

## EL BACKGROUND FIELD METHOD Y LA TECNICA PINCH

R. Martínez, J.-A. Rodríguez y M. Vargas

*Departamento de Física  
Universidad Nacional de Colombia  
Santafé de Bogotá*

### Abstract

Background Field Method (BFM) and Pinch Technique (PT) are two methods to maintain explicit gauge invariance when quantization is done in a field theory. BFM is a quantum field theory and it works at all levels in perturbation theory. BFM can be applied to every interaction vertex and Green function too. The PT has the same goal BFM but it is not a quantum field theory so it has to construct the variables and functions in the way they would be gauge invariant. The article's aim is to compare these methods and to show some applications from them.

### Resumen

El Background Field Method (BFM) y la Técnica Pinch (PT) son dos métodos que mantienen la invarianza de gauge cuando se cuantiza una teoría de campos. El BFM es un teoría cuántica de campos y es válido para todos los órdenes en teoría de perturbaciones. El BFM puede ser aplicable a todas la funciones de Green. La PT no es una teoría de campos cuánticos y tiene que ser construida de tal forma que ésta sea invariante de gauge. El propósito de este artículo es comparar los dos métodos y mostrar algunas aplicaciones

## 1. Introducción

El estudio teórico de la física de partículas elementales está basado en las teorías de gauge que son construidas de acuerdo con el principio de invarianza de gauge (InvG). En general estas se formulan sobre un espacio base continuo [1]. Existe otra clase de teorías de gauge que se desarrollan sobre un retículo que básicamente son un sistema mecánico estadístico discreto ubicado en un reticulado euclídeo cuadri-dimensional. Esto se especifica porque al realizar la cuantización de la teoría continua es necesario fijar el gauge y en la teoría reticular este paso no es necesario.

Al fijar el gauge para cuantizar la teoría ésta queda dependiente del gauge (DG). En las teorías de gauge los propagadores de las partículas y las funciones de vértice serán DG y estarán junto a objetos que son independientes del gauge (IG) como son los elementos de la matriz de dispersión  $S$ . Esto "contamina" los cálculos hechos dejando como resultado una dependencia del gauge en el estado final sin permitir la construcción de objetos físicos que se puedan comparar con los resultados experimentales los cuales deben ser independientes de cualquier procedimiento de cálculo.

Es muy importante tener un método que al cuantizar la teoría la convierta en InvG a cualquier orden en la teoría de perturbaciones y para cualquier función de Green o vértice de interacción. Esto se traduciría en un manejo mas sencillo tanto técnica como conceptualmente de los elementos de la matriz  $S$  así como también de los propagadores de las partículas y las funciones de vértice. Existen dos métodos que al cuantizar la teoría la convierten en InvG según los criterios mencionados anteriormente: el Background Field Method (BFM) y la Técnica Pinch (PT).

## 2. Background Field Method y Técnica Pinch

### 2.1. Definiciones:

El BFM [2] es un método para cuantizar teorías de campo de gauge sin perder de manera explícita la InvG. Fue introducido por

B. DeWitt [3] como un formalismo para ser aplicado a procesos a orden de un loop. La extensión de éste a procesos de varios loops con una reformulación del método fue hecha en primer lugar por 't Hooft [4] y luego ampliada mas detalladamente por DeWitt [5] Boulware [6] y Abbott [7]. Este método es muy usado en teorías de gravedad [8] y supergravedad [9]. Se utiliza para derivar teorías efectivas de partículas en modelos de Gran Unificación [10] así como para realizar el cálculo de la función  $\beta$  de Yang-Mills a dos loops y mas allá [7] y hacer cálculos en teorías de gauge reticulares [11]. El BFM es también muy útil para realizar los cálculos de los elementos de la matriz S.

