

## Análisis de nueva física del modelo 331 a bajas energías

R. Martínez, F. Ochoa<sup>1</sup> y A. Raba<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Departamento de Física, Universidad Nacional, Bogotá-Colombia

<sup>2</sup>Escuela de Física, Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia

### Resumen

Se presenta el modelo 331 como una aplicación más allá del modelo estándar de partículas elementales y el método de mejor ajuste por estadística de la función  $\chi^2$  para hacer análisis de precisión a bajas energías. Se encuentran cotas para los parámetros asociados a nueva física más allá del modelo estándar.

**Palabras Clave:** Teorías gauge, Análisis de datos.

### Abstract

We discuss the 331 model as an application of a model beyond the standard model, and we apply the method of least squares used in high energy physics to fit parameters at low energy. We find constraints on some parameters associated to new physics beyond the standard model.

**Keywords:** Gauge Theory, Treatment of Data.

## 1. Introducción

El Modelo Estándar Electro débil (MEE) de Glashow, Weinberg y Salam [1], basado en la invarianza bajo el grupo de simetría

---

R. Martinez: remartinezm@unal.edu.co

F. Ochoa: faochoap@unal.edu.co

$SU(2)_L \otimes U(1)_Y$  describe de manera exitosa las interacciones eléctricas y débiles entre partículas elementales, responsables de la formación de moléculas, el comportamiento de las ondas electromagnéticas y de los decaimientos radiactivos en los átomos. Adicionalmente, se incluye una componente  $SU(3)_c$  el cual describe la interacción fuerte responsable de la formación de sistemas ligados que se manifiestan como hadrones y mesones. De esta manera el Modelo Estándar (ME) se sustenta en el grupo  $SU(3)_c \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ . A pesar del éxito del ME, existen una serie de dificultades teóricas y experimentales los cuales sugieren que éste modelo no es más que una componente válida a bajas energías de una teoría aún mas general y fundamental que cubra todos los rangos de energía desde los electron-voltio hasta la escala de Planck ( $E_P \sim 10^{18}$  GeV). Entre las razones teóricas, se mencionan las mas relevantes para la presente discusión. El modelo no explica el origen de la estructura de 3 familias fermiónicas [2, 3], no predice los valores relativos de la carga eléctrica (la cuantización de la carga eléctrica)[4], no predice los valores de las masas de las partículas ni dá una razón fundamental de la amplia jerarquía en los valores de esas masas [2, 3], no incorpora una explicación de la asimetría entre materia y antimateria del universo actual [2], etc. Desde el punto de vista experimental no se ha encontrado de manera contundente manifestaciones más allá del ME, con excepción del sector de neutrinos, los cuales son no masivos dentro del esquema del modelo. Sin embargo, experimentos de neutrinos solares y atmosféricos, se ha demostrado que los neutrinos, aunque muy ligeros, tienen masa distinta de cero [5], suministrando la primera manifestación experimental de nueva física más allá del ME.

Para llenar esos vacíos que presenta el modelo, se han propuesto muchas alternativas de teorías más generales y que contienen al ME como una teoría efectiva a la escala electrodébil. Una opción común es la de extender el grupo de simetría del ME. Así, se han propuesto modelos de unificación como los modelos  $SU(5)$  [6], la cual unifica las interacciones eléctricas, débiles y fuertes, y predice la cuantización de la carga eléctrica, o los modelos  $E_6$  que llevan a la predicción de pequeñas masas de neutrinos [7]. Una alternativa interesante es una extensión mínima del ME en el cual el sector elec-

