

GRAFENO Y PROPIEDADES DE TRANSPORTE ELÉCTRICO EN INTERFASES GRAFENO-SUPERCONDUCTOR

GRAPHENE AND ELECTRIC TRANSPORT PROPERTIES IN GRAPHENE-SUPERCONDUCTOR INTERFACES

Diego Manjarrés*, Shirley Gómez** y William Herrera

Departamento de Física, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia

(Recibido: 04/2011. Aceptado: 06/2011)

Resumen

El grafeno es una estructura bidimensional de carbono que tiene propiedades electrónicas que no son usuales y donde los electrones son descritos por la ecuación de Dirac. Este material permite establecer una analogía entre la física de partículas y la materia condensada. La obtención del grafeno hace pocos años ha incentivado una gran cantidad de trabajos experimentales y teóricos con el propósito de poder entender y manipular sus propiedades. Actualmente se han investigado diferentes junturas compuestas por interfases grafeno-superconductor, a saber: GS, GIS, SGS, IGS (I:aislante, G:grafeno, S: superconductor), en las cuales la existencia de reflexiones de Andreev normales y especulares ha cobrado gran interés. En este trabajo hacemos una introducción a las propiedades básicas del grafeno y una breve revisión sobre trabajos acerca de interfases grafeno - superconductor.

Palabras claves: Grafeno, puntos de Dirac, paradoja de Klein, reflexión de Andreev, superconductividad, estados ligados.

* Diego Manjarrés: damanjarrnsg@unal.edu.co

** Shirley Gómez: sgomezp@unal.edu.co

Abstract

Graphene is a two dimensional carbon structure, which possesses unusual electronic properties, whose electrons are described by the Dirac equation. This material allows to establish an analogy between condensed matter and particle physics. The graphene production a few years ago has encouraged a great theoretical and experimental work in order to understand and manipulate its properties. Actually different junctions consisting of graphene-superconductor interfaces have been investigated, namely GS, GIS, SGS, IGS (I:insulator, G:graphene, S: superconductor), in which the existence of normal and specular Andreev reflections have raised great interest. In this paper we introduce the basic properties of graphene and we do a brief review of papers about graphene - superconductor interfaces.

Keywords: Graphene, Dirac points, Klein paradox, Andreev reflection, superconductivity, bound states.

1. Aspectos básicos del grafeno

En los últimos años la investigación en sistemas a escala nanométrica ha cobrado gran importancia debido al avance tecnológico que representaría su implementación. Un elemento fundamental para esto es el estudio de las propiedades de transporte eléctrico en contactos a escala cuántica. La aplicación de estos estudios ha impulsado la investigación de nuevos materiales entre los cuales se encuentra el grafeno.

El grafito es una de las formas en que el carbono está presente en la naturaleza cuya estructura cristalina es hexagonal. La separación entre los planos de la red a lo largo del eje z es 2.4 veces la distancia entre vecinos cercanos dentro de los planos. Un plano individual de esta estructura recibe el nombre de grafeno y su estructura de bandas había sido estudiada desde 1947 [1, 2], donde se había predicho que presentaba una relación de dispersión lineal. La estructura cristalina hexagonal del grafeno puede ser vista como dos redes de Bravais triangulares superpuestas (ver figura 1),

en esta construcción se identifican dos tipos de sitios denotados por A y B , los cuales no son equivalentes.

En la estructura de bandas del grafeno se observa que las bandas de conducción y de valencia se tocan en seis puntos (ver figura 2) que corresponden a los vértices de la primera zona de Brillouin [1, 2], cada uno de estos vértices es equivalente a otros dos por medio de traslaciones a lo largo de la red recíproca a través de los vectores primitivos. Estos vértices se conocen en la literatura como puntos de Dirac ya que en cercanías de ellos el espectro de energía es lineal y es análogo al de partículas relativistas de masa en reposo nula (límite ultrarelativista). Los electrones en el grafeno se mueven a velocidades del orden de $v_F \sim 10^6 m/s$ que son dos órdenes de magnitud menores a la velocidad de la luz y la dinámica de las excitaciones de baja energía es gobernada por la ecuación de Dirac

$$H = v_F \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}. \quad (1)$$

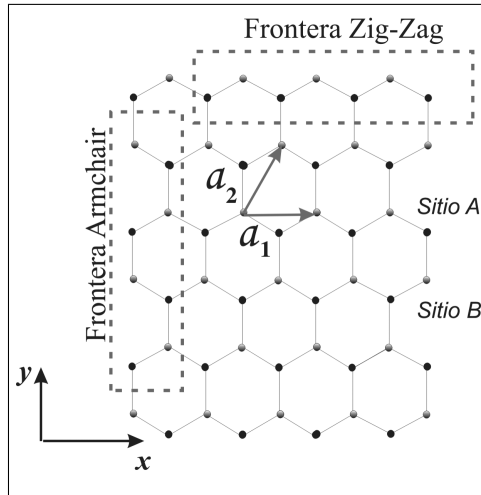


Figura 1. Estructura cristalina del grafeno construida como superposición de dos redes triangulares A y B , se ilustran los dos tipos de frontera “armchair” y “zig-zag”. a_1 y a_2 son los vectores base de la red B .