En el BFM [2] la InvG presente en el Lagrangiano original estará también presente en los términos que usualmente no son InvG en una teoría de campos normal; como es el término que fija el gauge y los términos fantasmas. Las funciones de Green que en la teoría de gauge usual obedecían complejas identidades de Slavnov-Taylor ahora bajo el BFM obedecerán identidades sencillas al igual que lo harán los contratérminos divergentes utilizados para la renormalización [2].

El BFM es aplicable a todos los órdenes perturbativos y sus funciones de vértice son derivadas directamente de las Reglas de Feynman; estas funciones de vértice no están plagadas con dependencias de parámetros de gauge como suele ocurrir en la teoría de campos usual [12].

Este método consiste en dividir el campo de gauge de la acción clásica en un campo cuántico  $Q$  y un campo de fondo  $\phi$  donde el campo cuántico  $Q$  es la variable de integración de la funcional original:

$$Z[J] = \int \delta Q \det \left( \frac{\delta G^a}{\delta \omega^b} \right) \times \exp i \int d^4 x \left\{ -\frac{1}{4} (F_{\mu\nu}^a [Q])^2 - \frac{1}{2\xi} G_a G^a + J_a^\mu Q_\mu \right\} \quad (1)$$

Al reemplazar el campo de gauge  $Q_\mu$  por  $Q_\mu + \phi_\mu$  se tiene que [2]:

$$\tilde{Z}[J, \phi] = \int \delta Q \det \left( \frac{\delta \tilde{G}^a}{\delta \omega^b} \right) \exp i \int d^4x \left\{ -\frac{1}{4} (F_{\mu\nu}^a [Q + \phi])^2 \right. \\ \left. - \frac{1}{2\xi} \tilde{G}_a \tilde{G}^a + J_a^\mu Q_\mu^a \right\}. \quad (2)$$

La acción efectiva del campo de fondo es:

$$\tilde{\Gamma}[\tilde{Q}, \phi] = \tilde{W}[J, \phi] - J \cdot \tilde{Q} \quad (3)$$

donde

$$\tilde{W}[J, \phi] = -i \ln \tilde{Z}[J, \phi] \\ \tilde{Q} = \frac{\delta \tilde{W}}{\delta J} \quad (4)$$

Finalmente se llega a la igualdad [2]:

$$\tilde{\Gamma}[\tilde{Q}, \phi] = \Gamma[\tilde{Q} + \phi] \quad (5)$$

tomando  $\tilde{Q} = 0$  entonces:

$$\tilde{\Gamma}[0, \phi] = \Gamma[\phi] \quad (6)$$

lo cual significa que la acción efectiva normal para  $\phi$  se puede obtener haciendo el cálculo de  $\tilde{\Gamma}[0, \phi]$ . Esta función no tiene líneas externas  $\Gamma$  pues no depende de  $\tilde{Q}$ . Además la acción efectiva de fondo  $\tilde{\Gamma}[\tilde{Q}, \phi]$  es invariante de gauge bajo las transformaciones:

$$\delta \phi_\mu^a = -f_{bc}^a \omega^b \phi_\mu^c + \frac{1}{g} \partial_\mu \omega^a \\ \delta \tilde{Q}_\mu^a = -f_{bc}^a \omega^b \tilde{Q}_\mu^c, \quad (7)$$

implicando la InvG explícita de la teoría [2]. Al elegir un gauge  $\Gamma$  se rompe la invG del campo  $Q$ . Para el campo  $\phi$   $\Gamma$  sin embargo ésta

se mantiene explícitamente [4]. De esta forma se pueden hacer las correcciones cuánticas sin que la InvG del BF se pierda. Se observa que el parámetro fijador del gauge del campo cuántico nada tiene que ver con el del campo de fondo  $\phi$ . La acción en principio sólo depende del campo de fondo  $\phi$  porque el campo cuántico  $Q\Gamma$  que es la variable de integración sobre todos los grados de libertad  $\Gamma$  se anula quedando el campo  $\phi$  como una variable libre. La acción efectiva cumple simples identidades de la forma:

$$\delta_{\text{gauge}}\Gamma[\phi] = 0$$

La PT fue formulada por Cornwall [13] como un algoritmo bien definido con el fin de formar nuevos vértices propios InvG y nuevos propagadores con autoenergías InvG así como con el fin de implementar un esquema de truncamiento sistemático de las ecuaciones de Schwinger-Dyson (ESD) [14] debido a que estas forman una serie infinita de ecuaciones integrales no-lineales acopladas cuyo manejo es difícil.

