

Depreciación probabilística y sus implicaciones para la depreciación de grupos*

Yuji Ijiri & Robert Kaplan**

La depreciación es el método de asignación del costo depreciable (costo de adquisición menos valor de salvamento) de un activo a través de su vida de servicio. Un activo alcanza el fin de su vida de servicio debido al deterioro físico y daño o debido a la obsolescencia técnica. El gasto de depreciación asignado al final de un periodo debe reflejar la parte del servicio potencial total que ha expirado durante el periodo¹. Si se espera que el servicio de un activo sea distribuido uniformemente a través de su vida sin deteriorarse, se utiliza la depreciación de línea recta; este método asigna una cantidad igual cada año durante la vida del activo. Si se espera que el servicio del activo se deteriore durante su vida, los métodos de depreciación acelerada se utilizan para asignar mayores gastos a los primeros años de la vida del activo.

Claramente, la vida de servicio de un activo es un factor crucial para computar la depreciación. Sin embargo, rara vez ésta se conoce anticipadamente con certeza. La depreciación generalmente se estima con base en la vida promedio de activos de la misma clase o activos similares que ha sido utilizados en el pasado. En los métodos de depreciación convencionales, el gasto de depreciación para cada periodo está basado únicamente en el promedio estimado de la vida de servicio. En este documento, nosotros mostramos que incluso si los métodos de depreciación acelerada son utilizados o no, los métodos de depreciación convencional generalmente conducen a una subdepreciación en los primeros periodos de la vida de un activo, comparada con un método más exacto en el que la depreciación es computada para cada posible vida de servicio del activo y luego calculado el promedio. Si se calcula el promedio antes o después de que los gastos de depreciación sean obtenidos, se puede crear una diferencia significativa en los patrones de depreciación sobre la vida del activo, como lo veremos en este documento. Por conveniencia, llamaremos al método convencional depreciación Determinística, y al método propuesto depreciación Probabilística.

Para una sencilla ilustración de nuestro punto, vamos a considerar tres máquinas de un tipo idéntico cuyas vidas de servicio son uno, dos y tres años, respectivamente, que proporcionan un servicio uniforme durante sus vidas. Si el costo depreciable de cada máquina es \$1.000, depreciaríamos en el primer año \$1.000 para la máquina con un año de vida, \$500 para la máquina con dos años de vida y \$333 1/3 para la máquina con tres años de vida, para un total de 1.833 1/3. Los gastos de depreciación para el segundo y el tercer periodo son

* La versión original en inglés de este artículo "Probabilistic depreciation and its implications for group depreciation" fue publicada en *The Accounting Review*, vol. 44, No. 4, octubre 1969, pp. 743-756, y está disponible en línea en <http://aaahq.org/pubs.cfm>. Los derechos sobre la versión original en inglés, pertenecen a los autores y a la *American Accounting Association* (AAA), que amablemente concedieron la autorización para publicar esta versión en español. La AAA no ha revisado esta traducción razón por la cual no se responsabiliza por la calidad de la misma.

** La traducción fue elaborada por Nohora García, profesora de la Universidad Nacional de Colombia, Sede Bogotá, quien agradece la colaboración recibida de Bill Dickinson y Fernedy Martínez. La traductora desea agradecer también a Dreidre Harris de la AAA, por su amable ayuda en el proceso de autorización para publicar esta versión en español.

¹ Un concepto alternativo de depreciación consiste en reflejar la disminución en el valor de mercado del activo durante el periodo. Sin embargo, la discusión en este documento no depende de un concepto particular de depreciación: ésta sólo requiere que el concepto esté bien establecido. Por consiguiente, para propósitos ilustrativos, concentraremos nuestro análisis únicamente en el servicio potencial consumido.

Recibido: Febrero de 2007 Aprobado: Abril de 2007

Correspondencia: Nohora García, Universidad Nacional de Colombia, sede Bogotá, Cra 30 No. 45-03. Edificio 311. Oficina 306a. Tel. 3165000. Ext. 12395. Correo electrónico: negarcial@bt.unal.edu.co

Ijiri, Y. & Kaplan, R. (2007). *Depreciación probabilística y sus implicaciones para la depreciación de grupos*. *Innovar* 17(29), 171-183.

obtenidos similarmente, siendo \$833 1/3 y \$333 1/3, respectivamente.

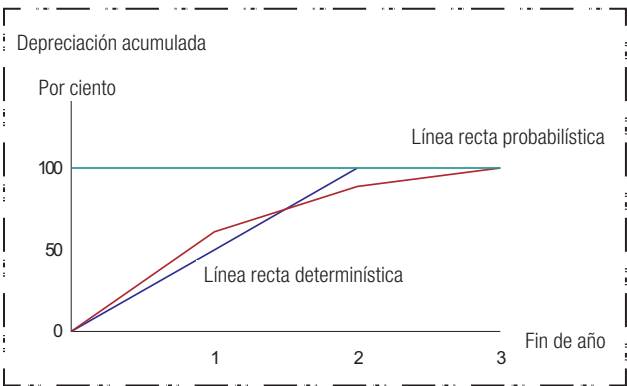
Este cálculo está, por supuesto, basado en el supuesto de que la vida de servicio de las máquinas es conocida anticipadamente con certeza. Sin embargo, supongamos que hace tres años compramos tres máquinas y observamos que sus vidas eran uno, dos y tres años, respectivamente. Supongamos además que ahora compramos una nueva máquina del mismo tipo. A menos que exista una razón para creer que el patrón de vida de servicio de la nueva máquina sería diferente del de las viejas máquinas, esperaremos que la nueva máquina tenga una igual probabilidad de servir uno, dos y tres años. Entonces, la vida de servicio promedio de esta nueva máquina sería estimada en dos años, y según el método Determinístico podríamos depreciar \$500 en cada uno de los primeros dos años de servicio.

Sin embargo, de acuerdo con el método de depreciación Probabilística, calculamos los gastos de depreciación para el primer año según cada posible vida de servicio. Si la máquina logra durar sólo un año, depreciaríamos \$1.000 en el primer año. Si la máquina logra durar dos años de servicio, depreciaríamos \$500 en cada uno de los primeros dos años. Si la máquina logra durar tres años de servicio, depreciaríamos \$333 1/3 en cada uno de los tres años. Dado que cada evento es igualmente probable que ocurra, el servicio potencial esperado que expirará en el primer año es obtenido tomando el promedio de las tres cifras, es decir: $(\$1.000 + \$500 + \$333 \frac{1}{3})/3 = 611 \frac{1}{9}$. La tabla 1 muestra los cálculos para los gastos de depreciación para cada uno de los tres años bajo los métodos Determinístico y Probabilístico.

TABLA 1

Gastos de Depreciación	Depreciación Determinística	Depreciación Probabilística
1er Año	\$ 500	$\frac{1}{3} \times 1,000 + \frac{1}{3} \times 500 + \frac{1}{3} \times 333 \frac{1}{3} = 611 \frac{1}{9}$
2do Año	500	$\frac{1}{3} \times 500 + \frac{1}{3} \times 333 \frac{1}{3} = 277 \frac{7}{9}$
3er Año		$\frac{1}{3} \times 333 \frac{1}{3} = 111 \frac{1}{9}$
Depreciación Acumulada		
1er Año	500	$666 \frac{1}{9}$
2do Año	1,000	$888 \frac{8}{9}$
3er Año		1,000

GRÁFICA 1



La diferencia en la depreciación acumulada según los dos métodos también se presenta en la gráfica 1. Debido a los altos gastos de depreciación en los primeros periodos, la depreciación acumulada es mayor bajo la depreciación Probabilística que bajo depreciación Determinística. Mientras que el activo es totalmente depreciado al final de la vida promedio estimada bajo la depreciación Determinística, no ocurre lo mismo al final de la más larga vida posible del activo bajo depreciación Probabilística. Por tanto, la depreciación acumulada bajo el método de depreciación Determinística excede la obtenida bajo el método de depreciación Probabilística en algún punto antes del fin de la vida promedio estimada².

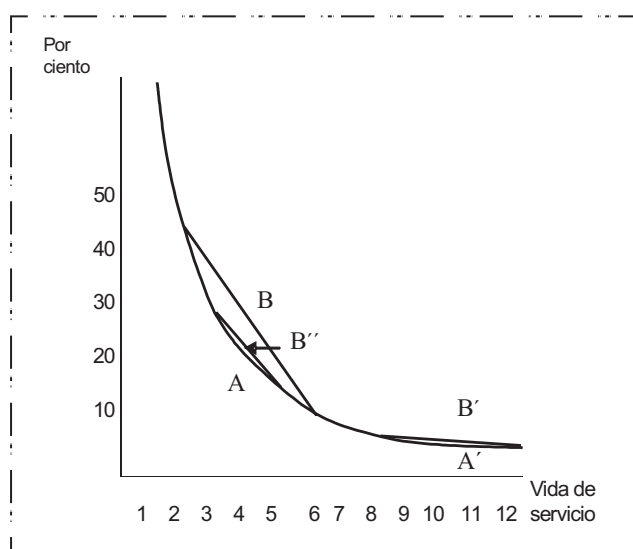
En el apéndice 1 probamos que para cualquier método de depreciación donde la depreciación del primer año disminuye a una tasa decreciente, la depreciación del primer año es siempre mayor bajo depreciación Probabilística que bajo depreciación Determinística,

² En este documento no consideramos revisar los gastos de depreciación como resultado de los cambios en las estimaciones de la vida de servicio esperada o en la distribución de probabilidad de las vidas de servicio, que pueden ser experimentadas según la manera como son utilizados los activos. Este tema será discutido en un documento posterior.

sea cual sea la distribución de probabilidad de la vida de servicio. Los tres métodos de depreciación más comúnmente utilizados –a saber, el método de línea recta, el método de la suma de los dígitos de los años, el método del doble saldo decreciente– tienen todos esta propiedad. Además, probamos que, para cualquier método de depreciación que satisfice la anterior condición y para el que el gasto de depreciación anual no está incrementando durante la vida de servicio, la depreciación acumulada bajo la depreciación Probabilística excede la depreciación Determinística hasta cierto punto en el tiempo. Después de tal punto la última llega a ser mayor que la primera durante la vida de servicio restante. El punto particular en el tiempo en el que los dos métodos se cruzan depende de la distribución de probabilidad de la vida de servicio y del método de depreciación particular adoptado (acelerado o no acelerado).

Es posible obtener un indicador cualitativo de los factores que afectan las diferencias entre los gastos de depreciación bajo los métodos de depreciación Probabilística y depreciación Determinística. Tomaremos como ejemplo el método de línea recta, aunque la conclusión puede ser generalizada al método de la suma de los dígitos de los años y al método del doble saldo decreciente. Por el método de línea recta, el gasto de depreciación en el primer año puede ser expresado como una función de la vida de servicio como se muestra en la gráfica 2.

GRÁFICA 2.



De acuerdo con el método de depreciación Determinística, la vida de servicio promedio se calcula primero (es decir, cuatro años) y luego se obtiene el gasto de depreciación (es decir, el punto A); mientras que de acuerdo con el método de depreciación Probabilística, los gastos de depreciación para cada posible vida de

servicio son calculados (es decir, 2-6 años con igual probabilidad) y luego se obtiene el promedio de los gastos (es decir, el punto B). Según la gráfica 2, es evidente que la diferencia en los gastos de depreciación bajo las dos políticas (a saber, B-A en la gráfica 2) depende de dos factores. Uno es la vida de servicio esperada y el otro es el rango de posibilidades de la vida de servicio. Si la vida esperada de servicio llega a ser mayor, la diferencia en los gastos de depreciación llega a ser más pequeña (véase la diferencia entre B' y A', B' - A'). También, si el rango de posibilidades de la vida de servicio llega a ser más pequeño (es decir, la distribución de las posibilidades de vida útil se concentra más alrededor de la vida de servicio esperada), la diferencia en los gastos de depreciación llega a ser más pequeña (véase la diferencia B' - A comparada con B - A).

Por ejemplo, para una máquina con una vida de servicio de 3, 4, 5, 6 ó 7 años, cada una con una igual probabilidad de ocurrencia, el gasto de depreciación en cada año para los primeros tres años bajo depreciación de línea recta Probabilística es el promedio de $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}$ y $\frac{1}{7}$ ó 21,9%, mientras que la misma bajo depreciación de línea recta Determinística es 20%, puesto que la vida de servicio promedio es cinco años. Esto crea aproximadamente un error del 10%. De otro lado, para una máquina con la misma distribución, pero una vida de servicio esperada mayor, por ejemplo, 8, 9, 10, 11 ó 12 años, cada una con igual probabilidad de ocurrencia, el gasto de depreciación en cada uno de los primeros ocho años de acuerdo con el método de depreciación de línea recta probabilística es $\frac{1}{8}, \frac{1}{9}, \frac{1}{10}, \frac{1}{11}, \frac{1}{12} / 5$ 10,2% comparado con 10% bajo el método de depreciación de línea recta Determinístico, creando sólo un error de 2,0%. Sin embargo, la diferencia es incrementada si aumentamos las posibles vidas de servicio, por ejemplo, cinco años, con igual probabilidad de ocurrencia. Por tanto, el método de depreciación de línea recta Probabilística ahora nos da $\frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \dots, \frac{1}{15} / 11$ 11,2% para los primeros cinco años, mientras que de acuerdo con el método de depreciación de línea recta Determinístico nos da el mismo 10%, puesto que la vida de servicio esperada no cambia. La tasa de error ahora aumenta a más del 10%.

