

SOLITONES EN FIBRAS OPTICAS

E. Arévalo, C. Ramírez y A. Guzmán

Departamento de Física

Universidad Nacional de Colombia.

Santafé de Bogotá, Colombia

Resumen

Los solitones ópticos son pulsos estables de luz infraroja que al propagarse por las fibras ópticas cientos de kilometros no presentan distorsión en su perfil temporal ni en su espectro de frecuencias. Se presenta la teoría básica y se muestran algunos resultados de la simulación numérica de la propagación de solitones en fibras.

Abstract

Optical solitons are infrared stable pulses whose shape and spectrum endure over thousands of kilometers. This paper presents a theoretical framework and shows a numerical simulation of solitons propagation in optical fibers.

Las fibras ópticas como medio de transmisión lineal han sido optimizadas hasta alcanzar los límites teóricos de capacidad de transmisión por distancia [1, 2]. Esta limitación, caracterizada por la interferencia intersímbolo, proviene del efecto lineal de dispersión de velocidad de grupo (GVD: group velocity dispersion) [2, 3, 4] el cual, en una fibra óptica es causado por la combinación de la dispersión de guía que depende de la geometría, y de la dispersión Rayleigh propia del material (dióxido de silicio). Por tanto, modificando tanto la geometría como la composición de la fibra, es posible reducir, hasta anular, el efecto GVD en la región teórica de mínimas pérdidas ($1.5\mu\text{m}$) [3, 4] poniendo de manifiesto los efectos no lineales, los cuales son "apantallados" si los pulsos ópticos son de poca intensidad y su portadora esta lejos de la región en la cual efecto GVD se anula [3, 4].

Los avances tecnológicos de los últimos años han permitido, por una parte, disminuir las pérdidas hasta alcanzar el límite teórico de $0.2\text{dB}/\text{km}$ en la ventana de $1.5\mu\text{m}$ lo que permite, en análisis prácticos, considerar las fibras ópticas libres de pérdidas [5], y por otro lado disponer de fuentes láser de potencia en las longitudes de onda correspondientes a las ventanas de comunicaciones en fibras ópticas, permitiendo propagar pulsos intensos a lo largo de éstas. Por estas dos razones ha cobrado gran interés el estudio de efectos no-lineales en fibras ópticas entre los que se

encuentra la propagación de solitones, los cuales son pulsos estables de luz infraroja que pueden propagarse a lo largo de las fibras, por cientos de kilómetros, sin presentar distorsión en su perfil temporal ni en su espectro de frecuencias [3, 4].

Las características no-lineales y dispersivas de las fibras ópticas les permite transmitir solitones [3, 4]; en efecto, como el índice de refracción presenta una dependencia lineal con la intensidad del campo (efecto Kerr) es modulado por el perfil temporal del pulso óptico, de forma que el índice de refracción es mayor en la parte más intensa del pulso que se propaga; esto provoca que las frecuencias más bajas viajen más rápidamente que las frecuencias más altas (efecto SPM: self-phase modulation). Entonces, al propagar pulsos ópticos con la intensidad y el ancho temporal apropiados y cuya longitud de onda este en la región de dispersión anómala (las componentes de baja frecuencia de un pulso óptico viajan más lentamente que las componentes de alta frecuencia) los efectos GVD y SPM se compensan exactamente formándose pulsos estables llamados solitones, los cuales se propagan por largas distancias preservando su forma (solitón fundamental) o siguen un patrón de evolución periódico (solitones de orden mayor a uno) y no se alteran en colisiones con otros solitones [3, 4]. Gracias a esto, es posible transmitir información a ultra-largas distancias con muy altas tasas de transmisión [6].

A continuación se hará la descripción matemática de la propagación de pulsos ópticos en la región de GVD anómalo enfatizando el carácter solitónico de la solución.

