

## ESTUDIO DE LAS FUNCIONES REFLECTANCIA Y TRANSMITANCIA DE LOS PLASMONES DE SUPERFICIES EN LA CONFIGURACIÓN DE KRETSCHMANN

### STUDY OF REFLECTANCE AND TRANSMITTANCE FUNCTIONS OF SURFACE PLASMONS WITH KRETSCHMANN'S CONFIGURATION

Maicol Cárdenas<sup>1</sup>, Raul E. Castiblanco<sup>2</sup>, Jhon H. Vargas<sup>3</sup>,  
John Morales<sup>4</sup>

<sup>123</sup> Departamento de Física, Universidad Nacional de Colombia

<sup>4</sup> Grupo de Campos y Partículas, Centro Internacional de Física

#### Resumen

Obtenemos las relaciones de reflectancia y transmitancia en la configuración de Kretschmann en un sistema con una película de espesor 500Å y un laser de He-Ne con polarización p que incide en el sistema con un ángulo superior al ángulo critico de reflexión interna total, estos parámetros generan una oscilación colectiva del gas de electrones libres del material creando así una oscilación denominada plasmon.

**Palabras claves:** Plasmones Superficiales, Reflectancia, Transmitancia, Función Dieléctrica.

#### Abstract

In the present article a theoretical procedure is described to deduce the relations of reflectance and transmittance in Kretschmann's configuration. A system with a Silver film of 500Å thickness and a laser He-Ne with polarization P that affects in the system with an angle greater than the critical

---

1. Maicol Cárdenas: mcardenash@unal.edu.co

2. Raul Castiblanco: recastiblanco@unal.edu.co

angle of internal total reflection. These parameters generate a collective oscillation of free electrons gas of the material creating a so-called plasmon oscillation.

**Keywords:** Surface plasmon resonance, reflectance, transmittance, Dielectric function.

## Función dieléctrica y relación de dispersión

Dos propiedades importantes en el estudio de las ecuaciones de Maxwell en la materia son, la función dieléctrica del los metales, ya que está puede brindar información del comportamiento de las ondas electromagnéticas en la materia, y así contribuir al entendimiento de la propagación de las ondas electromagnéticas en los materiales, en el espacio y en el tiempo. El segundo es; la relación de dispersión, que es el vínculo entre el número de onda  $\kappa$ , que indica el número de veces que vibra una onda en una unidad de distancia y la frecuencia  $\omega$ , que indica el número de veces que vibra una onda en la unidad de tiempo, suministrando así información del comportamiento de la onda electromagnética.

## Función Dieléctrica en un Gas de Electrones Libres

Analizar las propiedades ópticas de los metales siguiendo el modelo de Drude, es muy beneficioso ya que este modelo describe la respuesta de un metal cuando está en presencia de la radiación electromagnética y está basado en un modelo de electrones libres. Para analizar las propiedades ópticas es necesario conocer la función dieléctrica. Sobre un gran rango del espectro electromagnético, las propiedades ópticas de los metales pueden ser explicadas por el modelo de plasma, tomando en cuenta que el plasma es una colección de partículas cargadas que presentan una dinámica colectiva, donde los electrones libres se comportan como un gas con un número de densidad  $n$  por unidad de volumen, presente sobre un fondo de núcleos positivos que crean carga neta cero desde el punto de vista macroscópico. Los electrones oscilan aleatoriamente en estado natural, pero cuando se aplica un campo eléctrico, los electrones en respuesta son estimulados por el campo externo y conducidos en el

interior del material, creando una polarización interna dependiente de la dirección del campo que se está aplicando, generando una reorganización de las cargas presentes figura(1). Este movimiento de electrones presenta fenómenos como el amortiguamiento por colisiones que tiene una frecuencia característica de  $\gamma = 1/\tau$ . Donde  $\tau$  es conocido como el tiempo de relajación de los electrones de un gas, este tiempo está en el rango de  $10^{-14}$ s en un cuarto a temperatura ambiente, y  $\gamma$  corresponde al orden de 100THz [1].

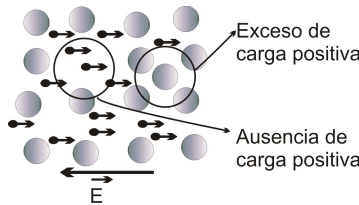


FIGURA 1. Gas con electrones libres que interactúa con un campo eléctrico externo

La ecuación del movimiento de un electrón libre, que interactúa con una onda electromagnética, teniendo en cuenta las colisiones con impurezas, imperfecciones del medio como se muestra en la figura (1) se modela como.

$$m \frac{d^2 \mathbf{x}}{dt^2} + m\gamma \frac{d\mathbf{x}}{dt} = -e\mathbf{E} \quad (1)$$

Asumiendo que sobre el electron actúa un campo eléctrico  $\mathbf{E}$  que depende del tiempo de la forma  $e^{-i\omega t}$ , conduce a que la dependencia temporal de  $x$  tenga la misma forma. De la ecuación (1) resulta.

$$-m\omega^2 x = \frac{m}{\tau} i\omega x - eE \quad (2)$$

Donde se obtiene la función que describe el movimiento del electrón en la interacción con el campo electromagnético.

$$x(t) = \frac{e}{m(\omega^2 + i\gamma\omega)} E(t) \quad (3)$$

En este análisis se ha despreciado la fuerza debida al campo magnético  $\mathbf{B}$ , asociado al campo electromagnético de la onda que

incide, ya que es muy pequeño comparado con la fuerza eléctrica. Al momento de aplicar la ecuación del movimiento (1) a todos los electrones del gas, se presentaría un problema al asumir que en cada posición actúa la misma fuerza sobre cada electrón hecho que no es cierto si  $\mathbf{E}$  varía en el espacio. Pero si la longitud de onda  $\lambda$  del campo eléctrico es mucho mayor que el recorrido libre medio del electrón,  $\lambda \gg l$ , ( $l = v_f t$ ), con  $v_f$  como la velocidad de Fermi,  $\mathbf{E}$  no variará apreciativamente en distancias comparables a  $l$  y la hipótesis será aceptable.

La polarización  $\mathbf{P}$  de un gas de electrones libres es tomada como el momento dipolar por unidad de volumen, entonces éste es:  $\mathbf{P} = -n\mathbf{ex}(\mathbf{t})[2]$ , Donde  $n$  representa la concentración del gas de electrones, así explícitamente se obtiene al reemplazar (3) en  $\mathbf{P}$  se llega a la polarización como

$$\mathbf{P} = -\frac{ne^2}{m(w^2 + i\gamma w)}\mathbf{E} \quad (4)$$

Conociendo que el vector de desplazamiento eléctrico se puede escribir en términos de la polarización como  $\mathbf{D} = \varepsilon_0\mathbf{E} + \mathbf{P}$  [3], y sustituyendo (4) en la expresión mencionada anteriormente y utilizando la ecuación del campo auxiliar eléctrico resulta.