Si se pudiera de alguna forma construir completamente los propagadores y funciones de vértice de las ESD los cuales gobiernan la dinámica de las teorías de gauge la matriz S resultante sería InvG. Pero en general esta construcción es muy compleja y así se tendrán como resultado funciones de Green DG (relacionadas con las ESD) que obedecerán complicadas Identidades de Slavnov-Taylor (ST) debido a que estas no son InvG. La DG de estas funciones para el cálculo de observables físicos a un orden en la teoría de perturbaciones no ofrecerá problema alguno si se realiza el cálculo de todas las contribuciones pues las dependencias se anularán entre sí. Pero esto es difícil de realizar por lo tanto en la mayoría de los casos esta aproximación perturbativa dará finalmente un resultado DG.

Esto es lo que sucede normalmente cuando se trata de hacer correcciones de alto orden en la teoría perturbativa usando Sumas de Dyson y no se tienen en cuenta todas las contribuciones o si se está interesado en contribuciones particulares como el cálculo de factores de forma definitivos. Un ejemplo de esto es el cálculo de

los momentos magnéticos para partículas fuera de capa de masa  $\Gamma$  sin tener en cuenta todos los diagramas [1].

Usando esta técnica Cornwall y Papavasiliou obtuvieron la autoenergía  $\text{InvG}$  a un loop  $\Gamma$  y partes de vértices de interacción en la Cromodinámica Cuántica (QCD) [14]. Las funciones de vértice calculadas con la  $\text{PT}$  satisfacen sencillas identidades relacionadas con el Lagrangiano clásico. Esta técnica realiza una reorganización de propagadores de los diagramas de Feynman truncando las ESD en estos  $\Gamma$  para que al sumarlos con los diagramas originales  $\Gamma$  se cancelen las DG de los mismos [14].

Gráficamente se puede ilustrar el esquema básico de truncamiento mediante la Figura 2.1  $\Gamma$  donde las gráficas  $a$   $\Gamma$   $b$   $\Gamma$   $c$  y  $d$  presentan algunas de las contribuciones a la matriz  $S$  a orden de un loop para un proceso de dispersión de cuatro fermiones  $\Gamma$

$$\psi(\hat{p}_1) \psi(\hat{p}_2) \rightarrow \psi(p_1) \psi(p_2) \quad (8)$$

con sabores diferentes. La autoenergía del bosón de gauge para el grupo  $SU(N)$   $\Gamma$  calculada en el gauge  $R_\xi$   $\Gamma$  es [15]:

$$\begin{aligned} \Pi(\xi_Q, q^2) = & \left(\frac{g}{4\pi}\right)^2 \left\{ \beta_1 \left[ -C_{UV} + \ln\left(\frac{-q^2}{\mu^2}\right) \right] \right. \\ & \left. + \left( \frac{67}{9} - \frac{(1-\xi_Q)(7-\xi_Q)}{4} \right) - \frac{10}{9} n_f \right\} \quad (9) \end{aligned}$$

donde  $C_{UV} = \frac{1}{\epsilon} + \ln(4\pi) - \gamma$  es el término de la divergencia ultravioleta. El coeficiente  $\beta_1$  está definido como:  $\beta_1 = -\frac{11}{3}N + \frac{2}{3}n_f$   $\Gamma$  con  $n_f$  el número de sabores fermiónicos en el grupo. El proceso de dispersión en esa gráfica está dado por:

$$\left( \bar{v}_j i g \gamma_\mu T_{ij}^m u_i \right) \frac{-i}{q^2} \Pi(\xi_Q, q^2) \left( \bar{v}_j i g \gamma_\mu T_{ij}^m u_i \right). \quad (10)$$

En este proceso de dispersión  $\Gamma$  donde únicamente se tienen en cuenta las correcciones a un loop de la autoenergía  $\Gamma$  hay dependencia del parámetro que fija el gauge  $\xi$   $\Gamma$  y además  $\Gamma$  hay un término divergente.