En general, este comportamiento puede ser explicado al reconocer que dado que la vida de servicio esperada incrementa y el rango de esta vida de servicio esperada disminuye, la función que computa el gasto de depreciación bajo el método de depreciación Probabilística puede ser aproximada por una función lineal de la vida de servicio. Recordemos que la diferencia entre el método de depreciación Probabilístico y el Determinístico se origina debido a la diferencia cuando se computa la esperanza. Si la función cuya esperanza es tomada, pero es lineal, la esperanza de la función iguala

la la función de los valores esperados y los dos métodos darán resultados similares.

Por consiguiente, puede ser que consideremos la convencional depreciación Determinística una aproximación a la más exacta depreciación Probabilística, cuya aproximación es satisfactoria cuando la vida de servicio esperada es grande y las posibles vidas de servicio se concentran más alrededor de la vida de servicio esperada. Si estas condiciones no se mantienen, debemos hacer una estimación de la distribución de probabilidad de las vidas de servicio, con el fin de utilizar la depreciación Probabilística, de modo que los servicios previstos consumidos en cada periodo puedan ser reflejados más exactamente.

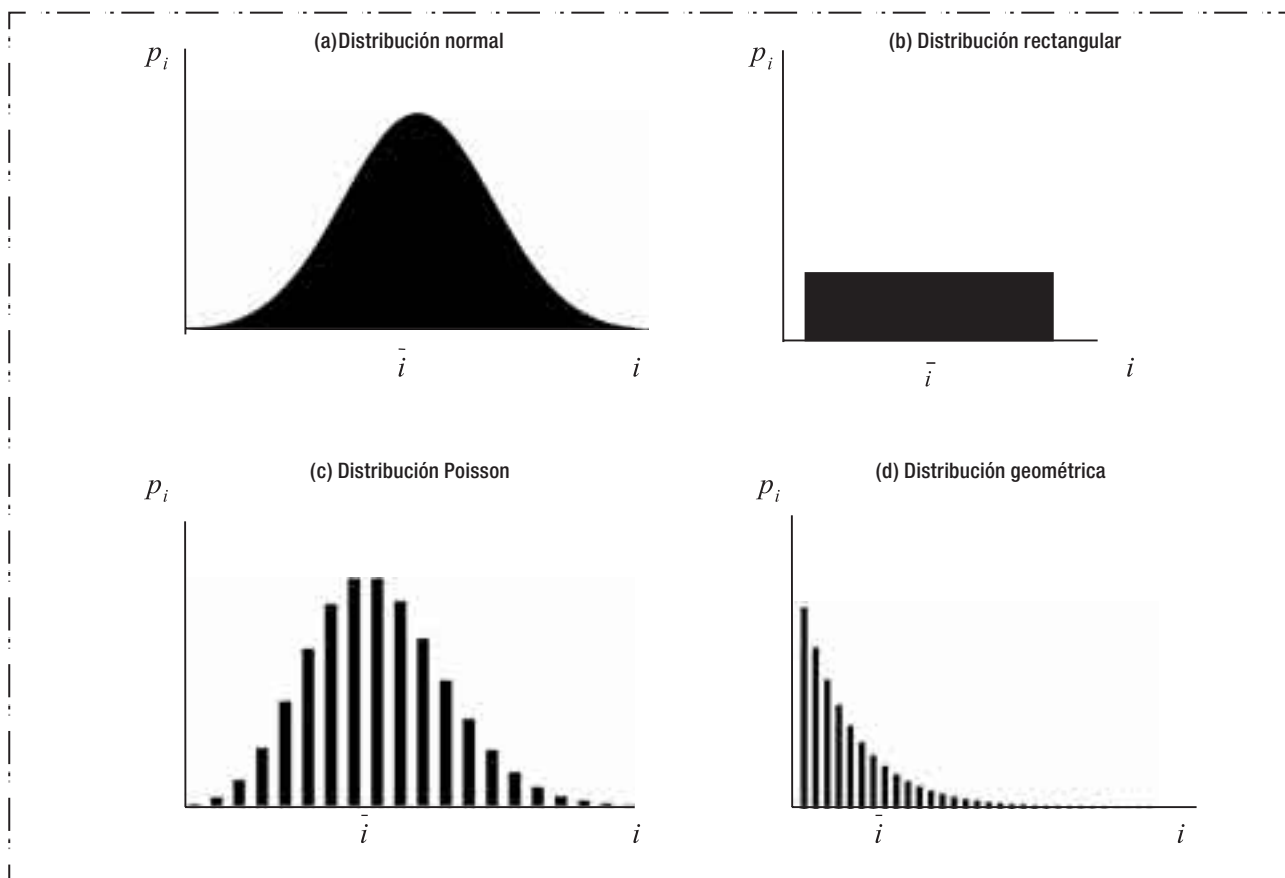
Distribuciones empíricas

En la práctica, puede ser difícil obtener estimaciones de la probabilidad p_i , $i = 1, 2, \dots, n$ de la vida de servicio que es igual a i periodos³. Sin embargo, una aproximación a la distribución de la vida de servicio puede ser posible asumiendo una forma dada para la distri-

bución de probabilidad, de modo que sólo uno o dos parámetros especifiquen toda la distribución.

Por ejemplo, si se espera que la distribución actual sea simétrica alrededor de la vida de servicio promedio, una aproximación por la distribución normal puede ser satisfactoria (véase la gráfica 3a). Esta aproximación sólo requiere una estimación de la media y la varianza. Alternativamente, si se espera que el número de retiros para cada periodo en un intervalo sea relativamente constante, una distribución rectangular puede ser utilizada para el intervalo (véase gráfica 3b). Ésta también requiere especificar dos valores: el límite superior y el inferior de la distribución. Si se espera que la distribución actual sea sesgada hacia los últimos periodos, una distribución Poisson puede proporcionar una buena aproximación (véase gráfica 3c). Si se espera que la probabilidad de retiro en cualquier periodo sea una constante, independiente de la edad del activo, una distribución geométrica puede ser útil (véase gráfica 3d). La distribución Poisson sólo requiere una estimación de la vida esperada, y la distribución geométrica sólo requiere una estimación de la probabilidad de retiro

GRÁFICA 3



³ Un estudio de las características de la mortalidad de la propiedad física es descrita en Edwin B. Kurtz, *Life expectancy of physical property* (Ronald Press, 1930). El apéndice 3 resume algunos de los resultados de este estudio.

(constante) en cada periodo para determinar completamente la distribución. La elección de una distribución particular para calcular la depreciación Probabilística debe hacerse sólo después de un estudio cuidadoso de las vidas de servicio de los mismos activos o activos similares utilizados en el pasado.

Para lograr una mejor idea de las diferencias entre la depreciación Probabilística y la Determinística en la práctica, consideramos el caso donde la vida de servicio de un activo tiene una distribución Poisson⁴. Dejemos que $DD(i,L)$ sea el gasto de depreciación para el año i para un activo con una vida de servicio esperada de L años bajo el método de depreciación Determinística, y dejemos que $DP(i,L)$ sea la misma cantidad bajo el método de depreciación Probabilística⁵. Sabemos de la discusión en la sección 1 que $DP(1,L) > DD(1,L)$; por tanto, $[DP(1,L) - DD(1,L)] / DD(1,L)$ nos da el porcentaje de incremento en el primer año de depreciación si se usa la depreciación Probabilística en lugar de la Determinística. La columna 2 en la tabla 2 nos da el porcentaje para los valores de la vida de servicio esperada que se extiende desde los 2 hasta los 11 años. La columna 3 indica el último año en el que el gasto de depreciación bajo depreciación Probabilística excede éste bajo depreciación Determinística. Puede verse que para aproximarse a la media de la vida de servicio esperada, el método Probabilístico genera un gasto de depreciación más alto que el método Determinístico, acelerando de este modo la depreciación en los primeros años. La depreciación acumulada es mayor bajo el

método Probabilístico que bajo el método Determinístico hasta e incluyendo el año dado en la cuarta columna de la tabla 2.

De esta tabla podemos ver que con nuestros supuestos de depreciación de línea recta y la distribución Poisson de las vidas de servicio, el uso del método Determinístico subestima considerablemente la verdadera depreciación en los primeros años de servicio del activo.

Depreciación en grupos

Nuestra discusión ha estado limitada al uso de la depreciación Probabilística para la depreciación de activos individuales. Sin embargo, la depreciación de grupos es una importante área donde esta idea puede ser aplicada inmediatamente, puesto que los datos necesarios para estimar la distribución de probabilidad de las vidas de servicio están generalmente disponibles^{5a}.

En la depreciación de grupos, todos los ítems con características similares se agrupan juntos en un solo grupo de activos. Las ganancias o pérdidas del retiro de ítems individuales no son reconocidas, pero pueden ser adicionadas o sustraídas a la depreciación acumulada, que es llevada para todos los activos en el grupo. Tales ganancias o pérdidas son reconocidas sólo cuando todos los activos en el grupo son retirados completamente.

Una justificación principal para el uso de un método para el grupo es que incluso ítems idénticos en el mo-

TABLA 2

1	2	3	4
Vida de Servicio Esperada (L)	$\frac{DP(1,L) - DD(1,L)}{DD(1,L)}$	i más grande con $DP(i, L) > DD(i, L)$	j más grande con $\sum_{i=1}^j DP(i, L) > \sum_{i=1}^j DD(i, L)$
2	0,26	1	1
3	0,30	1	2
4	0,27	2	3
5	0,23	2	4
6	0,29	3	4
7	0,16	3	5
8	0,14	4	6
9	0,13	5	7
10	0,11	5	8
11	0,10	6	9

⁴ De hecho, la distribución Poisson proporciona una excelente aproximación a las curvas de mortalidad descritas en Kurtz (véase apéndice 3).

⁵ Puesto que la distribución Poisson es especificada por un solo parámetro, el gasto de depreciación Probabilística en cualquier año puede ser considerado como una función únicamente de la vida esperada. Esta función es, por supuesto, considerablemente más compleja que la del método Determinístico.

^{5a} Para una discusión de la depreciación de grupos, ver Eugene Grant y Paul Norton, *Depreciation* (Ronald Press, 1949).

mento de la compra (es decir, camiones de una flota, unidades de aire acondicionado para una planta o para un motel) tendrán una vida de servicio actual diferente debido al envejecimiento probabilístico o a un proceso fallado. Luego, más que llevar una cuenta separada para cada uno de estos ítems y depreciar con base en la vida de servicio esperada, considerables ahorros en la teneduría son logrados al agrupar tales ítems en una sola cuenta de activo.

Los gastos de depreciación para la depreciación de un grupo son calculados con base en las curvas de mortalidad de un grupo de activos. Estas curvas dan la proporción de artículos que se esperan sean retirados en un periodo dado. Haciendo la asociación natural entre la proporción retirada en un periodo y la probabilidad de retiro para un solo artículo se obtiene la probabilidad de la vida de servicio, P_i , la probabilidad de que un retiro ocurra en el periodo i . Sin embargo, quizás debido a la carencia de un modelo que considere explícitamente la depreciación para activos con vidas de servicio probabilística, la información probabilística detallada disponible de tales curvas de mortalidad no ha sido explotada en la depreciación convencional de grupos⁶. Además, la vida de servicio esperada es calculada ponderando el periodo de falla con la proporción esperada de falla en tal periodo y usando esta cifra como una base para la depreciación del grupo.

Por ejemplo, consideremos las tres máquinas mencionadas en la sección anterior, donde las probabilidades

de falla en el primer, segundo y tercer año son iguales a $\frac{1}{3}$. Según la convencional depreciación de un grupo, la vida de servicio promedio es calculada en dos años y, por tanto, 50% del costo de depreciación de las máquinas que están aún en servicio al comienzo del año es asignada al año. La tabla 3 muestra los gastos de depreciación para los tres años. Según la depreciación Probabilística, los gastos de depreciación son calculados como se muestra en la tabla 4.

Comparando las gráficas en las tablas 3 y 4, fácilmente puede verse que la depreciación convencional de grupos termina en una subdepreciación para todos los periodos hasta la vida máxima de servicio. (Para el caso de una sola máquina, la depreciación acumulada según el método de depreciación convencional llega a ser mayor que bajo el método Probabilístico en algún punto antes del final de la vida de servicio promedio estimada como se muestra en la gráfica 1, pero esto no ocurre en el caso de la depreciación de grupos). En el apéndice 1 mostramos que si el comportamiento real de las fallas de la máquina sigue el comportamiento esperado, la depreciación acumulada bajo el método convencional es siempre menor que o igual a ésta bajo el método Probabilístico para la depreciación de línea recta.