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0\mathbf{E} - \frac{ne^2}{m(w^2 + i\gamma w)}\mathbf{E} = \varepsilon_0\varepsilon\mathbf{E} = \varepsilon_0\left(1 - \frac{ne^2}{m\varepsilon_0(w^2 + i\gamma w)}\right)\mathbf{E} \quad (5)$$

Donde el termino  $\frac{ne^2}{\varepsilon_0 m}$  se denominada frecuencia del plasma  $w_p^2$ . Antes de seguir se debe aclarar que el plasma es un medio con igual concentración de cargas positivas y negativas en el que por lo menos un tipo de carga es móvil. En los metales la carga negativa (electrones de conducción) es la carga móvil y es equilibrada por una concentración igual de carga positiva situada en los núcleos (protones). Al tomar  $w_p^2$  y reemplazarlo en (5), se obtiene la función dieléctrica del gas de electrones que viene dada por la siguiente ecuación.

$$\varepsilon(w) = 1 - \frac{w_p^2}{w^2 + i\gamma w} \quad (6)$$



La función dieléctrica que se muestra es una función compleja que porta información física sobre la onda electromagnética, describe como se modifica espacial y temporalmente la onda electromagnética. Al ser una función compleja puede separarse su parte real y su parte imaginaria, llevándola a la forma  $a + ib$ , esto se logra multiplicando la función dieléctrica por su complejo conjugado. Su forma en número complejo sería  $\varepsilon(w) = \varepsilon_1(w) + i\varepsilon_2(w)$ , donde  $\varepsilon_1(w)$  es la parte real de la función dieléctrica y  $\varepsilon_2(w)$  sera su parte imaginaria y definiendo  $\tau = 1/\gamma$ . se llega a las siguientes expresiones.

$$\varepsilon_1(w) = 1 - \frac{w_p^2 \tau^2}{\tau^2 w^2 + 1} \quad (7)$$

$$\varepsilon_2(w) = \frac{w_p^2 \tau}{w (\tau^2 w^2 + 1)} \quad (8)$$

Al realizar el limite cuando  $\tau \rightarrow \infty$ , es decir un buen conductor, el tiempo de relajación es muy grande, entonces la función dieléctrica tiene un comportamiento en gran medida real y su parte imaginaria es igual a cero.

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} \varepsilon_1(w) = 1 - \frac{w_p^2}{w^2} \quad (9)$$

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} \varepsilon_2(w) = 0 \quad (10)$$

Ahora al tomar en consideración la función dieléctrica en donde existe bajo amortiguamiento para el plasma de electrones libres, entonces  $\tau$  es finito. En esta región el gas de electrones absorbe la energía de la onda electromagnética, conduciendo a la relación entre el índice de refracción  $\tilde{n}$  y la función dieléctrica  $\varepsilon$  [4],  $\tilde{n} = n + i\kappa = \sqrt{\varepsilon(w)}$ , que sera de utilidad mas adelante.

## Plasmones de superficie en interfases metal-dieléctrico

Los plasmones de superficie son la cuantización de las oscilaciones del plasma. Este concepto es similar a la cuantización de la luz (fotón), o a la cuantización de las oscilaciones de las redes cristalinas

(fonón). El plasmón de superficie se genera en la interfase metal-dieléctrico, debido a ondas evanescentes que son confinadas en la dirección perpendicular de la interfase, estas ondas electromagnéticas superficiales se acoplan a las oscilación de los electrones del plasma.

Tomando la ecuación de onda como punto de partida, se ilustrará una descripción fundamental de las ondas electromagnéticas con polarización transversal magnética (TM) y transversal eléctrica (TE). Posteriormente se exponen los campos electromagnéticos generados en una interfase para obtener la correspondiente función de dispersión [5].

## Plasmones

Para comprender este fenómeno se debe conocer las características del plasma. Un plasma es un conjunto de partículas que presentan una dinámica colectiva. Por ejemplo, un gas de electrones que interactúa con un campo eléctrico presenta un comportamiento colectivo, ya que todos los electrones se desplazarán en la misma dirección.

Siempre que se perturba el equilibrio electrostático en un conductor, la carga eléctrica se redistribuye buscando restablecer el equilibrio. Debido a la inercia de los portadores de carga (electrones libres en el caso del metal), el equilibrio no se establece instantáneamente, sino que ocurre luego de sucesivas oscilaciones de la distribución de carga alrededor de la configuración que da lugar al equilibrio electrostático. Estas oscilaciones colectivas de los portadores de carga del sistema son denominadas oscilaciones de plasma, las cuales tienen lugar sólo durante un periodo de tiempo muy breve ( $10^{-15}$ s [6]) gracias a las pérdidas de energía propias de las vibraciones térmicas de la red, así como de las colisiones entre las cargas libres y los núcleos<sup>1</sup>. Los modos de oscilación del plasma reciben entonces el nombre de plasmones.

Con esta definición de oscilación del plasma, se puede definir un plasmón de superficie como la cuantización de la oscilación del plas-

---

<sup>1</sup>Esta fenomenología no está en la electrostática la cual aborda el problema a partir del momento en el que cesan las oscilaciones de plasma.

ma presente en la superficie de un conductor. El gas de electrones se encuentra en una lamina delgada metálica, que se depositará en un de las caras de un prisma. Esta configuración se conoce como la configuración de Kretschmann que será abordada más adelante.

## Ondas Transversales Eléctricas (TE) y Transversales Magnéticas (TM)

Para estudiar la propagación de ondas electromagnéticas con polarización (TE) y (TM) al propagarse en una interfase metal-dieléctrico las ecuaciones de onda deben ser satisfechas por los campos que se propaguen en el sistema. Para esto supondremos que la onda electromagnética se propaga en una sola dirección y además la onda se propagará en la interfase de los dos medios, así que se puede definir que la función dieléctrica solo varía al cambiar de medio, es decir,  $\epsilon = \epsilon(z)$  ver figura (2).

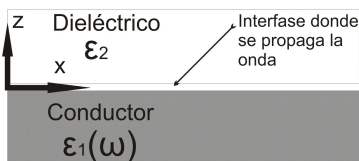


FIGURA 2. Sistema por el cual se propagan las ondas electromagnéticas con polarización TE y TM

La onda se propagará en el espacio que existe entre los dos medios, este campo electromagnético será modelado como una onda que está polarizada en  $z$  y se propaga en  $x$ , bajo estas condiciones la solución que se propone para el campo es de la forma  $\mathbf{E}(x, y, z) = \mathbf{E}(z)e^{iKx}$ . Donde  $K$  es llamado constante de propagación de la onda y corresponde al vector de onda que se dirige en la dirección de propagación. Introduciendo esta solución en la ecuación de Helmholtz se obtiene.

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial z^2} + k_0^2 \epsilon \mathbf{E} = 0 \quad (11)$$

como el campo eléctrico no tiene componente en la dirección  $y$  se

puede definir que

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial y^2} = 0$$

Entonces evaluando las derivadas de la ecuación (11) se reduce a

$$-K^2 \mathbf{E}(z)e^{iKx} + \frac{\partial^2 \mathbf{E}(z)e^{iKx}}{\partial z^2} + k_0^2 \varepsilon \mathbf{E}(z)e^{iKx} = 0$$

Organizando los términos y factorizando se llega a

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial z^2} + (k_0^2 \varepsilon - K^2) \mathbf{E} = 0 \quad (12)$$

Para el campo magnético seguimos un procedimiento idéntico obteniendo

$$\frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial z^2} + (k_0^2 \mu - K^2) \mathbf{H} = 0 \quad (13)$$

Las ecuaciones (12) y (13) son el punto de partida general para realizar un análisis de los modos electromagnéticos guiados en una guía de onda. Una discusión extensa de las propiedades y aplicaciones de las guías de onda puede ser encontrada en [7].