La PT actúa usando la regla pinch intrínseca la cual dice que: “Siempre se perderán uno o mas propagadores correspondientes a las patas externas de las funciones de Green impropias al realizar el proceso de truncamiento”. Estas partes pinchadas son esenciales para la cancelación de la dependencia del gauge  $\xi$  y la divergencia de las gráficas ordinarias y por tanto se deduce que las partes DG de las gráficas  $a$  y  $d$  deben cancelarse. Como el fin es llegar a una InvG de los diagramas se extraen de una manera sistemática las partes de las gráficas propias que tengan líneas externas y se eliminan. Esta eliminación tiene que ver directamente con la Identidad de Ward elemental:

$$\gamma_\mu k^\mu = S^{-1}(p+k, m) - S^{-1}(p, m) \quad (11)$$

pues los propagadores inversos cancelan los propagadores fermiónicos en el integrando.

La manera como se obtiene una IG es mediante la suma de los diagramas pinchados  $f$  y  $g$  a la serie de total de los diagramas  $a$ . Esta suma hace que las DG de los diagramas se cancelen entre sí resultando la InvG de la teoría. Finalmente el proceso de dispersión pinchado en el cual se encuentra la autoenergía bosónica InvG es:

$$\left(\bar{v}_j i g \gamma_\mu T_{ij}^m u_i\right) \frac{-i}{q^2} \hat{\Pi}(q^2) \left(\bar{v}_j i g \gamma_\mu T_{ij}^m u_i\right) \quad (12)$$

donde la autoenergía está dada por [15]:

$$\hat{\Pi}(q^2) = \left(\frac{g}{4\pi}\right)^2 \left\{ \frac{67}{9} N - \frac{10}{9} n_f + \beta_1 \left[ -C_{UV} + \ln\left(\frac{-q^2}{\mu^2}\right) \right] \right\}. \quad (13)$$

Se observa con este resultado que todos los términos la anterior autoenergía son InvG.

## 2.2. Aplicaciones:

En el caso del Modelo Estándar Electro débil (MEE) el BFM se ha usado para realizar correcciones radiativas electro débiles [1]

y se ha hecho la renormalización de la teoría electrodébil [16] analizándola explícitamente a un loop. Además se ha encontrado aplicación de este método en los Lagrangianos chirales electrodébiles donde se tienen términos no InvG en los cálculos hechos a órdenes mayores por el método convencional [13].

Se analizarán en este artículo dos aplicaciones. La primera tiene que ver con la definición de los factores de forma para el estudio de los vértices de los diagramas del proceso de dispersión  $e^+e^- \rightarrow t\bar{t}$  en el marco del MEE. La segunda analizará los problemas relacionados con el estudio del caracter no-abeliano del MEE mediante las propiedades físicas de los vértices de tres campos de gauge  $WWV$  con  $V = \gamma, Z$ .

El MEE describe el espectro de partículas de los leptones y los quarks; este modelo respeta la simetría gauge  $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$  y no son posibles términos másicos pues estos no son invariantes bajo dicha simetría. En el Lagrangiano del MEE la simetría  $SU(3)_C$  es responsable de las interacciones fuertes y la simetría  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  de las interacciones electrodébiles. En este punto se introduce un campo escalar  $\varphi$  llamado campo de Higgs que al adquirir un valor esperado en el vacío diferente de cero rompe la simetría  $SU(2)_L \times U(1)_Y \rightarrow U(1)_{EM}$  de tal manera que la simetría remanente es  $SU(3)_C \times U(1)_{EM}$ .