Con el fin de ilustrar el punto anterior con un ejemplo un poco más complicado, vamos a considerar cien máquinas idénticas con un costo depreciable de \$1.000 cada una. La historia reciente de máquinas

TABLA 3

Año	Número de Máquinas en Servicio al Comiezo del Año	Depreciación	Depreciación Acumulada
1	3	1,500	1,500
2	2	1,000	2,500
3	1	500	3,000

TABLA 4

Año	Gastos de Depreciación para Máquinas con un Vida de Servicio de			Depreciación Anual	Depreciación Acumulada
	1	2	3		
1	\$1,000	\$ 500	\$333 $\frac{1}{3}$	\$1,833 $\frac{1}{3}$	\$1,833 $\frac{1}{3}$
2		500	333 $\frac{1}{3}$	833 $\frac{1}{3}$	2,666 $\frac{2}{3}$
3			333 $\frac{1}{3}$	333 $\frac{1}{3}$	3,000

⁶ Un método similar al propuesto en esta sección ha sido considerado antes. Ver Edwin B. Kurtz, *The science of valuation and depreciation* (Ronald Press, 1937); Gabriel Preinreich, "The practice of depreciation," *Econometrica*, (julio, 1939); Robley Winfrey, *Depreciation of group properties*, (Iowa State College Bulletin 155, 1942); Gabriel Preinreich, "Review of depreciation of group properties," *the accounting review*, (abril, 1944); Bradford F. Kimball, "The failure of unit-summation procedure as a group method of estimating depreciation," *Econometrica*, (1945). Este método parece haber sido descartado debido al fracaso en reconocer el modelo Probabilístico subyacente. Los autores asumieron que los ítems fallarían precisamente como las curvas de mortalidad indicaban, y que por lo tanto era importante identificar con anticipación cuales ítems fallarían en cada año.

similares muestra la distribución de las vidas de servicio según se presenta en la tabla 5⁷. Asumiendo que el retiro ocurre sólo al final del año indicado, la vida de servicio promedio es calculada en cinco años. Por tanto, la depreciación de grupos convencional, 20% del costo depreciable de las máquinas que están en servicio durante el año, es asignada al año. Esto también se muestra en la tabla 5.

De acuerdo con el método Probabilístico, los gastos de depreciación son calculados como se muestra en la tabla 6. De nuevo, al comparar la columna de la depreciación acumulada en las tablas 5 y 6 puede verse la depreciación de grupos convencional subvalorada con relación al método Probabilístico.

Conclusiones

En este documento hemos anotado que la depreciación convencional, con base en la vida de servicio esperada, es una aproximación a la depreciación Probabilística, que es teóricamente más exacta. La aproximación es buena sólo cuando la vida de servicio esperada es relativamente larga y las posibles vidas de servicio están concentradas alrededor de la vida de servicio esperada. Cuando esto no es verdad, debe hacerse un esfuerzo para estimar la distribución de probabilidad de las vidas de servicio y calcular los gastos de depreciación utilizando el método Probabilístico, de modo que gastos de depreciación más exactos reflejen el consumo actual de los servicios de los activos.

TABLA 5

1	2	3	4	5	6
<i>Año</i>	<i>Ítems Retirados al Final del Año</i>	<i>Vidas Totales (1) X (2)</i>	<i>Ítems en Servicio Durante el Año</i>	<i>Gasto de Depreciación ((4)X1,000X20%)</i>	<i>Depreciación Acumulada</i>
				<i>(000 omitido)</i>	<i>(000 omitido)</i>
1	3	3	100	20,0	20,0
2	9	18	97	19,4	39,4
3	15	45	88	17,6	57,0
4	25	100	73	14,6	71,6
5	14	70	48	9,6	81,2
6	10	60	34	6,8	88,0
7	8	56	24	4,8	92,8
8	6	48	16	3,2	96,0
9	4	36	10	2,0	98,0
10	3	30	6	1,2	99,2
11	2	22	3	0,6	99,8
12	1	12	1	0,2	100,0
	<u>100</u>	<u>500</u>		<u>100,0</u>	
		÷ 100			
Vida Promedio		<u>5</u>			

TABLA 6

GASTOS DE DEPRECIACIÓN POR MÁQUINAS RETIRADAS AL FINAL DEL AÑO

<i>Año</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	<i>Gasto de Depreciación</i>	<i>Depreciación Acumulada</i>
1	3	4,50	5,00	6,25	2,80	1,67	1,14	0,75	0,44	0,30	0,18	0,08	26,12	26,12
2		4,50	5,00	6,25	2,80	1,67	1,14	0,75	0,44	0,30	0,18	0,08	23,12	49,24
3			5,00	6,25	2,80	1,67	1,14	0,75	0,44	0,30	0,18	0,08	18,62	67,86
4				6,25	2,80	1,67	1,14	0,75	0,44	0,30	0,18	0,08	13,62	81,48
5					2,80	1,67	1,14	0,75	0,44	0,30	0,18	0,08	7,37	88,85
6						1,67	1,14	0,75	0,44	0,30	0,18	0,08	4,57	93,41
7							1,14	0,75	0,44	0,30	0,18	0,08	2,90	96,32
8								0,75	0,44	0,30	0,18	0,08	1,76	98,08
9									0,44	0,30	0,18	0,08	1,01	99,09
10										0,30	0,18	0,08	0,57	99,65
11											0,18	0,08	0,27	99,92
12												0,08	0,08	100,00
	<u>3</u>	<u>9</u>	<u>15</u>	<u>25</u>	<u>14</u>	<u>10</u>	<u>8</u>	<u>6</u>	<u>4</u>	<u>3</u>	<u>2</u>	<u>1</u>	<u>100</u>	

⁷ Este ejemplo es tomado de Myron J. Gordon y Gordon Shillinglaw, *Accounting: A management approach*, Third Edition (Richard D. Irwin, Inc., 1964) pp. 350-352.

Apéndice 1

Definamos P_i como la probabilidad de que el activo será retirado al final del i -ésimo año. (Asumiremos que el activo sólo es retirado al final del año). Dejemos que n sea el número entero más grande i para el que P_i es positivo, de tal modo que n es la máxima vida posible del activo. Entonces, por definición,

$$\begin{cases} p_i \geq 0 & i=1, 2, \dots, n-1 \\ p_n > 0 \\ \sum_{i=1}^n p_i = 1. \end{cases} \quad (1)$$

Dejemos que h_{ij} sea la tasa de servicio proporcionado por el activo en su i -ésimo año en servicio respecto al servicio total proporcionado durante su vida, dado que su vida es j años. Puesto que la depreciación está basada en el consumo de los servicios del activo, h_{ij} también puede ser interpretado como la proporción del costo depreciable a ser depreciado en el año i -ésimo si la vida de servicio es j años. Entonces, si el servicio se distribuye uniformemente, tenemos que

$$h_{ij} = 1/j \quad (2)$$

mientras que si la vida de servicio declina linealmente, llegando a cero al final de su vida, tenemos el familiar método de la suma de los dígitos de los años con:

$$h_{ij} = (j+1-i)/(j(j+1)/2). \quad (3)$$

procederemos, aunque en un caso general con h_{ij} sujeto únicamente a:

$$\begin{cases} h_{ij} \geq 0 & 1 \leq i \leq j \leq n \text{ y} \\ \sum_{i=1}^j h_{ij} = 1 & j=1, 2, \dots, n, \end{cases} \quad (4)$$

de tal modo que los resultados obtenidos tendrán el máximo nivel de generalidad.

Con los métodos convencionales, la vida esperada de un activo, L , se obtiene de

$$L = \sum_{i=1}^n i p_i. \quad (5)$$

En la práctica, L se aproxima al número entero más cercano, pues muchos métodos de depreciación convencionales se determinan para vidas enteras. Con el fin de evitar complicaciones adicionales que se originen en

el análisis de considerar tales efectos de aproximación, en esta sección trataremos sólo con las distribuciones de probabilidad que generan valores enteros para las vidas de servicio esperadas. Un caso más general será discutido en el apéndice 2.

Entonces, la tasa de depreciación en el año i bajo el método convencional está dada por h_{iL} y la depreciación acumulada al final del año k ($k \leq L$) es

$$\sum_{i=1}^k h_{iL}.$$

Con el método Probabilístico propuesto, la depreciación para cada año es computada para cada posible vida del activo, ponderada por la probabilidad de tal vida del activo y sumada para todas las posibles vidas del activo. Entonces, la tasa de depreciación en el año i -ésimo está dada por

$$\sum_{j=1}^n h_{ij} p_j$$

Por consiguiente, la depreciación acumulada al final de año k -ésimo ($1 \leq k \leq n$) está dada por

$$\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n h_{ij} p_j$$

Observe que

$$\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n h_{ij} p_j = \sum_{i=1}^k p_j \sum_{j=1}^n h_{ij} = 1$$

de modo que el activo estará completamente depreciado si éste dura toda su vida máxima.

Con el convencional método Determinístico, el primer año de depreciación está dado simplemente por h_{1L} , donde L es la vida de servicio esperada. Según el método Probabilístico propuesto, el primer año de depreciación es

$$\sum_{j=1}^n h_{1j} p_j.$$

Ahora mostramos que bajo restricciones débiles y que se cumplen frecuentemente sobre h_{ij} , el primer año de depreciación computado por el convencional método Determinístico es siempre menor que el computado por el método Probabilístico propuesto, sea cuales sean los métodos de depreciación que son utilizados. Con el fin de obtener este resultado, necesitamos

Lema 1: (Desigualdad de Jensen)⁸ Si $f(x)$ es una función estrictamente convexa de x , entonces $Ef(x) \geq f(Ex)$

⁸ Ver William Feller, *An introduction to probability theory and its applications*, Volume II (John Wiley and Sons, Inc., 1960) pp. 151-152.

con igualdad sólo para el caso en el que la función de distribución de probabilidad está concentrada en un único punto.

Prueba: Si f es una función convexa de x , entonces en cada punto $P = (\xi, f(x))$ sobre el gráfico de f existe una línea de soporte l pasando a través de P tal que el gráfico de f está totalmente por encima de l . Por tanto, si λ es la pendiente de l tenemos que

$$* \quad f(x) \geq f(\xi) + \lambda(x - \xi),$$

Y, por consiguiente, $f(x)$ es una función estrictamente convexa, manteniendo la igualdad sólo para $x = \xi$. Con una distribución de probabilidad arbitraria en el dominio de f , elegimos $\xi = E(x)$. Tomando la esperanza en $*$ obtenemos $Ef(x) \geq f(E(x))$.

Dado que la igualdad en $*$ sólo se mantiene para $x = \xi$, teniendo una distribución de probabilidad con una media mayor que 0 sobre los puntos con excepción de $x = \xi$ es suficiente para garantizar que $Ef(x) \geq f(E(x))$.

Teorema 1: Si h_{ij} es una función estrictamente convexa de j , entonces

$$\sum_{j=1}^n h_{ij} p_j \geq h_{iL},$$

con una igualdad para las distribuciones degeneradas en las que la función de distribución de la probabilidad está concentrada en un único punto.

Prueba: Dejemos que h_{ij} sea la función que asigna el primer año de depreciación a un activo con una vida de j años. Entonces, si h_{iL} es una función estrictamente convexa de la variable j , tenemos del Lema 1 que

$$Eh_{ij} = \sum_{j=1}^n h_{ij} p_j \geq h_{iE(j)} = h_{iL}$$

con una igualdad que se mantiene sólo si $p_j = 1$ para cualquier j .

Notemos que para la depreciación de línea recta $h_{ij} = 1/j$ y para la suma de los dígitos de los años $h_{ij} = (2j+1)$, que son convexas en j . La h_{ij} para el método del doble saldo decreciente es $2/j$, que es también convexa en j .

Con el fin de obtener una mayor caracterización de la trayectoria de la depreciación acumulada bajo los métodos de depreciación Determinístico y Probabilístico, introduciremos el concepto de concavidad discreta. Una función $f(j)$ definida sobre los enteros $0, 1, 2, \dots, n, \dots$, es discretamente convoca si $\beta f(j_1) + (1-\beta)f(j_2) \leq f(\beta j_1 + (1-\beta)j_2)$

para todo $\beta \in [0, 1]$ donde $\beta j_1 + (1-\beta)j_2$ es un entero. Una condición suficiente para la concavidad discreta es que

$$[f(j+1) - f(j)] - [f(j) - f(j-1)] = f(j+1) - 2f(j) + f(j-1) \leq 0$$

para todo $j = 1, 2, \dots$. Esta es una versión discreta de la familiar propiedad de las primeras diferencias decrecientes de las funciones cóncavas continuas. Para nuestros propósitos, $f(j)$ para $j = 0, 1, \dots, n$ es la depreciación acumulada después de j años, aunque para $j = n+1, n+2, \dots, f(j) = f(n)$.

También necesitamos asumir que el servicio consumido en un año es función no creciente de la edad de tal modo que $h_{ij} \geq h_{i+1}$ para todo $i = 1, \dots, n$. Este supuesto se satisface en la práctica con los métodos de depreciación común, como los métodos de línea recta, suma de los dígitos de los años y doble saldo decreciente.

Teorema 2: Si $h_{ij} \geq h_{i+1}$ para $i = 1, \dots, j; j = 1, \dots, n$, la depreciación acumulada después de k años ($1 \leq k \leq n$) bajo el método Probabilístico,

$$\sum_{i=1}^k \sum_{j=i}^n h_{ij} p_j,$$

es una función discretamente cóncava de k para $k = 1, 2, \dots, n$.