La ecuación que describe la polarización total inducida en un medio no lineal como en el caso de una fibra óptica es [7]:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}(\beta, \omega) = & \epsilon_0 \chi^{(1)}(\omega) \cdot \mathbf{E}(\beta, \omega) + \epsilon_0 \chi^{(2)}(\omega) : \mathbf{E}(\beta, \omega) \mathbf{E}(\beta, \omega) \\ & + \epsilon_0 \chi^{(3)}(\omega) : \mathbf{E}(\beta, \omega) \mathbf{E}(\beta, \omega) \mathbf{E}(\beta, \omega) + \dots \end{aligned} \quad (1)$$

donde $\mathbf{E}(\beta, \omega)$ es el campo eléctrico en el espacio de la frecuencias y números de onda, ϵ_0 y μ_0 son la permitividad y la permeabilidad del vacío respectivamente, $\chi^{(j)}$ ($j = 1, 2, 3, \dots$) es un tensor de rango $j + 1$ que corresponde a la susceptibilidad de j -ésimo orden. En la expansión (1) el término lineal $\chi^{(1)}$ predomina y determina el índice de refracción lineal n y el coeficiente de atenuación del medio α . La susceptibilidad de

segundo orden $\chi^{(2)}$ es igual a cero para medios como el dióxido de silicio que presentan simetrías de inversión molecular. Básicamente los efectos no lineales de bajo orden en el material huésped en las fibras ópticas son debidos a la susceptibilidad de tercer orden $\chi^{(3)}$ la cual es responsable del efecto Kerr.

Como en una fibra monomodal unicamente se propaga su modo propio, el pulso óptico que se forma es cuasimonocromático y presenta una periodicidad espacial, por tanto puede escribirse $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ de la siguiente forma:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = F(x, y)\mathcal{A}(z, t)\exp(i(\beta_0 z - \omega_0 t))\hat{x} \quad (2)$$

donde se ha supuesto que el campo eléctrico modal mantiene su polarización \hat{x} a lo largo del eje z de la fibra. β_0 es la constante de propagación lineal del modo de la fibra óptica a la frecuencia portadora ω_0 , $\mathcal{A}(z, t)$ es la amplitud compleja lentamente variable en un período de tiempo y en una longitud de onda del campo eléctrico y $F(x, y)$ contiene la información de la estructura modal del pulso.

Bajo las anteriores consideraciones la polarización total inducida en el medio toma la forma:

$$\mathbf{P} = \epsilon_0\chi^{(1)}(\omega) \cdot \mathbf{E} + \epsilon_0\chi^{(3)}(\omega)|\mathcal{A}|^2\mathbf{E}. \quad (3)$$

Como consecuencia de la no linealidad de la polarización la relación de dispersión $\beta = \beta(\omega, |\mathcal{A}(z, t)|^2)$ y el índice de refracción $n(\omega, |\mathcal{A}(z, t)|^2) = c\beta(\omega, |\mathcal{A}(z, t)|^2)/\omega$ quedan dependiendo de la intensidad, en particular el índice de refracción se puede escribir como una parte lineal más una parte no lineal así:

$$n(\omega, |\mathcal{A}(z, t)|^2) = n_0(\omega) + n_2|\mathcal{A}(z, t)|^2 \quad (4)$$

donde n_2 es el coeficiente Kerr [3, 4].

Expandiendo $\beta(\omega, |\mathcal{A}(z, t)|^2)$ en una serie doble de Taylor alrededor de ω_0 , debido a que la mayor parte de la energía está concentrada en las frecuencias próximas a la frecuencia central, y alrededor $|\mathcal{A}(z, t)|^2 = 0$, cuando el pulso óptico es poco intenso, se obtiene que la relación de dispersión toma la forma:

$$\beta(\omega, |\mathcal{A}(z, t)|^2) - \beta(\omega_0) = \beta_1(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2}\beta_2(\omega - \omega_0)^2 + \gamma|\mathcal{A}|^2 + i\alpha \quad (5)$$

donde

$$\beta_m = \left[\frac{d^m \beta}{d\omega^m} \right]_{\omega=\omega_0} \quad (m = 1, 2, 3, \dots), \quad (6)$$

Los términos cúbico y de más alto orden se desprecian, β_2 es el parámetro de dispersión de velocidad de grupo GVD, $\gamma \simeq \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} n_2 \omega_0 / 2$ [4] y $i\alpha$ es el término de pérdidas propias de la fibra óptica.