En este proceso el espectro fermiónico del MEE adquiere masa y además quedan con masa los bosones intermediarios de la interacción débil  $W^\pm$  y  $Z^0$ . A todos los bosones se les ha medido experimentalmente sus masas siendo las de los  $W^\pm \simeq 80$  GeV y la del  $Z^0 \simeq 91$  GeV. También se han medido experimentalmente las masas de los fermiones siendo la última medición la del quark top que es del orden de 175 GeV.

Se espera que con esta partícula se pueda acceder al estudio de nueva física mediante el entendimiento de todos los procesos físicos que la involucran. Lo anterior debido a que la masa del quark top es del orden de magnitud al del Rompimiento Espontáneo de Simetría (RES) del MEE ( $\sim 256$  GeV).

El MEE explica satisfactoriamente una gran cantidad de proce-

Los físicos tienen el problema de introducir una nueva partícula llamada Higgs que aun no se ha encontrado experimentalmente. Se espera que con el estudio de nueva física se encuentre el bosón de Higgs o al menos se vislumbre un nuevo modelo que tenga menos problemas físicos.

Desde este punto de vista el estudio de las propiedades físicas del top es relevante. Actualmente se hace este estudio mediante las dispersiones  $e^+e^-$  y  $p\bar{p}$ . El proceso  $p\bar{p}$  se realiza bajo un rango de energía más alto dando como resultado una producción del quark top más fácil. El problema es que la señal tiene muchos ruidos y por lo tanto la reconstrucción de todo el proceso es compleja; en cambio con la dispersión electrón-positrón la señal es más "limpia" y aunque tiene un rango energético más bajo es más sencillo el estudio del quark top.

El canal  $e^+e^- \rightarrow t\bar{t}$  [17] se observa en la Figura 2.2. Para el análisis de este proceso la corriente más general posible es:

$$\Gamma_\mu^V(q^2) = \gamma_\mu [F_1^V(q^2) + \gamma_5 F_3^V(q^2)] + \frac{i\sigma_{\mu\nu}q^\nu}{2M_t} [F_2^V(q^2) + \gamma_5 F_4^V(q^2)] \quad (14)$$

en donde se ha hecho una parametrización en función de los factores de forma  $F_i^V(q^2)$  con  $V = \gamma, Z$ . Con los factores de forma  $F_2^V$  y  $F_4^V$  se asocian el momento dipolar magnético (MDM) y el momento dipolar eléctrico (MDE); particularmente  $F_2^V(0)$  se asocia con el momento magnético anómalo [18]. Para la producción del quark top se tiene que el momento transferido ( $q^2$ ) es diferente de cero  $q^2 > 4M_t^2$ . El cálculo de este proceso con la corriente hadrónica (14) es IG con el supuesto de que los factores de forma no dependan explícitamente del parámetro fijador del gauge  $\xi$ .

Para la nueva física con la parametrización de los factores de forma se escribe:

$$F_i^V = F_{iMEE}^V + F_{iNF}^V$$

donde  $F_{iMEE}^V$  se refiere a la contribución del MEE y  $F_{iNF}^V$  se refiere a la contribución de nueva física (NF)  $\Gamma$  de forma que si la contribución general la obtenemos experimentalmente  $\Gamma$  después de realizar el análisis físico del proceso  $\Gamma$  se puede estimar la contribución de la nueva física (NF).

El problema general es que la forma usada para el cálculo de los factores de forma de fermiones da como resultado cantidades DG. Es necesario entonces tener una teoría de campos que al aplicarla sobre el diagrama que se está estudiando  $\Gamma$  elimine las dependencias del parámetro que fija el gauge  $\xi$ . Estos métodos son el BFM y la PT  $\Gamma$  cuyo funcionamiento se analizó en el comienzo de esta introducción.