Prueba:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{k+1} \sum_{j=i}^n h_{ij} p_j - 2 \sum_{i=1}^k \sum_{j=i}^n h_{ij} p_j + \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=i}^n h_{ij} p_j &= \sum_{j=k+1}^n h_{k+1,j} p_j - \sum_{j=k}^n h_{kj} p_j \\ &= \sum_{j=k+1}^n (h_{k+1,j} - h_{kj}) p_j - h_{kk} p_k \\ &\leq 0. \end{aligned}$$

Es fácil de obtener un resultado similar para el método Determinístico como se muestra en el

Teorema 3: Si $h_{iL} \geq h_{i+1,L}$ para $i = 1, \dots, L$, la depreciación acumulada después de k años ($1 \leq k \leq L$) bajo el método Determinístico,

$$\sum_{i=1}^k h_{iL},$$

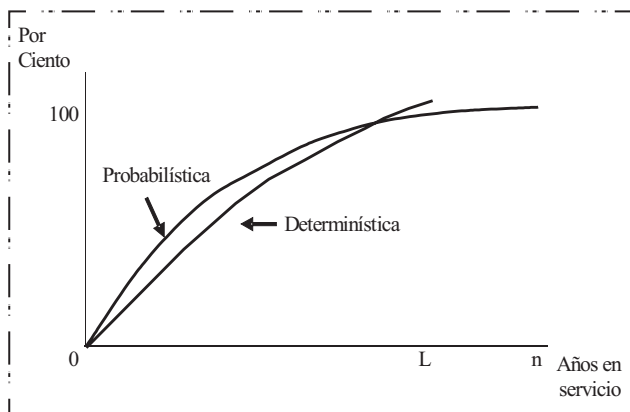
es una función discretamente cóncava de k .

Prueba:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{k+1} h_{iL} - 2 \sum_{i=1}^k h_{iL} + \sum_{i=1}^{k-1} h_{iL} &= h_{kL} + h_{k+1,L} - 2h_{kL} \\ &= h_{k+1,L} - h_{kL} \leq 0. \end{aligned}$$

Las conclusiones de los tres teoremas permiten comparar la trayectoria de la depreciación acumulada bajos los métodos de depreciación Probabilística y Determinística, como se ilustra en la gráfica 4.

Gráfica 4



La depreciación acumulada bajo el método Probabilístico excede inicialmente la misma bajo el método Determinístico, reflejando el gasto creciente en los primeros años (teorema 1). Mientras que bajo el método Determinístico, el activo es completamente depreciado hasta el final de los L años, bajo el método Probabilístico el activo no es completamente depreciado hasta el final de $n(>L)$ años; las dos trayectorias se intersecan en algún año menor a L . La concavidad demostrada en los teoremas 2 y 3 asegura que las trayectorias tienen la forma general indicada y que las trayectorias sólo se cruzan una vez.

En el caso de la depreciación de grupos, la tasa de depreciación para el método Probabilístico es idéntica a aquella utilizada para el caso de un solo activo. La única diferencia es que el costo depreciable está basado en todos los ítems del grupo de activo en lugar de un solo activo.

Sin embargo, el esquema para la depreciación de grupos convencional difiere, en cierto modo, del caso de un solo activo. Para la depreciación de línea recta con una vida de servicio esperada de L años, la tasa en el i -ésimo año está dada, como se mencionó antes, por $1/L$. Ahora, esta tasa es aplicada sólo para aquellos activos que estuvieron en servicio al comienzo del i -ésimo año. Por consiguiente, la trayectoria de depreciación actual bajo el método de grupo convencional es una función del patrón actual de retiros que ocurra. Para propósitos de comparación, consideremos un patrón típico en el que el número actual de retiros en cada año corres-

ponde al número esperado. En la práctica, se puede esperar que la trayectoria actual fluctúe alrededor de esta trayectoria típica.

Entonces, si comenzamos con N ítems, cada uno con un costo depreciable de C , el número esperado de ítems aún en servicio al comienzo del i -ésimo año está dado por

$$N \sum_{j=i}^n p_j \quad \text{para } i = 1, \dots, n.$$

Por tanto, el gasto de depreciación bajo el método de línea recta Determinístico en el i -ésimo año está dado por

$$(NC/L) \sum_{j=i}^n p_j$$

y la depreciación acumulada después de k años es

$$(NC/L) \sum_{i=1}^k \sum_{j=i}^n p_j.$$

Para $k=n$ tenemos la depreciación acumulada igual a

$$(NC/L) \sum_{i=1}^n \sum_{j=i}^n p_j = (NC/L) \sum_{j=1}^n p_j \sum_{i=1}^j (1) = NC,$$

de tal modo que el grupo de activos es completamente depreciado sólo hasta el final de la vida máxima de servicio. El método utilizado en la prueba de los teoremas 2 y 3 muestra que

$$\sum_{i=1}^k \sum_{j=i}^n p_j$$

es una función cóncava de k , y sabemos por el teorema 1 que el primer año de depreciación bajo el método Probabilístico excede la misma bajo el método Determinístico. Dado que dos funciones cóncavas no idénticas sólo pueden ser iguales en dos puntos (aquí $k=0$ y $k=n$), tenemos que

Teorema 4: Si en la depreciación de grupos bajo línea recta el número actual de retiros iguala el número esperado, la depreciación acumulada bajo el método Probabilístico es siempre mayor que la depreciación acumulada bajo el método Determinístico hasta el final de la vida máxima de servicio posible cuando la depreciación acumulada bajo ambos métodos es igual.

Apéndice 2

Activos con vida de servicio continua

A través del análisis hemos asumido que los activos únicamente son retirados al final del año. El análisis se extiende directamente a la situación en la que los activos pueden ser retirados al final de cualquier intervalo fijo, tal como un mes, seis meses, etc. En este caso, p_i es la probabilidad de que el activo sea retirado al final del i -ésimo intervalo de tiempo.

El límite de tomar intervalos de tiempo más finos y más finos puede ser conseguido al considerar un proceso de depreciación continuo en el que la vida de servicio esperada puede tomar cualquier valor sobre la recta de los reales positivos. De esta manera, incluso aunque los gastos de depreciación serían computados en intervalos de tiempo discreto, desearíamos considerar el problema de los activos con distribuciones de vida de servicio continua, de tal modo que los ítems puedan ser retirados en cualquier tiempo dentro del intervalo de tiempo. En este caso, definimos $h(x,y) \geq 0$ para $0 \leq x \leq y$ como la tasa a la que la vida de servicio está siendo gastada en el punto del tiempo x , dado que la vida de servicio total es y . Normalizamos $h(x,y)$ de tal modo que $\int_0^y h(x,y) dx = 1$. Para un activo que proporciona un servicio uniforme durante su vida de servicio $h(x,y) = 1/y$ mientras que para un servicio que se deteriora linealmente $h(x,y) = 2(1-x/y)$. La depreciación acumulada en el punto del tiempo z ($0 \leq z \leq y$) para un activo con una vida de servicio de y está dada por $\int_0^z h(x,y) dx$.

La vida de servicio ahora puede ser caracterizada por una función de densidad continua $f(y)$, donde $F(z) = \int_0^z f(y) dy$ es la probabilidad que la vida de servicio esperada sea menor o igual a z .

De acuerdo con estos supuestos, la depreciación acumulada en el punto del tiempo z utilizando el método de depreciación Probabilístico está dada por $D_p(z) = \int_0^z dx \int_x^\infty h(x,y) f(y) dy$. El método de depreciación Determinístico primero obtiene la vida de servicio esperada, L , de $L = \int_0^\infty y f(y) dy$ y computa la depreciación con base en L . Entonces la depreciación acumulada Determinística en el punto del tiempo z está dada por:

$$D_d(z) = \int_0^z h(x,L) dx \quad \text{para } 0 \leq z \leq L.$$

Es fácil de obtener los teoremas 1-3 equivalentes en tiempo continuo.

Teorema 1': Si $h(0,y)$ es una función estrictamente cóncava de y y $f(y)$ no está concentrada en un único punto, $D_p'(0) \geq D_d'(0)$.

Prueba: Por la regla de Leibnitz,

$$D_p'(z) = \int_2^\infty h(2,y) f(y) dy \quad y \quad D_d'(z) = h(2,L)$$

Por tanto, por la desigualdad de Jensen (Lema)

$$D_p'(0) = \int_0^\infty h(0,y) f(y) dy = E h(0,y) > h(0, E(y)) = h(0,L) = D_d'(0).$$

El teorema 1' prueba que la pendiente de la depreciación acumulada utilizando el método de depreciación Probabilístico inicialmente excede la misma bajo el método Determinístico. Por conveniencia, para demostrar los teoremas 2' y 3' asumimos que $h(x,y)$ es a la vez una función continuamente diferenciable de x . Por tanto, las condiciones discretas de que h_{ij} son funciones no crecientes de i para un j dado pueden ser remplazadas por la condición

$$\frac{\partial h(x,y)}{\partial x} \leq 0.$$

Teorema 2' y 3': Si $h(x,y)$ es a la vez una función continuamente diferenciable de x con $\partial h(x,y)/\partial x \leq 0$,

(i) $D_p(z)$ es una función cóncava de z

(ii) $D_d(z)$ es una función cóncava de z

Prueba:

$$D_p'(z) = \int_z^\infty h(z,y) f(y) dy \quad y$$

$$(i) \quad D_p''(z) = -h(z,z) f(z) + \int_z^\infty \frac{\partial h(z,y)}{\partial z} f(y) dy \leq 0$$

La función $D_p''(z) \leq 0$ es suficiente para garantizar la concavidad de $D_p(z)$.

$$D_d'(z) = h(z,L)$$

$$(ii) \quad D_d''(z) = \frac{\partial h(z,L)}{\partial z} \leq 0.$$

Los teoremas 1' - 3' muestran que para activos que se deprecian continuamente las trayectorias de la depreciación acumulada siguen el mismo patrón general como en el caso discreto.

Apéndice 3

Curvas de mortalidad del equipo físico

Edwin Kurtz⁹ estudió las características de vida de 52 tipos de propiedad física incluyendo los sistemas de suministro de agua, los cables telefónicos, equipos de interruptores y postes, lámparas eléctricas y postes, vagones de ferrocarril, locomotoras y traviesas. El último trabajo (1937)¹⁰ incluyó datos sobre automóviles y equipo de agricultura. Kurtz encontró que las curvas de mortalidad de estos diversos equipos siguieron comportamientos similares y podían ser agrupados. Finalmente, él llegó a siete curvas generales que caracterizaron las particularidades de retiro del equipo bajo estudio. Los datos para estas curvas son presentados en la tabla 7, en la que el intervalo de edad, x , es expresado como un porcentaje de la vida promedio, la columna $\text{£}x$ presenta un porcentaje de la vida promedio y la columna dx el porcentaje de fallas durante los intervalos. Kurtz asume que las fallas en un intervalo ocurren a la mitad del intervalo, mientras en nuestros análisis hemos asumido que los retiros ocurren al final de un intervalo.

Si la vida de servicio del activo en consideración puede ser caracterizada por uno de los siete tipos de curvas,

los números en la columna dx pueden ser usados para proporcionar estimaciones de las p_i requeridas por el método Probabilístico. Por ejemplo, con el tipo de curva IV, asumimos que la vida promedio es diez años e interpolamos con los puntos sucesivos para obtener estimaciones sobre las probabilidades de falla al final del año, más que a mediados. Esto genera los valores de d_i y l_i presentados en la tabla 8.

Alternativamente, podemos utilizar la distribución Poisson para proporcionar una aproximación a estas curvas de mortalidad. Continuando nuestro ejemplo, consideremos una distribución de la vida de servicio Poisson con una media de diez años. Los valores de p_i y también de s_i –la probabilidad de que el activo esté aún en servicio al comienzo del año– son presentados en la tabla 8.

$$i \left(s_i = \sum_{j=i}^{\infty} p_j, \quad i = 1, 2, \dots \right)$$

TABLA 7

Intervalos de Edad x	Tipos													
	I		II		III		IV		V		VI		VII	
	£x	dx	£x	dx	£x	dx	£x	dx	£x	dx	£x	dx	£x	dx
0- 10	100,0	0,0	100,0	0,0	100,0	0,0	100,0	0,0	100,0	0,5	100,0	1,4	100,0	1,6
10- 20	100,0	0,0	100,0	0,0	100,0	0,0	100,0	0,5	99,5	1,0	98,6	1,2	98,4	1,8
20- 30	100,0	0,0	100,0	0,0	100,0	0,3	99,5	1,2	98,5	1,4	97,4	1,9	96,6	2,4
30- 40	100,0	0,0	100,0	0,0	99,7	0,9	98,3	1,4	97,1	1,9	95,5	2,3	94,2	3,1
40- 50	100,0	0,0	100,0	0,6	98,8	1,8	96,9	2,4	95,2	3,0	93,2	3,5	91,1	5,6
50- 60	100,0	0,0	99,4	2,1	97	3	94,5	3,9	92,2	6,1	89,7	7,0	85,5	6,9
60- 70	100,0	2,4	97,3	4,1	94	5,7	90,6	7,7	86,1	8,5	82,7	8,7	78,6	8,0
70- 80	97,6	4,5	93,2	7,8	88,3	10,3	82,9	11,5	77,6	10	74	9,0	70,6	7,6
80- 90	93,1	11,1	85,4	15,3	78	14,1	71,4	11,5	67,6	9,8	65	8,8	63,0	7,5
90-100	82,0	27,0	70,1	19,1	63,9	13,9	59,9	10,7	57,8	8,8	56,2	7,7	55,5	7,2
100-110	55,0	35,5	51,0	19,5	50,0	13,8	49,2	10,7	49,0	9,4	48,5	8,5	48,3	7,3
110-120	19,5	16,5	31,5	16,5	36,2	13,2	38,5	10,3	39,6	8,6	40,0	7,6	41,0	7,0
120-130	3,0	3,0	15,0	9,0	23,0	10,4	28,2	9,7	31,0	8,5	32,4	7,6	34,0	7,6
130-140	0,0	0,0	6,0	4,6	12,6	6,3	18,5	7,4	22,5	6,8	24,8	6,7	26,4	5,6
140-150			1,4	1,4	6,3	3,7	11,1	4,7	15,7	5,6	18,1	5,0	20,8	4,9
150-160			0,0	0,0	2,6	2,2	6,4	2,8	10,1	4,0	13,1	3,9	15,9	4,4
160-170					0,4	0,4	3,6	1,9	6,1	2,4	9,2	3,2	11,5	3,6
170-180					0,0	0,0	1,7	1,7	3,7	2,4	6,0	2,5	7,9	2,4
180-190							0,0	0,0	1,3	1,3	3,5	1,7	5,5	2,4
190-200									0,0	0,0	1,8	1,3	3,1	1,3
200-210											0,5	0,5	1,8	1,3
210-220											0,0	0,0	0,5	0,5
220-230													0,0	0,0

⁹ Kurtz, *Life expectancy of physical equipment*.