Para determinar la relación de dispersión de la onda electromagnética, se debe conocer las componentes del campo  $\mathbf{E}$  y  $\mathbf{H}$ . Esto se logra calculando los campos apartir de la ley de Faraday y Ampère, definir el campo eléctrico en el espacio tridimensional al igual que el magnético, por esta razón los campos eléctrico y magnéticos tienen componentes en todas las direcciones del espacio así,  $\mathbf{E}(E_x, E_y, E_z)$  y  $\mathbf{H}(H_x, H_y, H_z)$ , definiendo esta dependencia espacial se sustituyen los campos en la ecuación de Faraday y la ecuación de Ampere obteniendo las siguientes relaciones

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{E}(E_x, E_y, E_z) &= -\mu_0 \mu \frac{\partial \mathbf{H}(H_x, H_y, H_z)}{\partial t} \\ \nabla \times \mathbf{H}(H_x, H_y, H_z) &= \varepsilon_0 \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}(E_x, E_y, E_z)}{\partial t} \end{aligned}$$

Estas ecuaciones que pueden ser escritas de la forma

$$\begin{bmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{bmatrix} = -\mu_0\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} i - \mu_0\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} j - \mu_0\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} k$$

$$\begin{bmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ H_x & H_y & H_z \end{bmatrix} = \varepsilon_0\varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} i + \varepsilon_0\varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} j + \varepsilon_0\varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} k$$

Al realizar el rotacional de estas expresiones e igualando cada una de las componentes de los campos con sus respectivas componentes en la misma dirección se genera un sistema de seis ecuaciones diferenciales. La existencia de una dependencia temporal armónica permite sustituir ( $\frac{\partial}{\partial t} = -iw$ ) además en el sistema  $\mu \approx 1$ , que es precisamente el que se toma para materiales ópticos, realizando las operaciones los reemplazos mencionados resulta.

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = iw\mu_0 H_x \quad (14)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = iw\mu_0 H_y \quad (15)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = iw\mu_0 H_z \quad (16)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = -iw\varepsilon_0\varepsilon E_x \quad (17)$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = -iw\varepsilon_0\varepsilon E_y \quad (18)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = -iw\varepsilon_0\varepsilon E_z \quad (19)$$

El sistema que se muestra en la figura (11), muestra que la onda se propaga en la dirección  $x$  y se puede definir que  $\frac{\partial}{\partial x} = iK$ . Como la onda no tiene variación de campo eléctrico  $\mathbf{E}$  en el eje  $y$ , y ninguna derivada del campo magnético  $\mathbf{H}$  esta respecto a  $y$  entonces  $\frac{\partial}{\partial y} = 0$ . Con esto el sistema se simplifica a:

$$\frac{\partial E_y}{\partial z} = -iw\mu_0 H_x \quad (20)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} - iK E_z = iw\mu_0 H_y \quad (21)$$

$$iK E_y = iw\mu_0 H_z \quad (22)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial z} = iw\varepsilon_0 \varepsilon E_x \quad (23)$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial z} - iK H_z = -iw\varepsilon_0 \varepsilon E_y \quad (24)$$

$$iK H_y = -iw\varepsilon_0 \varepsilon E_z \quad (25)$$

Se observan dos conjuntos de ecuaciones, cada uno con tres ecuaciones linealmente dependientes. El primer conjunto de ecuaciones representa una onda electromagnética con polarización (TM), donde únicamente las componentes  $E_x, E_z$  y  $H_y$  están relacionadas entre si, y el segundo conjunto de ecuaciones representa una onda electromagnética con polarización (TE), donde únicamente las componentes  $H_x, H_z$  y  $E_y$  están acopladas. El motivo de que se creen dos conjuntos de ecuaciones, es que no exciten relaciones entre  $E_x, E_z$  y  $H_y$  con ninguna de las componentes  $H_x, H_z$  y  $E_y$  por lo tanto se realiza la separación en dos grupos de ecuaciones.

Para los modos TM, se toma las ecuaciones

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_x}{\partial z} - iK E_z &= iw\mu_0 H_y \\ \frac{\partial H_y}{\partial z} &= iw\varepsilon_0 \varepsilon E_x \\ iK H_y &= -iw\varepsilon_0 \varepsilon E_z \end{aligned}$$

Creando un sistema de tres ecuaciones que gobiernan el movimiento de la onda electromagnética con polarización TM. Resolviendo el sistemas para  $E_x, E_z$  se obtiene.

$$E_x = -i \frac{1}{w\varepsilon_0 \varepsilon} \frac{\partial H_y}{\partial z} \quad (26)$$

$$E_z = -\frac{K}{w\varepsilon_0 \varepsilon} H_y \quad (27)$$

Análogamente se realiza el mismo procesó para la polarización TE

$$\begin{aligned}\frac{\partial E_y}{\partial z} &= -iw\mu_0 H_x \\ iK E_y &= iw\mu_0 H_z \\ \frac{\partial H_x}{\partial z} - iK H_z &= -iw\varepsilon_0 \varepsilon E_y\end{aligned}$$

y resolviendo para  $H_x$  y  $H_z$  obteniendo

$$H_x = i \frac{1}{w\mu_0} \frac{\partial E_y}{\partial z} \quad (28)$$

$$H_z = \frac{K}{w\mu_0} E_y \quad (29)$$

EL campo electromagnético que se propaga en la interfase, debe de satisfacer tanto las expresiones (26), (27), (28) y (29), como también (12) y (13). Ahora que se tienen las condiciones mínimas que deben ser cumplidas por una onda electromagnética para ser guiada dentro una interfase metal-dieléctrico se podrá abordar una descripción de las oscilaciones de carga en el metal debida al campo electromagnético lo cual nos acercara a la excitación de los plasmones de superficie.

## Oscilación Longitudinal de Plasma

Los ceros de la función dieléctrica determinan las frecuencias de los modos longitudinales de oscilación del plasma, es decir, cuando se cumple la siguiente condición[1].

$$\varepsilon(w_L) = 0 \quad (30)$$

Este termino determina la frecuencia de las oscilaciones longitudinales  $w_L$ , y es cuando  $K = 0$ . Así pues el cero de la función dieléctrica es.

$$\varepsilon(w_L) = 1 - \frac{w_p^2}{w_L^2} = 0 \quad (31)$$

De esta relación se ve, que si se cumple que  $w_L = w_p$  existe un modo de oscilación longitudinal en un gas de electrones. La frecuencia de plasma enunciada por la función de dispersión puede tomar valores diferentes de  $w_p$  y tener ondas electromagnéticas transversales pero cuando se cumple que  $w_L = w_p$  se generan las oscilaciones longitudinales del plasma.