En cercanías de los puntos de Dirac la estructura de bandas puede ser aproximada como valles cónicos. Los vectores de onda asociados

(\mathbf{K} y \mathbf{K}') a cada vértice de la primera zona de Brillouin identifican los dos tipos de valles presentes. La función de onda para un electrón en el grafeno es escrita como

$$\psi = \begin{pmatrix} \Psi_{A+} \\ \Psi_{B+} \end{pmatrix} e^{i\mathbf{K}\cdot\mathbf{r}} + \begin{pmatrix} \Psi_{A-} \\ \Psi_{B-} \end{pmatrix} e^{-i\mathbf{K}\cdot\mathbf{r}}. \quad (2)$$

Su carácter espinorial es debido al hecho de que la red cristalina posee dos átomos por celda unitaria, este grado de libertad adicional que se introduce debido a la presencia de las dos subredes triangulares (átomos tipo A y B) es análogo al espín y se le ha denominado en la literatura “pseudospin”. Ψ_{A+} y Ψ_{B+} son las componentes de la función de onda que describen el estado con vector de onda \mathbf{k} , medido desde el valle centrado en \mathbf{K} ; Ψ_{A-} y Ψ_{B-} son las componentes de la función de onda que describen el estado con vector de onda \mathbf{k} , medido desde el valle situado en \mathbf{K}' . Se puede mostrar que empleando una teoría de masa efectiva o método $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$, las funciones de onda envolventes $\Psi_{A\pm}$ y $\Psi_{B\pm}$ son las que satisfacen la ecuación de Dirac [3].

Dependiendo de su orientación respecto al plano $\mathbf{x} - \mathbf{y}$ el grafeno posee dos fronteras de interés conocidas en la literatura como fronteras tipo “armchair” y “zig-zag” (ver figura 1). El hecho de tener un tipo de frontera u otra influye fuertemente en las propiedades electrónicas de la película, por ejemplo como se observa en [4], al tener una frontera tipo “zig-zag” aparecen estados de superficie con energía cero, los cuales son combinaciones lineales de estados que están localizados en los bordes de la película. Al tener una frontera tipo “armchair” el comportamiento electrónico de la película depende de su ancho, para el caso en que la película llega a contener $3M+1$ celdas unitarias, con M entero positivo, el comportamiento es metálico, y para otros anchos es aislante. Así mismo cuando el grafeno hace parte de una juntura y se aplica un voltaje a través de la película, las propiedades de transporte eléctrico son sensibles al tipo de frontera de las interfases.

La condición de frontera para una película de grafeno con frontera tipo “armchair”, mezcla estados de ambos valles de la estructura

de bandas, mientras que para una frontera tipo “zig-zag” se puede trabajar con funciones de onda asociadas a un valle específico [4, 5]. Se plantea que el grado de libertad adicional asociado al valle de la estructura de bandas, que se introduce en el grafeno, pueda ser manipulado y utilizado, con este fin se ha estudiado por ejemplo, un filtro de valles y una válvula de valles en películas de grafeno [6]. Se piensa que este grado de libertad puede jugar un papel importante e impulsar el nacimiento de un área conocida como “valletrónica”, en analogía a lo que sucedió con el espín y la “espintrónica”. Adicionalmente también se ha planteado la posibilidad de utilizar el grafeno para fabricar “qubits” y desarrollar computación cuántica [7, 8].

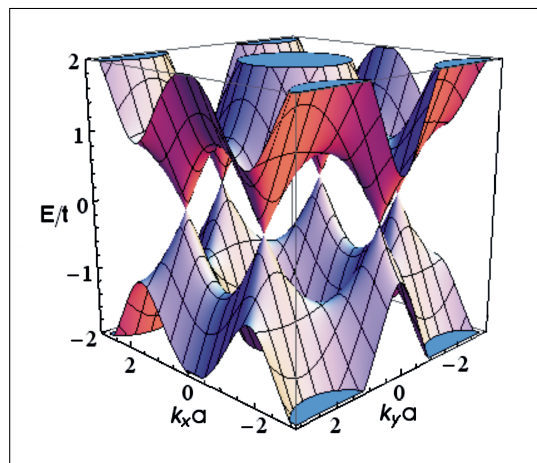


Figura 2. Estructura de bandas del grafeno en el espacio recíproco, ilustrando los 6 puntos (puntos de Dirac) en los cuales las bandas de valencia y de conducción se intersectan. En cercanías de estos puntos la estructura de bandas puede ser aproximada como conos. a y t son respectivamente la distancia y el “hopping” entre primeros vecinos.

Recientemente se han podido fabricar películas de grafeno [9–11], y desde su producción se ha despertado un gran interés en realizar investigaciones alrededor de las propiedades de transporte eléctrico en junturas que involucren al grafeno en contacto con superconductores. Indirectamente a partir de los resultados experimentales que se obtienen del comportamiento de la masa ciclotrónica y de las

oscilaciones de Shubnikov-de Haas con la concentración de los portadores, y utilizando una teoría semiclásica se ha podido encontrar una relación de dispersión lineal entre la energía y el número de onda [12], esta relación de dispersión lineal ha sido observada [13], mediante medidas de espectro de fotoemisión de resolución de ángulo (ARPES, por sus siglas en inglés). Otro aspecto de interés y que complementa la analogía existente entre los portadores de carga en el grafeno con partículas de masa en reposo nula, es que el grafeno presenta un efecto Hall cuántico anómalo [14], el cual se predice para un gas ultrarelativista de partículas en presencia de un campo magnético [15, 16]. Sin embargo, debemos tener en cuenta que esta analogía no es completa, un análisis formal ha sido realizado en [17], en donde se compara los modelos con que se describen los electrones en el grafeno y con los que se describen los neutrinos, encontrando diferencias, por ejemplo al realizar el análisis de simetrías discretas.