trodébil se amplía al grupo  $SU(3)_L \otimes U(1)_X$ , manteniendo el mismo grupo de color  $SU(3)_c$  (usualmente conocido como modelos 331) originalmente propuesto por V. Pleitez, F. Pisano y P.H Frampton [8] con un contenido de partículas con cargas exóticas, y luego estudiado por R. Foot, H. Long y T. Tran [9] como una variación que no contiene cargas exóticas. Un estudio teórico más general se ha hecho en la ref. [10]. El modelo presenta motivaciones bien establecidas. Primero, debido a la cancelación de las anomalías quirales y a libertad asintótica de la QCD, los modelos 331 pueden explicar porque razón hay tres familias fermiónicas. Segundo, puesto que la tercera familia de quarks transforma en forma diferente frente al grupo de simetría, se puede introducir dos escalas de energía que explicaría la gran diferencia entre la masa de los quarks livianos y los mas pesado. Tercero, el modelo introduce un sector escalar análogo al modelo de dos dobletes de Higgs (2HDM), lo cual permite predecir la cuantización de la carga eléctrica y el caracter vectorial de la interacción electromagnética.

En particular, la estructura del nuevo grupo de simetría lleva a la predicción de un nuevo bosón vectorial neutro pesado adicional al bosón neutro  $Z$  predicho por el ME, el cual típicamente se nota como  $Z'$ . Sin embargo, dentro del marco del nuevo modelo, los bosones  $Z$  y  $Z'$  no describen estados propios de masa, por lo que no representan partículas físicas. Para obtener el espectro físico, es necesario rotar los estados anteriores a estados de masa, lo que conlleva a una mezcla  $Z - Z'$ . Dicha mezcla tiene consecuencias a nivel de la escala del ME, produciendo desviaciones de los valores pedichos por el ME, lo cual se refleja como señal de nueva física introducida por el nuevo modelo. Sin embargo, las desviaciones debidas a esta nueva física, no debe sobrepasar las cotas permitidas de los datos experimentales, lo cual permitirá realizar ajustes de precisión de los nuevos parámetros introducidos por la física más allá del ME. Debido a la gran cantidad de parámetros que se han medido experimentalmente, es necesario introducir métodos estadísticos para realizar dichos ajustes.

El propósito de este trabajo es la de mostrar un ejemplo de construcción de modelos más allá del ME y los métodos estadísticos comunes que permiten realizar análisis de bajas energías debidas a

nueva física sobre parámetros experimentales medidos y ajustados de acuerdo al ME. A manera de ejemplo, esos métodos se aplican al caso de la mezcla  $Z - Z'$  presente en los modelos 331. En la sección 2, se introducen las principales características del modelo 331, haciendo especial énfasis en el sector de bosones vectoriales neutros. También se describe el contenido de partículas y los lagrangianos relevantes del modelo. En la sección 3 se aplica el método  $\chi^2$  para ajustar los parámetros de la mezcla  $Z - Z'$  a partir de las desviaciones sobre cantidades medidas a la escala de la resonancia del bosón  $Z$ . Finalmente, se muestran las conclusiones más relevantes en la sección 4.

## 2. El modelo 331

Como punto de partida, el nuevo modelo debe incorporar la conservación de la carga eléctrica, lo cual formalmente se implementa al exigir que el nuevo grupo  $SU(3)_L \otimes U(1)_X$  contenga al subgrupo  $U(1)_Q$ . De ésta manera, se define el generador de carga eléctrica como

$$Q = T_3 + \beta T_8 + XI, \quad (1)$$

donde  $T_3 = 1/2 \text{diag}(1, -1, 0)$  y  $T_8 = (1/2\sqrt{3}) \text{diag}(1, 1, -2)$  corresponde a los generadores diagonales del grupo  $SU(3)_L$ ,  $X$  el generador del nuevo grupo  $U(1)_X$  y  $\beta$  un parámetro libre que puede ser fijado de acuerdo a la carga eléctrica del contenido fermiónico.

