

La demanda de lotería y juegos de azar: Su realidad y sus potencialidades*

*Jorge Iván González, César Castro, Pedro Nel Páez
Arcenio Pecha, Luis Ángel Rodríguez
Jorge Sáenz, Germán Sánchez***

Resumen

El estudio sobre las loterías y los juegos de azar tiene implicaciones de muy diversa naturaleza. Toca aspectos básicos de la teoría de la elección bajo riesgo y, además, tiene implicaciones fiscales muy importantes. La forma de administrar el monopolio de las loterías y juegos de azar plantea retos muy interesantes en el campo de la gerencia y de la hacienda pública. Después de presentar el monto de las ventas de las principales loterías, analizamos el significado de la demanda consuetudinaria. En la sección siguiente evaluamos los determinantes del precio óptimo. Posteriormente describimos el perfil del comprador de loterías y juegos de azar, para finalizar el ensayo con unas reflexiones sobre el impacto fiscal de las loterías.

Ventas de lotería

Algunos países administran las loterías de manera centralizada. Otros prefieren el manejo descentralizado. En Colombia se combinan las dos modalidades.

El cuadro 1 consigna la información de ventas del total de loterías del país. La tabla está ordenada en función de las ventas de 1998. Las tres primeras loterías son, en su orden, Nueve Millonaria, Bogotá y Boyacá. La última fila del cuadro 1 presenta un dato muy importante: las ventas, como porcentaje del PIB, cayeron de 0,46% a 0,32%. En otras palabras, la dinámica de las

loterías se ha venido rezagando con respecto a la actividad económica general. La tendencia decreciente se ha mantenido de manera regular. Esta disminución refleja un agotamiento de la demanda, que para nosotros es de carácter estructural. Mientras no haya cambios significativos en el tipo de juego, lo más probable es que esta tendencia descendente se mantenga. La participación de la Lotería de Bogotá en las ventas totales pasó del 9,49% al 13,72%; en cambio, la Nueve Millonaria ha reducido considerablemente su participación: de 24,49% en 1993 a 13,39% en 1999.

Demanda consuetudinaria

Desde una perspectiva general, el comprador de lotería se mueve entre dos tipos de comportamientos. Uno, motivado por la costumbre, que llamaremos "demanda consuetudinaria" y otro, motivado por el premio, que llamaremos "demanda de riesgo".

La figura 1 ilustra la secuencia de elecciones de un consumidor. El nivel 0 corresponde a la escogencia entre bienes de consumo y la inversión de riesgo. En este nivel la inversión riesgosa compite con los bienes de consumo. En el nivel 1 destacamos tres clases de

* Este estudio es el resultado de un trabajo realizado por el Centro de Investigaciones para el Desarrollo -CID-, de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Colombia, para la Lotería de Bogotá.

** Jorge Iván González, profesor Universidad Nacional de Colombia; César Castro, investigador CID - Universidad Nacional de Colombia; Pedro Nel Pérez, profesor Universidad Nacional de Colombia; Arcenio Pecha, investigador CID - Universidad Nacional de Colombia; Luis Ángel Rodríguez, consultor; Jorge Sáenz, consultor; Germán Sánchez, consultor.

Cuadro 1
Ventas totales de las loterías (1993-junio 1999)
 Millones de pesos corrientes

	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999*
Nueve Millonaria	49234,9	59999,2	73143,6	71739,8	57441,6	57730,1	31007,7
Bogotá	19088,9	22667,4	27497,9	39311,8	34093,9	47172,1	31762,3
Boyacá	11332,8	15576,0	20359,2	22559,7	31410,4	31532,2	14361,2
Medellín	11132,5	13714,1	16956,3	23835,6	26172,0	28842,3	15492,9
Santander	7475,1	8997,2	11855,4	19916,0	26620,6	25000,5	12428,2
Valle	11899,1	13291,8	15914,8	18819,7	21458,5	23221,9	11576,8
Cundinamarca	13421,8	15261,9	19250,1	18717,9	18468,2	19781,1	11649,7
Cauca	6189,5	7841,4	9644,6	12566,3	14636,1	18992,9	7912,9
Manizales	6631,5	8783,4	10218,7	11520,9	14311,4	17810,2	8488,5
Cruz Roja	9016,6	12142,0	14239,9	15718,9	17318,8	17216,4	10471,2
Quindío	2361,2	3098,9	4097,6	9887,4	13390,6	15448,6	6741,3
Libertador	6286,3	8268,5	9685,9	11537,6	15276,3	15334,5	9461,8
Bolívar	6606,1	7758,3	8924,2	12135,9	13919,8	14012,0	7748,5
Atlántico	6071,8	7880,2	9382,1	9608,0	11386,6	12425,4	6866,9
Tolima	3551,9	4596,8	6011,9	9461,0	10997,4	11498,4	5126,8
Meta	3785,3	5039,0	6658,1	8160,0	10264,0	10675,8	7026,7
Risaralda	4371,7	5475,9	6425,7	6917,7	8326,8	10107,3	4415,6
Chocó	3746,1	4653,1	6290,1	7862,1	8912,6	9131,9	5222,4
Huila	3037,0	3998,2	5051,9	6223,8	7430,4	9095,4	5153,9
Cúcuta	3623,8	4704,0	5706,9	7152,8	8022,0	7687,7	3497,8
Córdoba	3081,3	3781,2	4430,4	6601,9	6825,4	7340,4	4199,4
Vallenata	3270,8	4518,5	5588,1	4391,9	5234,0	5843,2	4187,6
Nariño	2378,4	3074,1	3752,2	3865,1	4526,5	2721,0	4755,7
Caquetá	617,6	565,3	672,7	2096,4	1489,7	1422,0	1076,8
Guajira	2082,7	2430,1	2339,0	2716,5	2120,1	1092,7	901
Sabanera	773,5	1417,1	1818,9	1879,8	2265,1	725,5	
Total	201068,2	249533,6	305916,2	365204,5	392318,8	421861,5	231533,6
Total/PIB	0,46	0,43	0,42	0,41	0,36	0,32	-

Las loterías han sido ordenadas, de mayor a menor, teniendo como criterio el valor de las ventas en 1998.

* El valor de 1999 corresponde a junio.

El cuadro no incluye sorteos extraordinarios y otros juegos de azar.

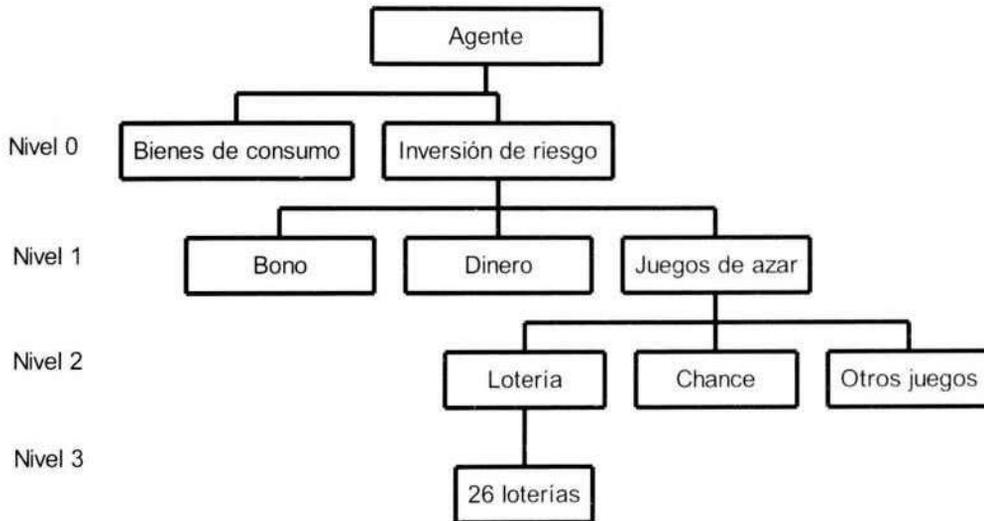
Fuente: Cálculos del CID a partir del DNP y la Superintendencia de Salud.

opciones: bonos, dinero y juegos de azar. Una vez se han escogido los juegos de azar, la elección tiene que ver con el tipo de juego: lotería, chance y otros juegos, como tragamonedas, casinos, bingos, etc. Finalmente, hay un tercer nivel de elección que compete a quienes

han decidido comprar lotería y que deben escoger entre las 26 opciones ofrecidas en el mercado nacional.

La demanda consuetudinaria es aquella que obedece a hábitos y/o costumbre y no está determinada por la aversión al riesgo. Nuestra hipótesis es que

Figura 1
Escalera de elección



algunos de los compradores de lotería responden a un comportamiento consuetudinario; es decir, compran lotería regularmente. Esta demanda es transversal a todos los niveles de elección definidos en la figura 1. La demanda consuetudinaria está asociada a factores como: el sexo del jefe del hogar, los años de educación, la edad, la fidelidad a la lotería, la región de donde es originario el consumidor, el nivel de ingreso¹.

Estructura del consumo

El cuadro 2 presenta la estructura de consumo de los hogares por cuartiles de ingreso. El cuartil más pobre es el 1, y el más rico, el 4. La estructura de consumo refleja muy bien el principio enunciado por Engels: a medida que aumenta el ingreso, la demanda se desplaza de los bienes básicos hacia los bienes de lujo. Mientras que el cuartil 1 destina el 31,45% de su ingreso a la compra de alimentos, el cuartil 4, únicamente el 10,28%. La estructura de consumo del cuadro 2 apenas es ilustrativa. No hemos explicitado la demanda de lotería porque sólo nos interesa mostrar la estructura global.

El cuadro 3 sí hace explícito el consumo de lotería. Las cifras corresponden a la Encuesta de Ingresos y Gastos del DANE de 1984-1985. Con el fin de

diferenciar el peso de las loterías, hemos agrupado un conjunto de bienes grandes en el rubro "resto de artículos"². La participación de la demanda de lotería en el consumo total es mayor en los cuartiles 2 y 3. Esta constatación desvirtuaría la afirmación de Rubio (1998, p. 5), quien considera que las familias de ingresos bajos no realizan "...ningún gasto en diversiones o juegos de azar" (subrayado nuestro). Esta apreciación no sería correcta porque el primer cuartil de ingreso destina el 0,22% de su consumo a loterías. Observemos además que aunque este porcentaje es inferior al de los cuartiles 2 y 3, la diferencia no es grande. Los hogares pobres sí compran lotería. La demanda es cero únicamente en el caso de títulos financieros y acciones.

En promedio, en 1984 los hogares destinaban \$151,9 mensuales a la compra de loterías y juegos de azar (cuadro 4). Los montos van subiendo con los cuartiles. El valor más alto es el del cuartil 4, que llega a \$219.

Los cuadros 5 y 6 presentan los valores correspondientes a la Encuesta de Ingresos y Gastos de 1994-1995. El valor mensual, en 13 ciudades, del

1. Véase Stranahan y Borg (1998).

2. A partir de la Encuesta de Ingresos y Gastos no es posible determinar de manera directa la distribución del consumo de los hogares entre loterías, chance y otros juegos de azar. Pese a esta limitación, el valor podría obtenerse de manera indirecta, utilizando los porcentajes de las rentas cedidas (cuadro 10).