Adicionalmente ha sido de interés examinar dentro del contexto de la materia condensada la denominada paradoja de Klein [18]. Clásicamente si una partícula incide sobre una barrera de potencial con una energía menor a la barrera de potencial, ésta no se puede transmitir y se refleja. Cuánticamente existe una probabilidad de que la partícula de transmita, y para el caso de partículas relativistas se predice que la barrera llega a ser transparente para barreras muy altas, lo cual está en contraste respecto al resultado cuántico no relativista en el cual la transparencia decae exponencialmente a medida que la altura de la barrera aumenta. Teóricamente se ha mostrado que si un electrón en la película de grafeno incide sobre una barrera de potencial de ancho D y altura V_0 , con energía menor a la barrera (ver figura 3a), es posible tener transmisión perfecta para ciertos ángulos de incidencia, y en particular se tiene que en la vecindad de incidencia normal la barrera es casi transparente (ver figura 3b). Existen propuestas experimentales para comprobar el tunelamiento de Klein en el grafeno, basadas en colocar sobre la película de grafeno electrodos, los cuales puedan inducir localmente diferentes barreras de potencial, y a partir de mediciones del voltaje que cae a través de las barreras se determina la transparencia de las diferentes barreras [18].

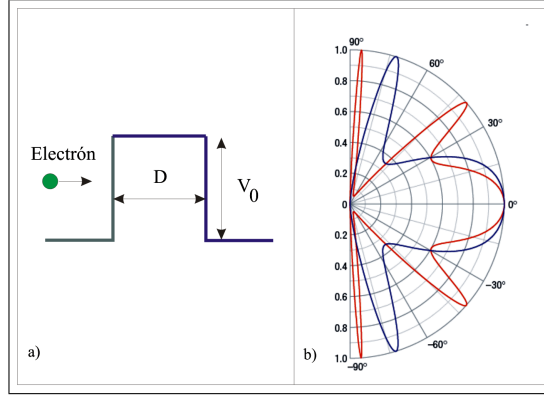


Figura 3. a) Un electrón incide sobre una barrera de potencial con una energía menor a la barrera. b) Probabilidad de transmisión para un electrón de energía $E = 80 \text{ meV}$, como función del ángulo de incidencia sobre barreras de potencial de ancho $D = 100 \text{ nm}$ y alturas $V_0 = 200 \text{ meV}$ (curva roja) y $V_0 = 285 \text{ meV}$ (curva azul). La Figura 3b fue tomada de la referencia [18].

Uno de los aspectos que hace interesante a este material es que el camino libre medio de los portadores llega a ser del orden de $l \approx 0,4 \mu\text{m}$ a temperatura ambiente, siendo por lo tanto el transporte en el material balístico, y que presenta valores de movilidad que lo hacen atractivo para su uso en electrónica [19]. Uno de los aspectos importantes en el desarrollo de dispositivos electrónicos es que los materiales sean sensibles a la aplicación de campos eléctricos y sean fácilmente sintonizables. El grafeno cumple con estos requisitos al poder sintonizarse su nivel de Fermi bajo la aplicación de un campo eléctrico sobre la película, y adicionalmente dependiendo del signo del voltaje de operación, se pueden inducir concentraciones de electrones o huecos [12], lo cual es interesante desde el punto de vista de aplicaciones ya que el tipo de portador se puede controlar mediante un voltaje aplicado. Con esta idea se han desarrollado los transistores bipolares de efecto de campo [20], y su estudio está en etapa de desarrollo. Las nuevas propiedades de transporte que se examinan al introducir barreras de potencial en

la película de grafeno [18, 21], son relevantes ya que factores como defectos y desorden que aparecen experimentalmente sobre la película de grafeno, van a tener menor influencia debido a la paradoja de Klein, en donde se tienen resonancias en la transmisión, para ciertos ángulos de incidencia (ver figura 3b).

2. Superconductividad y reflexiones de Andreev en juntas basadas en grafeno

En 1957 Bardeen, Cooper y Schrieffer presentan una teoría microscópica para explicar el estado superconductor conocida como teoría BCS [22]. Esta teoría establece que la superconductividad se debe a la interacción atractiva neta entre electrones con momento y espín opuesto conocidos como pares de Cooper y se caracteriza por la presencia de un potencial de pares $\Delta = |\Delta| e^{i\varphi}$, cuyo módulo al cuadrado es proporcional a la densidad de electrones apareados y su fase expresa la correlación de largo alcance en el sistema.

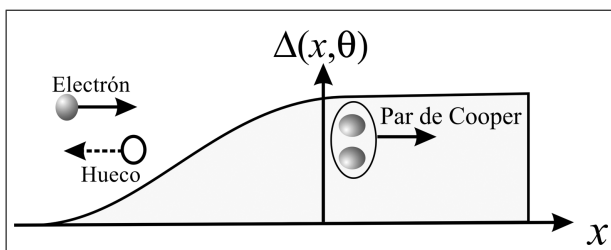


Figura 4. Reflexión de Andreev en una interfase normal-superconductor energía $E < |\Delta(x, \Theta)|$, un electrón incidente es reflejado como un hueco y un par de Cooper es transmitido en la región superconductora.