## Generación de plasmones de superficie (SP)

Una oscilación de plasma en un metal es una excitación longitudinal colectiva del gas de electrones de conducción. Un plasmón es un cuanto de una oscilación del plasma; éste se puede excitar dirigiendo electrones o una onda electromagnética hacia una película metálica delgada. La onda electromagnética transmitida o reflejada mostrará una pérdida de energía igual a múltiplos enteros de la energía del plasmón [1]. En la configuración de Kretschmann (Figura 3) donde el sistema está conformado por un prisma recto en el cual se deposita una película delgada en su hipotenusa y se hace incidir una onda electromagnética generada por un láser de He-Ne. La onda electromagnética incide por una de las caras del prisma opuesta a la cara donde esta depositada la película delgada. Cuando interactúa la luz (Láser) con el sistema se presentan los fenómenos que se explican anteriormente. En el momento en que el ángulo de incidencia del láser en el sistema es el adecuado, el vector de onda de la onda electromagnética incidente se acopla con el vector de onda de las oscilaciones del plasma, así, la onda y la oscilación del plasma entran en resonancia. En ese momento se generan los plasmones de superficie en el sistema. El acoplamiento de la onda electromagnética con el plasma se hace en la interfase opuesta de la película delgada, es decir, en la interfase metal-aire, ya que para generar plasmones de superficie son necesarias las ondas evanescentes y éstas se originan cuando existe reflexión total. Este fenómeno sólo sucede cuando la onda electromagnética pasa de un medio de mayor índice de refracción a uno de menor índice.

Por este motivo, se calcula la cantidad de luz (Láser) que es reflejada por el sistema en función del ángulo de incidencia, utilizando las ecuaciones de Fresnel. Consecuentemente se identifica



cuál o cuáles ángulos de incidencia presentan la mayor absorción de la energía para conocer el ángulo donde el plasmón de superficie es excitado en la configuración Kretschmann. Se aplican las condiciones de frontera al sistema para llegar a las expresiones de reflectancia del sistema. Dado que la frecuencia del plasma depende del material (función dieléctrica) estudiado, el comportamiento en cada metal es diferente. Así por ejemplo, con películas de oro las condiciones de ángulo de incidencia y espesor de la película son distintos al caso de la plata o el cobre. Por otra parte la función dieléctrica también depende de la frecuencia del láser que incide lo cual implica que para distintas longitudes de onda existen distintos valores para la generación de los plasmones[8].

### Configuración de Kretschmann

Calcular la reflectancia o transmitancia en la configuración de Kretschmann figura (3) es inicialmente una necesidad para lograr estudiar las características de la excitación de los plasmones de superficie.

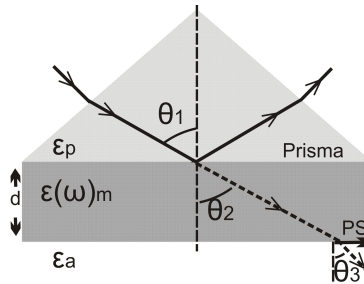


FIGURA 3. Configuración de Kretschmann. Donde  $\theta_1$  es el ángulo de incidencia del láser,  $\theta_2$  es el ángulo que forma el rayo al pasar al metal,  $\theta_3$  es el ángulo que forma el rayo al pasar al aire respecto a la normal,  $\varepsilon_p$  es la constante dieléctrica del prisma,  $\varepsilon(\omega)_m$  es la función dieléctrica del metal,  $\varepsilon_a$  es la constante dieléctrica del aire y  $d$  es el espesor de la película delgada.

En la figura (3) una onda incide oblicuamente sobre un prisma con índice de refracción  $n_p$ . En el interior del prisma la onda electromagnética incide en la cara opuesta del prisma en la cual se

ha depositado una película delgada metálica con función dieléctrica  $\varepsilon_m$ . Como se comentó anteriormente, una porción de la onda es refleja de nuevo en el prisma y la otra es transmitida en el interior de la película delgada que tiene en su otra frontera un material dieléctrico. (en este caso aire) con índice de refracción  $n_d$ . Un esquema simplificado de la configuración de Kretschmann se muestra el la figura (4).

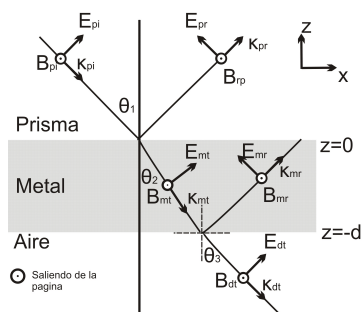


FIGURA 4. Configuración geométrica de Kretschmann. Donde pi representa las componentes del campo incidente en el prisma, pr son las componentes reflejadas en el prisma, mt son las componentes transmitidas al metal, mr son las componentes reflejadas en el interior de metal y dt son las componentes transmitidas al dieléctrico (aire).

Para determinar las porciones de onda reflejada y transmitida en cada interfase, se deben aplicar las condiciones de frontera. Gracias a la ley de Snell se puede relacionar los ángulos  $\theta_2$  y  $\theta_3$  con el ángulo de incidencia  $\theta_1$ , el cual es controlable

$$n_p \text{sen} \theta_1 = \sqrt{\varepsilon_m} \text{sen} \theta_2 \quad (32)$$

$$\text{sen} \theta_2 = \frac{n_p \text{sen} \theta_1}{\sqrt{\varepsilon_m}} \quad (33)$$

En la interfase metal-dieléctrico(aire), las mismas consideraciones conducen a:

$$\sqrt{\varepsilon_m} \text{sen} \theta_2 = n_d \text{sen} \theta_3 \quad (34)$$

$$\text{sen} \theta_3 = \frac{n_p \text{sen} \theta_1}{n_d} \quad (35)$$

El esquema que se muestra en la figura (4) ayuda a definir los vectores de onda en los tres medios, para lograr escribir las funciones de onda de la luz (Láser) que incide sobre el sistema, la componente que es reflejada, la transmitida al metal y la transmitida al tercer medio. Las ondas electromagnéticas pueden ser escritas en forma general como.

$$\mathbf{E}_n = E_n^i \exp(i[K_n \mathbf{r}]) \exp(i[-wt]) \quad (36)$$

Donde el subíndice  $n$  identifica el medio donde se está propagando la onda,  $K$  es el vector de onda correspondiente,  $w$  la frecuencia y  $t$  el tiempo. Con esta descripción se puede escribir la onda electromagnética que se propaga a través del prisma, metal y aire. El término  $\exp(i[-wt])$  no se escribe ya que para todos los términos es el mismo y para fines prácticos no se escribirán. Al escribir las funciones en los tres medios se obtiene las siguientes funciones:

$$\mathbf{E}_{pi} = E_{pi} \exp[i(k_{pi} \cdot \mathbf{r})] \quad (37)$$

$$\mathbf{E}_{pr} = E_{pr} \exp[i(k_{pr} \cdot \mathbf{r})] \quad (38)$$

$$\mathbf{E}_{mt} = E_{mt} \exp[i(k_{mt} \cdot \mathbf{r})] \quad (39)$$

$$\mathbf{E}_{mr} = E_{mr} \exp[i(k_{mr} \cdot \mathbf{r})] \quad (40)$$

$$\mathbf{E}_{dt} = E_{dt} \exp[i(k_{dt} \cdot \mathbf{r})] \quad (41)$$

Donde  $\mathbf{E}_{pi}$  es la de onda incidente en el prisma,  $\mathbf{E}_{pr}$  es la onda reflejada en el prisma,  $\mathbf{E}_{mt}$  es la onda transmitida en el metal,  $\mathbf{E}_{mr}$  es la onda reflejada en la interfase metal-aire,  $\mathbf{E}_{dt}$  es la onda transmitida al dieléctrico (aire). Los vectores con los mismos subíndices son los correspondientes vectores de onda en cada medio.  $n_p$ ,  $n_d$  son los índices de refracción del prisma y del dieléctrico, respectivamente.  $\varepsilon_m$  es la función dieléctrica del metal. Teniendo en cuenta las relaciones:

$$\cos\theta_2 = \sqrt{1 - \sin^2\theta_2} = \sqrt{\varepsilon_m - n_p^2 \sin^2\theta_1} \quad (42)$$

$$\cos\theta_3 = \sqrt{1 - \sin^2\theta_3} = \sqrt{n_d^2 - n_p^2 \sin^2\theta_1} \quad (43)$$

$$\kappa = -i\sqrt{\varepsilon_m - n_p^2 \sin^2\theta_1} \quad (44)$$

y sustituyendo en (37), hasta (41), se llega a que:

$$\mathbf{E}_{pi} = E_{pi} \exp \left[ \frac{in_p w}{c} \cdot (x \sen \theta_1 - z \cos \theta_1) \right] \quad (45)$$

$$\mathbf{E}_{pr} = E_{pr} \exp \left[ \frac{in_p w}{c} \cdot (x \sen \theta_1 + z \cos \theta_1) \right] \quad (46)$$

$$\mathbf{E}_{mt} = E_{mt} \exp \left[ \frac{in_p w}{c} x \sen \theta_1 \right] \exp[\kappa z] \quad (47)$$

$$\mathbf{E}_{mr} = E_{mr} \exp \left[ \frac{in_p w}{c} x \sen \theta_1 \right] \exp[-\kappa z] \quad (48)$$

$$\mathbf{E}_{dt} = E_{dt} \exp \left[ \frac{in_d w}{c} x \sen \theta_1 \right] \exp[g_1] \quad (49)$$

$$g_1 = \left[ -\frac{n_d w}{c} z \sqrt{n_p^2 \sen^2 \theta_1 - n_d^2} \right] \quad (50)$$

Al tener las ondas electromagnéticas identificadas en los tres medios se descompone el campo electromagnético en sus componentes perpendiculares y paralelas a la interfase para luego con ellos aplicar las condiciones de frontera necesarias para solucionar el sistema óptico. En términos de sus componentes cartesianas, las expresiones (37) a (41) están en la figura( 5),

$$\mathbf{E}_{pi} = E_{pi} \cos \theta_1 \hat{x} + E_{pi} \sen \theta_1 \hat{z} \quad (51)$$

$$\mathbf{E}_{pr} = -E_{pr} \cos \theta_1 \hat{x} + E_{pr} \sen \theta_1 \hat{z} \quad (52)$$

$$\mathbf{E}_{mt} = E_{mt} \cos \theta_2 \hat{x} + E_{pi} \sen \theta_1 \hat{z} \quad (53)$$

$$\mathbf{E}_{mr} = -E_{pr} \cos \theta_1 \hat{x} + E_{mr} \sen \theta_1 \hat{z} \quad (54)$$

$$\mathbf{E}_{dt} = E_{dt} \cos \theta_3 \hat{x} + E_{dt} \sen \theta_3 \hat{z} \quad (55)$$

Ahora aplicamos las condiciones de frontera en el sistema para llegar a una solución del sistema que brinde información sobre el fenómeno de la excitación de plasmones de superficie.

## Condiciones de Frontera

Las condiciones de frontera son utilizadas para calcular los patrones de reflectancia en las interfases prisma-metal y metal-dieléctrico. A continuación se muestra su forma general

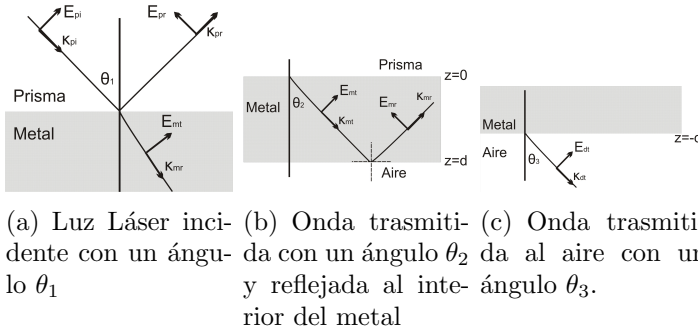


FIGURA 5. Estas son las diferentes regiones por las cuales debe desplazarse la onda electromagnética (Láser) en la configuración de Kretschmann en la figura (a) Se muestra la primera región donde el láser pasa del prisma al metal. (b) Muestra el láser que incide en la segunda interfase proveniente de la porción de energía que fue transmitida al metal desde la primera interfase. (c) Es el porcentaje de la luz láser transmitida al aire desde el metal.

$$\varepsilon_1 E_1^\perp - \varepsilon_2 E_2^\perp = \sigma_f \quad (56)$$

$$B_1^\perp = B_2^\perp \quad (57)$$

$$E_1^\parallel - E_2^\parallel = 0 \quad (58)$$

$$\frac{1}{\mu_1} B_1^\parallel - \frac{1}{\mu_2} B_2^\parallel = K_f \times \tilde{n} \quad (59)$$

Donde  $\sigma_f$  es la carga libre,  $K_f$  es la corriente libre en la superficie,  $\tilde{n}$  es el vector normal a la superficie. Los subíndices identifican los medios materiales. En general, el campo magnético es  $B = \frac{E}{v}$ , siendo  $v$  la velocidad de propagación de la onda en el medio. Suponiendo que no hay cargas ni corrientes libres (el metal macroscópicamente estará neutro eléctricamente) las condiciones de frontera pueden ser escritas así

$$\varepsilon_1 E_1^\perp - \varepsilon_2 E_2^\perp = 0 \quad (60)$$

$$B_1^\perp - B_2^\perp = 0 \quad (61)$$

$$E_1^\parallel - E_2^\parallel = 0 \quad (62)$$

$$\frac{1}{\mu_1} B_1^\parallel - \frac{1}{\mu_2} B_2^\parallel = 0 \quad (63)$$

La segunda condición de frontera es trivial al igual que la cuarta por lo cual debemos trabajar con la primera y tercera, que nos conducirán a las siguientes condiciones de frontera. En  $z=0$  tendremos:

$$(\mathbf{E}_{pi} - \mathbf{E}_{pr})\cos\theta_1 = (\mathbf{E}_{mt} - \mathbf{E}_{mr})\cos\theta_2 \quad (64)$$

$$n_p(\mathbf{E}_{pi} + \mathbf{E}_{pr}) = \sqrt{\varepsilon_m}(\mathbf{E}_{mt} + \mathbf{E}_{mr}) \quad (65)$$

En  $z=-d$  se cumple que:

$$(\mathbf{E}_{mt} - \mathbf{E}_{mr})\cos\theta_2 = \mathbf{E}_{dt}\cos\theta_3 \quad (66)$$

$$\sqrt{\varepsilon_m}(\mathbf{E}_{tm} + \mathbf{E}_{mr}) = \mathbf{E}_{dt} \quad (67)$$

Ahora que están definidas la condiciones de frontera para la onda electromagnética en los tres medios, puede calcularse las amplitudes de los campos electromagnéticos en el sistema óptico. Tomando las ecuaciones (45) a (49), sustituyéndolas en el sistema de ecuaciones (64) y (65) y realizando lo mismo en las ecuaciones (66) y (67), se obtiene un sistema de cuatro ecuaciones con cuatro incógnitas a conocer,  $E_{pr}$ ,  $E_{mt}$ ,  $E_{mr}$ ,  $E_{dt}$ , que se podrán dejar en términos de  $E_{pi}$  que es un término conocido en el sistema.