### 2.1. Espectro de partículas

La estructura de fermiones se muestra en la Tab. 1 donde todos los leptones transforman según el esquema  $(\mathbf{3}, \mathbf{X}_\ell^L)$  y  $(\mathbf{1}, \mathbf{X}_\ell^R)$  bajo el sector  $(SU(3)_L, U(1)_X)$ , mientras que el sector de quarks debe transformarse según  $(\mathbf{3}^*, \mathbf{X}_{q_{1,2}}^L)$ ,  $(\mathbf{1}, \mathbf{X}_{q_{2,3}}^R)$  para dos familias, y como  $(\mathbf{3}, \mathbf{X}_{q_1}^L)$ ,  $(\mathbf{1}, \mathbf{X}_{q_1}^R)$  para la primera familia. El hecho de que dos familias de quarks transformen como antitripletas, mientras que la otra familia transforme como triplete, es necesario para que la teoría sea renormalizable, condición obligatoria para que el modelo sea aceptable físicamente. Adicionalmente, también es necesario

<i>Quarks</i>	$Q_\psi$	$X_\psi$
$q_{1L} = \begin{pmatrix} u_1 \\ d_1 \\ J_1 \end{pmatrix}_L : \mathbf{3}$	$\begin{pmatrix} 2/3 \\ -1/3 \\ 1/6 - \sqrt{3}\beta/2 \end{pmatrix}$	$X_{q_1}^L = 1/6 - \beta/2\sqrt{3}$
$u_{1R}, d_{1R}, J_{1R} : \mathbf{1}$	$2/3, -1/3, 1/6 - \sqrt{3}\beta/2$	$X_{u_1 d_1 J_1}^R = Q_{u_1 d_1 J_1}$
$q_{m^*L} = \begin{pmatrix} d_{m^*} \\ -u_{m^*} \\ J_{m^*} \end{pmatrix}_L : \mathbf{3}^*$	$\begin{pmatrix} -1/3 \\ 2/3 \\ 1/6 + \sqrt{3}\beta/2 \end{pmatrix}$	$X_{q_{m^*}}^L = 1/6 + \beta/2\sqrt{3}$
$d_{m^*R}, u_{m^*R}, J_{m^*R} : \mathbf{1}$	$-1/3, 2/3, 1/6 + \sqrt{3}\beta/2$	$X_{d_{m^*} u_{m^*} J_{m^*}}^R = Q_{d_{m^*} u_{m^*} J_{m^*}}$
<i>Leptons</i>	$Q_\psi$	$X_\psi$
$\ell_{nL} = \begin{pmatrix} \nu_n \\ e_n \\ E_n \end{pmatrix}_L : \mathbf{3}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -1/2 - \sqrt{3}\beta/2 \end{pmatrix}$	$X_{\ell_n}^L = -1/2 - \beta/2\sqrt{3}$
$\nu_{nR}, e_{nR}, E_{nR} : \mathbf{1}$	$0, -1, -1/2 - \sqrt{3}\beta/2$	$X_{\nu_n e_n E_n}^R = Q_{\nu_n e_n E_n}$

CUADRO 1. Espectro de fermiones con  $m^* = 2, 3$  and  $n = 1, 2, 3$ .

que el modelo introduzca tres familias para asegurar la renormalización del modelo. El valor de los números cuánticos  $\mathbf{X}_\psi$  para cada representación, se muestra en la tercera columna de la Tab. 1.

Se definen dos escalas de rompimiento de simetría dada según el esquema

$$SU(3)_L \otimes U(1)_X \xrightarrow{\Phi_1} SU(2)_L \otimes U(1)_Y \xrightarrow{\Phi_2} U(1)_Q,$$

donde  $\Phi_1$  y  $\Phi_2$  definen dos conjuntos de campos escalares que rompen los generadores de grupo primero al ME, y posteriormente a la QED a la escala electrodébil. Por lo tanto, para el sector escalar, se introduce un triplete  $\chi$  con Valor Esperado en el Vacío (VEV)  $\langle \chi \rangle^T = (0, 0, \nu_\chi)$ , el cual provee de masas a la tercera componente de los tripletes fermiónicos durante el primer rompimiento. En la segunda transición, es necesario introducir dos tripletes  $\rho$  y  $\eta$  con VEV  $\langle \rho \rangle^T = (0, \nu_\rho, 0)$  y  $\langle \eta \rangle^T = (\nu_\eta, 0, 0)$  para darle masas a los demás fermiones [11].