Cuando el potencial de pares es inhomogéneo, un electrón que incide desde una región normal ($\Delta = 0$) sobre una interfase superconductora puede ser reflejado como hueco, induciendo por conservación de la carga un par de Cooper en la región superconductora (ver figura 4), a este tipo de reflexiones se les conoce como reflexiones de Andreev. En el metal normal el hueco es reflejado con una velocidad

opuesta a la velocidad del electrón incidente, por lo cual se denomina reflexión de Andreev normal o retro-reflexión. Estas dispersiones son responsables del comportamiento de la conductividad térmica y la termodinámica del estado intermedio [23], y han sido utilizadas en superconductores de baja temperatura crítica para estudiar el efecto Josephson [24], la dinámica y estructura de vórtices [25], y son fundamentales para el estudio de las propiedades de transporte en junturas superconductoras de baja temperatura crítica, tales como NS, NIS, SSmS, SIS, [26–28], (N: metal en el estado normal, I: aislante S: superconductor, Sm: Semiconductor) etc. Estas reflexiones también han sido usadas para explicar propiedades de transporte en superconductores de alta temperatura crítica [29], y para una revisión ver [30].

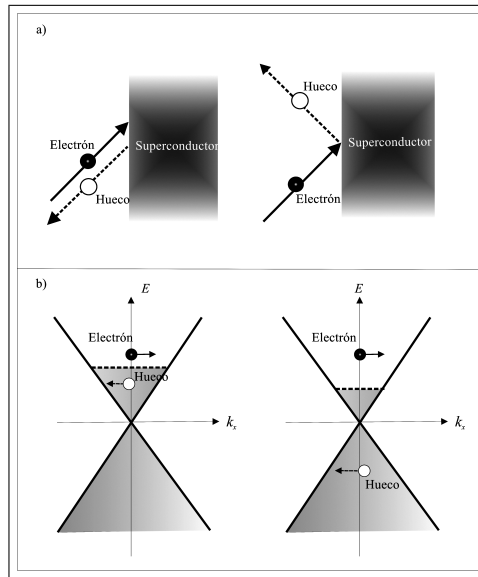


Figura 5. a) Procesos de Reflexión que ocurren en la interfase de un metal normal con un superconductor: Reflexión de Andreev especular (derecha); Retroreflexión de Andreev (izquierda). b) Dependiendo de la energía de excitación del electrón incidente, el hueco reflejado puede estar en la banda de valencia (derecha), o en la banda de conducción (izquierda). Las flechas indican la dirección de la velocidad y las líneas sólidas y punteadas distinguen entre un electrón y un hueco respectivamente.

En una interfase grafeno-superconductor con el grafeno no dopado, una reflexión de Andreev puede tomar lugar en el sistema. Un electrón con energía $E_F < E < |\Delta|$, con E_F la energía de Fermi del grafeno, incide desde la región normal ocasionando que un par de Cooper sea transferido a la región superconductora y que el hueco reflejado este localizado en la banda de valencia del grafeno, el hueco en la banda de valencia posee una velocidad de grupo que es paralela a su momentum, a estas reflexiones se les llama reflexiones de Andreev especulares [31, 32], las cuales son diferentes a las retro-reflexiones en las que el hueco en la banda de conducción tiene una velocidad de grupo antiparalela a su momentum (ver figura 5).

Dado que el grafeno puede ser dopado para controlar el valor de E_F , cuando $E_F > 0$, dependiendo del valor que tome la energía de excitación E del electrón incidente, podemos tener huecos reflejados en la banda de valencia ($E > E_F$) o en la banda de conducción ($E < E_F$). Lo anterior tiene como consecuencia que dependiendo del tipo de reflexiones: intrabanda o interbanda, podamos tener reflexiones de Andreev normales o reflexiones de Andreev especulares [31, 32].

3. Propiedades de transporte en sistemas grafeno - superconductor

El estudio de las propiedades de transporte en junturas conformadas por materiales normales y superconductores se inicio con el experimento de tunelamiento realizado por Giaever en 1960 [33], el cual brindó evidencia experimental de la existencia del potencial de pares y sirvió como base para el estudio del tunelamiento entre dos superconductores separados por una barrera realizado por Josephson, quien encontró además de la corriente de Giaever una corriente debida a la existencia de pares de Cooper. Josephson predijo dos efectos notables, el primero es la existencia de una supercorriente que puede fluir incluso si ningún voltaje es aplicado, conocido como efecto Josephson DC. El segundo consiste en la existencia de corriente alterna de alta frecuencia que pasará a través de la barrera

si un voltaje constante es aplicado, conocido como efecto Josephson AC. Los trabajos de tunelamiento realizados por Giaever y Josephson abren el camino para el estudio de las propiedades de transporte a través del uso de diferentes interfases superconductoras.

En la actualidad el análisis de las propiedades de transporte en junturas con grafeno al cual se le induce superconductividad por efecto de proximidad [20, 34], ha cobrado gran interés teórico. Se han investigado junturas GS (G: Grafeno), en ellas la existencia de reflexiones de Andreev normales y especulares afectan las características I - V [31]. Se presenta que para el caso de incidencia normal las reflexiones de Andreev suceden con probabilidad uno y son favorecidas por la paradoja de Klein, a diferencia del caso convencional para el cual si la energía de Fermi del metal normal es mucho menor a la energía de Fermi del superconductor, las reflexiones electrón-electrón son favorecidas y las reflexiones de Andreev son suprimidas. Este efecto es reflejado en el comportamiento de la conductancia diferencial.