Cuadro 2
 Estructura del gasto mensual de los hogares
 por cuartiles de ingreso (%)
 Total 13 ciudades (1994-1995)

	1	2	3	4	Total
Gastos financieros y otros pagos	8,44	10,88	16,48	25,98	18,86
Alimentos, bebidas y tabaco	31,45	25,73	19,76	10,28	17,92
Alquileres, comb., servicios, vivienda	16,27	17,02	16,45	14,86	15,79
Transporte y comunicaciones	6,26	7,48	9,30	15,52	11,46
Esparcimiento divers. y serv. cultur.	8,68	9,69	10,42	10,91	10,30
Prendas de vestir, calzado	9,78	10,34	9,72	6,95	8,56
Muebles, accesorios, apar. domést.	7,95	7,90	7,42	6,68	7,23
Otros bienes y servicios	6,15	6,07	5,91	5,30	5,69
Servicios médicos, farmacéuticos	5,02	4,88	4,56	3,53	4,20
Total	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00

Fuente: Cálculos del CID a partir de la Encuesta de Ingresos y Gastos del DANE 1994 - 1995.

Cuadro 3
 Estructura del gasto mensual de los hogares
 por cuartiles de ingreso,
 desagregando juegos de azar y loterías (%)
 Total 13 ciudades - (1984-1985)

	1	2	3	4	Total
Resto de artículos	95,9	94,00	92,8	94,2	94,1
Seguros	0,7	1,0	1,1	0,5	0,6
Muebles, accesorios, apar. domést.	2,2	2,8	2,7	1,1	1,4
Equipo de transporte personal	0,1	0,2	0,9	1,8	1,5
Apuestas, juegos de azar y loterías	0,22	0,25	0,24	0,05	0,10
Artículos de joyería	0,2	0,3	0,4	0,2	0,2
Inter. pagados por prést. consumo	0,2	0,3	0,5	0,3	0,3
Valores, títulos finan., acciones, etc.	0,0	0,3	0,1	0,7	0,6
Dinero ahorrado en el mes pasado	0,5	0,8	1,3	1,2	1,1
Total	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00

Fuente: Cálculos del CID a partir de la Encuesta de Ingresos y Gastos del DANE 1984-1985.

consumo en loterías y juegos de azar, es \$3.518 millones. Si multiplicamos por 12 meses y aplicamos un factor de expansión de 1,2 con el fin de aproximarnos a la demanda nacional³, el monto sube a \$50.659 millones. Pero de acuerdo con el cuadro 1, la sola venta de

loterías en 1994 fue de \$249.533 millones. Rubio (1998) observa que en 1993, según las estimaciones del Centro Nacional de Consultoría, la compra de chance habría sido del orden de \$93.051 millones, y de \$126.818 millones, según la Superintendencia de Salud⁴. Cualquiera

3. La Encuesta de Ingresos y Gastos cubre 13 ciudades. El factor de 1.2 es una aproximación a la demanda nacional.

4. "El Centro Nacional de Consultoría obtuvo un valor para el mercado del chance en Bogotá durante 1993 de \$93.051

Cuadro 4
Gasto mensual, promedio hogar, por cuartiles de ingreso
desagregando juegos de azar y loterías
Total 13 ciudades (1984-1985)
Pesos corrientes

	1	2	3	4	Total
Resto de artículos	32171,5	51149,2	78035,2	198351,8	90029,1
Seguros	229,2	510,8	826,4	2272,6	961
Muebles, accesorios, apar. domést.	697	1429,4	2127,3	4188,8	2112,8
Equipo de transporte personal	46,7	117	668,9	7983,2	2208,6
Apuestas, juegos de azar y loterías	70,9	129,5	187,6	219,0	151,9
Artículos de joyería	67,2	150,9	293,5	941,4	363,8
Inter. pagados por prést. consumo	75,2	154,6	403,6	1410,2	511,7
Valores, títulos finan., acciones, etc.	2,4	149	88,4	3131,9	844,7
Dinero ahorrado en el mes pasado	146,3	417,1	989,6	5333,5	1724,7
Total	33506,4	54207,5	83620,5	223832,4	98908,3

Fuente: Cálculos del CID a partir de la Encuesta de Ingresos y Gastos del DANE 1984 - 1985.

Cuadro 5
Estructura del gasto mensual de los hogares
por cuartiles de ingreso, desagregando juegos de azar y loterías (%)
Total 13 ciudades (1994-1995)

	1	2	3	4	Total
Resto de artículos	94,9	93,8	91,5	83,4	87,6
Seguros	0,0	0,0	0,1	0,5	0,3
Muebles, accesorios, apar. domést.	2,4	2,6	2,6	2,0	2,3
Equipo de transporte personal	0,3	0,5	1,1	5,8	3,6
Apuestas, juegos de azar y loterías	0,18	0,16	0,16	0,06	0,11
Artículos de joyería	0,3	0,4	0,4	0,4	0,4
Inter. pagados por prést. consumo	0,4	0,3	0,3	0,3	0,3
Valores, títulos finan., acciones, etc.	0,0	0,0	0,0	0,9	0,5
Dinero a término fijo	0,0	0,0	0,5	1,6	1,0
Dinero prestado a otras personas	0,3	0,2	0,9	0,9	0,7
Dinero ahorrado en el mes pasado	1,2	2,0	2,5	4,1	3,2
Total	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00

Fuente: Cálculos del CID a partir de la Encuesta de Ingresos y Gastos del DANE 1984-1985.

millones; sin embargo, para el mismo año y la misma zona, la Superintendencia de Salud calculó un valor de ventas de \$126.818 millones. Estas divergencias y la falta de certeza en cuanto al verdadero valor de las ventas de esta actividad, incide negativamente en la capacidad de negociación del Estado con los empresarios del chance" (Rubio, 1998, p. 3). Henao y Patarroyo (1999) estiman que entre 1993 y 1996 la venta de chance se cuadruplicó. El ritmo de crecimiento de las ventas del chance no se refleja en las rentas cedidas

porque los niveles de evasión son muy grandes. Algunas de las prácticas que facilitan la evasión son: el chance "blanco", el formulario "gemelo" y la aceptación de apuestas mayores a las permitidas. Los premios reglamentados del chance son: i) acierto de la última cifra, \$5 por cada \$1; ii) acierto de las dos últimas cifras, \$50 por cada \$1; iii) acierto de las tres últimas cifras en orden, \$400 por cada \$1; iv) acierto de las tres últimas cifras en desorden, \$250 por cada \$3, y v) acierto de las cuatro cifras en orden, \$5.000 por cada \$1 (Henao y Patarroyo 1999, p. 28).

<p align="center">Cuadro 6 Gasto mensual, promedio hogar, por cuartiles de ingreso, desagregando juegos de azar y loterías Total 13 ciudades (1994-1995) Pesos corrientes</p>					
	1	2	3	4	Total
Resto de artículos	383681,2	579286,3	857818,2	2338636,5	1039866,4
Seguros	150,6	284	778,8	10524,2	2934,5
Muebles, accesorios, apar. domést.	9117,3	15320,4	22030,6	47654,1	23530,8
Equipo de transporte personal	1079,7	3093,7	9298,5	136250,6	37431,2
Apuestas, juegos de azar y loterías	691,7	915,6	1351,6	1480,6	1109,9
Artículos de joyería	1064,7	2049,4	3792,8	9723	4157,5
Inter. pagados por prést. consumo	1519,9	1620,6	2513	7072	3181,4
Valores, títulos finan., acciones, etc.	41,1	102,1	333,7	21022,8	5375
Dinero a término fijo	11,1	185,3	4402,8	37385,7	10496,4
Dinero prestado a otras personas	1124,6	940,9	7607,2	20462,8	7534,1
Dinero ahorrado en el mes pasado	4766,2	11338,1	21022,3	96675,1	33450,9

Fuente: Cálculos del CID a partir de la Encuesta de Ingresos y Gastos del DANE 1994 -1995.

que sea la cifra que se tome, es evidente que hay una subestimación en la Encuesta de Ingresos y Gastos. No obstante esta subestimación, la Encuesta de Ingresos y Gastos es pertinente para evaluar la estructura y, como veremos más adelante, las características de la demanda.

Entre 1984 y 1994 (cuadros 3 y 5) la participación de las loterías en el consumo total aumentó ligeramente, de 0,10% a 0,11%. Este cambio se explica, principalmente, por la mayor participación del cuartil 4, ya que los demás cuartiles redujeron su participación⁵. De acuerdo con los estándares internacionales, la importancia que tiene el consumo de lotería en los hogares colombianos es relativamente baja. Las cifras de Henao y Patarroyo (1999, p. 7) indican que en España la participación del consumo de lotería con respecto al ingreso per cápita es cinco veces mayor que en Colombia.

De la misma manera que el cuadro 4, el cuadro 6 presenta el gasto mensual, promedio por hogar. El monto correspondiente a loterías y juegos de azar es \$1.109. El valor va creciendo con los cuartiles.

Para conocer la forma como varía la demanda de lotería cuando cambia el gasto de cada hogar, hemos estimado dos sistemas de demanda: el del modelo

Working y Leser (WL), y el Sistema Lineal de Gasto (SLG). De acuerdo con los resultados del modelo WL, la elasticidad de la demanda de lotería con respecto al gasto es de 1.0778. Ello significa que por cada aumento de un 1% en el gasto, el consumo de lotería crece 1,07%. Así que la demanda de lotería es unitaria: aumenta al mismo ritmo que el gasto. Tiene sentido, entonces, pensar en que la demanda de lotería responde a hábitos. La elasticidad va aumentando a medida que se avanza en los cuartiles. Entre las personas del cuartil 1 la elasticidad es de 1,57. En el cuartil 2 es de 1,4. En el cuartil 3 baja a 1,1. Y, finalmente, en el cuartil 4 es de 0,70. Esto significa que la elasticidad es más fuerte en los hogares de ingresos bajo y medio-bajo.

La aversión al riesgo se refleja, especialmente, en la escogencia entre loterías. La combinación de la compra consuetudinaria y de la compra riesgo mostraría que la demanda no se estimula únicamente modificando el plan de premios. Es necesario, además, crear incentivos que halen la compra consuetudinaria. En el Sistema Lineal de Gasto la elasticidad de la demanda de lotería se reduce a la mitad. La elasticidad con respecto al gasto es de 0,54% y con respecto al ingreso es 0,40%. Y también de acuerdo con el Sistema Lineal de Gasto, la elasticidad precio de la demanda de lotería es baja⁶. Esta constatación favorece la hipótesis de la

5. El resultado de las estimaciones de Henao y Patarroyo (1999, p. 6) es similar al nuestro. En 1995 el 0,5% del gasto de las familias se destina a las loterías y el 0,4% al chance.

6. Otros estudios, como el de Henao y Patarroyo (1999) estiman una elasticidad precio de la lotería cercana a -0,20.

compra consuetudinaria, ya que el consumidor no es muy sensible al precio. Para modificar la demanda consuetudinaria es necesario cambiar el tipo de juegos. En las condiciones actuales las diferentes loterías están luchando por aumentar su participación en un mercado que ha perdido dinamismo.

