  describe bien el volumen del campo electromagnético se ha desarrollado una ecuación empírica obtenida de una cantidad grande de motores, ejecutados por diferentes fabricantes y basados en las mismas normas y condiciones, p. ej.: tipo de protección (Icontec 279), clases de aislación (Icontec 276), normalización del deslizamiento, de la eficiencia, del factor de potencia, etc.

Para los pares de polos de uno hasta tres, y tomando solamente los motores con volúmenes mínimos en

el rotor, resultó:

$$\frac{V_R}{P_{nom}} = (0.176 + 0.122 (p - 1)^{0.946}) \cdot 10^{-6} (P_{nom} \cdot 10^{-3})^{(0.016p-0.178)} \quad (17)$$

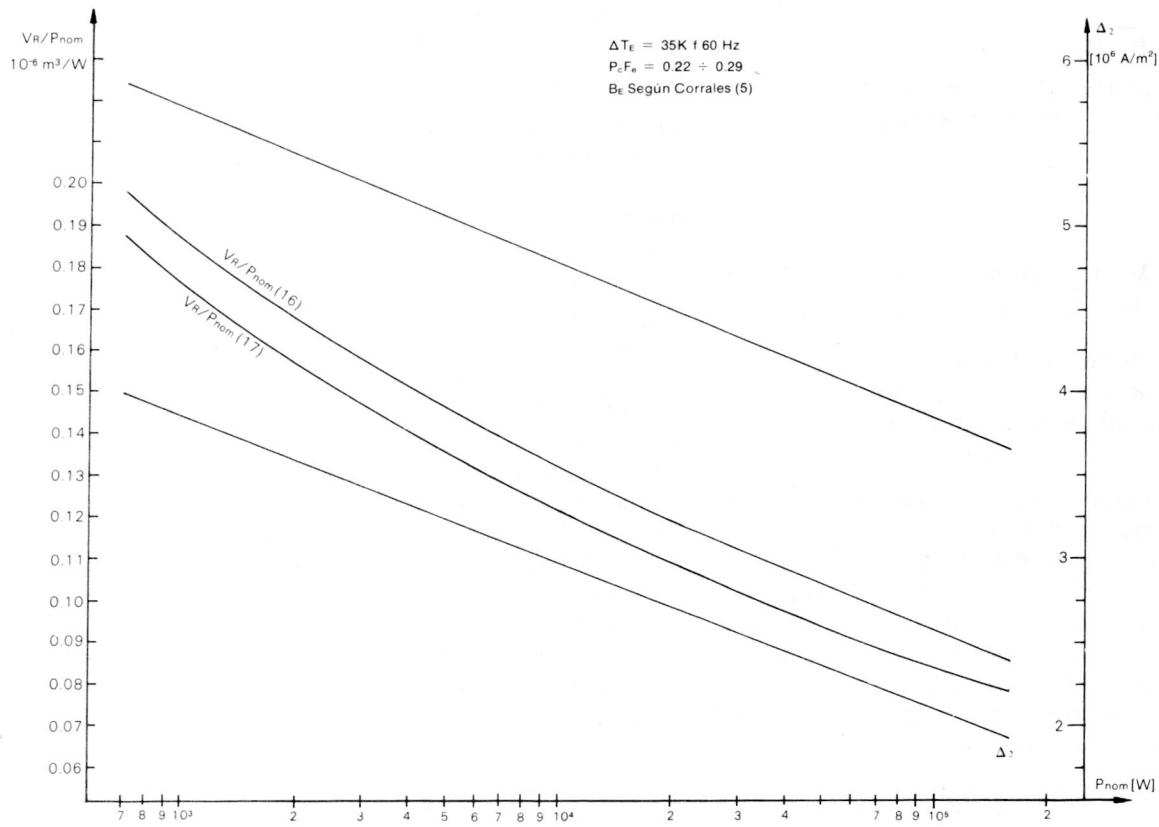
El cálculo del volumen específico  $V_R/P_{nom}$  con el coeficiente funcional requiere la determinación de los parámetros y las variables involucradas. En caso de motores fabricados, estos existen o pueden ser medidos.