La ecuación 5 es la relación de dispersión del perfil de un pulso óptico lentamente variable en una longitud de onda y en un período de tiempo que se mueve en medios no lineales y corresponde a la ecuación de onda:

$$\frac{\partial \mathcal{A}}{\partial z} + \beta_1 \frac{\partial \mathcal{A}}{\partial t} + \frac{i}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 \mathcal{A}}{\partial t^2} + \alpha \mathcal{A} = i\gamma |\mathcal{A}|^2 \mathcal{A}. \quad (7)$$

Para facilitar su análisis, es conveniente transformarla a su forma estándar mediante el siguiente cambio de variables [3]:

$$\begin{aligned} \frac{t - \beta_1 z}{T_0} &= \bar{\tau} \\ \frac{|\beta_2| z}{T_0^2} &= \bar{z} \\ \frac{\alpha T_0^2}{2 |\beta_2|} &= \bar{\Gamma} \\ \left[\frac{\gamma T_0^2}{|\beta_2|} \right]^{\frac{1}{2}} \mathcal{A} &= \bar{\mathcal{A}}, \end{aligned}$$

donde T_0 es el ancho temporal del pulso. Entonces la ecuación 7 toma la forma:

$$i \frac{\partial \bar{\mathcal{A}}(\bar{z}, \bar{\tau})}{\partial \bar{z}} = \text{signo}(\beta_2) \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \bar{\mathcal{A}}(\bar{z}, \bar{\tau})}{\partial \bar{\tau}^2} - |\bar{\mathcal{A}}|^2 \bar{\mathcal{A}} - i\bar{\Gamma} \bar{\mathcal{A}}(\bar{z}, \bar{\tau}). \quad (8)$$

La ecuación (8) en ausencia de pérdidas ($\bar{\Gamma} = 0$) se reduce a la ecuación no-lineal de Schrödinger [3], la cual en régimen de dispersión anómala, $\text{signo}(\beta_2) = -1$, presenta soluciones solitónicas y toma la forma

$$i \frac{\partial \bar{\mathcal{A}}(\bar{z}, \bar{\tau})}{\partial \bar{z}} = -\frac{1}{2} \frac{\partial^2 \bar{\mathcal{A}}(\bar{z}, \bar{\tau})}{\partial \bar{\tau}^2} - |\bar{\mathcal{A}}|^2 \bar{\mathcal{A}}. \quad (9)$$

Esta ecuación se puede resolver analíticamente usando el método de "inverse scattering" [3, 4, 8]. Las soluciones solitónicas de la ecuación

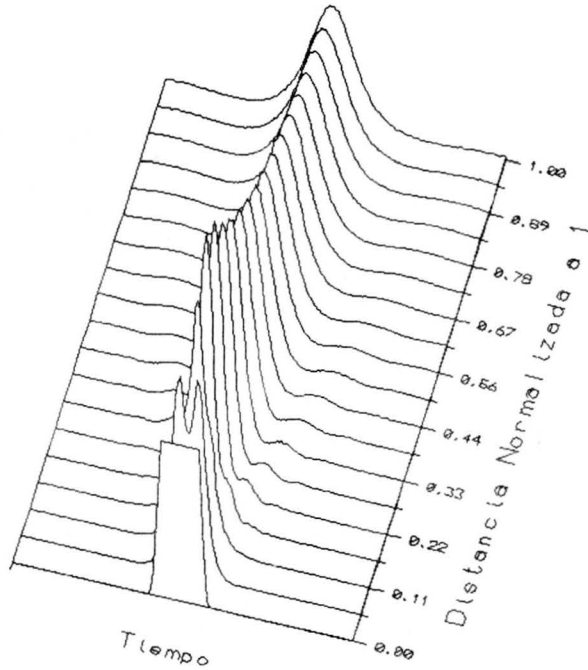


Figura 1: Generación de un solitón de $N = 1$ a partir de un pulso rectangular

tienen perfil de secante hiperbólica [8]

$$\bar{A} = \eta \operatorname{sech}[\eta(\bar{\tau} + \kappa \bar{z} - \theta_0)] \exp\left(-i\kappa \bar{\tau} + \frac{i}{2}(\eta^2 - \kappa^2) \bar{z} - i\sigma_0\right) \quad (10)$$

donde η^2 es el máximo de la parte real de \bar{A} , κ es una variable independiente que representa una desviación de la velocidad de grupo, y θ_0 y σ_0 son constantes de fase. La generalización de la anterior solución para un solitón de orden N es [4]:

$$\bar{A}(\bar{z}, \bar{\tau}) = \sum_{j=1}^N \eta_j \operatorname{sech}[\eta_j(\bar{\tau} + \kappa_j \bar{z} - \theta_{0j})] \exp\left(-i\kappa_j \bar{\tau} + \frac{i}{2}(\eta_j^2 - \kappa_j^2) \bar{z} - i\sigma_{0j}\right). \quad (11)$$