Relación entre la oferta y la demanda de lotería

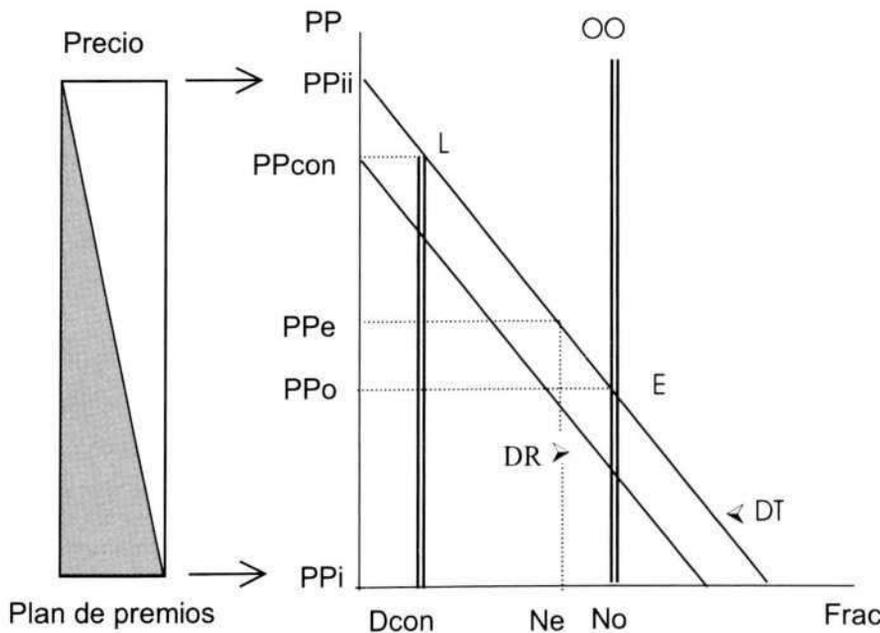
En la figura 2 representamos una versión simplificada del mercado de loterías. Las interacciones corresponden a diversos momentos de estática comparativa. El análisis se desarrolla con suficiente nivel de generalidad como para que sea aplicable al conjunto de loterías.

La oferta OO es fija porque en el corto plazo las loterías no modifican la cantidad de fracciones emitidas, ya que ello implicaría variar el plan de premios. Ya decíamos que la demanda obedece a dos

principios: el hábito (demanda consuetudinaria) y la aversión al riesgo. Mientras el primer tipo de demanda no depende del plan-precio (PP), el segundo sí. El punto Dcon corresponde a la demanda consuetudinaria, que en virtud de su estabilidad la hemos representado por una línea vertical. A pesar de que la demanda consuetudinaria no responde ante cambios en el plan de premios o los precios, la curva no es completamente inelástica. En situaciones extremas, cuando los precios son muy altos y/o el plan de premios es muy bajo, (punto PPcon), es posible que la demanda consuetudinaria reaccione y tienda a decrecer hasta ubicarse en cero, tal y como lo sugiere la figura: la demanda pasa del punto L a PPcon. De hecho, en el segmento de combinación PP por encima de Ppcon-L, la demanda consuetudinaria empieza a comportarse como una demanda de riesgo.

La línea interior con pendiente negativa es la demanda de riesgo (DR). Los movimientos a lo largo de

Figura 2
Versión simplificada del mercado de loterías



La gráfica del lado izquierdo representa la relación entre el plan de premios y el precio. El piso y el techo corresponden a las situaciones extremas. Abajo el plan de premios es muy alto y el precio es cero (Ppi). Arriba el plan de premios es cero y el precio es muy alto (Ppii).

El eje horizontal de la gráfica del lado derecho representa el número de fracciones (Frac). El eje vertical corresponde a una combinación entre el plan de premios y el precio de la fracción o billete que denominamos plan-precio (PP). Dado un plan de premios, los movimientos sobre el eje PP dependen de los cambios en el precio.

La línea vertical OO representa la oferta. Suponemos que la oferta, o emisión de fracciones, es fija en el punto No.

Dcon es el número de fracciones correspondiente a la demanda consuetudinaria. DR es demanda de riesgo, DT es demanda total, que es la suma de Dcon y DR.

PPe es el plan-precio efectivo. Ne corresponde al número de fracciones efectivamente demandadas.

PPo es el precio de equilibrio, No es la demanda de equilibrio.

la curva DR dependen de PP. Dado un plan de premios, si el precio de la fracción baja (sube), la cantidad demandada aumenta (disminuye).

$$PP = \frac{\text{Precio fracción}}{\text{Valor plan premios}} \quad (1)$$

Si el valor del plan de premios no se modifica, el PP es determinado por los cambios en el precio de la fracción. Si el valor del plan de premios es máximo y el precio de la fracción es mínimo (PPi), la demanda DR llega a su punto más alto. La relación entre el precio de la fracción y el plan de premios se observa en el rectángulo de la parte izquierda de la figura 2. En PPii el precio de la fracción alcanza su punto más alto y el valor del plan de premios llega a su nivel más bajo. En tales condiciones la demanda es cero. Por el contrario, en el extremo inferior (PPi), en donde se combina el mayor plan de premios con un precio de la fracción igual a cero, la demanda supera ampliamente la oferta. La demanda total (DT) es la suma de las demandas consuetudinaria y de riesgo (DT = Dcon + DR).

En el punto E la oferta es igual a la demanda (No). Suponemos que este equilibrio es óptimo. Aunque lo ideal es que la lotería venda toda la emisión,

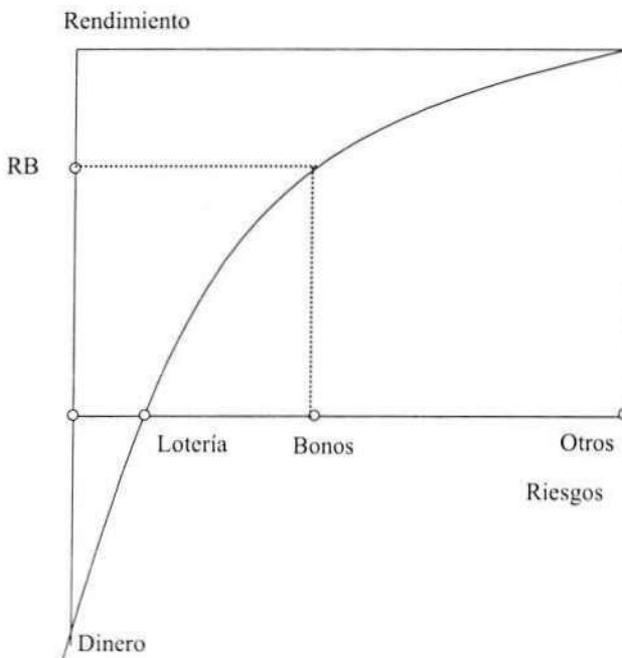
normalmente la oferta supera la demanda. A la demanda efectiva la hemos llamado Ne y al precio correspondiente, PPe. Obsérvese que $Ne < No$ y $Ppe > Ppo$.

Riesgo, lotería y otros activos

En la figura 3 el eje horizontal representa el riesgo medido por la cantidad de dinero invertido. El eje vertical corresponde al rendimiento ponderado por la probabilidad. Esta aclaración es importante por cuanto en la evaluación de cada activo, el agente no sólo tiene en cuenta el rendimiento ofrecido sino la probabilidad de obtenerlo. El dinero tiene un rendimiento negativo porque en un ambiente inflacionario va perdiendo poder adquisitivo. La gran ventaja del dinero es su liquidez inmediata. La lotería tiene un riesgo muy bajo (la inversión que hace el comprador de lotería es pequeña) y rendimiento alto (un elevado valor del plan de premios), pero la probabilidad de ganar es cercana a cero⁷. El chance tiene un comportamiento similar al de la lotería, aunque la probabilidad de ganar es mayor.

7. La probabilidad de retorno para el inversionista en la Lotería de Bogotá es de 10^{-5} .

Figura 3
La relación entre el rendimiento y la compra de lotería.



El eje horizontal representa la cantidad consumida y el eje vertical el rendimiento-probabilidad. La lotería tiene un riesgo muy bajo. A medida que avanzamos hacia el lado derecho del eje horizontal los activos van siendo más riesgosos.

El premio óptimo

Estimamos un modelo de corte transversal para 1991⁸. La definición del premio óptimo debe tener en cuenta las variables frente a las cuales es más sensible el apostador. El diseño de un plan de premios exige conocer, entre otros factores, el perfil del consumidor, sus expectativas y los determinantes de su demanda consuetudinaria.

De acuerdo con nuestros cálculos (cuadro 7), el día de juego es una variable determinante para el éxito en la venta sobre emisión de las loterías. El mayor coeficiente corresponde al jueves, que es el día más vulnerable para realizar los sorteos. La Lotería de Bogotá, que es la de mayor ventas (cuadro 1), juega los jueves. Ello significa que las demás loterías, si deciden jugar el jueves, deben someterse a una competencia mayor que la que tendrían otros días de la semana.

Hay una relación positiva entre las ventas y el número de series. Ésta es una expresión de la ilusión monetaria del jugador. No sería conveniente pensar en un plan de premios óptimo basado en un aumento del número de series porque esta lógica llevaría a incrementar, aún más, la brecha entre la emisión y las ventas.

La brecha entre la emisión y las ventas es un problema del conjunto de loterías. De acuerdo con las estimaciones de la Supersalud, en el primer semestre de 1999 la lotería que tuvo la más alta relación ventas/emisión fue la de Boyacá, que vendió el 50% de la emisión. Le siguen, en su orden, la Cruz Roja (40,3%), Cundinamarca (37,3%), Nueve Millonaria (37,2%), Santander (29,6%), Bogotá (22%). El diagnóstico de la Supersalud es contundente: "...las emisiones de billetes de las entidades son excesivamente grandes". Rodríguez (1997, p. 293) estima que para el conjunto de las loterías, el 60% de la emisión no se vende.

El valor total del plan de premios es significativo y con el signo esperado. La relación entre el valor de la fracción y las ventas también es negativa. La cantidad de secos tiene un impacto negativo en las ventas.

Variab	Coefic.	Err. est.	β	t	Sig.
Const.	40,8	2,7		15,246	0,000
Dj1	-24,3	3,9	-0,86	-6,19	0,000
Dj2	-26,9	6,7	-0,85	-3,9	0,001
Dj3	-21,5	3,7	-0,83	-5,8	0,000
Nser	0,0075	0,041	0,37	1,82	0,090
VTp	1,8E-8	0,00	1,099	3,4	0,005
Nsec	-0,0068	0,037	-0,402	-1,8	0,086
Pfrac	-0,00113	0,003	-1,034	-3,9	0,002
DW	2,052				
R ² ajust.	0,66				

Fuente: Cálculos del CID a partir de la Superintendencia de Salud.

Perfil del comprador

La figura 4 relaciona la compra de lotería con el sexo del jefe del hogar y el cuartil. Es mayor la demanda de lotería en los hogares con jefatura masculina. Esta constatación coincide con los hallazgos de Rubio (1998, p. 6). El autor concluye que se corrobora el patrón típico que "...asocia a los hombres con mayores actitudes hacia el riesgo". La hipótesis de Rubio plantea dos problemas diferentes: uno es que los hogares con jefatura masculina compran más

lotería que los hogares con jefatura femenina, y otro, que los hombres tengan menor aversión al riesgo que las mujeres. La distinción depende de la forma como se interrelacionan la compra consuetudinaria y la compra riesgo.