En esta investigación se desarrolló un algoritmo que determinó cada uno de los componentes de la ecuación (16), basándose en los mismos datos característicos antes mencionados. Los valores obtenidos fueron comprobados con los medidos en motores reales para asegurar la calidad de los resultados calculados con el algoritmo. En las gráficas 2, 3, 4 se puede ver, para los pares de polos de uno hasta tres y potencias de 840 W hasta 132.000 W, la buena coincidencia entre la función empírica (17) y la teórica (16) obtenida. Como en la curva empírica se trata de valores mínimos (optimizados por los fabricantes), la curva teórica (16) calculada con valores, en parte encontrados en la literatura, (5) tiene que estar normalmente desplazada.

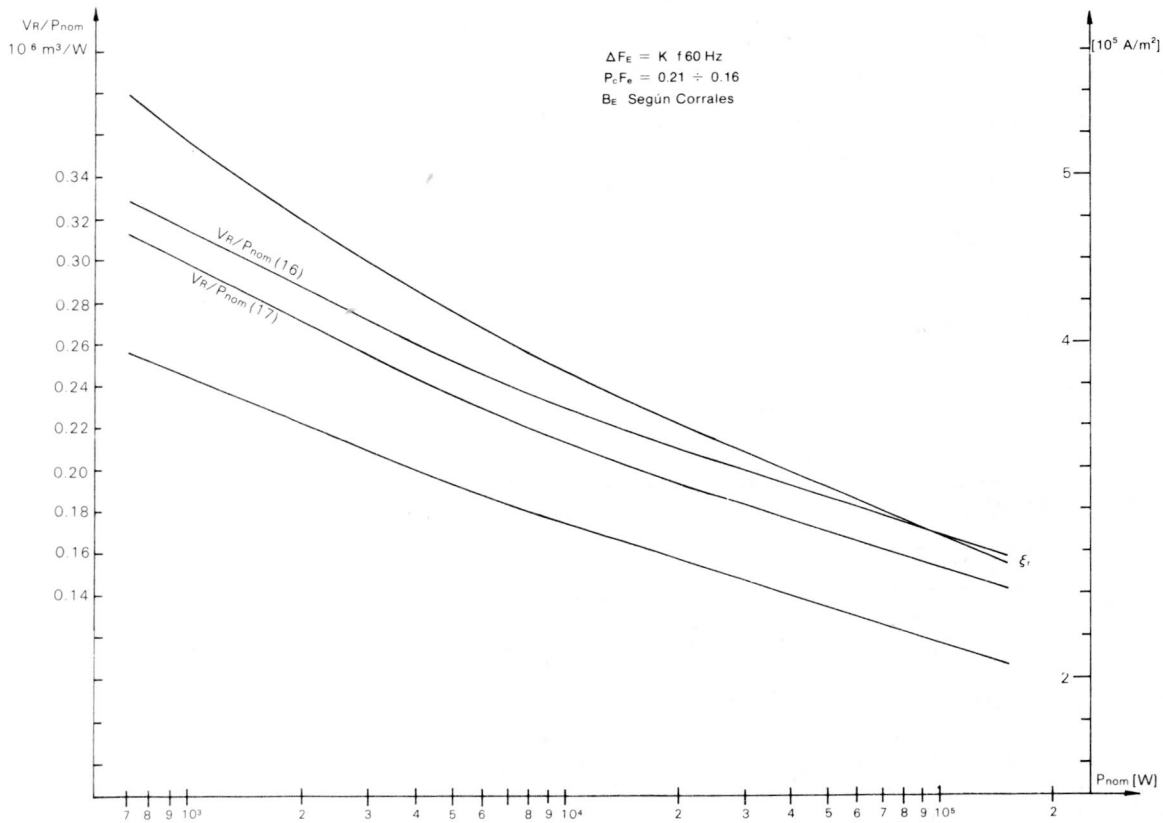
Se puede concluir que la función para el coeficiente funcional teórico describe bien el crecimiento del

```

LEY DE CRECIMIENTO PARA MOTORES ASINCRONICOS CON JAULA DE ARDILLA
PROGRAMA EN MICROSOFT BASIC, DESARROLLADO POR HORST F.R. MAUDANZ UN
BOGOTA, JULIO 29 1983
=====
VALORES ESCOGIDOS PARA EL CALCULO DE MOTORES:
P_NOM_REF = 13200 W PP REF = 2 F = 60 [Hz]
P_NOM( 1 ) = 13200 W
PP( 1 ) = 2
ETA_0( 1 ) = .84
T_EST_MAX( 1 ) = 395 K
T_R_MAX( 1 ) = 430 K
B_E( 1 ) = .795 T
F_RS( 1 ) = 1
F_LN( 1 ) = 1
F_SC( 1 ) = 1
TAU_C( 1 ) = 1.06
=====
RESULTADOS OBTENIDOS POR EL CALCULO, FECHA: JULIO/30/1983
=====
CALC.NR.: 1 SUBINDICE: 1 1 1 1 1 1 1 1 1
P_NOM[W] PP ETA_0 T_EST_MAX[K] T_R_MAX[K] B_E [T]
13200 2 .84 395 430 .795
F_RS F_LN F_SC TAU_C
1 1 1 1.06
V_R/PNOM(5.16) [m^3/W] V_R/PNOM(5.28) [m^3/W] K_F(2.16) K_F(2.26)
2.044619E-07 2.213179E-07 2.372248E-06 1.911567E-06
P_R [W] P_V [W] ETA_M ETA_T COS_PHI COS_PHI_2
43.23167 154.0617 .9852737 .8701353 .9617594 .9774377
B_D [T] B_Y [T] B_EJE [T] S H2
1.501661 1.260007 .7916858 2.558094E-02 34
D_EJE_ASI[m] D_EJE [m] D_R [m] D_EST [m] L [m] D_C2T[m^2]
.047 .058 .158 .24 .149 9.960082E-05
G_R_FED[kg] G_C2 [kg] RO_C_FE P_FE2 [W] P_C2 [W] KAPA_C2IS/m]
14.98586 2.419371 .1747894 49.15738 351.7722 2.209233E+07
DELTA_TE[K] ALFA_KELW/K/m^2] ZETA_R DELTA_2LA/m^2]
33 41.87028 3.699234 2830461
=====
    
```