En el sector vectorial asociado al grupo  $SU(3)_L \otimes U(1)_X$ , solo será relevante el sector neutro correspondiente al fotón, el bosón

neutro débil  $Z$  y un nuevo bosón neutro  $Z'$ , los cuales se escriben en términos de la base electrodébil según [10]

$$\begin{aligned} A_\mu &= S_W W_\mu^3 + C_W \left( \beta T_W W_\mu^8 + \sqrt{1 - \beta^2 T_W^2} B_\mu \right), \\ Z_\mu &= C_W W_\mu^3 - S_W \left( \beta T_W W_\mu^8 + \sqrt{1 - \beta^2 T_W^2} B_\mu \right), \\ Z'_\mu &= -\sqrt{1 - \beta^2} (T_W)^2 W_\mu^8 + \beta T_W B_\mu, \end{aligned} \quad (2)$$

cuyos valores propios son

$$M_{A_\mu}^2 = 0; \quad M_{Z_\mu}^2 \simeq \frac{g_L^2}{4C_W^2} (\nu_\rho^2 + \nu_\eta^2); \quad M_{Z'_\mu}^2 \simeq \frac{g_X^2}{3T_W^2} \nu_\chi^2, \quad (3)$$

donde el ángulo de Weinberg se define como

$$T_W \equiv \tan \theta_W = \frac{g_X}{\sqrt{g_L^2 + (\beta^2) g_X^2}}. \quad (4)$$

$g_L$  y  $g_X$  corresponden a las constantes de acoplamiento de los grupos  $SU(3)_L$  y  $U(1)_X$ , respectivamente. Realmente los estados  $Z$  y  $Z'$  de la ecuación (2) no son estados de masa puros. Existe una mezcla entre esos estados que hay que diagonalizar, por lo que los verdaderos estados de masa de los bosones vectoriales neutros son

$$Z_{1\mu} = Z_\mu \cos \theta + Z'_\mu \sin \theta; \quad Z_{2\mu} = -Z_\mu \sin \theta + Z'_\mu \cos \theta, \quad (5)$$

donde el valor del ángulo de mezcla es pequeño de acuerdo a la relación entre las escalas de rompimiento, es decir  $\tan \theta \sim \nu_{ew}/\nu_\chi$ , con  $\nu_{ew} = \sqrt{\nu_\rho^2 + \nu_\eta^2}$ .

## 2.2. El lagrangiano de las corrientes neutras

Usando el contenido fermiónico de la tabla 1, se obtiene el siguiente lagrangiano de Dirac para el sector neutro [13]

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_D &= i\bar{f}\not{\partial}f + eQ_f\bar{f}Af \\ &+ \frac{g_L}{2C_W} [\bar{f}\gamma_\mu (g_v^f - g_a^f\gamma_5) f Z^\mu + \bar{f}\gamma_\mu (\tilde{g}_v^f - \tilde{g}_a^f\gamma_5) f Z'^\mu] \end{aligned} \quad (6)$$

con  $f : U = (u^{(1)}, u^{(2)}, u^{(3)})^T$ ,  $D = (d^{(1)}, d^{(2)}, d^{(3)})^T$ ,  $L = (e^{(1)}, e^{(2)}, e^{(3)})^T$ ,  $N = (\nu^{(1)}, \nu^{(2)}, \nu^{(3)})^T$ , correspondientes a los sabores up, down, leptones cargados y neutrinos, respectivamente;  $Q_f$  la carga eléctrica asociada a cada fermión, mientras que los acoplamientos neutros vectoriales y axiales de  $Z$  se definen como

$$\begin{aligned} g_v^{U,N} &= \frac{1}{2} - 2Q_{U,N}S_W^2, & g_a^{U,N} &= \frac{1}{2}, \\ g_v^{D,L} &= -\frac{1}{2} - 2Q_{D,L}S_W^2, & g_a^{U,L} &= -\frac{1}{2}, \end{aligned} \quad (7)$$