De la figura 4 se desprende otra conclusión: la mayor demanda se ubica en el cuartil 3. Este dato también podría ser compatible con el de Rubio (1998). Sin embargo, debe tenerse en cuenta que las metodologías no son iguales, porque la investigación de

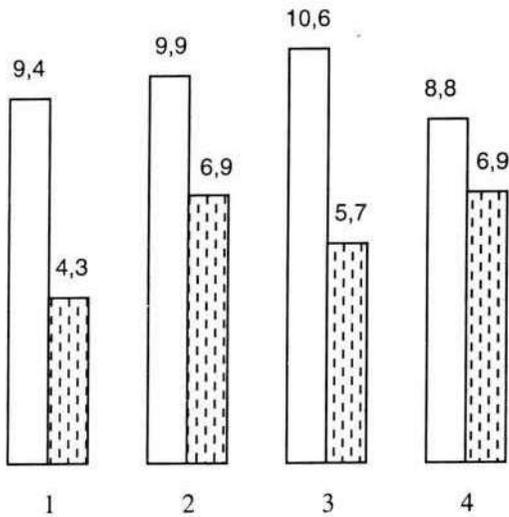
8. La función es

$$V = f(Dj, Bie, Nser, Pfrac, Nfrac, Vpm, VTp, Nsec, Apx)$$

V representa la relación entre las ventas y la emisión; Dj es el vector de variables dummy que indexa el día de juego; Bie es el número de billetes emitidos; Nser es el número de series; Pfrac es el precio de la fracción; Nfrac es el número de fracciones por billete; Vpm es el valor del premio mayor indexado; VTp es el valor del plan de premios; Nsec es el número de secos; Apx es el número de aproximaciones. Para correr el modelo comparamos los planes de premios de las loterías en 1999. No incluimos el último cambio del plan de premios de la Nueve Millonaria.

Figura 4

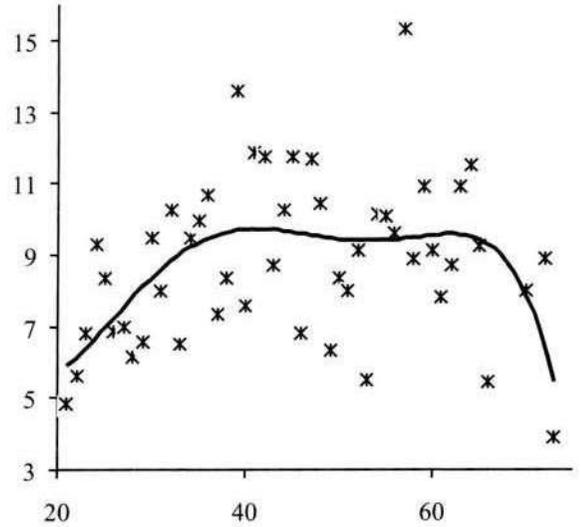
Porcentaje de hogares que gastan en loterías o juegos de azar, según sexo del jefe y cuartil de ingresos
Total 13 ciudades (1994-1995)



Los números de la base representan los deciles. Las barras blancas corresponden al porcentaje de hogares con jefatura masculina. Las barras punteadas representan los hogares con jefatura femenina

Figura 5

Porcentaje de hogares que gastan en loterías o juegos de azar, según edad del jefe
Total 13 ciudades (1994-1995)

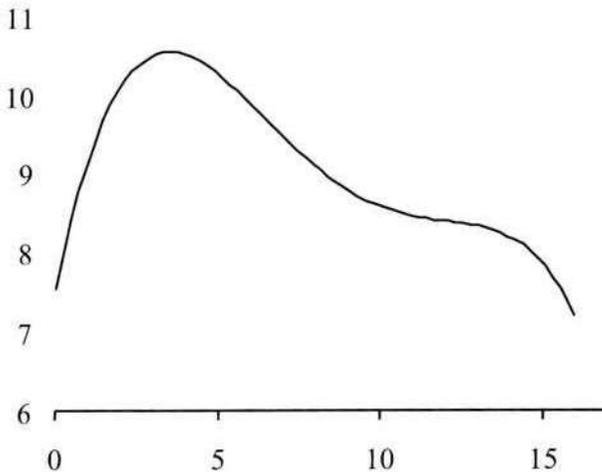


El eje vertical representa el porcentaje de hogares y el eje horizontal, la edad del jefe.

Fuente: Cálculos del CID a partir de DANE, Encuesta de Ingresos y Gastos 1994-1995.

Figura 6

Porcentaje de hogares que gastan en loterías o juegos de azar, según años de educación del jefe
Total 13 ciudades (1994-1995)



El eje vertical representa el porcentaje de hogares y el eje horizontal, los años de educación del jefe.

Fuente: Cálculos del CID a partir de DANE, Encuesta de Ingresos y Gastos 1994-1995.

Rubio deja por fuera los estratos extremos. Además, el estrato 3 de Rubio no es igual al cuartil 3 nuestro. De todas maneras, Rubio encuentra que la mayor demanda de chance está localizada en el estrato 3. No obstante la diferencia de aproximaciones, nuestros resultados y los de Rubio apuntan en la misma dirección: la clase media, en sentido amplio, compra más lotería que los pobres o los ricos.

La figura 5 ofrece otra característica que ayuda a elaborar el perfil: con respecto a la edad del jefe, la demanda de lotería tiene la forma de una U invertida. Los hogares con jefes jóvenes o viejos compran menos lotería que los hogares en los que el jefe tiene entre 45 y 55 años.

De acuerdo con los resultados de la figura 6 la demanda de lotería disminuye con los años de educación. Entre los hogares cuyo jefe tiene 15 años de educación, el 7% compra lotería. El porcentaje es mayor (10,5%) entre los hogares cuyo jefe tiene menos de 5 años de educación. A partir de estos datos no tendría mucho sentido concluir que los hogares más educados tienen más aversión al riesgo que los no educados. La explicación habría que buscarla, más bien, por el lado de la demanda consuetudinaria.

La figura 7 relaciona el porcentaje del gasto que destina el hogar a la compra de lotería con la edad del jefe. Esta relación complementa la que presentamos en la figura 5. La diferencia entre las figuras 5 y 7 radica en que la primera incluye en el eje vertical el porcentaje de hogares y la segunda, el porcentaje de gasto. Los hogares en los que el jefe tiene una edad cercana a los 55 años destinan, en promedio, un porcentaje mayor del gasto total a la compra de lotería que el resto de hogares.

Para determinar el perfil del comprador de lotería hemos realizado dos ejercicios adicionales. El primero consiste en medir la probabilidad de que alguna persona con determinadas características compre lotería. Este análisis se hace mediante un modelo probit de la forma

$$y_1 = \beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_{ij} + \mu_i$$

$$y_1 = \begin{cases} 1 & \text{si } y^* > 0 \\ 0 & \text{en los otros casos} \end{cases} \quad (2)$$

y^* es la probabilidad de comprar lotería, x son las diferentes variables independientes: edad, sexo, educación, etc.

El segundo ejercicio incluye como variable dependiente el consumo de lotería, y como independientes las características de los consumidores.

$$g_i = \alpha_0 + \sum_{j=1}^k \alpha_j x_{ij} + \mu_i \quad (3)$$

g_i es el gasto en lotería del individuo i .

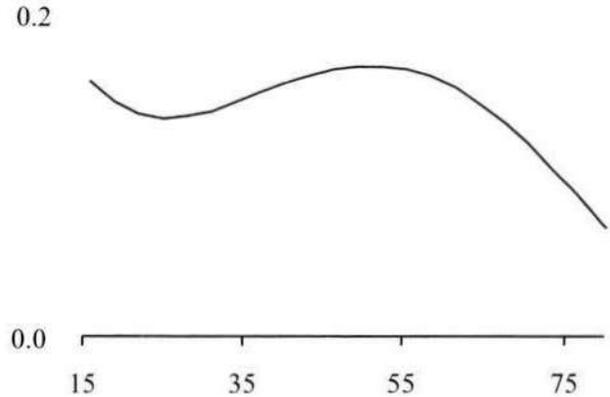
El estudio de Stranahan y Borg (1998) resume la discusión que existe alrededor de la conveniencia de utilizar las funciones 2 y 3 para el análisis de los determinantes de la demanda de loterías. Los autores proponen un modelo que combina 2 y 3. Nosotros hicimos las estimaciones de manera separada (cuadro 8).

Los factores que determinan la probabilidad de comprar lotería no son los mismos que definen la cantidad demandada. De ahí la pertinencia del debate reseñado por Stranahan y Borg (1998).

La mujer tiene una mayor propensión a comprar lotería, pero gasta menos que el hombre. No hay una relación estadísticamente significativa entre los años de educación del jefe del hogar (Años educ.) y la demanda de lotería. De acuerdo con este resultado, la

Figura 7

Porcentaje del gasto del hogar destinado a las loterías y los juegos de azar según edad del jefe
Total 13 ciudades (1994-1995)



El eje vertical representa el porcentaje de gasto y el horizontal la edad del jefe.

Fuente: Cálculos del CID a partir de DANE, Encuesta de Ingresos y Gastos 1994-1995.

tendencia descendente del segundo tramo de la curva de la figura 6 debe interpretarse con precaución. Los cuartiles de gasto (Cuar1, Cuar2, Cuar3) son variables dummy, siendo el cuartil 4 (Cuar 4) la variable de referencia. Los resultados de los signos son consistentes

Cuadro 8

Signos de las variables significativas de los modelos probit (ec. 2) y de consumo (ec. 3)

Var	β_j	α_j
Mujer	+	-
Años educ.	+	
Cuar1	+	-
Cuar2	+	-
Cuar3	+	-
Profesión	+	
Asalariado	+	
Gran ciud.	+	+
No. person.	-	+
Desemple.		-

Fuente: Cálculos del CID a partir de la Encuesta de Ingresos y Gastos 1994-1995

con los porcentajes del cuadro 5. La probabilidad de comprar lotería aumenta si la persona es profesional (Profesión) o asalariado. El vivir en una gran ciudad (Gran ciud.) tiene, en ambos casos, signo positivo. Los hogares con un elevado número de personas (No. Person.) no son propensos a comprar lotería, pero cuando lo hacen, el gasto en lotería guarda una relación positiva con el tamaño del hogar. Finalmente, hay una interacción negativa entre el gasto en lotería y el desempleo del jefe del hogar (Desemple.).

Impacto fiscal de los juegos de azar

Ya comentábamos que frente a las dificultades fiscales, el Gobierno está pensando en la posibilidad de incrementar los recursos del Estado a través de la creación de nuevos juegos de azar (Ministerio de Hacienda 1999, Ecosalud 1999, 1999 b).

Las rentas cedidas representaron en 1998 el 11,9% de la financiación de la salud (cuadro 9), y dentro de las rentas cedidas, el aporte de las loterías y del chance representó el 41,7%. Los cuadros 10 y 11 muestran la evolución de las rentas cedidas. La participación de los licores alcanza su punto máximo en 1992

Situado fiscal	928265	25,9
Part. Munic.	545263	15,2
Rentas Munic.	612529	17,1
Rentas cedidas	425417	11,9
Fosyga	825594	2,0
Otras transf.	249655	7,0
Total	3586723	100,0

Fuentes: Cálculos del CID a partir de DNP y Superintendencia de Salud.

cuando llega al 44,2%. El porcentaje correspondiente a las beneficencias y loterías pasa de 49,9% en 1980 a 41,7% en 1998, sumando loterías y chance. Progresivamente se está creando un desfase entre, de un lado, el rápido aumento de los gastos en salud y seguridad social y, del otro, el rezago de las transferencias provenientes de los juegos de azar.