El sistema se puede resolver por sustitución, con ayuda de un paquete matemático como Mathematica. Por lo extenso de las soluciones se realizan algunas sustituciones para que el lector pueda visualizar lo extensa de la solución y lo conveniente que es escribir estas soluciones posteriormente en términos de los coeficientes de Fresnel, definiendo los términos  $a_1$  y  $a_2$  como

$$\begin{aligned} a_1 = & -n_p\cos\theta_2^2 + \exp[2kd]n_p\cos\theta_2^2 + \sqrt{\varepsilon_m}\cos\theta_1\cos\theta_2 \\ & + \sqrt{\varepsilon_m}\exp[2kd]\cos\theta_1\cos\theta_2 + n_p\sqrt{\varepsilon_m}\cos\theta_2\cos\theta_3 \\ & + n_p\sqrt{\varepsilon_m}\exp[2kd]\cos\theta_2\cos\theta_3 - \varepsilon_m\cos\theta_1\cos\theta_3 \\ & + \varepsilon_m\exp[2kd]\cos\theta_1\cos\theta_3 \end{aligned} \quad (68)$$

$$\begin{aligned} a_2 = & n_p\cos\theta_2^2 - \exp[2kd]n_p\cos\theta_2^2 + \sqrt{\varepsilon_m}\cos\theta_1\cos\theta_2 \\ & + \sqrt{\varepsilon_m}\exp[2kd]\cos\theta_1\cos\theta_2 - n_p\sqrt{\varepsilon_m}\cos\theta_2\cos\theta_3 \\ & - n_p\sqrt{\varepsilon_m}\exp[2kd]\cos\theta_2\cos\theta_3 - \varepsilon_m\cos\theta_1\cos\theta_3 \\ & + \varepsilon_m\exp[2kd]\cos\theta_1\cos\theta_3 \end{aligned} \quad (69)$$

Las soluciones del sistema de cuatro ecuaciones serán las siguientes

$$E_{mt} = E_{pi} \frac{2n_p \cos\theta_1 (\cos\theta_2 + \sqrt{\varepsilon_m} \cos\theta_3) \exp[2kd]}{a_1} \quad (70)$$

Donde  $E_{pi}$  es el campo electromagnético que incide en el sistema,  $E_{mt}$  es el campo electromagnético que se transmite al metal.

$$E_{mr} = E_{pi} \frac{2n_p \cos\theta_1 (\cos\theta_2 + \sqrt{\varepsilon_m} \cos\theta_3)}{a_1} \quad (71)$$

$E_{mr}$  se define como el campo electromagnético que se refleja en la interfase metal-aire.

$$E_{pr} = E_{pi} \frac{a_2}{a_1} \quad (72)$$

$E_{pr}$  es el campo electromagnético reflejado en la interfase prisma-metal y por ultimo,  $E_{dt}$  es el campo electromagnético que se transmite al aire:

$$E_{dt} = E_{pi} \frac{4n_p \sqrt{\varepsilon_m} \cos\theta_1 \cos\theta_2 \exp[kd + \frac{wd}{c} \sqrt{n_p^2 \sin^2\theta_1 - 1}]}{a_1} \quad (73)$$

Utilizando los coeficientes de Fresnel [4] para reescribir las ecuaciones anteriormente enunciadas se llega a formas mas compactas.

$$t_{12} = \frac{2n_p \cos\theta_1}{\sqrt{\varepsilon_m \cos\theta_1 + n_p \cos\theta_2}} \quad (74)$$

$$r_{12} = \frac{\sqrt{\varepsilon_m \cos\theta_1 - n_p \cos\theta_2}}{\sqrt{\varepsilon_m \cos\theta_1 + n_p \cos\theta_2}} \quad (75)$$

$$r_{23} = \frac{\cos\theta_2 - \sqrt{\varepsilon_m \cos\theta_3}}{\cos\theta_2 + \sqrt{\varepsilon_m \cos\theta_3}} \quad (76)$$

Donde  $t$  y  $r$  son coeficientes de Fresnel de la transmitancia y reflectancia respectivamente. Los subíndices 1, 2 y 3 identifican al prisma, metal y airé respectivamente. Multiplicando las ecuaciones (70) a (73) por

$$\frac{1}{(\sqrt{\varepsilon_m} \cos\theta_1 + n_p \cos\theta_2)(\sqrt{\varepsilon_m} \cos\theta_3 + \cos\theta_2) \exp[2kd]} \quad (77)$$

e incorporando los coeficientes de Fresnel mencionados anteriormente, las ecuaciones (70) a (73) se pueden escribir como:

$$E_{mt} = E_{pi} \frac{t_{12}}{1 + r_{23}r_{12}\exp[-2kd]} \quad (78)$$

$$E_{mr} = E_{pi} \frac{t_{12}r_{23}\exp[-2kd]}{1 + r_{23}r_{12}\exp[-2kd]} \quad (79)$$

$$E_{pr} = E_{pi} \frac{r_{12} + r_{23}\exp[-2kd]}{1 + r_{23}r_{12}\exp[-2kd]} \quad (80)$$

$$E_{dt} = E_{pi} \frac{2t_{12}\sqrt{\varepsilon_m}\cos\theta_2\exp[-kd]\exp[g_2]}{1 + r_{12}r_{23}\exp[-2kd]} \quad (81)$$

$$g_2 = \frac{wd\sqrt{n^2\sin^2\theta_1 - 1}}{c} \quad (82)$$

Donde  $k$  se definió en (44). Estas ecuaciones son las amplitudes de los campos electromagnéticos en la configuración de Kretschmann, pero al revisar los coeficientes de reflectancia y transmitancia, están en función de los ángulos  $\theta_2$  y  $\theta_3$ , que son ángulos que no pueden ser medidos directamente, por lo tanto, estos términos se dejan en función del ángulo de incidencia con las relaciones (42) y (43). De estos resultados se puede visualizar un mínimo de reflectancia ( $E_{pr}$  mínimo) para el caso en el que  $\theta_1 > \theta_c$ . Dado que esto ocurre en la región de reflexión total, la atenuación inesperada de  $E_{pr}$  esta asociada a la generación de plasmones superficiales. Conociendo las amplitudes del campo eléctrico en el sistema se calcula la reflectancia y la transmitancia en la siguiente sección para luego compararla con resultados experimentales.