GRAFICA 2. Valores obtenidos para  $p = 1$

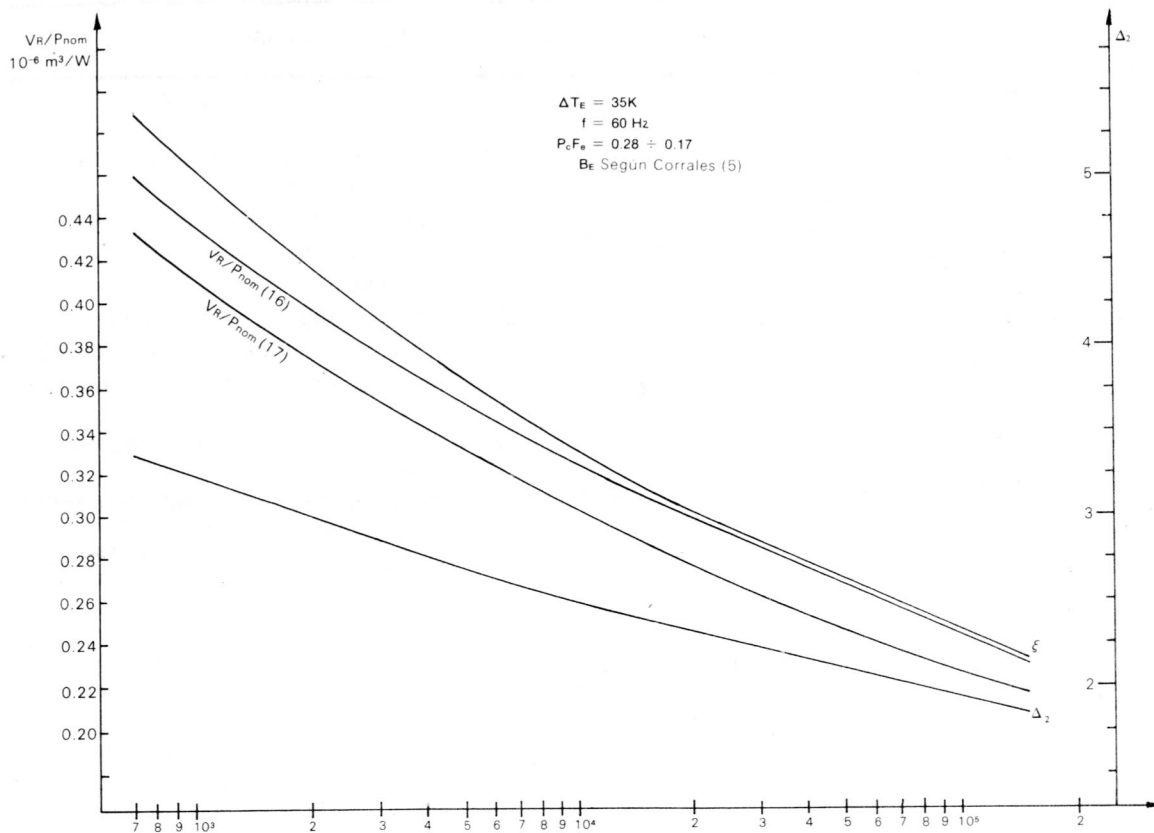


GRAFICA 3. Valores obtenidos para  $p = 2$ .