En LEP2 [19]  $\Gamma$  con el proceso de dispersión  $e^+e^- \rightarrow W^+W^- \Gamma$  se ha querido estudiar el caracter no-abeliano de la simetría gauge  $SU(2)_L \times U(1)_Y \Gamma$  mediante el estudio de la estructura de los acoplamientos tres bosones de gauge  $\Gamma$  con el fin de estudiar modelos mas allá del MEE que puedan resolver los problemas que tiene el modelo actual.

En el anterior proceso de dispersión  $\Gamma$  la parametrización estándar para el vértice  $W^+W^-V$  más general posible  $\Gamma$  con  $V = \gamma, Z \Gamma$  es [20]:

$$\begin{aligned} \Gamma_{\mu\alpha\beta}^V &= -ig_V \{ f [2g_{\alpha\mu}\Delta_\beta + 4(g_{\alpha\mu}Q_\beta - g_{\beta\mu}Q_\alpha)] \\ &\quad + 2\Delta\kappa_V (g_{\alpha\mu}Q_\beta - g_{\beta\mu}Q_\alpha) \\ &\quad + 4\frac{\Delta Q_V}{M_W^2} \left( \Delta_\mu Q_\alpha Q_\beta - \frac{1}{2}Q^2 g_{\alpha\beta}\Delta_\mu \right) \} + \dots \quad (15) \end{aligned}$$

donde las cantidades  $\Delta\kappa_V$  y  $\Delta Q_V$  se definen como:  $\Delta\kappa_V = \kappa_V + \lambda_V - 1$   $\Gamma \Delta Q_V = -2\lambda_V \Gamma$  donde  $\kappa_V$  y  $\lambda_V$  son los factores de forma los cuales están relacionados con el momento dipolar magnético (MDM)  $\mu_W$  y el momento cuadrupolar eléctrico (MCE)  $Q_W \Gamma$  de la siguiente manera:

$$\mu_W = \frac{e}{2M_W} (1 - \kappa_V + \lambda_V)$$

$$Q_W = -\frac{e}{2M_W^2} (\kappa_V - \lambda_V). \quad (16)$$

En el MEE se cumple que:  $\Delta\kappa_V = \Delta Q_V = 0$ ,  $\kappa_\gamma = 1$  y  $\lambda_\gamma = 0$ . Después de realizar el cálculo para el vértice  $W^+W^-\gamma$  se observa que este resultado está plagado de expresiones que dependen del parámetro que fija el gauge  $\xi$ . Aunque se escoga un gauge determinado como el de 't Hooft-Feynman ( $\xi = 1$ ) el resultado no se comportará de manera finita al infra-rojo (IR) pues las funciones que se originan mediante este procedimiento son en general DG y divergentes al IR. Se puede ver que para realizar el estudio del carácter no-abeliano del vértice  $W^+W^-V$  mediante el MDM y el MCE se tiene que "lidiar" con la dependencia del gauge. El BFM y la PT permiten la InvG y por tanto los cálculos y la interpretación física serán más sencillos de realizar.

### 3. Conclusiones

El BFM es un formalismo que permite la cuantización de teorías de gauge a cualquier orden en la teoría de perturbaciones conservando en todo momento la InvG explícita mientras que la PT se puede analizar como un formalismo particular del BFM para un gauge determinado (Gauge de 't Hooft-Feynman  $\xi = 1$ ).

La igualdad de los dos métodos para el caso específico de la elección del gauge de 't Hooft-Feynman es debido a que con esta elección los momentos de las funciones de vértice calculadas bajo el BFM se convierten en los momentos internos del diagrama que es exactamente lo calculado con las funciones de vértice pinchadas.