## Reflectancia y Transmitancia en la configuración de Kretschmann

Ahora que se conocen las magnitudes de los campos electromagnéticos en función del ángulo de incidencia de la sección anterior, se estudiara la reflectancia y transmitancia en el sistema, para calcular el ángulo de incidencia en el cual la reflectancia y la transmitancia tienen un mínimo y con ello compararlo con trabajos



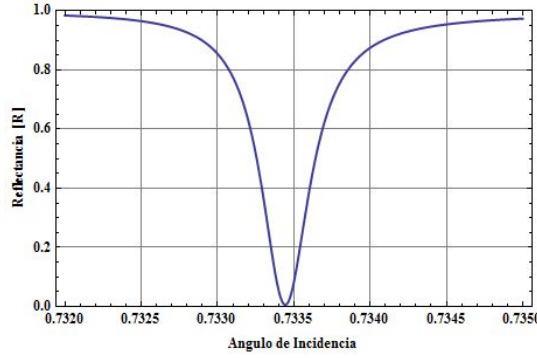


FIGURA 6. Gráfica de reflectancia en función del ángulo de incidencia para la configuración de Kretschmann en un sistema Prisma-Plata-Aire. Donde  $n_p = 1,52$ ,  $\varepsilon_m = -18 + 0,4i$ ,  $n_d = 1$ ,  $d = 560 * 10^{-10}m$ , y  $\lambda = 6328 * 10^{-10}m$ .

experimentales. Así,

$$R = \left| \frac{E_{pr}}{E_{pi}} \right|^2 = \left| \frac{r_{12} + r_{23} \exp[-2kd]}{1 + r_{12}r_{23} \exp[-2kd]} \right|^2 \quad (83)$$

Al graficar  $R(\theta_1)$ , en una sistema de dieléctrico-metal-dieléctrico (prisma-plata-aire) con función dieléctrica  $\varepsilon_m = -18 + 0,4i$ , con una película delgada de espesor  $d = 560 * 10^{-10}m$ , índices de refracción  $n_p = 1,52$  y  $n_d = 1$  para el prisma y el aire respectivamente, y un láser con longitud de onda que incidente en el sistema de  $\lambda = 6328 * 10^{-10}m$  (Rojo), se obtiene el gráfico de la figura (6). Estos datos fueron tomados de [9], al sustituir estos datos en la función de reflectancia (83) se obtiene la figura(6).

En la figura(6) se observa el comportamiento de la reflectancia en función del ángulo de incidencia. Tal como se había previsto, se presenta una disminución de la reflectancia para un ángulo específico en donde se encuentra el mínimo de la función. Este ángulo es el ángulo del plasmón  $\theta_p$ , es en ese ángulo y bajo las condiciones particulares que se definieron anteriormente, que son generados los plasmones de superficie en la interfase metal-dieléctrico. Gracias a la colaboración de investigaciones internacionales [10] que accedieron a contribuir con este trabajo, se puede comparar la figura(6), con una gráfica experimental que se muestra en la figura(7), en la

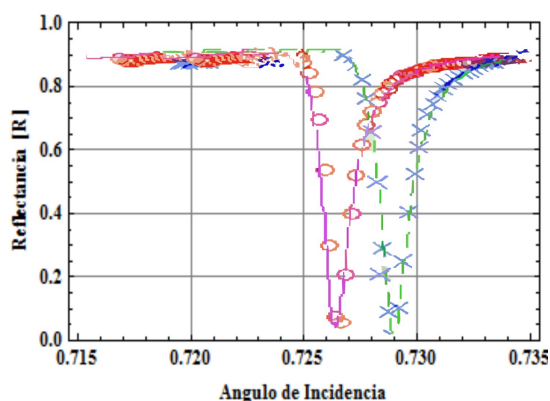


FIGURA 7. Gráfica de reflectancia contra ángulo de incidencia. Los círculos (láser rojo) y las cruces (láser verde) son datos experimentales con una película de plata con  $500 \times 10^{-10}m$  de espesor en la configuración de Kretschmann las líneas continuas son los cálculos teóricos. Datos por cortesía del departamento de óptica del CICESE [10].

cual se expone el comportamiento de la reflectancia en función del ángulo de incidencia para dos distintas frecuencias de la luz láser. Como se puede observar, la gráfica teórica mostrada anteriormente se ajusta adecuadamente a los datos experimentales dando argumento a la función de reflectancia calculada teóricamente y a su validez[11].

Ahora que se tiene la función de la reflectancia, variar otros parámetros como el espesor de la película delgada ayudaría a predecir las características de la producción de los plasmones en distintas condiciones.

En la figura(8) se muestra diferentes curvas en las cuales se varia el espesor de la película delgada en este caso de oro, con un índice de refracción del primas  $n_p = 1,51$ . La función dieléctrica del metal  $\varepsilon_m = -25 + i1,44$ , el índice del dieléctrico (agua) $n_d = 1,329$  y la longitud de onda del láser que incide en el sistema es de  $\lambda = 800nm$ . Los valores para el espesor de la película serán cuatro diferentes (40 nm, 50 nm, 60 nm, 70 nm). Se observa a primera vista que existe una estabilidad en el ángulo en el cual se genera los plasmones, pero se aprecia la existencia de una configuración más eficiente que las

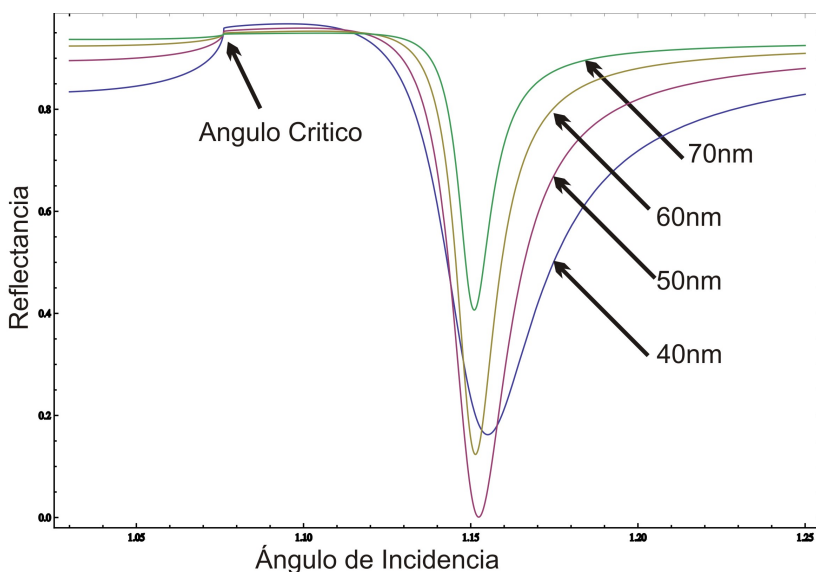


FIGURA 8. Gráfica de reflectancia contra el ángulo de incidencia para varios espesores de la película delgada, manteniendo constante la longitud de onda  $\lambda$ .

demás para generar los plasmones superficiales, es decir un espesor donde la reflectancia presenta un mínimo más pronunciado que las otras configuraciones, en este caso es un espesor de 50nm.

En la figura(9) se muestra la reflectancia como función de la longitud de onda, lo cual puede hacerse en la practica cambiando de láser (rojo, verde) o un monocromador para distintos espesores de la película delgada manteniendo  $\theta_p$  constante.