campo electromagnético en un motor asincrónico y es, entonces, muy valiosa en la investigación y el estudio de máquinas eléctricas. El factor del flujo de calor  $\zeta_r$  dentro de la función para  $K_{f*}$  es un buen indicador sobre las medidas constructivas necesarias o escogidas para cumplir con las temperaturas requeridas en el estator y rotor y es también

fácilmente relacionado con los tipos de protección normalizado en Icontec 279.

El algoritmo de cálculo para el rotor fue programado en el lenguaje "Microsoft Basic". Un ejemplo de los resultados obtenidos se encuentra en la página 37 para un motor de 4 polos y una potencia de 13.200 W.



GRAFICA 4. obtenidos para p = 3

Ecua- ción	Basic	Denominación	Ecua- ción	Basic	Denominación
AR		carga lineal (A/m)		G_C2	peso de los conductores en el rotor (kg)
aR		distribución de la corriente sobre la superficie circunferencial del rotor (carga lineal sobre el rotor) (A/m)		G_R_FE	peso del hierro del rotor (kg)
	B_D	inducción en el diente (T)	I		corriente (A)
BE	B_E	inducción promedio en el entrehierro (T)	i		corriente momentánea en el conductor (A)
	B_EJE	inducción en el eje (T)	kt.	K_F(2.26)	coeficiente funcional teórico (m <sup>3</sup> /VA <sup>3/4</sup> )
BR		inducción en el rotor (T)	KR		calor producido por unidad de tiempo en el rotor (W)
bR		inducción en el conductor del rotor, magnitud momentánea (T)	I	L	longitud del rotor (m)
	B_Y	inducción en el yugo	Ic		longitud del conductor (m)
cos φ	COS_PHI	factor de potencia	I <sub>Fe</sub>		longitud del camino del flujo magnético en el hierro (m)
cos φ <sub>2</sub>	COS_PHI2	factor de potencia correspondiente al rotor	N2		cantidad de ranuras teóricas en el rotor
d		dimensión "base" (m)	p	PP	pares de polos
	D_EST	diámetro del estator (m)		PP_REF	pares de polos de referencia
	D_EJE	diámetro del eje en el rotor (m)	Pc2	P_C2	pérdidas en el rotor, originadas por la resistencia de los conductores (W)
	D_EJE_AS	diámetro del eje en el lado de AS (m)		P_FE2	pérdidas en el hierro del rotor (W)
	D-R	diámetro del rotor (m)	P <sub>nom</sub>	P_NOM	potencia nominal (W)
f	F	frecuencia (Hz)		P_NOM_REF	potencia nominal de referencia (W)
f <sub>AB</sub>		factor resultante correctivo con respecto a la onda de carga lineal y la de inducción (escogido: 0.86) (22)		P_R	potencia de rozamiento (W)
	F_LN	rango de variación del factor de potencia		P_V	potencia requerida para refrigeración (W)
dFR		fuerza tangencial elemental sobre la superficie del rotor	qc		sección del conductor (m <sup>2</sup> )
	F_RS	rango de variación del deslizamiento	Q_C2T		sección teórica del conductor en el rotor (m <sup>2</sup> )
	F_SC	rango de variación del factor de seguridad	qFe		sección del conductor del flujo magnético (m <sup>2</sup> )
			R	D_R:2	radio real del rotor (m)

Ecua ción	Basic	Denominación
Rt		radio teórico (m)
s	S	deslizamiento
SE		superficie del rotor en el entrehierro (m <sup>2</sup> )
t		tiempo (s)
	T_EST_MAX	temperatura máxima en el estator (K)
	T_R_MAX	temperatura máxima en el rotor (K)
U		tensión aplicada (V)
V		volumen de los materiales activos (m <sup>3</sup> )
VR	VR	volumen del rotor (m <sup>3</sup> )
VRt		volumen del rotor correspondiente al radio teórico (m <sup>3</sup> )
$\alpha_{KE}$	ALFA_KE	conductividad de calor en el entrehierro (W/m <sup>2</sup> K)
$\gamma$		exponente teórico de crecimiento