y los acoplamientos del  $Z'$  se definen como

$$\begin{aligned} \tilde{g}_{v,a}^U &= n \left[ \frac{1}{\sqrt{3}} \left( \text{diag}(-1, 1, 1) + \frac{\beta T_W^2}{\sqrt{3}} \right) \pm 2Q_U\beta T_W^2 \right], \\ \tilde{g}_{v,a}^D &= n \left[ \frac{1}{\sqrt{3}} \left( \text{diag}(-1, 1, 1) + \frac{\beta T_W^2}{\sqrt{3}} \right) \pm 2Q_D\beta T_W^2 \right], \\ \tilde{g}_{v,a}^N &= n \left[ -\frac{1}{\sqrt{3}} - \beta T_W^2 \pm 2Q_N\beta T_W^2 \right], \\ \tilde{g}_{v,a}^L &= n \left[ -\frac{1}{\sqrt{3}} - \beta T_W^2 \pm 2Q_L\beta T_W^2 \right], \end{aligned} \quad (8)$$

donde  $n = g_X C_W / 2g_L T_W$ .

Por otro lado, se puede plantear el acoplamiento debido a la mezcla  $Z - Z'$  a través de la rotación en (5). Reescribiendo el término de acoplamiento neutro con  $Z$  y  $Z'$  de (6) en términos de los campos rotados  $Z_1$  y  $Z_2$ , se obtiene [13]

$$\mathcal{L}_D^{NC} = \frac{g_L}{2C_W} \left[ \bar{f}\gamma_\mu (G_v^f - G_a^f\gamma_5) f Z_1^\mu + \bar{f}\gamma_\mu (\tilde{G}_v^f - \tilde{G}_a^f\gamma_5) f Z_2^\mu \right], \quad (9)$$

con

$$\begin{aligned}
G_{v,a}^f &\approx g_{v,a}^f + \tilde{g}_{v,a}^f S_\theta = g_{v,a}^f + \delta g_{v,a}^f, \\
\tilde{G}_{v,a}^f &\approx \tilde{g}_{v,a}^f + g_{v,a}^f S_\theta = \tilde{g}_{v,a}^f + \delta \tilde{g}_{v,a}^f,
\end{aligned} \tag{10}$$

donde se hizo la aproximación de  $C_\theta \approx 1$ . Es así que la mezcla  $Z - Z'$  induce pequeñas variaciones a los acoplamientos en las corrientes neutras proporcionales al seno del ángulo de mezcla.

### 3. Análisis del bosón $Z'$ a bajas energías

Considerando las rotaciones de la mezcla  $Z - Z'$ , se observa en la Ec. (9) que los acoplamientos al bosón físico  $Z_1$  tienen la misma forma que los acoplos del ME, donde las constantes vectoriales y axiales contienen una pequeña desviación debida al ángulo de mezcla

$$G_{v,a} = g_{v,a}^{ME} + \delta g_{v,a}^\theta, \tag{11}$$

con  $g_{v,a}^{ME}$  los acoplos del ME asociado al bosón  $Z$  dados por (7), y  $\delta g_{v,a}^\theta$  las desviación definida en la Ec. (10) con  $\tilde{g}_{v,a}^f$  los acoplos asociados a  $Z'$  dados en (8). Se hace un análisis de ajuste sobre parámetros fundamentales tales como el ángulo de mezcla  $\theta$  y las cotas inferiores de la masa  $M_{Z_2}$ . En particular, la Ec. (11) sugiere directamente que todos los parámetros electrodébiles experimentalmente medibles poseen las mismas expresiones analíticas del ME pero con pequeños factores de desviación debido al término  $\delta g_{v,a}^\theta$  en los acoplamientos neutros. Por ejemplo, el ancho de decaimiento parcial del bosón  $Z_1$  en fermiones del mismo sabor  $f\bar{f}$  toma la forma usual del ME, pero con los nuevos acoplos de (11)

$$\Gamma_{(f\bar{f})}^{331} = \frac{N_c^f G_F M_{Z_1}^3}{6\sqrt{2}\pi} \left[ (G_v^f)^2 + (G_a^f)^2 \right], \tag{12}$$

donde se define  $N_c^f = 1, 3$  para leptones y quarks, respectivamente, y  $G_F = 1,16637 \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$  la constante de Fermi.