Las apuestas permanentes, o chance, comienzan a aportar recursos a partir de 1983, y Ecosalud, a partir de

	1980	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989
Licores	878	1308	1478	1712	2060	2089	4307	7268	13085	17993
Cerveza	970	1413	1987	2476	2850	3535	4713	6405	8870	10119
Benf. y Lot.	1846	1859	2384	2958	2043	3637	4701	5528	7297	7861
Ap. Perm.	0	0	0	559	887	958	1022	1446	1989	2464
IRA*	4	210	406	1050	1708	2233	2236	2747	3964	4525
Ecosalud	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Total	3698	4790	6255	8755	9548	12452	16979	23394	35205	42962
	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	
Licores	26954	36260	48778	53339	63605	82119	90814	95442	109344	
Cerveza	15821	21565	29394	32226	43205	56641	71222	85352	101980	
Benf. y Lot.	10781	13544	17014	49019	73741	102696	97076	101552	112475	
Ap. Perm.	3182	4143	5393	7038	14075	20885	29076	44362	65157	
IRA	5880	7613	9856	23147	34276	44173	39291	33678	21146	
Ecosalud	0	0	0	4531	8012	6580	6006	9445	16290	
Total	62618	83124	110436	169300	236914	313094	333485	369831	426392	

* IRA es impuesto de registro y anotación.
Fuente: Cálculos del CID a partir de Contraloría y Ministerio de Salud.

Cuadro 11
Rentas cedidas por las loterías al sector salud (1993-1998)
Millones de pesos corrientes

	1993	1994	1995	1996	1997	1998
Bogotá	2851,9	5398,1	7856,1	8484,0	11001,6	13074,9
Medellín	3997,7	6475,3	8347,8	6229,0	6120,5	13061,5
9 Millonaria	11328,3	15367,3	24534,5	21694,9	17848,5	10821,1
Valle	4319,7	6511,5	8333,1	6608,2	8391,2	8829,2
Boyacá	2161,1	2460,6	3188,6	4623,6	5035,8	7233,7
Cruz Roja	1868,8	4674,4	5807,0	6239,8	5422,1	6442,3
Cundinamarca	2299,3	4104,8	10894,6	5403,0	3942,2	6001,7
Manizales	1237,0	2803,8	3512,8	3771,0	3734,7	5361,3
Santander	1428,9	2128,3	2710,6	4441,7	7158,3	5149,5
Quindío	1040,6	1454,9	1684,7	3474,9	3651,1	4056,4
Tolima	1084,4	1942,8	1963,3	2639,4	4537,	4018,0
Atlántico	814,1	3302,4	2566,4	2086,7	2838,1	3646,4
Risaralda	1841,3	3263,8	3312,6	3072,5	2983,4	3352,7
Meta	940,6	1118,8	2252,3	2196,9	2478,6	2953,2
Cauca	1662,6	2052,2	2526,1	2463,7	3108,0	2945,1
Bolívar	1775,2	3177,8	3114,7	2652,2	2080,6	2805,8
Huila	0,0	74,9	1148,5	1555,8	1071,3	2465,4
Libertador	2920,1	593,4	1685,7	2249,5	2607,5	2323,
Cúcuta	1541,1	1741,1	1505,8	1083,6	1675,7	2162,5
Córdoba	537,6	1511,2	1177,8	1479,3	1558,1	1493,0
Vallenata	829,9	778,8	1408,6	1432,2	916,3	1130,4
Caquetá	479,0	399,6	485,9	521,6	1205,4	1020,3
Chocó	683,1	535,2	902,6	1208,9	1108,7	786,2
Nariño	705,0	1141,2	858,4	684,0	705,2	744,6
Sabanera	122,3	232,6	360,0	363,0	372,1	545,4
Guajira	549,7	496,6	557,7	417,2	0,0	51,0
Total	49019,0	73741,5	102696,0	97076,5	101552,0	112475,3

Nota: Las loterías han sido ordenadas, de mayor a menor, en función del valor de las rentas cedidas en 1998.

Las transferencias están compuestas por: impuestos a ganadores, impuesto a foránea, utilidades de sorteos extraordinarios, utilidades de sorteo ordinario, impuestos a ganadores de sorteo extraordinarios.

Fuente: Cálculos del CID a partir de la Superintendencia de Salud.

1993. Estos nuevos aportantes tienen un efecto positivo en el crecimiento de las rentas cedidas. En dichos años las rentas cedidas aumentan en pesos constantes. En general, en términos constantes, las rentas cedidas crecen entre 1980 y 1995. A partir de 1996 se observa una caída, que es especialmente notoria en licores, loterías e impuesto de registro y anotación (IRA). Las loterías y apuestas permanentes presentan un crecimiento mayor en los noventa que en los ochenta.

A pesar de que las apuestas permanentes son una fuente de ingresos muy dinámica, hay evidencias de que la evasión sigue siendo alta⁹. El cuadro 11 muestra la evolución que han tenido las rentas cedidas de las

9. "El chance aporta apenas el 24% de la renta pública global de los juegos de azar, pese a que absorbe alrededor de la mitad de las ventas totales, en el cálculo más pesimista" (Rodríguez, 1997, p. 297).

Cuadro 12
Relación entre las rentas cedidas por las loterías y las ventas (1993-1998)

	1993	1994	1995	1996	1997	1998
Sabanera	15,82	16,41	19,79	19,31	16,43	75,18
Caquetá	77,55	70,68	72,23	24,88	80,91	71,75
Medellín	35,91	47,22	49,23	26,13	23,39	45,29
Valle	36,30	48,99	52,36	35,11	39,10	38,02
Cruz Roja	20,73	38,50	40,78	39,70	31,31	37,42
Tolima	30,53	42,26	32,66	27,90	41,26	34,94
Risaralda	42,12	59,60	51,55	44,41	35,83	33,17
Cundinamarca	17,13	26,90	56,60	28,87	21,35	30,34
Manizales	18,65	31,92	34,38	32,73	26,10	30,10
Atlántico	13,41	41,91	27,35	21,72	24,92	29,35
Cúcuta	42,53	37,01	26,39	15,15	20,89	28,13
Bogotá	14,94	23,81	28,57	21,58	32,27	27,72
Meta	24,85	22,20	33,83	26,92	24,15	27,66
Nariño	29,64	37,12	22,88	17,70	15,58	27,36
Huila	0,00	1,87	22,73	25,00	14,42	27,11
Quindío	44,07	46,95	41,11	35,15	27,27	26,26
Boyacá	19,07	15,80	15,66	20,50	16,03	22,94
Santander	19,12	23,66	22,86	22,30	26,89	20,60
Córdoba	17,45	39,97	26,58	22,41	22,83	20,34
Bolívar	26,87	40,96	34,90	21,85	14,95	20,02
Vallenata	25,37	17,24	25,21	32,61	17,51	19,35
9 Millonaria	23,01	25,61	33,54	30,24	31,07	18,74
Cauca	26,86	26,17	26,19	19,61	21,24	15,51
Libertador	46,45	7,18	17,40	19,50	17,07	15,15
Chocó	18,24	11,50	14,35	15,38	12,44	8,61
Guajira	26,39	20,44	23,84	15,36	0,00	4,67
Total	24,38	29,55	33,57	26,58	25,89	26,66

Nota: Las loterías han sido ordenadas, de mayor a menor, en función de la participación correspondiente 1998.

Fuente: Cuadros 1 y 11.

loterías entre 1993 y 1998. Diez loterías, de las 26 existentes, generan el 72% de los ingresos fiscales transferidos al sector de la salud. Por tanto, 16 loterías aportan únicamente el 28% de los recursos. La caída de la Nueve Millonaria llama la atención: entre 1993 y 1996 su participación en las rentas cedidas bajó del 23% al 9,6%.

El cuadro 12 muestra la relación entre las rentas cedidas y las ventas. El mayor porcentaje corresponde a 1995 (33,57%) y el menor, a 1994 (24,38%). Rodríguez (1997, p. 288) muestra que de acuerdo con los patrones internacionales, "...la porción del soberano ronda el 32%". La enorme dispersión que se observa entre

loterías y en una misma lotería de un año al otro, merece un análisis cuidadoso.

La Supersalud (1999, p. 17) calcula que durante el primer semestre de 1999, el margen de cumplimiento de las rentas cedidas frente a las disposiciones legales fue, para el conjunto de las loterías, de apenas un 13,5%. La entidad que se acerca más a la norma es la Lotería de Medellín que tiene un margen de cumplimiento del 73%. Este año, a junio de 1999, la Nueve Millonaria todavía no había girado nada al sector salud. El margen de cumplimiento de la Lotería de Bogotá es de 25%. Las loterías que no están transfiriendo rentas al sector salud no tienen razón de ser: no

cumplen su finalidad de ser fuentes de generación de recursos para la salud (Rodríguez 1997)¹⁰.

Conclusiones

1. La emisión de billetes excede considerablemente las ventas. En algunas loterías la brecha es mayor que en otras. Este problema es fundamental, primero, porque tiene una relación directa con el plan de premios, ya que éste se fija en función del número de billetes y fracciones emitidos. Si la emisión aumenta en presencia de una demanda consuetudinaria relativamente inelástica, la distancia entre la oferta y la demanda continuará ampliándose. Segundo, porque afecta los principios fundantes del juego justo. No sólo la emisión es excesiva con respecto a la demanda sino que, además, en algunas oportunidades ni siquiera se alcanzan a imprimir todos los billetes. Tercero, porque la emisión excedentaria aumenta los costos de la impresión. Estos mayores costos reducen los márgenes de ganancia de las loterías.
2. La emisión debe ajustarse mejor a las ventas.
3. La caída relativa de la demanda (cuadro 1) y la crisis financiera, muestran que en las condiciones actuales, las loterías no tienen la vitalidad necesaria para solucionar los problemas fiscales del sector salud.
4. Hay discriminación impositiva. De un lado, el tratamiento a las foráneas es inequitativo, y, de otra parte, las loterías pagan un impuesto diferente al chance. Esta heterogeneidad termina siendo favorable a este último. Desde la perspectiva fiscal esta discriminación no es conveniente.
5. La demanda de loterías ha perdido dinamismo. En los últimos años ha habido una disminución de la participación de las ventas de las loterías en el PIB. Esta disminución obedece a un agotamiento estructural de la demanda, que se manifiesta en los hechos siguientes: i) La demanda consuetudinaria prima sobre la demanda de riesgo; ii) Los cambios en el plan de premios y en los precios tienen un límite máximo que se expresa en la incapacidad de atraer nuevos compradores.

6. Dada la saturación de la demanda, el aumento de las ventas de una determinada lotería se refleja en la caída de las ventas de otra u otras loterías. En los últimos años, las loterías de Bogotá y Cundinamarca han venido ganando mercado frente a las demás loterías, en especial Valle y Santander. Una de las alternativas de aumentar la demanda las loterías en Colombia es conquistando nuevos mercados, particularmente en los niveles medios y altos.
7. Las ventas como porcentaje de la emisión son afectadas de manera positiva por el monto total de premios y por el menor valor de la fracción. Variables como gasto en publicidad, número de fracciones y número de secos no parecen tener una relación positiva con el porcentaje de ventas sobre emisión.
8. Pese a la incidencia que tiene el plan de premios en las ventas, los gestores de la lotería no le han dado la relevancia que merece. El plan de premios debe elaborarse de tal manera que el usuario pueda interpretarlo con facilidad. Además, debe equilibrar los premios entre los de mayor y menor cuantía.
9. El comprador habitual de lotería es principalmente de género masculino, con un nivel de escolaridad de entre 0 y 5 años de educación, está entre los 40 y 60 años de edad y pertenece a los tres primeros cuartiles de ingresos.
10. Gracias a las nuevas tecnologías, las loterías *on-line* han modernizado la distribución, diversificando los canales de venta. En cambio, las loterías *off-line* (todas las loterías en Colombia), siguen amarradas a los sistemas tradicionales de distribución. Es urgente dar pasos que permitan modificar la tecnología actual.