El BFM es un formalismo que puede analizar y estudiar cualquier diagrama es decir éste es independiente del tipo de vértice que se tenga [21]. Pero para la PT no porque cuando se desee estudiar un diagrama complejo no se sabrá a ciencia cierta cuáles son exactamente las partes GD que se desean eliminar y entonces habrán escollos técnicos y físicos.

En la PT por tener que separar el vértice en un vértice pinch y un vértice no-pinch el cálculo de funciones de vértice para obtener

las autoenergías es más difícil y complicado que con el BFM.

Las funciones de vértice bajo el BFM para cualquier término que fija el gauge  $\xi\Gamma$  obedecen las mismas identidades de Ward-Takahashi que las funciones de vértice bajo la PT.

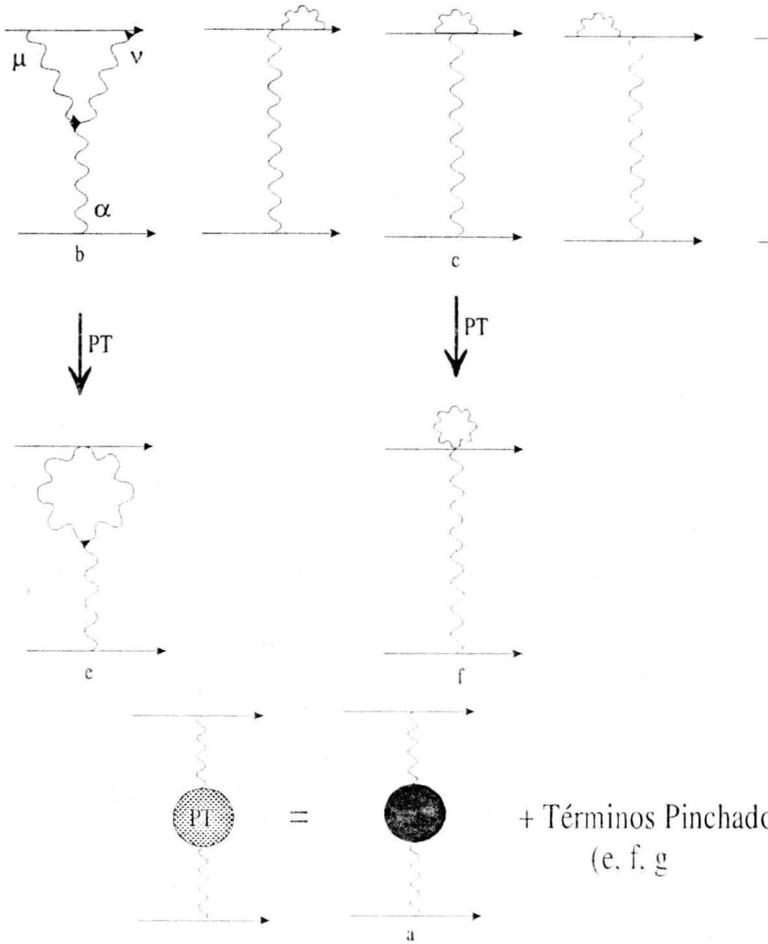


Figura 1: Representación esquemática del truncamiento de los propagadores con la Técnica Pinch