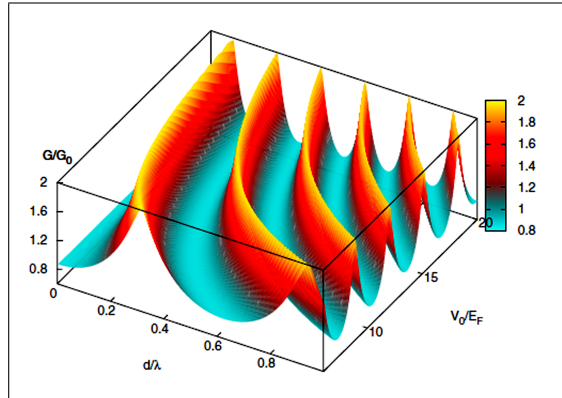


Figura 6. Gráfica de la conductancia diferencial normalizada a voltaje cero para $E_F = E_{FS}$, como función del ancho de la barrera y del voltaje aplicado sobre la película de grafeno que modula la altura de la barrera. El ancho de la barrera está escalado con la longitud de onda de Fermi del grafeno. La figura fue tomada de la referencia [35].

Para juntas GIS en el caso de pequeños anchos de la barrera aislante, se encuentra que la conductancia diferencial presenta oscilaciones que dependen de la fortaleza de la barrera [36], siendo estas oscilaciones máximas para el caso en el cual la energía de Fermi del grafeno E_F y la del superconductor E_F^S sean la misma. En [35], se ha extendido el estudio de la junta GIS al caso en que el ancho (menor a la longitud de coherencia superconductora) y el potencial de la barrera sean arbitrarios, encontrando que las oscilaciones en la conductancia dependen tanto del ancho como del potencial de la barrera (ver figura 6). Este comportamiento se relaciona con las resonancias en la transmisión que aparecen debido a la paradoja de Klein.

Para el estudio microscópico de las interfaces, es importante modelar adecuadamente si el tipo de frontera es “armchair” o “zig-zag”. Para ello se ha utilizado el formalismo de las funciones de Green de no equilibrio [37, 38] y la aproximación hamiltoniana [39], para el cálculo de las propiedades de transporte.

Aplicando el formalismo de las funciones de Green fuera del equilibrio y considerando una frontera “armchair” en la interfase grafeno - superconductor, se encuentra la conductancia diferencial del sistema cuando $E_F = 0.7\Delta$ (ver figura 7), en este caso es posible identificar tres zonas donde la influencia de las reflexiones de Andreev sobre el comportamiento de la conductancia diferencial es significativa, la primera para $0 < eV < E_F$, en este caso el electrón incidente y el hueco reflejado pertenecen a la misma banda, es decir se presenta una retro-reflexión. Cuando $eV = E_F$ las reflexiones de Andreev se anulan debido a que el hueco se refleja en el punto de Dirac, en la tercera zona $E_F < eV < \Delta$ el electrón incidente y el hueco reflejado pertenecen a bandas distintas presentándose una reflexión de Andreev especular. Este mismo comportamiento ha sido observado para una frontera tipo “armchair” considerando dos modelos diferentes para la interfase: una en la que se induce superconductividad en el grafeno colocando un superconductor sobre éste, manteniendo así la estructura hexagonal y otra que asume un acople directo entre el grafeno y el superconductor. En este caso se

encuentra que las propiedades de transporte se ven afectadas por el tipo de modelo para el acople entre el grafeno y el superconductor [40].

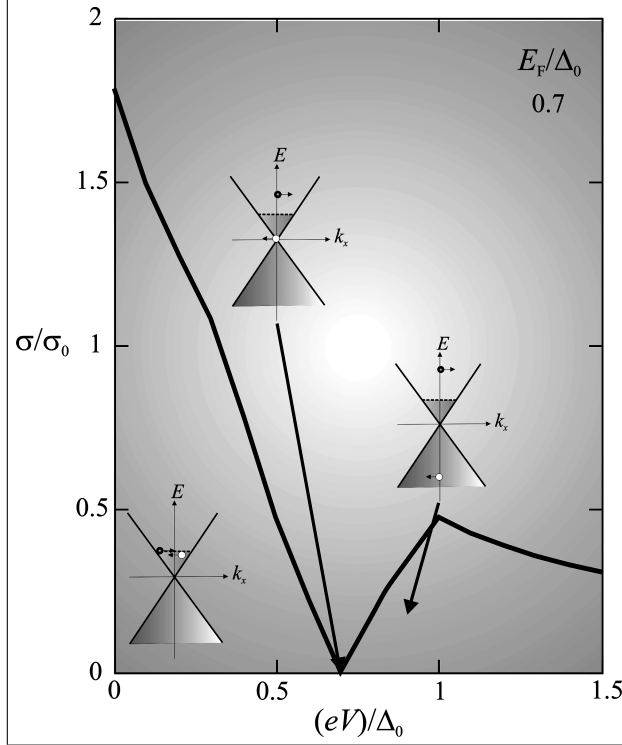


Figura 7. Conductancia diferencial normalizada con respecto a $\sigma_0 = \frac{4e^2}{h}(eV + E)/(\pi\hbar v_F)$, donde se indican las diferentes reflexiones de Andreev presentes.