Anexo 1. Riesgo y loterías

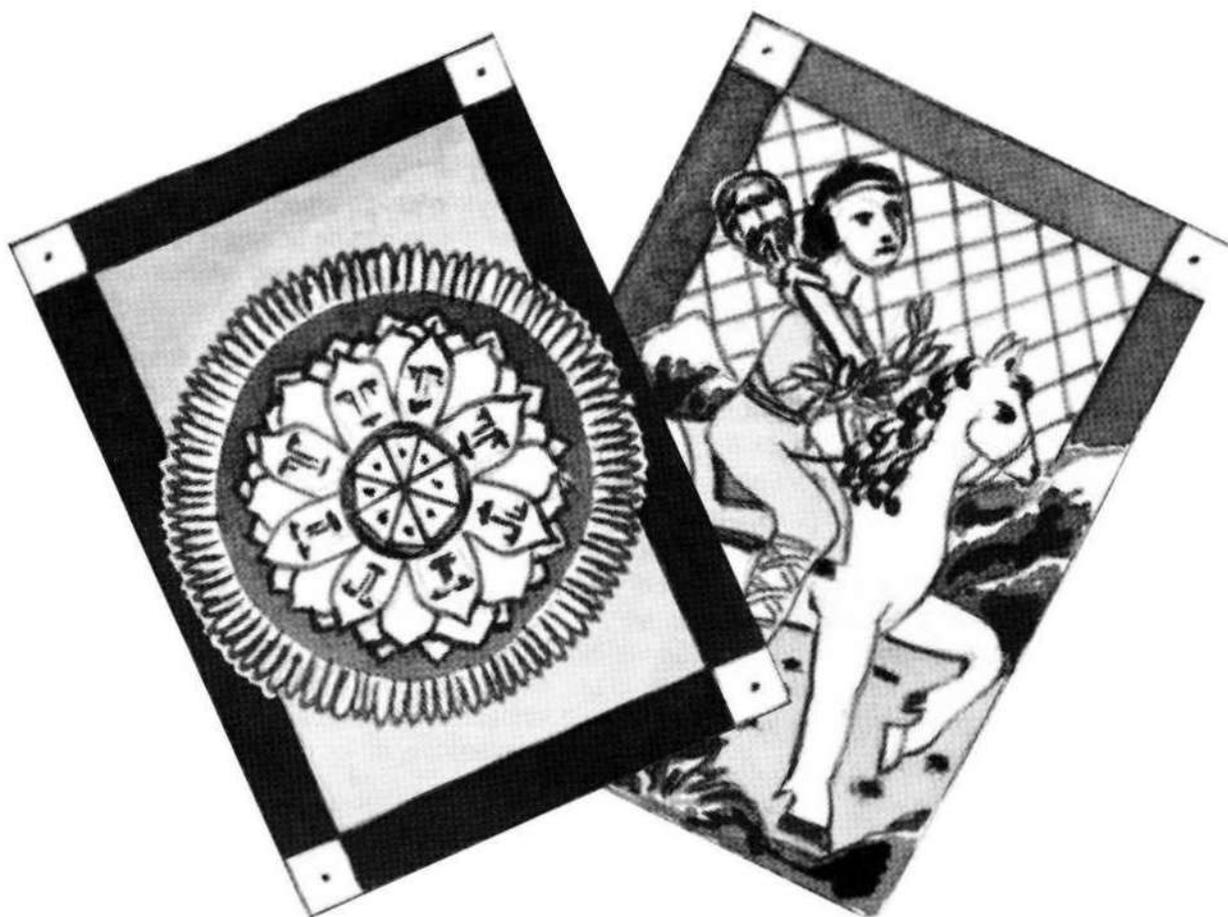
La probabilidad de que un determinado número (billete) sea seleccionado al azar entre un total de N posibles es $1/N$. Puesto que hay un premio mayor de $\$p_m$, n premios secos de $\$p_s$ cada uno, y m premios a las fracciones de $\$p_f$ cada uno, la probabilidad de que un determinado número sea premiado es:

$$\frac{n+m+1}{N} \quad (4)$$

Y el valor esperado de la utilidad es

$$\frac{1}{N} [u(p_m) + n u(p_s) + m u(p_f)] \quad (5)$$

10. En 1998, de las 26 loterías, 10 eran deficitarias (Cundinamarca, Nueve Millonaria, Boyacá, Antioquia, Bolívar, Libertador, Risaralda, Meta, Atlántico, Sabanera).



donde u continúa siendo la función de utilidad.

El comprador y la institución que ofrece el billete de lotería son las dos partes que intervienen en el juego. Al comprador le interesa maximizar la utilidad y a la empresa, la ganancia. Primero examinamos la lógica del comprador y después la de la lotería.

Si el demandante decide usar la lotería como un *stock* en un intervalo de tiempo T , el proceso de compra puede compararse con un mercado financiero que opera en los tiempos $t = 0, 1, 2, \dots, T$, en los que se transan dos activos: un bono libre de riesgo y un *stock*, que pueden representarse como $S^0 = (S_t^0)$ y $S^1 = (S_t^1)$, donde S_t^0 y S_t^1 son los retornos del bono y el *stock* en el momento t . La dinámica de estos procesos para cada t está regida por,

$$\begin{aligned} S_t^0 &= (1+r)S_{t-1}^0, & S_t^0 > 0 & \text{ y} \\ S_t^1 &= (1+p_t)S_{t-1}^1, & S_t^1 > 0 \end{aligned} \tag{6}$$

$r > 0$ es la tasa de interés. S_{t-1}^0 y S_{t-1}^1 son los precios de las inversiones al inicio del período t , y $p = (p_t)$ es una sucesión "aleatoria" donde cada término p_t puede

tomar solamente los valores -1 y b , con $b > r$. Esto indica que la inversión riesgosa, en caso de aumentar, debe ser más productiva que los bonos, y en caso de bajar conlleva la pérdida de la inversión. p_t equivale a

$$p_t = \frac{b-1}{2} + \frac{b+1}{2}\omega(t) \tag{7}$$

donde $\omega(t)$ es una variable aleatoria que toma los valores -1 y 1 con la misma probabilidad que p_t toma los valores -1 y b . La alternativa para el consumidor es invertir una parte del capital en bonos y otra en *stock*. Sean Θ_0^0 y Θ_0^1 las cantidades de bonos y *stock* que el inversionista adquiere en el momento $t = 0$; de esta forma el capital invertido es

$$C_0 = \Theta_0^0 S_0^0 + \Theta_0^1 S_0^1 \tag{8}$$

y $\Theta_0 = (\Theta_0^0, \Theta_0^1)$ es el portafolio del inversionista en el momento $t = 0$. En el momento $t = 1$, de acuerdo con los rendimientos obtenidos en el período, y teniendo presente la información y el comportamiento del mercado en el intervalo $[0, 1)$, el inversionista reinvierte su capital en la forma

$$C_1 = \Theta_1^0 S_1^0 + \Theta_1^1 S_1^1 \quad (9)$$

El incremento en el capital es

$$\Delta C_1 = C_1 - C_0 = \Theta_1^0 \Delta S_1^0 + \Theta_1^1 \Delta S_1^1 \quad (10)$$

al generalizar este fenómeno a cualquier instante t. A partir del comportamiento del mercado hasta el momento t - 1, el capital en t se reinvierte en la forma

$$C_t = \Theta_t^0 S_t^0 + \Theta_t^1 S_t^1 \quad (11)$$

Así, el portafolio $\Theta_t = (\Theta_t^0, \Theta_t^1)$ en t se construye con base en la información de los precios en t. El incremento del capital es,

$$\Delta C_t = \Theta_t^0 \Delta S_t^0 + \Theta_t^1 \Delta S_t^1 \quad (12)$$

Despejando e iterando la ecuación resultante, se encuentra la expresión para el capital en t,

$$\begin{aligned} C_t &= C_{t-1} + \Theta_t^0 \Delta S_t^0 + \Theta_t^1 \Delta S_t^1 \\ &= C_0 + \sum_{s=1}^t (\Theta_s^0 \Delta S_s^0 + \Theta_s^1 \Delta S_s^1) \end{aligned} \quad (13)$$

Esto es, el capital se forma a partir de los cambios en los precios de los bonos y los stock. Usando la ecuación (12), el incremento del capital es,

$$\begin{aligned} \Delta C_t &= \Theta_t^0 \Delta S_t^0 + \Theta_t^1 \Delta S_t^1 \\ &= \Theta_t^0 (r S_{t-1}^0) + \Theta_t^1 (\rho_t S_{t-1}^1) \\ &= r C_{t-1} + \Theta_t^1 S_{t-1}^1 (\rho_t - r) \end{aligned} \quad (14)$$

Desde la perspectiva de la empresa, la Lotería, que busca maximizar su ganancia, el proceso es similar. La Lotería opera en un mercado financiero en los tiempos $t = 0, 1, 2, \dots, T$. Supongamos que se transan dos activos: un bono libre de riesgo y un stock con procesos de precios $B = (b_t)$ y $E = (e_t)$ respectivamente, donde b_t y e_t son los retornos del bono y el stock en el momento t. La dinámica de estos procesos para cada t está regida por

$$\begin{aligned} b_t &= (1 + r) b_{t-1}, \quad b_0 > 0 \\ e_t &= (1 + \rho_{t-1}) e_{t-1}, \quad e_0 > 0 \end{aligned} \quad (15)$$

Como antes, $r > 0$ es la tasa de interés. b_{t-1} , e_{t-1} son los precios de las inversiones al inicio del período t. ρ tiene propiedades definidas en 7. Sean b_0 y e_0 las

cantidades de bonos y stock que el inversionista adquiere en el momento $t = 0$. El capital invertido es

$$C_0 = \alpha_0 b_0 + \beta_0 e_0 \quad (16)$$

$K_0 = (\alpha_0, \beta_0)$ es el portafolio en el momento $t = 0$. En el momento $t = 1$, el capital con los rendimientos, se convierte en

$$C_1 = \alpha_0 b_1 + \beta_0 e_1 \quad (17)$$

Basado en la información y el comportamiento del mercado en el intervalo $[0, 1)$, la empresa reinvierte su capital en la forma

$$C_1 = \alpha_1 b_1 + \beta_1 e_1 \quad (18)$$

El incremento del capital es

$$\Delta C_1 = \alpha_0 \Delta b_1 + \beta_0 \Delta e_1 \quad (19)$$

Al generalizar este fenómeno a cualquier momento t, teniendo en cuenta la situación del mercado en el momento t - 1, el capital se reinvierte en la forma

$$C_t = \alpha_t b_t + \beta_t e_t \quad (20)$$

El incremento del capital en el período $(t - 1, t]$ es

$$\Delta C_t = \alpha_{t-1} \Delta b_t + \beta_{t-1} \Delta e_t \quad (21)$$

Despejando e iterando,

$$\begin{aligned} C_t &= C_{t-1} + \alpha_{t-1} \Delta b_t + \beta_{t-1} \Delta e_t \\ &= C_0 + \sum_{s=1}^t (\alpha_{s-1} \Delta b_s + \beta_{s-1} \Delta e_s) \end{aligned} \quad (22)$$

El capital se forma a partir de los cambios en los precios de los bonos y los stock. Utilizando la recursión 21, el incremento del capital es

$$\begin{aligned} \Delta C_t &= \alpha_{t-1} \Delta b_t + \beta_{t-1} \Delta e_t \\ &= \alpha_{t-1} r b_{t-1} + \beta_{t-1} \rho_{t-1} e_{t-1} \\ &= r C_{t-1} + (\rho_{t-1} - r) \beta_{t-1} e_{t-1} \end{aligned} \quad (23)$$

Para la estimación de la ecuación (23) es necesario disponer de la información del balance.