¹⁰ Kurtz, *The science of valuation and depreciation*.

Tabla 8

i	Curva Tipo IV		Poisson	
	d_i	l_i	p_i	s_i
1	0,0025	1,0000	0,000	1,000
2	0,0085	0,9975	0,001	1,000
3	0,0130	0,9890	0,005	0,999
4	0,0190	0,9760	0,015	0,994
5	0,0315	0,9570	0,034	0,979
6	0,0580	0,9255	0,061	0,945
7	0,0960	0,8675	0,091	0,884
8	0,1150	0,7715	0,117	0,793
9	0,1110	0,6565	0,132	0,676
10	0,1070	0,5455	0,132	0,544
11	0,1050	0,4385	0,119	0,413
12	0,1000	0,3335	0,097	0,294
13	0,0855	0,2335	0,073	0,197
14	0,0605	0,1480	0,050	0,124
15	0,0375	0,0875	0,032	0,074
16	0,0235	0,0500	0,019	0,041
17	0,0180	0,0265	0,011	0,022
18	0,0085	0,0085	0,006	0,011
19	0,0000	0,0000	0,003	0,005
20	0,0000	0,0000	0,001	0,002

Comparando l_i con s_i vemos que el ajuste es en efecto excelente, con una desviación máxima entre las dos curvas menor a .04. Aplicando la prueba de Kolmogorov-Smirnov¹¹, tal desviación está dentro del 95% del intervalo de confianza de la distribución (Poisson) teórica para tamaños de muestra aproximadamente hasta de 1.200¹².

¹¹ Paul G. Hoel, *Introduction to Mathematical Statistics*, Third Edition, (John Wiley and Sons, Inc., 1962) pp. 345-349.

¹² Los datos para el tipo de curva IV son un promedio de los datos de diversos equipos, puesto que es difícil obtener una estimación del tamaño muestral real utilizado al derivar la curva.

Metodología para el análisis y la revisión crítica de artículos de investigación

Jorge Enrique Garcés Cano* & Edison Jair Duque Oliva**

No existe una forma totalmente cierta de analizar un artículo de investigación. Sin embargo, esta guía metodológica busca introducir a los estudiantes en ese mundo, desconocido para algunos y aterrador para otros, de los artículos de investigación. De esta forma, se pretende que el estudiante tenga algunos lineamientos básicos de cómo debe abordar un artículo de este tipo y mostrar, a través de un ejemplo práctico, cómo hacer su análisis crítico.

Llegar a un nivel de crítica adecuado no es fácil, máxime cuando se requiere no sólo la capacidad, sino también el conocimiento y la experticia que ayudan a entender un texto y a verlo con ojos objetivos pero críticos. Se puede inferir, entonces, que la revisión crítica no sólo es un proceso largo, sino que requiere constancia, y aunque suene a “clisé”, la única forma de conseguirlo es haciéndolo.

Las revistas científicas utilizan formatos de evaluación para sus artículos, que intentan tener en cuenta aspectos que evalúan su relevancia. Así, para esta revista se tienen presentes seis elementos:

- Calidad o nivel académico
- Originalidad
- Aporte al conocimiento
- Claridad en la presentación y redacción de ideas
- Pertinencia y dominio de bibliografía
- Interés y actualidad del tema

Estos elementos pueden ser evaluados adecuadamente por un lector experto, mas no por un lector que apenas se inicia en este tipo de labores académicas. Este punto marca la diferenciación entre la evaluación y la lectura crítica. Es decir, los formatos de evaluación de las revistas intentan, como su nombre lo indica, evaluar el artículo a través de algunos criterios, pero obviamente requieren una lectura crítica. Por esta razón, alrededor del mundo se ha optado por enfocarse más hacia dar lineamientos generales a los estudiantes sobre los elementos que deben tener en cuenta para la lectura crítica de un artículo, con la esperanza de que algún día sus conocimientos y experticia les permitan evaluarlo y no sólo leerlo de manera crítica.

Para el caso de esta revista, y con el ánimo de recordar elementos importantes, además de los criterios de evaluación se les recomienda a los evaluadores tener

* Economista y magíster en Economía de la Universidad Nacional de Colombia. Catedrático, asesor y consultor en temas de *marketing*, ventas y servicio al cliente, con más de 18 años de experiencia profesional. A la fecha de elaboración de este trabajo, estudiante de Doctorado en *Marketing*, Universidad de Alicante (España), con el apoyo del Programa AlBan, Becas de Alto Nivel de la Unión Europea para América Latina, beca # E04D027412C0.

E-mail:
jegarcacimarron@yahoo.com.

** Administrador de Empresas, MCS, MBA, DEA, PhD(c). Profesor de tiempo completo de la Universidad Nacional de Colombia. Asesor y consultor en temas de gestión, *marketing* y servicio al cliente. Investigador CID, codirector del grupo GRIEGO, clasificado por Colciencias.

E-mail:
ejduqueo@unal.edu.co

Recibido: Enero de 2007 Aprobado: Febrero de 2007

Correspondencia: Edison Jair Duque Oliva, Universidad Nacional de Colombia, sede Bogotá, Cra 30 No. 45-03, Escuela de Administración de Empresas y Contaduría Pública, edificio 311, oficina 311A.

Garcés Cano, J.E. & Duque Oliva, E.J. (2007). *Metodología para el análisis y revisión crítica de artículos de investigación. Innovar* 17(29), 184-194.

en cuenta los objetivos del artículo y reflexionar sobre algunos elementos del mismo. Así, la lectura crítica de un artículo de investigación debe determinar qué persigue el artículo en términos de presentación y análisis de ideas o de argumentos y cuáles son sus principales fortalezas y debilidades. Adicionalmente, también es necesario reflexionar sobre algunos elementos, entre los que se encuentran: el interés que despierta, la contribución al área de estudio, el grado de validez y soporte de los argumentos y ejemplos, su originalidad, su claridad en la exposición de las ideas y en los ejemplos planteados, su aplicabilidad al contexto de análisis (región, país, institución), la consideración de otros puntos de vista sobre el tema y su explicación de por qué toma la posición que aplica en el artículo y, finalmente, a manera de contraste, relacionar lo que está leyendo con las lecturas realizadas previamente sobre el tema.

Con base en estos elementos, en la experiencia de los autores en el paso por programas de posgrado y en el desarrollo de sus investigaciones se ha planteado un esquema de elementos para tener en cuenta en el análisis de un artículo.

En primer lugar, es necesaria una identificación de las características básicas del artículo, es decir, cuál es el problema no estudiado que el artículo intenta abordar, cuál es su importancia, por qué se debe estudiar este tema (relevancia, impacto). De igual forma, establecer los objetivos que persiguen los autores, el enfoque de estudio y las contribuciones que se esperan hacer con la investigación planteada. En general, estos elementos deberían aparecer en la introducción del artículo, aunque no siempre lo hacen.

En segundo lugar, un artículo debe tener una reflexión sobre la literatura académica contemplada. Esto implica estudiar cuál es el marco conceptual, cuáles son las aproximaciones al problema de estudio y su ámbito de aplicación, cómo se operacionaliza el problema (constructos, variables, características y relación entre variables), cuál es el origen y cómo se desarrollan los planteamientos (son consecuencia de los planteamientos teóricos o prácticos presentados, o simplemente “salen del sombrero”), hipótesis (cuando haya lugar) y el enfoque metodológico del planteamiento. La idea es tener claro el qué, el cómo, el dónde, el por qué y el para qué.

En tercer lugar se hace ya una reflexión sobre la metodología empleada, esto es, se analiza si la metodología para abordar el problema es adecuada al mismo y a su

ámbito de aplicación. Esto facilitará el cuarto elemento, que es el análisis de resultados. En esta parte de la reflexión se estudia la coherencia de la metodología con los resultados. Así, se observa la muestra (si es el caso)¹, los principales resultados, la solidez de la información recopilada y la coherencia con la realidad.

Finalmente, se encuentran dos etapas: la de discusión e implicaciones y la de conclusiones. En la primera, viene la parte crítica de la reflexión, en la que se relaciona lo encontrado en el artículo con otras lecturas previas, ya sea en metodología, en conceptos o en diferencias en los planteamientos del artículo con otros, que hubieran sido más útiles por el contexto o por tipo de investigación. En la segunda etapa se concluyen los hallazgos y las principales críticas o mejoras que se pueden hacer a la investigación, además de comentarios que surjan de la lectura y que puedan generar inquietudes académicas.

De este modo el proceso de lectura crítica se resume en:

- Identificación de las características del artículo
- Literatura contemplada
- Metodología de la investigación
- Análisis de resultados
- Discusión e implicaciones
- Conclusiones y comentarios finales

Este esquema es general y puede variar dependiendo del artículo, ampliando el número de elementos en cada una de las etapas. Adicionalmente, pueden existir artículos en los que sea necesario hacer más énfasis en alguna de ellas. Esta dinámica metodológica es empleada en el desarrollo de estudios de maestría de investigación (MSc) o doctorales (PhD).

Como aplicación de esta metodología, a continuación se presenta una reseña del artículo "Measuring marketing productivity: Current knowledge and future directions", de Roland T. Rust, Tim Ambler, Gregory S. Carpenter, V. Kumar y Rajendra K. Srivastava (*Journal of Marketing*, Vol. 68, No. 4, pp. 76-89, 2004)². Recuerde las etapas arriba mencionadas y observe cómo fueron aplicadas en la reseña presentada a continuación. Esta reseña es un tanto extensa, dado su objetivo descriptivo. Sin embargo, el lector puede observar otras reseñas críticas más reducidas y con el proceso no tan formal, en el número 27 de *Innovar*.

¹ En las ciencias aplicadas (como las administrativas), no necesariamente se usan técnicas cuantitativas, y este hecho no implica la invalidez de la investigación.

² Este artículo se puede obtener a través de bibliotecas digitales como EBSCO, Science Direct o Abi Inform.

1. Identificación

1.1 Problema por estudiar previamente no analizado

Aunque se conocen de tiempo atrás, especialmente en los últimos 15 años, algunos indicadores (financieros y de corto plazo) y esquemas de medición para determinar la productividad del *marketing*, los más novedosos enfoques sobre modelos e indicadores no financieros e impacto de las acciones de *marketing* en el valor de las acciones de una firma a largo plazo *no han sido utilizados responsablemente en el mundo de los negocios*. Más que un problema por estudiar a través de una metodología de investigación empírica, los autores lo que hacen es una revisión sobre los avances más recientes en el tema, intentan articular los instrumentos de medición que han sido validados por estudios empíricos en los últimos años y, finalmente, nos llevan a pensar sobre algunas áreas en las que definitivamente se requiere mayor investigación, sobre todo en modelos cualitativos e indicadores no financieros a largo plazo.

1.2 Importancia del tema

Se argumenta como relevante el hecho de que, de tiempo atrás, la gente de mercadeo³ no ha podido sostener y demostrar de una manera responsable y contundente cómo es que las actividades de *marketing* añaden valor a los accionistas. Esto *les ha restado credibilidad a las labores de marketing dentro de las empresas* y así, incluso, ha cuestionado la existencia de las funciones y departamentos de mercadeo dentro de las empresas.

1.3 Objetivos

Este artículo propone *una revisión completa a los métodos e instrumentos existentes para evaluar la productividad del marketing*; describe lo que ya se conoce sobre el tema, en especial sobre modelos e indicadores cuantitativos y financieros, con sus impactos a corto plazo, y *los articula alrededor de un modelo teórico conceptual*. El artículo pretende, además, mostrar novedosos enfoques y, finalmente, hacer pensar sobre áreas que requieren mayor investigación en temas cualitativos e indicadores no financieros a largo plazo.

1.4 Enfoque

Es un trabajo descriptivo que propone y utiliza un modelo gráfico para identificar *la cadena de productivi-*

dad en marketing. A partir de éste, los autores realizan una revisión sobre el estado y avance de los temas relacionados con la *cadena de actividades de marketing*, haciéndose algunas preguntas clave, mostrando lo que se conoce hasta hoy sobre el tema y, finalmente, presentando una delimitación de lo que es imprescindible conocer o saber para poder validar su papel en las organizaciones. En cada caso (revisión teórico-conceptual, lo que ya se conoce y en lo que se necesita profundizar), *los autores identifican los aspectos de la cadena de actividades de marketing*, según el modelo planteado: *estrategia y táctica, impacto sobre los consumidores, consecuencias para el mercado, implicaciones financieras e impacto para los accionistas en el valor de la firma*.