### 3.1. Los parámetros experimentales

Se consideran los parámetros en la resonancia del bosón  $Z$  medidos en el gran colisionador electrón-positrón del CERN (LEP), y el colisionador lineal de Stanford (SLAC). Se escoge el conjunto de parámetros mostrado en la Tab. 2, donde se muestran los valores experimentales, los valores teóricas en el marco del ME, y la corrección debida a la mezcla  $Z - Z'$  bajo el esquema de modelos 331. A continuación se describe brevemente el significado de cada observable y su corrección 331:

$109 \Gamma_Z$  es el ancho de decaimiento total del bosón  $Z$  en fermiones que se define como la suma de todos los anchos parciales en cada fermión particular, los cuales teóricamente toma la forma dada por la Ec. (12). Teniendo en cuenta la definición de la Ec. (10), el ancho total se puede reescribir como

$$\Gamma_{Z_1}^{331} \approx \Gamma_Z^{ME} [1 + \delta_Z], \quad (13)$$

donde se define el ancho total de sólo la contribución del ME como  $\Gamma_Z^{ME} = \sum_f \Gamma_{(f\bar{f})}^{ME} + \Gamma_{(inv)}^{ME}$  para cada fermión  $f = u, c, d, s, b, e, \mu, \tau$ , y  $\Gamma_{(inv)}^{ME}$  contribuciones de los neutrinos, mientras que la corrección debido a 331 se define como

$$\delta_Z = \sum_f \frac{\Gamma_{(f\bar{f})}^{ME}}{\Gamma_Z^{ME}} \delta_f, \quad (14)$$

con

$$\delta_f = \frac{2g_v^f (\delta g_v^f) + 2g_a^f (\delta g_a^f)}{(g_v^f)^2 + (g_a^f)^2}, \quad (15)$$

que corresponde a la corrección del ancho parcial de decaimiento debida al ángulo de mezcla  $S_\theta$  en  $\delta g_{v,a}^f$  y donde se han despreciado contribuciones del orden  $\mathcal{O}((\delta g)^2)$ .

$109 \Gamma_{had}$  corresponde a los decaimientos medidos en procesos hadrónicos