Anexo 2. Sustitución entre loterías

En condiciones de incertidumbre, a cada juego se le asocian los premios (p_1, p_2, \dots, p_k) y las probabilidades respectivas $(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_k)$.

La figura 8 representa el proceso de sustitución entre loterías. La tangente equivale a la restricción presupuestal. La curva u (PP) corresponde a la utilidad, que depende del plan de premios, tal y como se definió en la figura 2. El consumidor escoge entre dos loterías (LA y LB). En lugar de las loterías A y B podríamos referirnos a la lotería y al chance. Según Henao y Patarroyo (1999, p. 8), el jugador fácilmente prefiere el chance a la lotería.

Un plan de premios mayor (por ejemplo con más secos, menos series y un premio mayor más alto) traslada la curva de utilidad hacia afuera. Lo contrario sucede si el plan de premios es menos atractivo. El número de fracciones adquiridas depende de la restricción presupuestal del individuo. Si el ingreso disponible para gastos en lotería aumenta, la diagonal se traslada hacia arriba, de forma tal que se adquiere mayor número de fracciones de lotería. Lo contrario sucede si se reduce el ingreso disponible.

El consumidor maximiza su utilidad sometido a una restricción de presupuesto. Para extender el concepto de maximización de la utilidad a situaciones que involucran riesgo, es necesario que los agentes tomen las decisiones a partir del conocimiento de la probabilidad objetiva de los eventos relevantes.

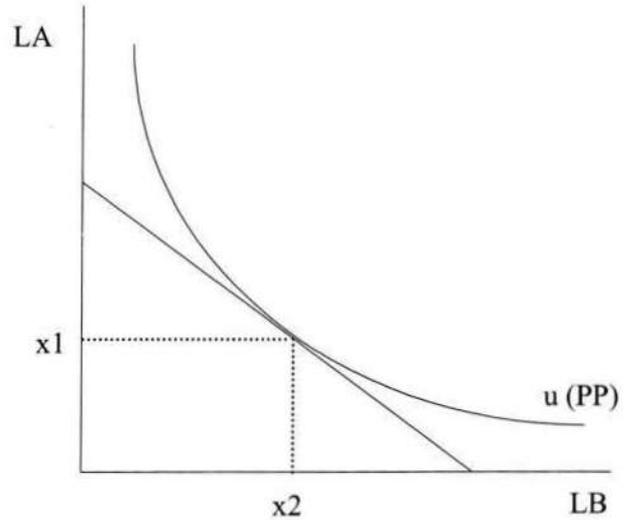
Sean n los estados posibles ($i = 1, 2, \dots, n$). Estas alternativas están asociadas a un vector x_i de cantidades de bienes contingentes y una probabilidad π_i . Las preferencias del consumidor se pueden representar por una función de utilidad de la forma

$$u(X; \Pi) \tag{24}$$

donde $X = (x_1, x_2, \dots, x_k)$ son los posibles planes de consumo y el vector de probabilidades $\pi = (\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_k)$ se incorpora como un vector de parámetros. Puesto que la distribución de probabilidad se conoce, los consumidores escogen X para maximizar el valor esperado de la utilidad que, salvo transformaciones afines¹¹, y teniendo presentes las propiedades de independencia de estados, reducción de activos compuestos, independencia de alternativas irrelevantes y continuidad, se expresa de la siguiente forma única:

11. Una transformación afín está compuesta de una transformación lineal y una traslación.

Figura 8
Sustitución entre loterías



LA y LB son dos loterías. La curva de indiferencia muestra la sustitución entre loterías.

$$u(X; \Pi) = \pi_1 u(x_1) + \pi_2 u(x_2) + \dots + \pi_n u(x_n) \tag{25}$$

Esta función se conoce como la función de utilidad Von Neumann-Morgenstern. El demandante maximiza

$$u(X; \Pi) = \pi_1 u(x_1) + \pi_2 u(x_2) + \dots + \pi_n u(x_n) \tag{26}$$

sometido a la restricción

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 + \dots + p_n x_n \leq w \tag{27}$$

Las condiciones de primer orden se reducen a

$$\pi_k u'(x_k) = p_k \pi \quad \text{para } k = 1, 2, \dots, n \tag{28}$$

que se transforma en

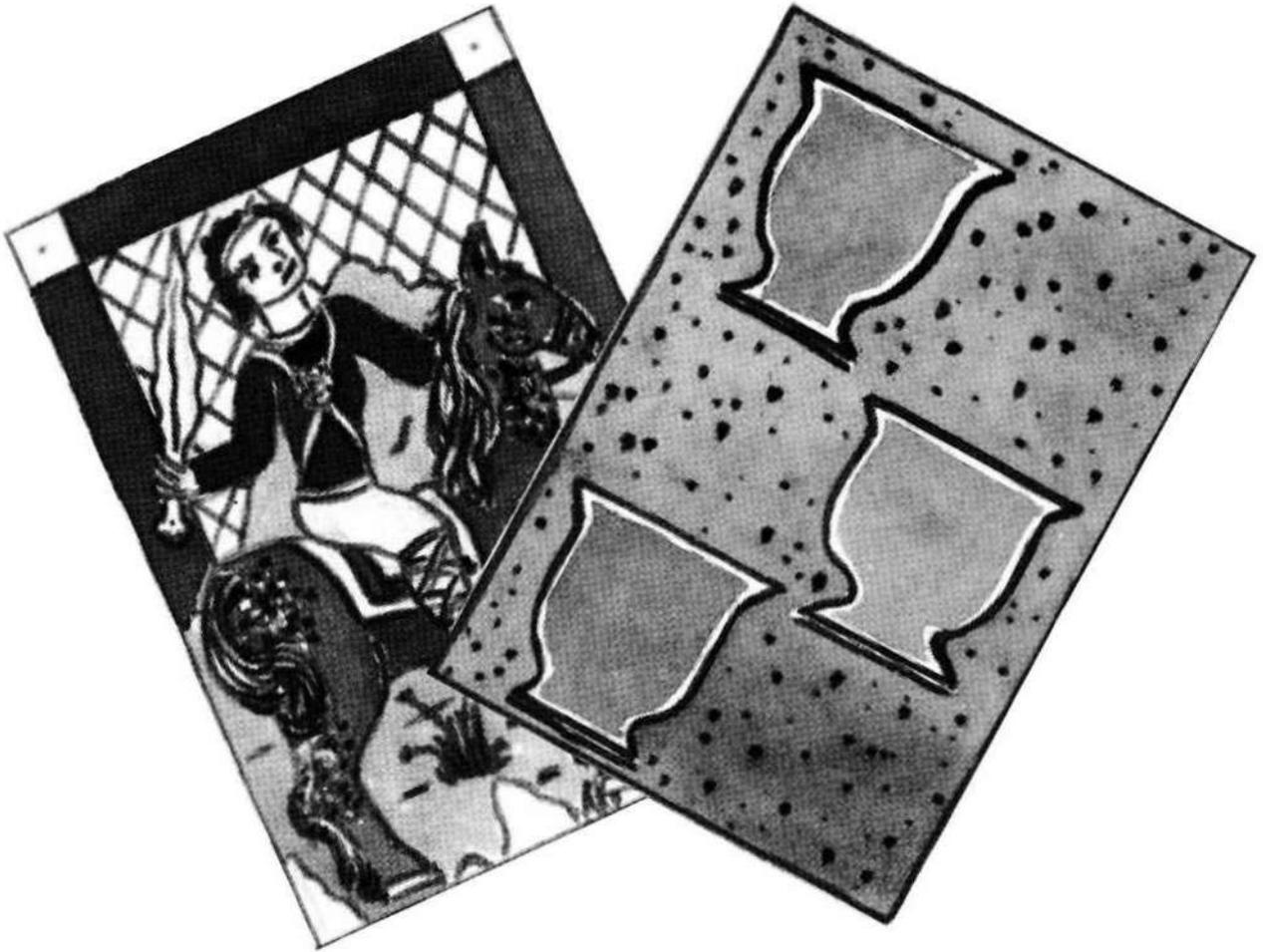
$$\frac{u'(x_k)}{u'(x_i)} = \frac{p_k \pi_i}{p_i \pi_k} \tag{29}$$

para cada $i, k = 1, 2, \dots, n$ distintos

Por el teorema de la envolvente (Silberberg 1990), $U^*(\Pi)$ es el valor óptimo de la utilidad,

$$\frac{\partial U^*}{\partial \pi_k} = u(x_k^*) \tag{30}$$

en forma de diferenciales,



$$\Delta U^* \approx \frac{\partial U^*}{\partial \pi_k} \Delta \pi_k \quad (31)$$

el incremento de la utilidad producido por un aumento de la probabilidad de ocurrencia del k-ésimo estado, es la utilidad producida por ese estado. Si se aumenta la probabilidad de ganar el premio mayor de la lotería, los consumidores experimentan un bienestar proporcional al que les daría el premio mayor. Por otra parte,

$$\frac{\partial U^*}{\partial p_k} = -\lambda x_k^* \quad (32)$$

que indica un comportamiento idéntico a las funciones de utilidad usuales. En caso de dos bienes x_1 y x_2 a lo largo de una curva de indiferencia, se encuentran las combinaciones de estos bienes que producen una cierta utilidad \bar{U} ,

$$\pi_1 u(x_1) + \pi_2 u(x_2) = \bar{U} \quad (33)$$

En esta curva x_2 puede considerarse función de x_1 , $x_2 = x_2(x_1)$,

$$\pi_1 u(x_1) + \pi_2 u(x_2(x_1)) = \bar{U} \quad (34)$$

para encontrar la pendiente de la tangente de la curva $x_2 = x_2(x_1)$ se deriva implícitamente la ecuación (34)

$$\pi_1 u'(x_1) + \pi_2 u'(x_2(x_1)) \frac{dx_2}{dx_1} = 0 \quad (35)$$

y se despeja

$$\frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{\pi_1 u'(x_1)}{\pi_2 u'(x_2)} \quad (36)$$

La concavidad o convexidad de la curva se determina a partir del signo de su segunda derivada,

$$\begin{aligned} \frac{d^2 x_2}{dx_1^2} &= -\frac{\pi_1}{\pi_2} \frac{u''(x_1)u'(x_2) - u'(x_1)u''(x_2) \frac{dx_2}{dx_1}}{[u'(x_2)]^2} \\ &= -\frac{\pi_1 \pi_2 u''(x_1)[u'(x_2)]^2 + [\pi_1 u'(x_1)]^2 u''(x_2)}{\pi_2^2 [u'(x_2)]^3} \end{aligned} \quad (37)$$

para cualquier valor de x_1 y x_2 . En particular, para $x_1 = x_2 = x$,

$$\frac{d^2x_2}{dx_1^2} = -\frac{\pi_1 u''(x)}{\pi_2 u'(x)} \quad (38)$$

da el comportamiento de la curva de indiferencia en el punto de intersección de la curva con la recta $x_1 = x_2$. Es decir, en el punto donde los bienes se consumen en igual cantidad.