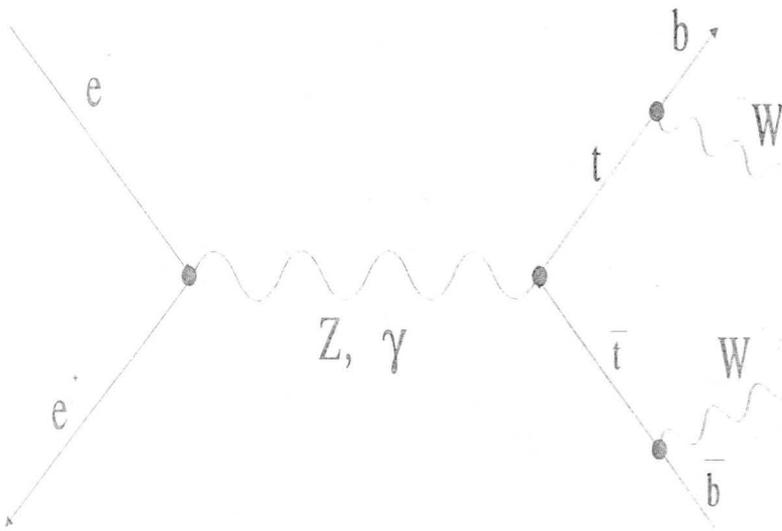


Figura 2: Processo  $e^+e^- \rightarrow Z, \gamma \rightarrow t\bar{t} \rightarrow bW^+ \bar{b}W^-$

## Referencias

1. Denner A., Dittmaier S. y Weiglein G., Nucl. Phys. B440 (1995) 95; Denner A., Weiglein G. y Dittmaier S., Phys. Lett. B 333 (1994) 420.
2. Abbott L. F., Acta Physica Polonica B13 (1982) 33 No 1-2; Abbott L. F., Grisaru M. T. y Schaefer R. K., Nucl. Phys. B229 (1983) 372; Capper D. M. y MacLean A., Nucl. Phys. B203 (1982) 413.
3. DeWitt B. S., Phys. Rev. 162 (1967) 1195.
4. 't Hooft G., Acta Universitatis Wratislavenensis No 38 XII, Winter School of Theoretical Physics in Karpacz; Functional and Probabilistic Methods in Quantum Field Theory Vol. 1 (1975).
5. DeWitt B. S., A Gauge Invariant Effective Action, Santa Barbara preprint NSF-ITP-80-31 (1980).
6. Boulware D., Gauge Dependence of the Effective Action, University of Washington preprint RLO-1388-822 (1980).
7. Abbott L. F., Nucl. Phys. B185 (1981) 189.
8. 't Hooft G., Nucl. Phys. B62 (1973) 444; 't Hooft G. y Veltman M., Ann. Inst. Henry Poincare 20 (1974) 69.
9. Deser S., Kay J. y Stelle K., Phys. Rev. Lett. 38 (1977) 527.
10. Weinberg S., Phys. Lett. 91B (1980) 51.
11. Dashen R. y Gross D., Phys. Rev. D23 (1981) 2340.
12. Abbott L. F., Nucl. Phys. B185 (1981) 189.
13. Cornwall J. M., Phys. Rev. D26 (1982) 1453; Degrossi G. y Sirlin A., Phys. Rev. D46 (1992) 3104.

14. Papavasiliou J., Phys. Rev. D47 (1993) 4728; Cornwall J. M. y Papavasiliou J., Phys. Rev. D40 (1989) 3474; Kennedy D. C. et. al., Nucl. Phys. 321 (1989) 83; Kuroda M., Moultaqa G. y Schildknecht D., Nucl. Phys. B350 (1991) 25.
15. Watson N. J., hep-ph/9606381 (1996).
16. Xiaoyuan L. y Liao Y., hep-ph/9409401 (1994).
17. Papavassiliou J, y Parrinello C., Phys. Rev. D50 (1994) 5.
18. Guth R. J. y Kühn J. H., Nucl. Phys. B368 (1992) 253; Hagiwara K. et. al., Nucl. Phys. B282 (1987) 253; Atwood D. y Soni A., Phys. Rev. D45 (1992) 2405.
19. Papavassiliou J. y Philippides K., Phys. Rev. D48 (1993) 4255.
20. Gaemers K. J. F. y Gounaris G. J.; Z. Phys. C1 (1979) 259; Hagiwara K. et. al., Nucl. Phys. B282 (1987) 253; Baur U. y Zeppenfeld, Nucl. Phys. B325 (1989) 253.
21. Vargas M., Comparación entre el Background Field Method y la Técnica Pinch. Tesis de Magister. Universidad Nacional de Colombia (1998).