Observable	Valor Experimental	Modelo Estandar	Modelo 331
$\Gamma_Z [GeV]$	$2.4952 \pm 0.0023$	$2.4968 \pm 0.0011$	$\Gamma_Z^{SM} (1 + \delta_Z)$
$\Gamma_{had} [GeV]$	$1.7444 \pm 0.0020$	$1.7434 \pm 0.0010$	$\Gamma_{had}^{SM} (1 + \delta_{had})$
$\Gamma_{(\ell^+\ell^-)} MeV$	$83.984 \pm 0.086$	$83.996 \pm 0.021$	$\Gamma_{(\ell^+\ell^-)}^{SM} (1 + \delta_\ell)$
$\sigma_{had} [nb]$	$41.541 \pm 0.037$	$41.467 \pm 0.009$	$\sigma_{had}^{SM} (1 + \delta_\sigma)$
$R_e$	$20.804 \pm 0.050$	$20.756 \pm 0.011$	$R_e^{SM} (1 + \delta_{had} - \delta_e)$
$R_\mu$	$20.785 \pm 0.033$	$20.756 \pm 0.011$	$R_\mu^{SM} (1 + \delta_{had} - \delta_\mu)$
$R_\tau$	$20.764 \pm 0.045$	$20.801 \pm 0.011$	$R_\tau^{SM} (1 + \delta_{had} - \delta_\tau)$
$R_b$	$0.21629 \pm 0.00066$	$0.21578 \pm 0.00010$	$R_b^{SM} (1 + \delta_b - \delta_{had})$
$R_c$	$0.1721 \pm 0.0030$	$0.17230 \pm 0.00004$	$R_c^{SM} (1 + \delta_c - \delta_{had})$
$A_e$	$0.15138 \pm 0.00216$	$0.1471 \pm 0.0011$	$A_e^{SM} (1 + \delta A_e)$
$A_\mu$	$0.142 \pm 0.015$	$0.1471 \pm 0.0011$	$A_\mu^{SM} (1 + \delta A_\mu)$
$A_\tau$	$0.136 \pm 0.015$	$0.1471 \pm 0.0011$	$A_\tau^{SM} (1 + \delta A_\tau)$
$A_b$	$0.923 \pm 0.020$	$0.9347 \pm 0.0001$	$A_b^{SM} (1 + \delta A_b)$
$A_c$	$0.670 \pm 0.027$	$0.6678 \pm 0.0005$	$A_c^{SM} (1 + \delta A_c)$
$A_s$	$0.895 \pm 0.091$	$0.9356 \pm 0.0001$	$A_s^{SM} (1 + \delta A_s)$
$A_{FB}^{(0,e)}$	$0.0145 \pm 0.0025$	$0.01622 \pm 0.00025$	$A_{FB}^{(0,e)SM} (1 + 2\delta A_e)$
$A_{FB}^{(0,\mu)}$	$0.0169 \pm 0.0013$	$0.01622 \pm 0.00025$	$A_{FB}^{(0,\mu)SM} (1 + \delta A_e + \delta A_\mu)$
$A_{FB}^{(0,\tau)}$	$0.0188 \pm 0.0017$	$0.01622 \pm 0.00025$	$A_{FB}^{(0,\tau)SM} (1 + \delta A_e + \delta A_\tau)$
$A_{FB}^{(0,b)}$	$0.0992 \pm 0.0016$	$0.1031 \pm 0.0008$	$A_{FB}^{(0,b)SM} (1 + \delta A_e + \delta A_b)$
$A_{FB}^{(0,c)}$	$0.0707 \pm 0.0035$	$0.0737 \pm 0.0006$	$A_{FB}^{(0,c)SM} (1 + \delta A_e + \delta A_c)$
$A_{FB}^{(0,s)}$	$0.0976 \pm 0.0114$	$0.1032 \pm 0.0008$	$A_{FB}^{(0,s)SM} (1 + \delta A_e + \delta A_s)$
$Q_W(Cs)$	$-72.62 \pm 0.46$	$-73.17 \pm 0.03$	$Q_W^{SM} (1 + \delta Q_W)$

CUADRO 2. Parámetros de valores experimentales, predicciones del ME y correcciones 331 a la escala del bosón  $Z$ .

$$\begin{aligned}
\Gamma_{had}^{331} &= \Gamma_{had}^{ME} (1 + \delta_{had}), \\
\delta_{had} &= \sum_q \frac{\Gamma_{(q\bar{q})}^{ME}}{\Gamma_{had}^{ME}} \delta_q,
\end{aligned} \tag{16}$$

con  $\Gamma_{had}^{ME} = \sum_q \Gamma_{(q\bar{q})}^{ME}$  para  $q = u, c, d, s, b$ . Similarmente se tienen medidas del decaimiento total en leptones cargados, correspondiente a  $\Gamma_{lept} \approx 3\Gamma_{(\ell^+\ell^-)}$  ya que el ancho es muy similar para cada  $\ell^\pm = e^\pm, \mu^\pm, \tau^\pm$  con el ancho parcial definido como

$$\Gamma_{(\ell^\pm)}^{331} = \Gamma_{(\ell^\pm)}^{ME} (1 + \delta_{\ell^\pm}), \tag{17}$$

con  $\delta_{\ell^\pm}$  expresado por la Ec. (15) para  $f = \ell^\pm$ .