Ecua ción	Basic	Denominación
$\Delta_2$	DELTA_2	densidad de corriente (A/m <sup>2</sup> ) en el conductor del rotor
$\Delta_{TE}$	DELTA_TE	caída de temperatura en el entrehierro (promedio) (K)
$\xi_r$	ZETA_R	factor del flujo de calor
$\eta_m$	ETA_M	eficiencia mecánica
	ETA_0	eficiencia de referencia
$\eta_t$	ETA_T	eficiencia total de la máquina
$k_{c2}$	KAPA_C2	conductividad del conductor (1/ $\Omega$ m)
$\xi$		ángulo correspondiente a la fuerza FR del rotor
	RO_C_FE	relación de los pesos: conductores a hierro
	TAU_C	factor de superficie respecto a la rugosidad.

## BIBLIOGRAFIA

- Klamt, Johannes. "Berechnung und Bemessung elektrischer Maschinen". Springer-Verlag, Germany, 1962.
- Trenkmann, Hermann. "Theorie, Konstruktion und Berechnung der Gleichstrommaschinen". Fachbuchverlag Leipzig, Germany, 1954.
- Landolt und Boernstein. "Physikalisch-chemische Tabellen". Springer-Verlag Berlin, Germany, 1936.
- Lloyd, Ver Bresler, Isidor. "Eins Blick in das russische Schrifttum über elektr. Maschinen", EMA, Heft 11/1982, Alemania.
- Corrales Martín, Juan. "Cálculo industrial de máquinas eléctricas". Universidad Politécnica de Barcelona, 1975.
- Espe, Werner. "Werkstoffe der Elektrotechnik", Akademie-Verlag, Berlin, Germany, 1954.
- Pittrof, H., "Fiabilidad de los rodamientos en las máquinas eléctricas". La Revista de Rodamientos Nº 190, SKF, Suecia, 1977.
- Kuechler, Rudolf. "Die Transformatoren", Springer-Verlag, Germany, 1956.
- Auinger H., Kracke G., Neuhaus W., "Improving the efficiency of electrical machines - possibilities and limits". Siemens Power Engineering. Vol. II Nº 9-10, sept./oct. 1980.
- Siemens AG. "Heat Transfer", Electrical Engineering Handbook, Germany, 1969.
- Texas Instruments. "Curve Fitting", Graphing Package Model PHT 6013, Texas, USA, 1980.
- Richter, Rudolf. "Die Induktionsmaschinen" "Elektrische Maschinen", Tomo IV, Verlag Birkhaeuser, Basel, 1954.
- Gotter, Gottfried. "Erwaermung und Kuehlung elektrischer Maschinen", Springer-Verlag, Germany, 1954.
- Jordan, Klima, Kovacs. "Asynchronmaschinen", Vieweg, Braunschweig, Germany, 1975.
- Koenigsloew, A.V., "Teoría, cálculo y construcción de las máquinas de corriente alterna asincrónicas". Editorial Labor, S.A., 1971.
- Jordan, Heinz. "Geraeuscharme Elektromotoren". Verlag W. Girardet, Essen, Germany, 1950.
- Richter, Rolf. "Nutzahlverhaeltnisse bei einphasigen Asynchronmaschinen mit Kurzschlusslaeufern und deren Einfluss auf die Oberwellenmomente". Institut für Elektrische Maschinene, TH Stuttgart, Germany.
- Vaske, Paul. "Investigación sobre la distribución de temperaturas en motores asincrónicos pequeños", Hamburgo, 1967.
- Zapasnik, Ryszard. "Luftkuehlung von Asynchronmotoren", EMA, Heft 6, Jun. 1983, Alemania.
- Kade, Friedrich. "Die Wachstumsgesetze des Induktionsmotoren", ETZ A Band 73, Heft 19, 1. Okt. 1952, Alemania.
- Geigenmueller K. und Weh H., "Wachstumsgesetze und IEC-Anbau-massnormen von Kurzschlusslaeufer-Motoren", Conti Elektro-Berichte, enero/marzo 59.
- Franz, P. und Lorenzen, W., "Neuere Erkenntnisse zum dynamischen Betriebsverhalten von Drehstrom-Asynchronmotoren", ETZ-A, Bd. 98 (1977), H.6, S. 419-423.