1.5 Contribuciones

El artículo pretende mostrar algunos de los métodos y medidas más novedosos para *brindar mayor comprensión sobre los efectos de los “gastos” (“inversiones” ¿?) de marketing en las ventas, las utilidades y el valor a los accionistas*. La diseminación y el uso efectivo en las empresas de los métodos propuestos en los últimos diez años en la comunidad de negocios, dicen los autores, podría ser el mayor argumento requerido para mantener la vitalidad del *marketing* en las firmas y, más importante aún, para validar y lograr verdaderos incrementos en sus principales indicadores de desempeño.

2. Literatura contemplada

2.1 Marco conceptual

Los autores comienzan identificando los tres desafíos centrales de *la medición de productividad en marketing*. El primero corresponde a lo que Dekimpe y Hanssens (1995) han denominado como *efectos de las actividades de marketing a largo plazo*; el segundo, a la *separación entre las actividades individuales de marketing y otro tipo de acciones*, según Bonoma y Clark (1988); y el tercero, al hecho de que *el uso de métodos puramente financieros han probado ser inadecuados para justificar las inversiones en marketing*, cosa que hace necesario el uso de medidas no financieras (Clark, 1999; MSI, 2000). De esta manera, y siguiendo el planteamiento teórico de F. Webster (1992), dicen los autores que el énfasis no debería seguirse colocando en el tema de los productos, de la fijación de precios o de las relaciones con los consumidores, ya que los gastos de *marketing*, en comunicaciones, promociones y otras de sus actividades tienen una notable influencia en su desempeño y, a través de éste,

³ Profesionales ejecutando planes de *marketing*, e incluso teóricos, consultores, académicos y estudiantes.

en los indicadores de desempeño del negocio a largo plazo, algo que no puede ser medido a través de los tradicionales indicadores financieros. Así, los autores plantean que el foco de su artículo está puesto en mostrar cómo *algunas medidas no financieras de marketing presentan gran influencia en las ventas, las utilidades y el valor de los accionistas, tanto a corto como a largo plazo*. Se puede decir que aunque no es el objeto del artículo validar el modelo teórico-gráfico llamado “*Cadena de productividad del marketing*”, que presentan en la figura 1 de la página 77, toda la estructura del artículo gira alrededor de éste. Así, los autores asumen que dicho modelo es *de facto* un marco teórico y conceptual suficiente para adentrarse en la revisión de los métodos e indicadores de productividad, que se insertan en él sin ningún problema.

2.2 Aproximaciones al problema

El artículo *no selecciona ningún enfoque teórico o cuerpo teórico guía en particular*. Es bastante “pragmático”, algo que es de amplia aceptación en los escritos de *marketing*, tanto que puede incorporar desde el aporte de Lord Keynes (1936), al introducir en el análisis de las firmas otros importantes indicadores como la TIR (entendida como el valor presente neto de las inversiones descontadas a una tasa de retorno menor que el interés del mercado)⁴, hasta un cúmulo de autores (de economía, administración y *marketing*) que aún hoy creen en las “perfecciones del mercado” y en su capacidad autorreguladora para asignar los recursos productivos de la sociedad. Éste es un tipo muy particular de “pragmatismo”, que en forma generalizada atenta contra la solidez teórica de muchos de los escritos de *marketing*.

El artículo hace una completa revisión de los aportes al tema en los últimos 15 años, sin centrarse o utilizar de manera unívoca alguno de ellos. Muestra las diferencias en los indicadores, esquemas y modelos para los que fueron creados, relacionándolos alrededor de

su modelo propuesto sobre la cadena de productividad del *marketing* (figura 1, página 77).

2.3 Ámbito del trabajo

- a. “Constructos” determinantes, basados en marcos conceptuales. El foco del artículo es mostrar cómo algunas medidas no financieras de *marketing* presentan gran influencia en las ventas, las utilidades y el valor de los accionistas, *tanto a corto como a largo plazo*. Partiendo de la figura 1 (página 77), que ilustra un *modelo conceptual* descriptivo –y de predicción– (de tipo gráfico), para tratar de entender cómo evaluar la productividad de la cadena de valor de *marketing*, los autores comienzan identificando las llamadas “*estrategias de la firma*”; allí indican como tales las “estrategias” de promoción, de producto, de canales y otras de *marketing* y de la empresa⁵. Para los autores, estas estrategias determinan algunas “acciones tácticas” de *marketing* (en mi concepto, aparece aquí una de las tautologías existentes en el artículo)⁶, tales como campañas de publicidad, esfuerzos por mejorar el servicio, iniciativas de marca, programas de lealtad, etc. Las “acciones tácticas”, dicen los autores, son aquellas que tienen gran influencia sobre la satisfacción del consumidor, la actitud hacia la marca, la lealtad y otros aspectos centrales del consumidor. En ese primer nivel, “los gastos” de *marketing* (en algunas partes los identifican como “inversiones”) pueden agregar valor, y éste puede ser medido a través de algunos indicadores, como la calidad de la marca, la satisfacción del consumidor y la equidad del consumidor. Estas actividades pueden generar una influencia de corto plazo en la mente del consumidor, que redundará en ventas y participaciones de mercado (únicamente a corto plazo), pero que se reflejarán o tendrán una influencia en las utilidades de la firma, como posibles cuentas de “pérdidas” (pueden alterar momentánea y favorablemente los flujos de caja, pero

⁴ En verdad es bastante difícil encontrar gente de mercadeo que conozca e incorpore los aportes de Keynes a los problemas objeto de estudio del *marketing*. Pero lo paradójico es que se le reconozca por lo que yo llamaría uno de sus aportes menores a la teoría de la firma dominante, la teoría neoclásica; cuando el verdadero valor de su obra a este respecto es haber desarrollado una robusta y sólida teoría general (no particular, como la neoclásica) centrada en el “constructo” denominado “teoría de la demanda efectiva”. Su aporte consiste en haber arrasado con el cúmulo de supuestos teóricos de los neoclásicos, introduciendo los conceptos de “incertidumbre en los mercados”, “irreversibilidad de las decisiones”, “clima de inversión en ambientes reales” con “expectativas inciertas sobre el futuro”, y en particular, claro, sobre los métodos de determinación y cálculo de la TIR y el elemento teórico que hay detrás de tal indicador: “la eficacia o eficiencia marginal del capital”. Es lamentable ver cómo los mercadotecnistas no sólo desconocen la relevancia de la obra de Keynes en los temas de economía, empresa, teoría de la firma y, por supuesto, *marketing*, sino que en aquellos casos excepcionales en que se le cita se hace sólo en referencia a un tema bastante “pequeño”.

⁵ Vale la pena preguntarse si son éstas realmente *estrategias* en todo el sentido del término.

⁶ Tautología viene del griego *ταυτολογία* y consiste en la repetición de un mismo pensamiento, expresado de distintas maneras. En forma despectiva, se le identifica con la repetición inútil y viciosa de palabras que significan exactamente lo mismo. Matemáticamente hablando, se hace referencia a una expresión tautológica cuando se muestra una verdad total, que no permite apoyar explicación alguna: $A=A$, donde A es cualquier número, un operador, una función o cualquiera otra expresión o notación matemática.

no se trasladan directamente a los réditos de la firma). Podemos decir así que aunque existen muchos otros “constructos” a lo largo del artículo, sobre todo de planteamientos retomados de otros autores. Los principales “constructos” propios o grupos de variables ensambladas e interrelacionadas para dar alguna explicación aparecen allí en el llamado modelo de cadena de productividad del *marketing*. Estos “constructos” serían fundamentalmente dos: 1) acciones del ámbito de *marketing*, y 2) acciones del ámbito de la firma.

- b. Variables. Con respecto a las acciones del ámbito de *marketing*, el modelo identifica como variables las “acciones tácticas” (entre ellas la publicidad y las mejoras al servicio), el impacto en el consumidor (en sus actitudes y en su satisfacción), el impacto en el mercado (impacto en las ventas y en la participación de mercado), el impacto financiero (con indicadores como el ROI y el EVA, entre otros) y el impacto en el valor de la firma (valor agregado al mercado). Y en las acciones del ámbito de la firma, el modelo identifica “las estrategias” (promoción, producto, canales, etc.), los gastos de *marketing* (equidad de marca y equidad del consumidor), la posición de mercado (participación de mercado, ventas, etc.), la posición financiera (beneficios, flujo de caja, etc.) y el valor de la firma (capitalización de mercado y *tobin's q*). Debe quedar claro que por fuera de la explicación conceptual, de la identificación del problema objeto de estudio del artículo y de la presentación verbal y gráfica del modelo de cadena de productividad de *marketing*, el trabajo no hace explícito ningún tipo de hipótesis que identifique las posibles relaciones entre las variables propuestas, aunque implícitamente haya varias hipótesis y relaciones entre éstas.
- c. Naturaleza y características de las variables. Por la presentación gráfica, uno puede inferir que casi en su totalidad las variables presentadas son mutuamente interdependientes, es decir, que si se lograra establecer una relación matemática entre ellas (para ser validada posteriormente), existiría una múltiple relación de causa-efecto entre ellas. Aparecería únicamente como variable totalmente dependiente el valor de la firma, dado que se muestra el efecto final de la interrelación entre las que influyen sobre las acciones de *marketing* y las que influyen sobre las demás acciones de la firma.
- d. Relación entre variables. Una posible explicación verbal de las líneas de causalidad entre las variables de

este sencillo modelo es la siguiente: en principio, las estrategias de la firma determinan las “acciones tácticas” de mercadeo, y éstas influyen sobre el impacto en el consumidor. Las estrategias y el impacto en el consumidor determinarán los gastos de *marketing*. El impacto en el consumidor se refleja en el impacto sobre mercado, y éste conjuntamente con los gastos de *marketing*, determinarán la posición del mercado. El impacto sobre mercado determinará el impacto financiero, y éste vuelve a ser un elemento determinante de las “acciones tácticas” de mercadeo. Pero, igual, el impacto financiero conjuntamente con la posición del mercado determinan la posición financiera de la firma, esta última como elemento determinante nuevamente de las estrategias de la firma. Allí el proceso se vuelve cíclico, tanto por las acciones de *marketing*, como por las demás acciones de la firma. Finalmente, el impacto financiero determina el impacto en el valor de la firma, y éste y la posición financiera serán los determinantes directos del valor de la firma. Aunque parezca complicado, la presentación gráfica elimina cualquier duda sobre el particular.

- e. Otras variables. Aunque no se plantea explícitamente dentro del modelo (es decir, se omite en su representación gráfica), al tenor de la revisión de indicadores y métodos, los autores siempre involucran otros factores que pueden alterar o afectar el desempeño de la cadena de productividad de *marketing*. Éstos son los ya clásicos y siempre incorporados por toda la literatura de *marketing*: 1) los factores del ambiente externo, macro-ambiente o del entorno⁷ y 2) los factores de competencia.

2.4 Pregunta sobre si el artículo sintetiza ideas con base en la revisión literaria, relacionándolas y concluyendo como base de posibles hipótesis

La respuesta es muy sencilla: ésa es, en esencia, la dinámica del trabajo. Hay allí una gran capacidad de síntesis y un esfuerzo claro por identificar los aportes más relevantes de los últimos diez o quince años con respecto a métodos e instrumentos validados empíricamente para medir la productividad de las diferentes actividades de *marketing* y su aporte al mundo de los negocios. Para llegar a ello, los autores hacen una revisión conceptual sobre los aspectos que permiten identificar el tema objeto de estudio (la cadena de productividad de *marketing*).

⁷ Algunas veces se usa otra de las tautologías ya clásicas en *marketing*: “entorno del ambiente externo”.

Algunos ejemplos claros de ello son:

- Al referirse a una de las actividades de *marketing*, cuyo aporte al desempeño empresarial no ha sido medido y vinculado adecuadamente (la investigación de mercados), los autores hacen una aproximación y la definen en sus dos aspectos: la identificación de recursos necesarios para obtener las utilidades a corto plazo y para posibilitar el crecimiento potencial de la firma a largo plazo.
- La equidad de marca, descrita por Aaker (1991) como constituida por cuatro componentes: el conocimiento de la marca, la calidad percibida, las asociaciones de marca y la lealtad de marca, y otra visión ofrecida por Keller (1998), que la considera como el efecto diferencial entre el conocimiento que el consumidor tiene sobre la marca y su respuesta efectiva en los mercados.
- La equidad del consumidor, inicialmente identificada por Blattberg y Deighton (1996) como la sumatoria del valor del consumidor en el tiempo para una empresa. Ello exige contar con un método que permita identificar y medir el valor de un consumidor a lo largo de todo su ciclo de vida y relación. Así, es una condición el que existan, se conozcan y se cuente con datos longitudinales sobre el consumidor (Dwyer, 1997; Libai, Narayandas y Humby, 2002; Reinartz y Kumar, 2000).
- El modelo de “retorno sobre la calidad”, probado con una metodología de proyección del ROI de las firmas en calidad del servicio (Rust, Zahoric y Kenningham, 1944 y 1995), demuestra sus efectos netos a largo plazo: un incremento en los ingresos y una reducción en los costos.
- Lane y Jacobsen (1995) muestran cómo los anuncios que soportan extensiones de marca se acompañan de un anormal retorno sobre los *stocks*, estableciendo una línea de relación entre las actividades de *marketing* y el precio de las acciones.
- Kim, Mahajan y Srivastava (1995) señalan una fuerte relación entre el valor presente neto de los flujos de caja atribuibles a un incremento en el número de suscriptores y un incremento en el precio de las acciones en la industria de telefonía celular.
- Y, finalmente, Ailawadi, Borin y Farris (1995) demuestran el impacto de las acciones de *marketing* sobre el EVA y el MVA.