De esta solución generalizada se observa que se pueden obtener infinita variedad de formas de solitones. Entre ellas juega un papel especial

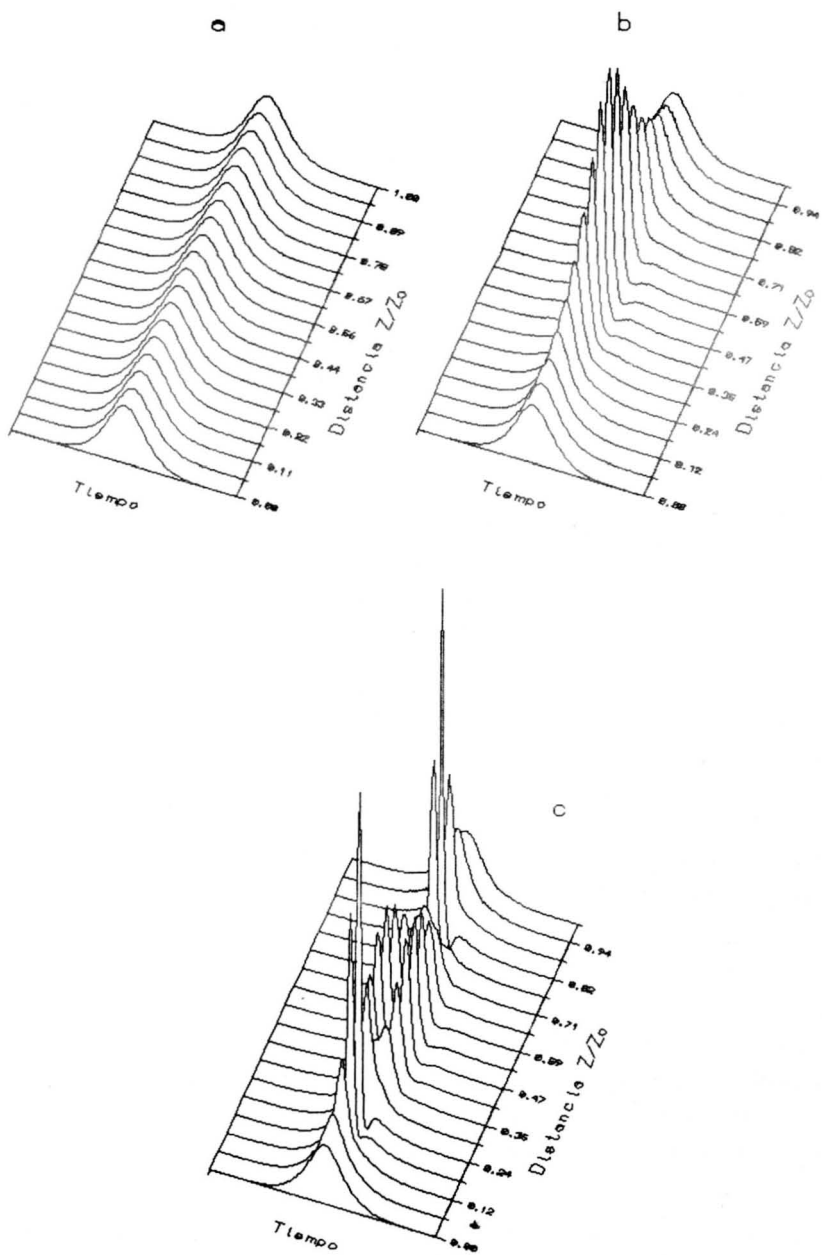


Figura 2: Evolución de solitones de orden a: $N=1$. b: $N=2$. c: $N=3$.

aquella cuya forma inicial está dada por

$$\bar{\mathcal{A}}(0, \bar{\tau}) = N \operatorname{sech}(\bar{\tau}) \tag{12}$$

donde N es un número entero que proporciona el orden del solitón. La condición para que a partir de un pulso óptico ordinario se forme un solitón de orden N dentro de una fibra óptica [3] es:

$$N^2 \leq \bar{\mathcal{A}}(\bar{z} = 0, \bar{\tau}) < (N + 1)^2$$

$$N^2 \leq \frac{\gamma \mathcal{A}^2(z = 0, \tau) T_0^2}{|\beta_2|} < (N + 1)^2. \tag{13}$$