El estudio de las propiedades de transporte en sistemas basados en grafeno se extiende considerando superconductores anisotrópicos (específicamente superconductores con simetría d en el potencial de pares), en este caso se ha encontrado que la conductancia presenta un pico que se desplaza hacia $eV = 0$, a medida que cambia el ángulo de incidencia de los electrones con respecto a la normal a la interfase α , presentándose un pico a voltaje cero o ZBCP (por sus siglas en inglés) cuando $\alpha = \frac{\pi}{4}$ [41]. Este comportamiento es

muy diferente al observado para una juntura NS donde el ZBCP se presenta para diferentes α .

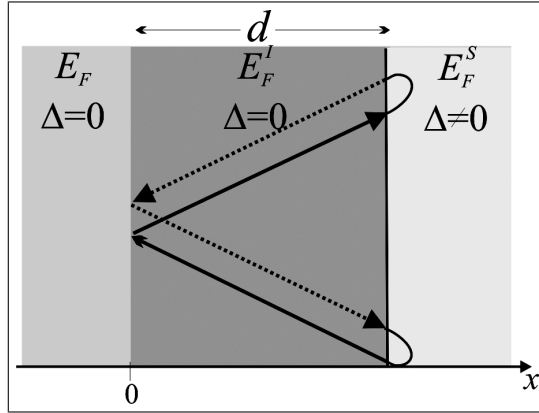


Figura 8. Juntura grafeno-superconductor con una región intermedia de grafeno altamente dopado, con una energía de Fermi igual a la del superconductor. Se ilustra para $\hbar v_F q \geq |E|$, el proceso que da origen a la formación del estado de interfase. Las líneas sólidas y punteadas distinguen entre un electrón y un hueco respectivamente.

Otra propiedad que aparece en interfases grafeno-superconductor es la formación de estados ligados en la interfase IBS (por sus siglas en inglés), ver figura 8. Por facilidad vamos a suponer que la energía de Fermi del grafeno $E_F = 0$ y la energía de Fermi del superconductor $E_F^S \gg \Delta$. Para el análisis es de ayuda incluir una región intermedia de grafeno normal ($\Delta = 0$), con la misma energía de Fermi del superconductor ($E_F^I = E_F^S$) y de espesor d . Un electrón o un hueco en la región intermedia con momentum $\hbar v_F q$ paralelo a la interfase, tal que $\hbar v_F q \geq |E|$ no puede ser transmitido a la región izquierda dado que corresponden a modos evanescentes. Ahora si $E < \Delta$, el electrón o hueco que incide sobre la interfase IS en $x = d$ será reflejado en una dispersión de Andreev y no podrá propagarse en el superconductor. Por lo tanto, debido a reflexiones normales en $x = 0$ y a reflexiones de Andreev en $x = d$ se formarán estados ligados cuando la fase acumulada en un proceso alcance el valor de $\phi = 2\pi n$. Haciendo $d \rightarrow 0$ se obtiene un IBS, cuyo espectro se

muestra en la figura 9. Donde la energía tiende a cero cuando q va a cero y tiende asintóticamente al valor del gap superconductor para grandes valores de q [42].

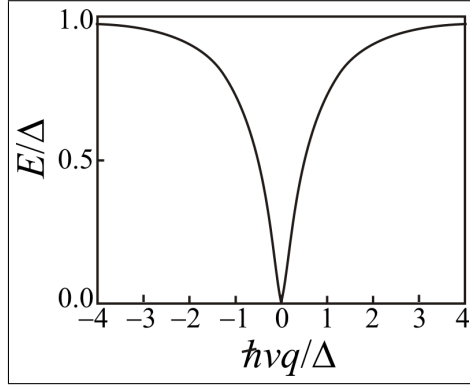


Figura 9. Relación de dispersión que se obtiene para el estado de interfase, obtenida en la referencia [42].

4. Efecto Josephson en junturas grafeno-superconductor.

Recientemente se ha observado el efecto Josephson en junturas donde el papel de la región normal lo toma una película de grafeno [20]. Se han fabricado junturas cuya longitud de la película de grafeno varía entre 100nm y 500nm, y cuya razón entre el ancho y la longitud de la película varía de 10 a 30 [34]. Esta película se ha contactado con electrodos que son una bicapa de aluminio-titanio, los cuales son depositados por nanolitografía. Se ha observado que en estas junturas se presenta el efecto Josephson DC, otro aspecto relevante es la existencia de una supercorriente finita cuando el nivel de Fermi de la película de grafeno se ubica en el punto de Dirac, aún cuando la densidad de portadores es nula en este punto. El hecho de que se transporte una supercorriente en ausencia de voltaje a través de la juntura, indica que la película de grafeno hace el papel de un enlace débil entre los dos superconductores, que permite el transporte coherente de los portadores de carga.