2.5 En cuanto a si el artículo identifica lagunas y problemas no tratados, como base para el desarrollo de hipótesis y modelos

Se puede mostrar cómo el artículo plantea explícitamente lo siguiente: “la investigación actual sobre este tema de los modelos e indicadores de productividad del *marketing* y su aplicación al mundo de los negocios es insuficiente”. Al respecto, podemos hacernos la siguiente reflexión: ¿y cuándo lo es? ¿En qué campo del conocimiento científico se llega alguna vez a una “plétora” en materia de investigación? ¿No es ésta una expresión que *de iure* se contrapone al devenir mismo de la actividad científica, como muchas de las expresiones y argumentos que utilizan algunos mercadotecnistas en sus escritos? Para lo que aquí nos interesa, se puede afirmar que *el artículo sí identifica lagunas, problemas o deficiencias, pero no exactamente para soportar sus hipótesis y el modelo propuesto*, sino que lo hace para definir futuras líneas de investigación.

2.6 Enfoques metodológicos

A este respecto se puede afirmar que el trabajo no plantea alternativas para acotar el foco metodológico, sino que se limita a presentar el llamado “estado de arte” de la cuestión, y trata de ubicar dentro de un modelo no validado de cadena de productividad los aspectos revisados: modelos, herramientas, instrumentos e indicadores de productividad de las actividades de *marketing*, ubicadas dentro de su modelo conceptual.

2.7 Cuestiones de investigación exploratoria

La principal cuestión por validar posteriormente a través de investigaciones exploratorias es el llamado modelo de “cadena de productividad de *marketing*”. Los indicadores usados y su representatividad están sustentados en los trabajos previos que les dieron origen. El problema está en lograr definir y validar si este modelo es una interpretación clara de una parte de la realidad, es decir, si puede constituir una representación validada de la realidad empresarial, para determinar el valor de las firmas y la manera como influyen y agregan valor en éste las actividades de *marketing*. Se trata, pues, de lograr que además de una “buena” hipótesis de investigación podamos averiguar si estamos frente a un modelo teórico, validado y confrontado con la realidad del mundo de los negocios. Es evidente que en su estado actual el modelo no constituye una teoría y mucho menos se puede pensar en algún grado de asomo al mundo de las leyes.

2.8 Principales hipótesis

Aunque no se presenten de manera explícita tales hipótesis, en el artículo se pueden ver varios ejemplos:

- “La publicidad y los gastos en promoción, relacionados con el desarrollo de marcas fuertes, generan mayor productividad”.
- “Una promoción de precios puede ser eficiente al generar réditos a corto plazo. Sin embargo, puede ser al mismo tiempo destructora de rentabilidad y equidad de marca a largo plazo, es decir, puede no ser efectiva”.
- “El *marketing* estratégico tiene como función central la consecución y retención de clientes, asegurando el crecimiento y la renovación y el desarrollo de ventajas competitivas sólidas, sostenibles y de largo plazo”.
- “La equidad de marca, siendo el corazón del *marketing* de los últimos 20 años, ha estado centrada en la capacidad de incrementar los flujos de caja con las ventas y no se ha visualizado que afecta el comportamiento de compra ni su efecto en el valor corporativo, incluso en el manejo de las fuerzas de ventas y los canales de distribución”.
- “Las marcas superiores, aquellas que proveen valores superiores a sus consumidores, son aquellas que presentan elevados niveles de satisfacción entre éstos y sobre el valor percibido con respecto a otros oferentes. Sus consecuencias sobre el desempeño de la firma y del *marketing* son variadas: la posibilidad de trabajar con precios *premium*, obtener referencias de los clientes, incrementar el portafolio de productos por cliente, bajos costos de ventas y servicios, grandes niveles de retención de clientes, lealtad y longevidad y, así, elevadas utilidades”.
- “Las inversiones de *marketing* (publicidad, soporte al consumidor) y sus efectos son a la larga intangibles, pero sus beneficios en la empresa son similares a los generados por recursos tangibles, como la infraestructura manufacturera. Así, las inversiones en *marketing* estratégico reducen el riesgo”.
- “Las acciones específicas de *marketing* tienen un efecto claro en las percepciones de marca, incluyendo la publicidad institucional y corporativa a gran alcance”.
- “Los gastos de *marketing* se reflejan en el tiempo, en las ventas y en la participación de mercado”.
- “La evidencia empírica ha mostrado que la equidad de marca reduce el riesgo financiero, al reducir los costos de capital y al aumentar simultáneamente la capitalización de acciones”.

2.9 Se puede afirmar que el modelo no fue construido con base en hipótesis

Como modelo teórico, de tipo descriptivo, verbal y gráfico, sin validación empírica, *las hipótesis no están allí formuladas de manera explícita*. No se identifican claramente y por su naturaleza subyacente se puede indicar que muchas de ellas son de sentido común, algunas filosóficas y es posible que otras sean de investigación. Pero no se puede concluir nada al respecto por el mismo tratamiento que se le da al tema. Igualmente, por la forma como está concebido el modelo descrito, se puede indicar que la mayoría de las hipótesis implícitas son multivariadas, algunas de tipo descriptivo (la mayoría), otras relacionales y de relación funcional (causal). Por todo ello, es muy difícil identificar si el modelo planteado en el trabajo se construye a partir de hipótesis o si antes de su posible formulación existe algún intento por articular las variables utilizadas. Sólo se sabe que están allí implícitas y se muestra su relación funcional.

3. Metodología de la investigación

Al no ser un trabajo que esté soportado por investigación empírica en cualquiera de sus formas, los siguientes aspectos evaluativos *no aplican*:

- Aproximación metodológica: cuantitativa, cualitativa, exploratoria, concluyente, *cross cultural*, longitudinal, etc.
- Operacionalización y medición de variables.
- Población objeto de estudio, muestra, método de muestreo y error muestral.
- Período de realización del trabajo de campo.

Al no utilizar fuentes primarias de datos para soportar sus ideas, los autores se basan en resultados obtenidos por estudios anteriores (datos de fuentes secundarias) en cuanto a la efectividad de los indicadores de productividad en los aspectos de la cadena de *marketing* y los ensamblan alrededor de su modelo conceptual. Por ello, podemos indicar que *las técnicas de análisis de datos son*, además del *recuento histórico* y la *revisión bibliográfica*, la *identificación de pertinencia* de instrumentos o herramientas a la medición de un aspecto en particular dentro del modelo definido para identificar la cadena de productividad del *marketing*. El intento del artículo se centra en dar un orden a cada uno de estos elementos, que, consideran, lograron su validación empírica en trabajos anteriores y que han mostrado en el tiempo ser indicadores pertinentes. Sólo faltaba colocarlos dentro de un modelo conceptual, que podríamos afirmar asumen como válido e

intérprete de las interrelaciones reales que subyacen en una cadena de productividad de *marketing*.

Finalmente, es evidente que *no se utilizó ningún tipo de software especial para el desarrollo de este trabajo*, pero en sus revisiones a la literatura se muestran algunos de los aportes y desarrollos que se han logrado para construir modelos que permitan medir indicadores de productividad de las actividades de *marketing* con la ayuda de diversos tipos de programas. La revisión es bastante completa:

- Modelos como PERCEPTOR (Urban, 1975), que utilizan escenarios de decisiones típicas de *marketing* para que se rastreen decisiones de los planes de productos y sus efectos en las participaciones de mercado.
- Modelos de inversión en publicidad, para maximizar las ventas o utilidades bajo limitaciones presupuestales (Gensch, 1973; Little y Lodish, 1969; Rust, 1986).
- Modelos que miden la influencia de las promociones de venta sobre los resultados del negocio (Little, 1975).
- Modelos econométricos de series de tiempo (Bass, 1969; Eastlack y Rao, 1986), para medir el impacto de los gastos históricos en publicidad.
- Modelos que miden el efecto de las cadenas de valor en el servicio y la satisfacción del cliente, de aparición en los últimos diez años (conjuntamente, Fornell, 1992, y específicamente, Anderson, Fornell y Lehmann, 1994; Heskett et al., 1994; Kamakura et al., 2002; Rust, Zahorik y Keiningham, 1994 y 1995).
- Modelo STRATPORT (Larréché y Srinivasan, 1981 y 1982), más general y usado para medir las capacidades estratégicas de la firma y la cadena de acciones de *marketing* con respecto a la competencia.
- Y los más recientes, modelos interesados en medir la influencia de las acciones de *marketing* en el ciclo de vida del consumidor y la equidad del consumidor (Rust, Lemon y Zeithaml, 2004; Venkatesan, Rajkumar y Kumar, 2004).

4. Análisis de resultados

4.1 Indicación preliminar

Al no existir un trabajo de investigación aplicada y validación empírica, *no hay una identificación, selección y determinación de muestra alguna* por procedimientos y técnicas estadísticas u otras alternativas. Así, el ar-

tículo se basa totalmente en los avances y aportes realizados por investigaciones previas, para validar los instrumentos e indicadores de medición a la productividad de las actividades de *marketing*, es decir, *no presenta directamente ni utiliza nuevas escalas de fiabilidad o validez de instrumento alguno*.

4.2 Principales resultados

El principal logro de este trabajo radica en la descripción del modelo teórico de cadena de productividad de *marketing*, con el que se pretende poner a girar en algún orden lógico los diversos métodos, herramientas e indicadores que se han desarrollado, utilizado y, en cierta forma, validado, para tal fin en los últimos 15 años. Se pretende identificar el verdadero estado de avance en esta materia, para justificar las acciones de *marketing* en las organizaciones y así revalidar su papel como orientador de las principales decisiones estratégicas corporativas. *Es difícil concluir si se logró cumplir el objetivo de evidenciar el impacto real de la influencia de la productividad de la cadena de marketing en un mayor desempeño total de las firmas y, en particular, en los indicadores financieros de largo plazo (por ejemplo, el valor para el accionista).*

En el artículo hay otra hipótesis igual, o incluso mucho más relevante y fuerte, que requiere un trabajo posterior de investigación empírica para su verificación o rechazo. Cuando los autores cierran su revisión conceptual, en la parte correspondiente a otros factores de influencia en la cadena de productividad de *marketing*, indican cómo “las firmas son más vulnerables a la competencia y presentan menores niveles de desempeño cuando no realizan los esfuerzos adecuados en el desarrollo de una equidad de marca y del consumidor, por su impacto en las ventas y en la participación de mercado para hacer tal aseveración”. En primer lugar, se sustentan en que cuando el producto está asociado a una elevada equidad de marca, los consumidores lo evalúan de una manera más favorable (Larouche, Kim y Zhou 1996); en segundo lugar, en que los consumidores son menos sensibles al precio y responden más a las comunicaciones de *marketing* (Simon, 1979), y, en tercer lugar, en que una equidad de marca puede crear asimetrías en la competencia a favor de aquellas marcas que han desarrollado mayor equidad de marca.

Los autores concluyen entonces que “de manera combinada, estas tres fuerzas constituyen verdaderas ventajas competitivas”. De acuerdo con ello, estaríamos frente a una gran hipótesis teórica sobre ventaja competitiva, que requiere mucho más que una simple revisión bibliográfica para poder ser demostrada o rechazada.

4.3 Solidez

El artículo es sólido en cuanto a su carácter descriptivo, los objetivos propuestos, sus alcances y sus límites. Los autores no se desvían de su objetivo central, encaminado a mostrar cómo el actual acervo de conocimiento sobre medidas e indicadores de productividad en *marketing* es suficiente para ser aplicado al mundo empresarial y validar el papel y las implicaciones de las acciones de *marketing* en el desempeño de los negocios a corto y largo plazo.

5. Discusión e implicaciones

Este artículo asume que la cadena de productividad de las actividades de *marketing* en los negocios se presenta tal cual se muestra en su modelo representado en la figura 1 (página 77). Así, el artículo no pretende validar su modelo a nivel empírico asumiendo que él es ya una representación sintética del fenómeno bajo estudio. Es decir, al modelo se le toma como una hipótesis teórica ya validada, pero no se apoya en ningún conjunto de hipótesis intermedias o hipótesis básicas para sugerir algún mecanismo de validación *a posteriori*.

Así, el trabajo sólo intenta, a partir de una revisión de la literatura existente sobre indicadores y medidas de productividad en *marketing*, colocar los trabajos teóricos y empíricos de los últimos 15 años a girar de manera práctica en torno a dicho modelo. No existe, además del recuento teórico de autores y la descripción de interacción para definir la productividad de las actividades de *marketing* (investigación descriptiva), luego de su representación gráfica, un modelo de tipo matemático.

No es una investigación que desarrolle hipótesis (teóricas o básicas) a negar o a validar (la llamada “fase heurística” del proceso, o investigación exploratoria). El trabajo tampoco desarrolla pruebas de hipótesis con algún método claro y definido para su contraste estadístico. Por ello, la conexión entre la parte descriptiva y la parte explicativa final (es decir, la investigación exploratoria) se da *de iure*, utilizando el acervo de hipótesis validadas anteriormente por los autores de cuya revisión da cuenta el trabajo.

La manera como se conectan los indicadores de productividad de la exploración y revisión bibliográfica al modelo definido es bastante completa y clara. Quedaría pendiente la evaluación de si el modelo con el que pretenden ser integrados es tan robusto a nivel conceptual, metodológico y en su capacidad interpretativa de la realidad como para que pueda contener y utilizar de manera cohesionada todos estos indicadores propuestos. Ésa parece ser la tarea no abordada y dejada para futuros trabajos de investigación.