Para estudiar la transmitancia tomaremos la ecuación (81) y calcularemos el termino:

$$T = \frac{\varepsilon_m v_1}{n_p^2 v_2} \left| \frac{E_{dt}}{E_{pi}} \right|^2 \frac{\cos \theta_1}{\cos \theta_3} \quad (84)$$

Este termino lo podemos ver en la figura(10), es la linea roja, como la transmitancia en muchas veces menor que la reflectancia en este sistema óptico para ser perceptible en la figura fue necesario amplificarla 50 veces, claramente se ve que el ángulo critico es identificable en ambas funciones y estas tiene sus mínimos en el

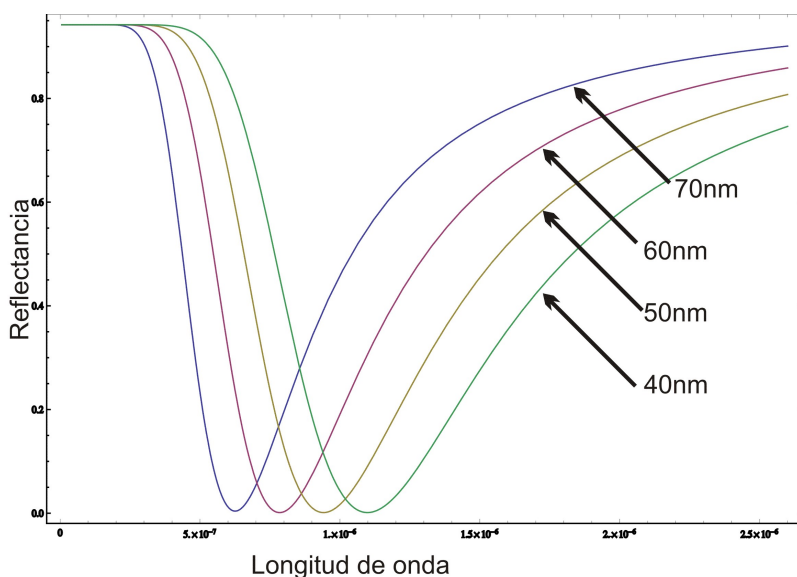


FIGURA 9. Gráfica de reflectancia contra longitud de onda, para distintos espesores, manteniendo  $\theta_p$  constante

ángulo del plasmon, esto nos muestra que en ese ángulo la energía queda en su mayoría en el plasmon y nada se transmite ni refleja.

## Conclusiones

En el proceso de deducir analíticamente los patrones de reflectancia y transmitancia que permiten identificar la generación de plasmones de superficie en la configuración de Kretschmann mediante la técnica de reflexión total atenuada (ATR), se encontró que: El fenómeno depende de cuatro parámetros específicos que son; el espesor de la película, al ser aumentado o disminuido puede llegar a maximizar o reducir el mínimo de la reflectancia en el ángulo en el que se genera el plasmón de superficie " $\theta_p$ ". Cuando se modificada la función dieléctrica del material, es decir, cambiar el material de la película delgada el ángulo  $\theta_p$  sufre desplazamiento. La tercera condición es el ángulo en el cual incide el láser sobre el sistema debe ser mayor al ángulo crítico de reflexión total. La cuarta variable de relevancia para la generación de plasmones de superficie

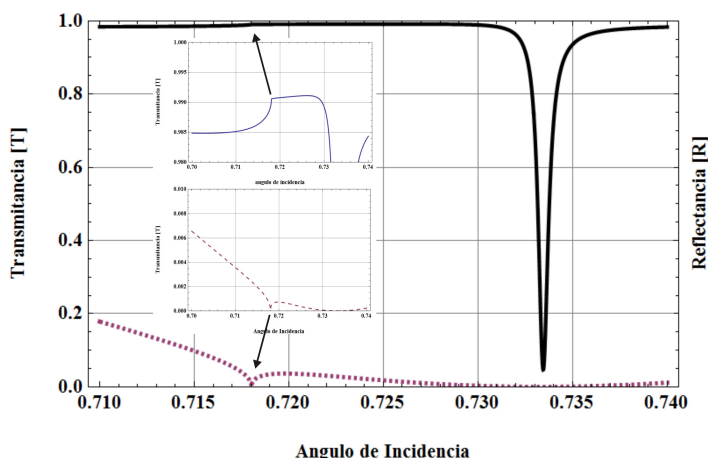


FIGURA 10. Se muestran las funciones de Transmitancia amplificada 50 veces (líneas) y Reflectancia (continua), se observa que las dos funciones tienen el mínimo en el ángulo donde se genera el plasmon de superficie.

es la longitud de onda del láser que incide en el sistema; Si en la configuración óptica se tiene el ángulo de incidencia, el espesor de la película constantes y se modifica la longitud de onda, se tiene un desplazamiento del mínimo de la función de la reflectancia cuando es dependiente del ángulo de incidencia, al modelar y ajustar los parámetros anteriores se puede diseñar un montaje experimental que genere con la mayor eficiencia los plasmones de superficie. Por último se puede ver que la función de transmitancia tiene su mínimo en  $\theta_p$  y se concluye que la energía que se transmite y se refleja es mínima de tal forma se asegura que la energía queda atrapada en la oscilación colectiva del gas de electrones del metal, es decir, se invierte en la generación del plasmon de superficie.

## Referencias

- [1] C. Kittel, J. Peris, and J. De La Rubia Pacheco, *Introducción a la física del estado sólido*, 3rd ed. (Reverté, 1995) p. 759.
- [2] J. Jackson and J. Sebastián, *Electrodinámica clásica*, Alhambra Universidad (Alhambra, 1980).

- [3] D. Griffiths, *Introduction to electrodynamics*, 3rd ed. (Prentice Hall, 1999) p. 576.
- [4] E. Hecht, *Optics*, Pearson education (Addison-Wesley, 2002) p. 698.
- [5] S. Maier, "Plasmonics: Fundamentals and applications," (Springer, 2007) p. 223.
- [6] M. Brongersma and P. Kik, *Surface Plasmon Nanophotonics*, Springer Series in Optical Sciences (Springer, 2007) p. 266.
- [7] M. Sadiku and E. González, *Elementos Del Electromagnetismo* (Oxford University Press, 2003).
- [8] M. Cárdenas H, *Estudio de parametros para definir la gene-reación de plasmones de superficie en interfases dielectrcio-conductor-dielectrico*, Tech. Rep. (Universidad Distrital Francisco Jose de Caldas, Facultad de Ciencias y Eduación, Dpt Licenciatura en Física., 2010).
- [9] H. J. Simon, D. E. Mitchell, and J. G. Watson, *Am J Phys* **43**, 630 (1975).
- [10] C. de Investigación Científica y Educación Superior de Enseñada, *CICESE: más de tres décadas de aportaciones a la ciencia y la sociedad* (Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada, 2006).
- [11] C. A. Gómez V, *Caracterización experimental de la producción de plasmones de superficie en interfaces dielectrico-metal*, Tech. Rep. (Universidad Distrital Francisco Jose de Caldas, Facultad de Ciencias y Eduación, Dpt Licenciatura en Física., 2010).

(Recibido: 01/2010. Aceptado: 05/2010)