Un ejemplo de esto se muestra la figura 1, que presenta los resultados de la solución numérica de la ecuación de propagación¹, donde un pulso rectangular con $1 < N < 2$, efectivamente evoluciona hacia un solitón de orden $N = 1$; de forma semejante es como experimentalmente se generan solitones ópticos [12, 13]: se introduce dentro de la fibra óptica un pulso óptico con perfil rectangular, gaussiano u otra forma que cumpla con las condiciones 13 y se propaga una cierta distancia hasta obtener un solitón.

Una propiedad de los solitones es la periodicidad de la intensidad, $|\bar{\mathcal{A}}(\bar{z}, \bar{\tau})|^2$, con período $\bar{z}_0 = \pi/2$ por tanto el período en z es:

$$z_0 = \frac{\pi T_0^2}{2 |\beta_2|}. \tag{14}$$

En la figura 2a se muestra la solución numérica de un solitón de orden $N = 1$ a lo largo de un período solitónico, se observa que el perfil temporal de éste permanece sin cambio en la medida que se propaga. En las figuras 2b y 2c se muestran las evoluciones de solitones de ordenes $N = 2$ y $N = 3$ respectivamente. La principal característica de estos solitones es su evolución periódica sin distorsión cuyo período está dado

¹Se solucionó numéricamente la ecuación de propagación 9 mediante un programa FORTRAN, para ello se discretizaron las derivadas temporales por el método de diferencias finitas [9] y la derivada espacial fue integrada usando el algoritmo Hamming [10], método de integración predictor corrector de cuatro puntos, que partiendo del valor del campo en $z = 0$ avanza sucesivamente la integración en z prediciendo el valor del campo para cada tiempo.

por la ecuación 14.

Como se observa el comportamiento de los solitones al propagarse a lo largo de las fibras ópticas es importante en los sistemas de transmisión de información ya que al contrarestarse los efectos de dispersión de primer orden es posible transmitir pulsos más cortos por mayores distancias hasta de un millón de Kilometros [6] lo que permite reducir los costos de implementación y funcionamiento de un sistema comunicaciones óptico.

Bibliografía

- [1] B. Jeunhomme Luc 1983 *Single-mode Fiber Optics: Principles and Applications* Marcel Dekker Inc., New York.
- [2] Gowar J 1984 *Optical Communication Systems* London Prentice Hall, Londres.
- [3] Agrawal G P 1989 *Nonlinear Fiber Optics* Academic Press, Boston.
- [4] Hasegawa A 1990 *Optical Solitons in Fibers* Springer-Verlag, Berlin.
- [5] Haus H 1993 *Molding light into solitons* IEEE Spectrum de marzo.
- [6] Mollenauer L F 1992 *Ultra-Long Distance Soliton Transmission*, V Simposio Estadual de Lasers e Aplicacões .
- [7] Shen Y R 1984 *The principles of Nonlinear Optics* John Wiley & Sons, New York.
- [8] Vanharten W E 1980 *The Inverse Scattering Transformation and the Theory of Solitons* New York .
- [9] Chapra S C y Canale R P 1992 *Métodos Numéricos Para Ingenieros* Mc Graw Hill, Mexico.
- [10] IBM 1970 *System/360 Scientific Subroutine Package version III* IBM GH20-0205-4, New York.
- [11] Gvitov I R, Romagnoli M and Wabnitz S 1991 *Femtosecond Soliton Colapse and Coherent Pulse Train Generation in Erbium-Doped Fiber Amplifiers* Appl. Phys. Lett. **59** 1811.
- [12] Suzuki K, Kimura Y and Nakasawa M 1989 *Subpicosecond amplification and Transmission using Er^{3+} -doped fibers pumped by InGaAsP laser diodes* Opt.lett. **14** 865.
- [13] Mamyshev P V, Chernikov S V and Dianov E M 1991 *Generation of Fundamental Soliton Trains for High-Bit-Rate Optical Fiber Communication Lines* Quantum Electronics **27** 2347