Así las cosas, las implicaciones conceptuales, metodológicas o de gestión alcanzadas con los resultados obtenidos indican que los conceptos usados y los dos principales “constructos” que de allí se desprenden no parecen ser o constituir un avance significativo en la investigación científica del *marketing*. Tal vez, el mayor valor del trabajo está en la capacidad de sintetizar y proponer, a partir de ello, una forma de organizar estas relaciones entre los elementos de la cadena de productividad de *marketing*, para tratar de construir una hipótesis de cómo se producen en cadena los impactos de las acciones de *marketing* en el valor de la firma (a corto y largo plazo). Se trata pues, de una buena hipótesis descriptiva, quedando claro que se haya aún en su fase de formulación y se deja para otros trabajos su validación o contraste empírico.

6. Conclusiones y comentarios finales

La principal conclusión es presentada de manera resumida al final del trabajo en los siguientes términos:

Billones de dólares se gastan anualmente en *marketing*. Las firmas procuran obtener mayores incrementos en beneficios y en ambientes competitivos para justificar tales gastos. Las medidas financieras existentes han probado ser inadecuadas y por ello se requiere el uso de indicadores no financieros. En las pasadas décadas, especialmente en los últimos 15 años, se ha obtenido un gran progreso en su desarrollo. Este artículo ha mostrado algunos de estos métodos y medidas para brindar una mayor comprensión sobre los efectos de los gastos de *marketing* en las ventas, las utilidades y el valor a los accionistas. Hemos separado las acciones de *marketing*, incluyendo estrategias y tácticas, con respecto a otras condiciones de la empresa, para ver el reflejo de sus gastos en la equidad de marca, en la equidad del consumidor, en la posición en el mercado, en la posición financiera y en el valor de la empresa. Sólo dos medidas se dirigen a esclarecer ese importante camino de los resultados a corto y a largo plazo: financieras y no financieras. Las primeras están basadas en las previsiones a largo plazo de los resultados y los flujos de caja descontados, las segundas representan el futuro en el estado de los gastos de *marketing* de hoy, donde la foto de largo plazo está proporcionada por el desarrollo de los cambios en los gastos y en las líneas de uso de fondos.

Por lo demás, el trabajo no muestra de manera explícita limitaciones (metodológicas, conceptuales, “muestrales”, etc.), que constriñan la generalización de lo obtenido. Sin embargo, desde el principio se deja claro su enfoque descriptivo, mucho menos normativo o de decisión, en su intento por mostrar cómo se cuenta hoy con un importante cúmulo de aportes idóneos

para medir el efecto de las acciones de *marketing* en los principales indicadores de productividad de los negocios a corto y largo plazo, con el fin de revalidar el papel del *marketing* en el desempeño empresarial.

Uno de los aportes más importantes del documento está en su capacidad para identificar líneas futuras de investigación. Para los autores, el estudio paso a paso sobre los impactos financieros de las tácticas de *marketing* en el valor de las firmas parece una especie de “caja negra” por ser descubierta. Por ejemplo, se preguntan sobre cuál es la influencia real de las “estrategias” de *marketing* (promoción, producto, etc.) en la equidad de marca o en la equidad del consumidor, cuál es la relación de sus gastos con el valor de la firma y el mercado de capitales, cómo la equidad del consumidor afecta a largo plazo la posición en el mercado, la posición financiera y la capitalización en el mercado. En suma, el tema parece ser poder encontrar una reconciliación entre los impactos en el flujo de caja a corto plazo y los futuros flujos a largo plazo generados por las acciones de *marketing*.

Al final, los autores plantean lo siguiente: “la discusión llevó a orientarnos sobre la existencia de nuevas líneas de investigación en siete áreas: 1) estrategias y tácticas, 2) equidad de marca, 3) equidad del consumidor, 4) impacto en el mercado, 5) impacto financiero, 6) ambiente y 7) competencia”.

En este punto, es necesario hacer algunos comentarios finales:

- Al comienzo del artículo, para argumentar cómo el *marketing* se ha visto mucho más amenazado que otras actividades de la empresa, los autores muestran algunas estadísticas de empresas norteamericanas que indican cómo para el año 2001 se produce una disminución del nivel medio de los presupuestos de gastos en publicidad del orden del 70%, en proporciones mucho mayores a otras disminuciones presentadas en recursos humanos (51%), tecnología de información (47%) y funciones generales de consultoría (44%). Pero, ¿por qué se sigue utilizando el indicador de “gastos” (“inversiones”?) en publicidad, como no sesgado y representativo 100% de lo

que constituye el *marketing* en una empresa, sea ésta del tipo, actividad, campo, objeto social, etc., que sea? ¿No habrá allí un problema implícito de fondo sobre la conceptualización que se hace sobre el *marketing*, independientemente de que se siga afirmando que “*marketing* no es publicidad”?

- De la misma forma, los autores utilizan el concepto de gasto y el de inversión como si fueran sinónimos. En algunos casos, las actividades de *marketing* aparecen identificadas como gastos; en otros, como inversión, pero no hay una explicación clara, como en la mayor parte de la literatura de *marketing*⁸, sobre los límites entre lo uno y lo otro, cuando éste es en esencia el problema central para poder definir indicadores de productividad en *marketing*. *Marketing* puede ser lo uno o lo otro, y es precisamente la incapacidad de construir modelos con indicadores claros de productividad que permitan anticipar los resultados esperados lo que separa la identificación de los temas de *marketing* en uno u otro campo: *gasto* o *inversión*. Claro, bajo ciertos escenarios, probabilidades y niveles medidos de incertidumbre, como en cualquier actividad humana.
- Finalmente, es sorprendente ver cómo estos trabajos, tan rigurosamente evaluados por la llamada “comunidad científica” del *marketing*, carecen de claridad conceptual sobre los límites y las diferencias entre los temas estratégicos (la estrategia) y los tácticos (la táctica); en concreto, cómo es que los autores arbitrariamente deciden en su modelo que la promoción, el producto y los canales sean considerados como parte de la “estrategia”, en tanto que la publicidad y las mejoras al servicio son incluidas como “táctica”. Igualmente, cómo pueden reproducirse todo el tiempo tautologías conceptuales, tales como “acción táctica”, “servicio financiero”, “ventaja competitiva sostenible, duradera y de largo plazo”, “servicios intangibles”, etc. No se sabe si esto deja más dudas sobre la calidad de sus trabajos o sobre la verdadera capacidad de juicio de los “científicos” revisores, o ambas.

⁸ Es bien representativo del manejo que sobre este tema se le ha dado en *marketing*, el que uno de sus autores más leídos, Philip Kotler, en su primer y más difundida obra [P. Kotler (1980): *Mercadotecnia*. México: Prentice Hall Hispanoamérica, traducida de la primera edición en inglés, *Principles of Marketing*, 1962], hablaba de las 4 P del mercadeo como “inversión”, pero sin explicar o demostrar claramente por qué lo eran. Y en una obra reciente [P. Kotler y otros (2002): *El marketing se mueve. Una nueva aproximación a los beneficios, el crecimiento y la renovación*. Barcelona: Paidós Empresa], donde por primera vez muestra un modelo conceptual de tipo gráfico sobre lo que constituye el proceso “holístico” de *marketing* en relación con el conjunto de actividades de la empresa, éstas (las ya más de cuatro P del mercadeo) dejan de ser “inversión” y se vuelven “gasto”; claro, igualmente sin explicar o demostrar por qué dieron ese salto mortal en estos últimos 40 años.

Referencias bibliográficas

- Aaker, D. (1991). *Managing brand equity*. New York: The Free Press.
- Ailawadi, K., Borin, N. & Farris, P. (1995). Market power and performance: A cross-industry analysis of manufacturers and retailers. *Journal of Retailing*, 71, 211-48.
- Anderson, E. W., Fornell, C., y Lehmann, D. R. (1994, July). Customer satisfaction, market share, and profitability: Findings from Sweden. *Journal of Marketing*, 58, 53-66.
- Bass, F. (1969). A simultaneous equation regression study of advertising and sales of cigarettes. *Journal of Marketing Research*, 6, 291-300.
- Blattberg, R. C. & Deighton, J. (1996). Managing marketing by the customer equity test. *Harvard Business Review*, 75(4), 136-144.
- Bonoma, T. V. & Clark, B. H. (1988). *Marketing Performance Assessment*. Boston: Harvard Business School Press.
- Clark, B. H. (1999). Marketing performance measures: History and interrelationships. *Journal of Marketing Management*, 15, 711-732.
- Dekimpe, M. G. & Hanssens, D. M. (1995). The persistence of marketing effects on sales. *Management Science*, 14 (1), 1-21.
- Dwyer, R. (1997). Customer lifetime valuation to support marketing decision making. *Journal of Direct Marketing*, 8 (2), 73-81.
- Eastlack, J. O. & Rao, A. G. (1986). Modeling response to advertising and price changes for 'V-8' cocktail vegetable juice. *Marketing Science*, 5(3), 245-259.
- Fornell, C. (1992). A national customer satisfaction barometer: The swedish experience. *Journal of Marketing*, 56, 1-21.
- Gensch, D. (1973). *Advertising planning*. New York: Elsevier.
- Heskett, J. L., Jones, T. O., Loveman, G. W., y Sasser, W. E. (1994). Putting the service profit chain to work. *Harvard Business Review*, 72, 164-174.
- Kamakura, W. A., Mittal, V. De Rosa, F. y Mazzon, J. A. (2002). Assessing the service profit chain. *Marketing Science*, 21(3), 294-317.
- Keller, K. L. (1998). *Strategic brand management*. NJ: Prentice Hall.
- Keynes, J. M. (1936). *La teoría general de la ocupación, el interés y el dinero*. México: Fondo de Cultura Económica.
- Kim, N., Mahajan, V. & Srivastava, R. K. (1995). Determining the going value of a business in an emerging information technology industry: The case for cellular communications industry. *Technological Forecasting and Social Change*, 49, 257-279.
- Kotler, P. (1980). *Mercadotecnia*. México: Prentice Hall Hispanoamérica. Traducida de la primera edición en inglés, *Principles of Marketing*, 1962.
- Kotler, P. y otros (2002). *El marketing se mueve. Una nueva aproximación a los beneficios, el crecimiento y la renovación*. Barcelona: Paidós Empresa.
- Lane, V. & Jacobsen, R. (1995). Stock market reactions to brand extension announcements: The effects of brand attitude and familiarity. *Journal of Marketing*, 59, 63-77.
- Larouche, M., Kim, C. & Zhou, L. (1996). Brand familiarity and confidence as determinants of purchase intentions: An empirical test in a multiple brand context. *Journal of Business Research*, 37(2), 115-120.
- Larréché, J. C. & Srinivasan, V. (1981). STRATPORT: A Decision Support System for Strategic Planning. *Journal of Marketing*, 45, 39-52.
- Larréché, J. C. & Srinivasan, V. (1982). STRATPORT: A model for the evaluation and formulation of business portfolio strategies. *Management Science*, 28(9), 979-1001.
- Libai, B., Narayandas, D. & Humby, C. (2002). Toward an individual customer profitability model: A segment-based approach. *Journal of Service Research*, 5(1), 69-76.
- Little, J. D. C. & Lodish, L. (1969). A media planning calculus. *Operations Research*, 17, 1-35.
- Little, J. D. C. (1975). BRANDAID: A marketing mix model. *Operations Research*, 23, 628-673.
- Marketing Science Institute (2000). *2000-2002 Research priorities: A guide to MSI research programs and procedures*. Cambridge (MA) Marketing Science Institute.
- Reinartz, W. & Kumar, V. (2000). On the profitability of long lifetime customers: an empirical investigation and implications for marketing. *Journal of Marketing*, 64, 17-35.
- Rust, R. T. (1986). *Advertising media models: A practical guide*. Lexington (MA) Lexington Books.
- Rust, R. T., Ambler, T., Carpenter, G. S., Kumar, V. & Srivastava, R. K. (2004). Measuring marketing productivity: Current knowledge and future directions. *Journal of Marketing*, 68, 4, pp. 76-89.
- Rust, R. T., Zahoric, A., & Keningham, T. L. (1994). *Return on quality: Measuring the financial impact of your company's quest for quality*. Chicago: Probus.
- Rust, R. T., Zahoric, A. & Keiningham, T. L. (1995). Return on Quality (ROQ): Making Service Quality Financially Accountable. *Journal of Marketing*, 59, 58-70.
- Rust, R. T.; Lemon, K. N. & Zeithaml, V. A. (2004). Return on marketing: Using customer equity to focus marketing strategy. *Journal of Marketing*, 68, 109-127.
- Rust, R., Zahoric, A. & Keningham, T. (1995). Return on quality (ROQ): Making service quality financially accountable. *Journal of Marketing*, 59, 58-70.
- Simon, H. (1979). Dynamics of price elasticity and brand life cycles: An empirical study. *Journal of Marketing Research*, 16(4) 439-452.
- Urban, G. (1975). PERCEPTOR: A model for product positioning. *Management Science*, 21 (8), 858-871.
- Venkatesan, Rajkumar y Kumar, V. (2004). A customer lifetime value framework for customer selection and resource allocation strategy. *Journal of Marketing*, 68, 106-125.
- Webster, F. E. Jr. (1992). The changing role of marketing in the corporation. *Journal of Marketing*, 56, 1-17.