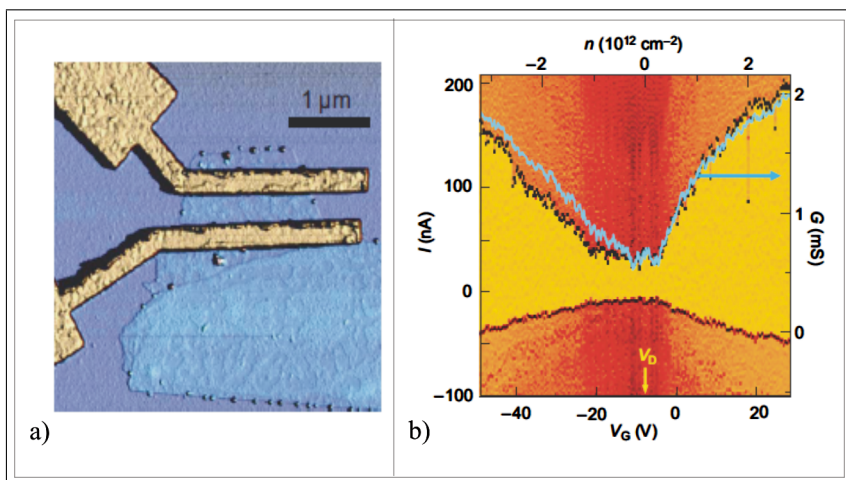


Figura 10. a) Imagen de un microscopio de fuerza atómica de una película de grafeno entre dos electrodos superconductores; b) Gráfica de contorno de la resistencia diferencial en función de la corriente y del voltaje aplicado sobre la película, la región amarilla corresponde al valor cero e identifica la región de supercorrientes. La curva azul representa la conductancia en el estado normal. La figura fue tomada de la referencia [20].

En la figura 10 se ilustra el comportamiento de la resistencia diferencial, la región amarilla corresponde al valor cero e indica la región de supercorrientes, se observa que la supercorriente puede ser transportada tanto por electrones como por huecos (voltajes de operación positivos y negativos respectivamente), esto es de interés ya que este tipo de junturas pueden operar como transistores bipolares en donde la supercorriente es transportada por pares de huecos cuando el nivel de Fermi está en la banda de valencia y por pares de electrones cuando el nivel de Fermi se encuentra en la banda de conducción [20]. Es importante mencionar que existe una asimetría alrededor del punto de Dirac en las curvas de resistencia diferencial que permanece sin ser explicada, la cual también es observada en el comportamiento de la conductancia en el estado normal (ver figura 10).

A diferencia de junturas Josephson SIS convencionales, estudios teóricos en junturas SIS basadas en grafeno [43], predicen que la corriente crítica que fluye a través de la juntura presenta oscilacio-

nes con el ancho y la altura de la barrera de potencial que modela el material aislante, y en el límite de una barrera delgada, la corriente crítica oscila con la fortaleza de la barrera.

También se han investigado las propiedades de transporte en junturas Josephson cuando el ancho W de la película se va disminuyendo acercándose al problema de un contacto cuántico [44, 45]. A diferencia de junturas convencionales se ha observado que los modos evanescentes de la película contribuyen al transporte de la supercorriente y son los responsables, por ejemplo, que en una juntura tipo “armchair” no se presente un comportamiento escalonado de la corriente crítica respecto al ancho. En contraste, para una juntura tipo “zig-zag” si se encuentra este comportamiento, sin embargo, los escalones no se presentan de la misma manera que en el caso de un contacto cuántico convencional, y el origen de esta diferencia es debida a modos evanescentes de la película.

El estudio teórico de junturas Josephson superconductor - grafeno - superconductor ha sido realizado en varios trabajos [46–48], en ellos el estudio se restringe a junturas para las cuales la longitud de la película de grafeno que hace el papel de la región normal, es mucho menor a la longitud de coherencia superconductora. En este régimen la supercorriente es transportada principalmente por los niveles de energía discretos (niveles de Andreev) que se forman por debajo del gap superconductor. Se ha encontrado que el espectro de energía discreto presenta oscilaciones al variar la energía de Fermi de la película de grafeno y estas llegan a ser más pronunciadas cuando la energía de Fermi de superconductor es mayor [49]. El hecho de que aparezcan estas oscilaciones es debido a la mezcla de valles que se introduce en la función de onda que describe a las cuasipartículas en el grafeno. Adicionalmente esta mezcla de valles introduce desdoblamiento en los niveles de energía que son responsables del transporte de la supercorriente, lo cual puede influir sobre el comportamiento de la corriente crítica.

Es de interés examinar el límite opuesto en el cual la longitud de la película de grafeno que hace el papel de la región normal, es mayor a la longitud de coherencia superconductora. En este caso es necesario incluir la contribución de los estados del continuo al

cálculo de la supercorriente a través de la junta. Este tipo de trabajo está en etapa de desarrollo.

El estudio experimental de las múltiples reflexiones de Andreev en juntas Josephson basadas en grafeno ha sido realizado recientemente [34], observándose la aparición de picos en la conductancia diferencial para energías menores al gap superconductor. A partir de estos estudios se ha encontrado que el comportamiento de los electrones en la junta llega a ser difusivo en vez de ser un comportamiento balístico.

Agradecimientos

Agradecemos a la División de investigación de la Universidad Nacional de Colombia, sede Bogotá, por su apoyo para la realización de este trabajo.

Referencias

- [1] P. R. Wallace, Phys. Rev. **71**, 622 (1947).
- [2] J. C. Slonczewski, P. R. Weiss, Phys. Rev. **109**, 272 (1958).
- [3] T. Ando, J. Phys. Soc. Jpn. **74**, 777 (2005).
- [4] L. Brey, H. A. Fertig, Phys. Rev. B **73**, 235411 (2006).
- [5] A. H. Castro Neto, F. Guinea, N. M. R. Peres, K. S. Novoselov, A. G. Geim, Rev. Mod. Phys. **81**, 109 (2009).
- [6] A. Rycerz, J. Tworzyd, C. W. J. Beenakker, Nature Physics **3**, 172 (2007).
- [7] Vladimir Fal'ko, Nature Physics **3**, 151 (2007).
- [8] B. Trauzettel, D. V. Bulaev, D. Loss, G. Burkard, Nature Physics **3**, 192 (2007).
- [9] K. S. Novoselov, A. K. Geim, S. V. Morozov, et. al., Science **306**, 666 (2004).
- [10] K. S. Novoselov, A. K. Geim, S. V. Morozov, et. al., www.sciencemag.org/cgi/data/306/5696/666/DC1/1 , 1 (2004).
- [11] K. S. Novoselov, D. Jiang, F. Schedin, et. al., PNAS **102**, 10451 (2005).

