CONSERVACION CLASICA DE ENERGIA-MOMENTUM EN PROCESOS ELEMENTALES INELASTICOS

D. A. Buriticá C.
Departamento de Física, Universidad Nacional
Santafé de Bogotá

RESUMEN

En este artículo se presenta una formulación clásica de la conservación de energía-momentum en sirtuaciones en que el número de partículas cambia, como en procesos inelásticos elementales, haciendo uso del principio de mínima acción y sin recurrir a argumentos de simetria espacio-temporal.

ABSTRACT

We present a formulation of classical energy-momentum conservation when a change in the number of particles accurs, like in typical elementary inelastic processes making use of the minimu action principle and without using simmetry arguments.

Consideramos aquí procesos elementales los que sirven de mecanismo para la interacción entre partículas elementales como la emisión de un fotón por un electrón en presencia de un campo externo o de otra partícula cargada, o la emisión o absorción de un mesón por un nucleón. Dichos procesos los representamos en un diagrama *(x,t)* como procesos de tres patas.

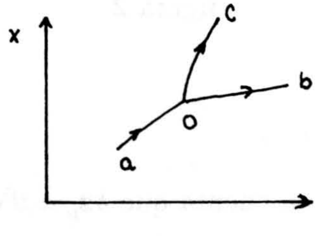

figura 1

Como es bién sabido, en dichos procesos no puede cumplirse la conservación de energía y momentum clásicamente, a menos que se permita la variación de la masa en reposo de las partículas o una variación de la energía de un campo externo.

En teoría estamos acostumbrados a asociar la conservación de energía y momentum con las propiedades de simetría espacio-temporal, en este caso homogeneidad del espacio y el tiempo. Es claro sinembargo que en un diagrama de tres patas este argumento carece por completo de sentido [1]. Es decir no existe ningún argumento clásico que obligue a $p_a = p_b + p_c$ siendo p el cuadrimomento $p^\mu = (E/c, \vec{p})$, en un proceso elemental tipicamente inelástico.

Resulta por demás curioso que no se haya desarrollado la teoría en este sentido si se recuerda que desde las primeras formulaciones de la mecánica, Guy de Maupertuis aplicó un principio variacional extremo para deducir las velocidades de las partículas después de un choque inelástico clásico, lo que puede considerarse un adelanto de ley de conservación.

Para nuestra argumentación vamos a considerar por lo pronto que el evento de bifurcación se dá en un punto 0 espacio-temporal y que las partículas fuera de ese punto son partículas libres. El punto 0 no es por supuesto un punto privilegiado pués se permite una variación en ese punto; más adelante se puede incluso extender el punto 0 a una región del espacio-tiempo región de interacción.

El principio de mínima acción relativista para una partícula libre se escribe [2]:

$$\delta S = -\delta \int_A^B p^\mu dx_\mu = 0$$

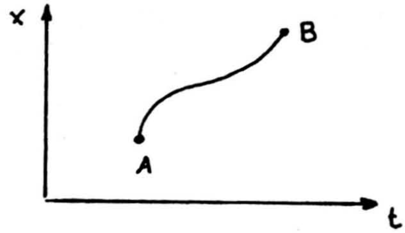

figura 2

al aplicar el cálculo variacional teniendo en cuenta que $\delta x_\mu = 0$ en A y B se obtiene:

$$\delta S = -\int_a^b \delta p^\mu dx_\mu - dp^\mu \delta x_\mu = 0$$

lo cual conduce a la ecuación de movimiento:

$$dp^{\nu} = \frac{\partial p^{\mu}}{\partial x_{\nu}} \cdot dx_{\mu}$$

de esta ecuación se deduce que el cuadrimomento p es una constante:

$$\frac{dp^{\mu}}{dt} = 0$$

siempre y cuando se acepte que:

$$p^2 = p_{\mu} p^{\mu} = m^2 c^2$$

es un invariante. pués resulta:

$$\frac{dp^{\mu}}{dt} = \frac{1}{2m\gamma} \frac{\partial (p_{\mu} p^{\mu})}{\partial x_{\nu}}$$

Apliquemos ahora el principio de mínima acción a un proceso como el de la figura 1, en la siguiente forma:

$$S = -\int_{a}^{0} p^{a} dx - \int_{0}^{b} p^{b} dx - \int_{0}^{c} p^{c} dx$$

y:

$$\delta S = 0$$

con:

$$\delta x_a = \delta x_b = \delta x_c = 0$$

pero:

$$\delta x_0 \neq 0$$

Al hacer la variación:

$$\int \delta(p \cdot dx) = \int \delta p \cdot dx + \int p\delta(dx)$$

$$= \int \delta p dx + \int p d(\delta x)$$

e integrar por partes se obtiene:

$$\delta S = -p\delta x - \int \delta p dx - dp\delta x$$

$$\delta S = p^a \delta x\Big|_a^0 - p^b \delta x\Big|_0^b - p^c \delta x\Big|_0^c$$

$$- \int_a^0 \delta p^a dx - dp^a \delta x - \int_b^0 \delta p^b dx - dp^b \delta x - \int_c^0 \delta p^c dx - dp^c \delta x$$

las integrales de la derecha son de la forma (1) y como hemos supuesto que fuera del punto 0 son partículas libres, dichas integrales de acuerdo a (1) deben ser cero.

Finalmente obtenemos:

$$\delta S = -(p^a - p^b - p^c) \cdot \delta x_0 = 0$$

y puesto que δx_0 es un punto arbitrario, debe satisfacerse:

$$p^a - p^b - p^c = 0$$

Es decir la conservación de energía-momentum. Nótese que nuestra única argumentación está basada en el principio de mínima acción sin recurrir para nada a un criterio de simetría espacio-temporal.

Es necesario señalar que en esta formulación todas las partículas involucradas poseen masa en reposo distinta de cero. Más adelante trataremos de entender la formulación a partículas con masa cero, como el fotón, introduciendo el campo electromagnético.

REFERENCIAS

[1] H. Goldstein. Mecánica Clásica. Aguilar (1963).
[2] L. D. Landau, E. M. Lifshitz. The Classical Theory of Fields. Pergamon Press (1965)