La desigualdad de Jensen (Billingsley, 1979) postula que si u es una función estrictamente cóncava y x es una variable aleatoria,

$$E(u(x)) < u(E(x)) \quad (39)$$

que se puede interpretar así: entre dos ingresos con igual valor esperado, la utilidad del ingreso seguro es mayor que la del incierto. La desigualdad para funciones convexas indica que la utilidad del ingreso incierto es mayor que la del seguro. El primer caso describe las funciones aversas al riesgo; el segundo, las funciones propensas, y cuando se da la igualdad $E(u(x)) = u(E(x))$ se tienen las funciones indiferentes al riesgo.

La curva $x_2 = x_2(x_1)$ es convexa si y sólo si $u''(x)$ es negativa. Por tanto, la función de utilidad es cóncava. La medida de la aversión al riesgo se toma como el grado de convexidad de la curva de indiferencia en el punto donde se consumen igual cantidad de los dos bienes. Esta medida es proporcional a

$$-\frac{u''(x)}{u'(x)} \quad (40)$$

que es la aversión constante al riesgo (ACR).

La prima de riesgo $P_x(W)$ para un individuo averso al riesgo, con una riqueza inicial W , es el pago que él está dispuesto a pagar para no jugar un juego justo x (con media 0 y varianza σ_x^2); es decir, un juego en que las condiciones en las que participan los dos jugadores no sean idénticas. La prima de riesgo

$$u(W - P_x(W)) = E(u(W + x)) \quad (41)$$

La utilidad después de pagar la prima es equivalente al valor esperado de la utilidad una vez se ha jugado. Utilizando aproximaciones de primer y segundo orden en las funciones de utilidad de la izquierda y derecha respectivamente,

$$u(W) - P_x(W) u'(W) = E(u(W + x)) + \frac{1}{2} x^2 u''(W) = u(W) + \frac{1}{2} \sigma_x^2 u''(W) \quad (42)$$

de donde

$$P_x(W) = \frac{1}{2} \sigma_x^2 \left(-\frac{u''(W)}{u'(W)} \right) \quad (43)$$

Éste es el valor más alto que puede tomar la ACR.

El coeficiente de aversión relativa al riesgo (ARR) se puede encontrar a partir de la prima de riesgo proporcional, $\hat{P}_x(W)$, definida por

$$u(W - W\hat{P}_x(W)) = E(u(W + x)) \quad (44)$$

en este caso la prima es una proporción de la riqueza. Siguiendo un procedimiento similar al anterior, concluimos

$$\hat{P}_x(W) = \frac{1}{2} \sigma_x^2 \left(-\frac{Wu''(W)}{u'(W)} \right) \quad (45)$$

Kreps (1988) determina que una función u tiene ACR si y sólo si existen $a > 0$ y b tales que,

$$u(x) = \begin{cases} ax + b, & \text{si } P_x(W) \equiv 0 \\ -ae^{-P_x(W)x} + b & \text{si } P_x(W) \text{ es constante positiva} \end{cases} \quad (46)$$

y tiene ARR decreciente, si y sólo si

$$u(x) = a \ln(x) + b \quad (47)$$

ó $u(x) = arx + b$, con $r < 0$ ó $r > 1$

Anexo 3. El precio justo

Nuestra primera aproximación al premio óptimo es a través del juego justo. Un juego justo es aquel que tiene valor esperado cero. Al aplicarlo a la lotería buscamos la relación justa entre el plan de premios y el valor de la apuesta. La probabilidad de que un determinado número (billete) sea seleccionado al azar entre un total de N posibles es $1/N$. Sea $\$p_m$ el premio mayor, n los premios secos de $\$p_s$ cada uno. Hay, además, m premios a las aproximaciones de $\$p_r$ cada uno. Si solamente hay un jugador que compra un billete en $\$a$, el sorteo se puede identificar con un par de jugadores, la lotería

y el apostador, que apuestan \$(p_m + np_s + mp_f)\$ y \$a\$ respectivamente. Si se hace un sorteo para el premio mayor y n para los secos, el valor esperado del apostador es

$$\frac{1}{N}p_m + n\frac{n}{N}\left(\frac{N-1}{N}\right)^n p_s + m\frac{n+1}{N}\left(\frac{N-1}{N}\right)^n p_f - \left[1 - \frac{n+1}{N}\left(\frac{N-1}{N}\right)^n\right]a \tag{48}$$

Para que el juego sea justo, este valor debe ser cero. O sea que

$$\frac{1}{N}p_m + n\frac{n}{N}\left(\frac{N-1}{N}\right)^n p_s + m\frac{n+1}{N}\left(\frac{N-1}{N}\right)^n p_f = \left[1 - \frac{n+1}{N}\left(\frac{N-1}{N}\right)^n\right]a \tag{49}$$

El miembro izquierdo de la igualdad representa los premios y el derecho el valor de las apuestas. Podemos suponer k compradores de lotería, con las mismas condiciones del caso anterior. La lotería ofrece \$(p_m + np_s + mp_f)\$ y los apostadores \$ka\$. El valor esperado para la lotería es,

$$\sum_{i=0}^{n+1} \left(1 - \binom{n+1}{i} \frac{1}{N^i} \left(\frac{N-1}{N}\right)^{n+1-i}\right) (k-i)a - \left(\frac{k}{N}p_m + \sum_{i=1}^n \binom{n}{i} \frac{1}{N^i} \left(\frac{N-1}{N}\right)^{n-i} ip_s + \sum_{i=1}^m \binom{m}{i} \frac{1}{N^i} \left(\frac{N-1}{N}\right)^{m-i} ip_f\right) \tag{50}$$

El juego es justo si

$$\sum_{i=0}^{n+1} \left(1 - \binom{n+1}{i} \frac{1}{N^i} \left(\frac{N-1}{N}\right)^{n+1-i}\right) (k-i)a = \frac{k}{N}p_m + \sum_{i=1}^n \binom{n}{i} \frac{1}{N^i} \left(\frac{N-1}{N}\right)^{n-i} ip_s + \sum_{i=1}^m \binom{m}{i} \frac{1}{N^i} \left(\frac{N-1}{N}\right)^{m-i} ip_f \tag{51}$$

Usando el teorema del binomio la ecuación se transforma en

$$\left(\sum_{i=0}^{n+1} (k-i) - \sum_{i=0}^{n+1} \binom{n+1}{i} \frac{1}{N^i} \left(\frac{N-1}{N}\right)^{n+1-i} (k-i)\right) a = \frac{k}{N}p_m + n\left(\frac{1}{N} + \frac{N-1}{N}\right)^{n-1} p_s + m\left(\frac{1}{N} + \frac{N-1}{N}\right)^{m-1} p_f \tag{52}$$

Al simplificar y efectuar las sumas faltantes,

$$\left((n+2)\left(k - \frac{n+1}{2}\right) - \left(\frac{1}{N} + \frac{N-1}{N}\right)^n (k-n-1)\right) a = \frac{k}{N}p_m + np_s + mp_f \tag{53}$$

que se reduce a

$$\frac{1}{2} (n+1)(2k-n)a = \frac{k}{N}p_m + np_s + mp_f \tag{54}$$

La relación (54) no incluye los gastos normales de funcionamiento de la lotería. Supongamos que T cubija todos los costos administrativos y las transferencias. El equilibrio estará dado por

$$\frac{1}{2} (n+1)(2k-n)a = \frac{k}{N}p_m + np_s + mp_f + T \tag{55}$$

Si se desea optimizar el bienestar del consumidor, debemos maximizar

$$\frac{1}{N}p_m + n\frac{n}{N}\left(\frac{N-1}{N}\right)^n p_s + m\frac{n+1}{N}\left(\frac{N-1}{N}\right)^n p_f - \left[1 - \frac{n+1}{N}\left(\frac{N-1}{N}\right)^n\right]a \tag{56}$$

sujeto a la restricción (55).

La función objetivo (56) es lineal, así que su valor se puede incrementar tanto como se quiera mientras se mantenga satisfecha la restricción, que en este caso también es lineal. El principio básico del precio justo es elemental: una vez en equilibrio, el valor del premio debe crecer proporcionalmente al valor del billete. Obsérvese que este comportamiento refleja una situación óptima. En las condiciones actuales, mientras que la brecha entre la emisión y las ventas sea tan alta, se está por fuera del equilibrio. La progresiva distancia entre emisión y ventas riñe con los principios del precio justo.

Referencias bibliográficas

- Arrow, Kenneth. (1951). "Alternative Approaches to the Theory of Choice in Risk-Taking Situations", *Econometrica*, vol. 19, pp. 404-437. Reproducido en *Collected Papers of Kenneth Arrow. Individual Choice under Certainty and Uncertainty*, Vol. 3, Cambridge, Mass.: Belknap Press, Harvard University Press, 1984, pp. 5-41.
- Benetti, Carlo. (1997). "Monnaie, Choix Individuels et Frictions", policopiado.
- Billingsley, Patrick. (1979). *Probability and Measure*, John Wiley & Son, New York.
- Contraloría General de la República, CGR. (1999). *La situación de las finanzas del Estado 1998*, Bogotá.
- Ecosalud. (1999). Proyecto "Gran Juego del Lotto". Estudio de factibilidad, policopiado.
- Ecosalud. (1999b). "Ecosalud S.A. y la emergencia económica", policopiado.
- Henao, Carlos y Patarroyo, Ramón. (1999). "Las apuestas permanentes en Colombia, 1993-1999", Dirección General de Apoyo Fiscal, DAF, policopiado.
- Hicks, John. (1935). "Una sugerencia para simplificar la teoría monetaria", en *Ensayos críticos sobre teoría monetaria*, Ed. Ariel, Barcelona, 1975, pp. 82-105.
- Keynes John Maynard. (1930). *A Treatise on Money*, The Collected Writings of John Maynard Keynes, MacMillan, St. Martin's Press.
- Keynes, John Maynard. (1936). *Teoría general de la ocupación, el interés y el dinero*, Fondo de Cultura Económica, México, 1976.
- Kreps, David. (1988). *Notes on the Theory of Choice, Underground Classic in Economics*, Westview Press.
- Ministerio de Hacienda. (1999). "El presupuesto de la verdad. Presupuesto General de la Nación 2000", policopiado.
- Muñoz, Manuel, Ramírez, Manuel y Rivas, Guillermo. (1998). "El consumo en los hogares de 23 capitales de departamentos colombianos", *Boletín de Estadística*, DANE, No. 540, marzo.
- Neumann, John von y Morgenstern, Oskar. (1944). *Theory of Games and Economic Behavior*, Princeton, New Jersey: Princeton University Press.
- Phlips, Louis. (1983). *Applied Consumption Analysis*, North-Holland Publishing Company, Amsterdam.
- Rodríguez, Jorge. (1997). "Juegos de azar y política pública: una perspectiva intergubernamental", *Planeación & Desarrollo*, Vol. XXVIII, No. 3, julio-septiembre, pp. 281-305.
- Rubio, Mauricio. (1998), direc. "Economía política del mercado del chance", CEDE, Uniandes, policopiado.
- Sarmiento, Alfredo, González, Jorge y otros. (1999). "Ajuste fiscal, familia y grupos vulnerables", Unicef, Misión Social, policopiado.
- Silberberg, Eugene. (1990). *The Structure of Economics: A Mathematical Analysis*, McGraw Hill, New York.
- Stranahan, Harriet, Borg, Mary. (1998). "Separating the Decisions of Lottery Expenditures and Participation: A Truncated Tobit Approach", *Public Finance Review*, vol. 26, No. 2, march, pp. 99-117.
- Superintendencia Nacional de Salud. (1999). "Informe de gestión loterías y sorteos extraordinarios a junio de 1999", Ministerio de Salud, policopiado.