- [12] K. S. Novoselov, A. K. Geim, S. V. Morozov, et. al., *Nature* **438**, 107 (2005).
- [13] S. Y. Zhou, G. H. Gweon, J. Graf, et. al., *Nature Physics* **2**, 595 (2006).
- [14] K. S. Novoselov, E. McCann, S. V. Morozov, et. al., *Nature Physics* **2**, 177 (2006).
- [15] V. P. Gusynin, S. G. Sharapov, *Phys. Rev. B* **71**, 125124 (2005).
- [16] V. P. Gusynin, S. G. Sharapov, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 146801 (2005).
- [17] V. P. Gusynin, S. G. Sharapov, J. P. Carbotte, *Int. J. Mod. Phys. B* **21**, 4611 (2007).
- [18] M. I. Katsnelson, K. S. Novoselov, A. K. Geim, *Nature Physics* **2**, 620 (2006).
- [19] M. Dragoman, D. Dragoman, *Progress in Quantum Electronics* **33**, 165 (2009).
- [20] H. B. Heersche, P. J. Herrero, J. B. Oostinga, et. al., *Nature* **446**, 56 (2007).
- [21] J. Milton Pereira Jr., P. Vasilopoulos, F. M. Peeters, *Appl. Phys. Lett.* **90**, 132122 (2007).
- [22] J. Bardeen, L. N. Cooper, J. R. Schrieffer, *Phys. Rev.* **108**, 1175 (1957).
- [23] A. F. Andreev, *Sov. Physics. JETP* **19**, 1228 (1964).
- [24] J. Bardeen, J. L. Johnson, *Phys. Rev. B* **5**, 72 (1972).
- [25] S. Hofmann, R. Kümmel, *Phys. Rev. B* **57**, 7904 (1998).
- [26] R. Kümmel, *Phys. Rev. B* **16**, 1979 (1977).
- [27] G. E. Blonder, M. Tinkham, T. M. Klapwijk, *Phys. Rev. B* **25**, 4515 (1982).
- [28] M. Hurd, G. Wendin, *Phys. Rev. B* **49**, 15258 (1994).
- [29] B. Chesca, M. Seifried, T. Dahm, N. Schopohl, D. Koelle, R. Kleiner, A. Tsukada, *Phys. Rev. B* **71**, 104504 (2005).
- [30] G. Deutscher, *Rev. Mod. Phys.* **77**, 109 (2005).
- [31] C. W. J. Beenakker, *Phys. Rev. Lett.* **97**, 067007 (2006).
- [32] C. W. J. Beenakker, *Rev. Mod. Phys.* **80**, 1337 (2008).

- [33] I. Giaever, *Electron tunneling and superconductivity. Nobel Lectures Physics. 1971-80* (World Scientific, 1992).
- [34] Xu Du, Ivan Skachko, Eva Y. Andrei, Phys. Rev. B **77**, 184507 (2008).
- [35] S. Bhattacharjee, M. Maiti, K. Sengupta, Phys. Rev. B **76**, 184514 (2007).
- [36] S. Bhattacharjee, K. Sengupta, Phys. Rev. Lett. **97**, 217001 (2006).
- [37] A. Martín-Rodero, J. C. Cuevas, A. Levy Yeyati, *Quantum Noise in Microscopic Physics* (Kluwer Academia publisher, 2003).
- [38] J. C. Cuevas, A. Martín-Rodero, A. L. Yeyati, Phys. Rev. Lett. **82**, 4086 (1999).
- [39] J. C. Cuevas, A. Martín-Rodero, A. L. Yeyati, Phys. Rev. B **54**, 7366 (1996).
- [40] P. Burset, A. L. Yeyati, A. Martin-Rodero, Phys. Rev. B **77**, 205425 (2008).
- [41] J. Linder, A. Sudbø, Phys. Rev. B **77**, 064507 (2008).
- [42] P. Burset, W. Herrera, A. Levy Yeyati, Phys. Rev. B **80**, 041402 (2009).
- [43] Moitri Maiti, K. Sengupta, Phys. Rev. B **76**, 054513 (2007).
- [44] Ali G. Moghaddam, Malek Zareyan, Phys. Rev. B **74**, 241403 (2006).
- [45] A. G. Moghaddam, M. Zareyan, Appl. Phys. A **89**, 579 (2007).
- [46] J. C. Cuevas, A. Levy Yeyati, Phys. Rev. B **74**, 180501 (2006).
- [47] M. Titov, C. W. J. Beenakker, Phys. Rev. B **74**, 041401 (2006).
- [48] M. Titov, A. Ossipov, C. W. J. Beenakker, Phys. Rev. B **75**, 045417 (2007).
- [49] Diego A. Manjarrés, William J. Herrera, S. Gómez P., Physica B: Condens. Matter **404**, 2799 (2009).