109  $\sigma_{had}$  es la sección eficaz total de decaimientos a quarks

$$\sigma_{had}^{331} = \sigma_{had}^{ME} (1 + \delta_\sigma), \quad (18)$$

con  $\sigma_{had}^{ME} = 12\pi\Gamma_{e^\pm}^{ME}\Gamma_{had}^{ME}/M_Z^2\Gamma_Z^{ME}$  y  $\delta_\sigma = \delta_{\ell^\pm} + \delta_{had} - 2\delta_Z$ .

109  $R_{\ell^\pm}$  son las razones de decaimiento leptónicas que se definen como la razón de decaimiento hadrónico sobre decaimientos parciales de leptones cargados

$$R_{\ell^\pm}^{331} \approx R_{\ell^\pm}^{ME} (1 + \delta_{had} - \delta_{\ell^\pm}); \quad (19)$$

con  $R_{\ell^\pm}^{ME} = \Gamma_{had}^{ME}/\Gamma_{\ell^\pm}^{ME}$ . Similarmente, se define la razón de decaimiento de quarks como el ancho parcial de quarks sobre el total hadrónico

$$R_q^{331} \approx R_q^{ME} (1 - \delta_{had} + \delta_q), \quad (20)$$

con  $R_q^{ME} = \Gamma_{q\bar{q}}^{ME}/\Gamma_{had}^{ME}$  y  $\delta_q$  dado por la Ec. (15) para  $f = q$ .

109  $A_f$  mide la asimetría izquierda-derecha de las secciones eficaces de los electrones izquierdos y derechos incidentes

$$\begin{aligned} A_f^{331} &\approx A_f^{ME} (1 + \delta A_f), \\ \delta A_f &\approx \frac{\delta g_v^f}{g_v^f} + \frac{\delta g_a^f}{g_a^f} - \delta_f, \end{aligned} \quad (21)$$

donde se define  $A_f^{ME} = 2g_v^f g_a^f / [(g_v^f)^2 + (g_a^f)^2]$ .

109  $A_{FB}$  es el parámetro de asimetría Forward-Backward  $A_{FB} = (N_F - N_B)/(N_F + N_B)$ , que mide la diferencia del número de fermiones  $N_F$  que emergen hacia el hemisferio delantero respecto al número de fermiones  $N_B$  que salen hacia el hemisferio trasero. En la resonancia del  $Z$  se expresa como

$$A_{FB}^{(0,f)331} \approx A_{FB}^{(0,f)ME} (1 + \delta A_e + \delta A_f), \quad (22)$$

con  $A_{FB}^{(0,f)ME} = 3A_e^{ME} A_f^{ME}/4$  y  $\delta A_f$  dado en (21). El superíndice 0 indica que se mide en el polo del  $Z$ .

109  $Q_W$  es la carga débil que mide la violación de la paridad en transiciones atómicas debido a la interacción débil, el cuál se expresa como

$$Q_W^{331} = Q_W^{SM} + \Delta Q_W = Q_W^{SM} (1 + \delta Q_W), \quad (23)$$

con  $Q_W^{SM} = -2c_{1u}(2Z + N) - 2c_{1d}(Z + 2N)$ ,  $c_{1q} = 2g_v^q g_a^e$ ,  $Z$  el número de protones,  $N$  el número de neutrones,  $\delta Q_W = \Delta Q_W/Q_W^{SM}$  y  $\Delta Q_W$  la desviación definida como [14]

$$\Delta Q_W = \left[ \left( 1 + 4 \frac{S_W^4}{1 - 2S_W^2} \right) Z - N \right] \alpha T + \Delta Q'_W, \quad (24)$$

con  $T$  un parámetro que contiene correcciones cuánticas y  $\Delta Q'_W$  definido como

$$\begin{aligned} \Delta Q'_W = & -16 [(2Z + N) (g_A^e \tilde{g}_v^u + \tilde{g}_a^e g_V^u) + (Z + 2N) (g_a^e \tilde{g}_v^d + \tilde{g}_a^e g_v^d)] S_\theta \\ & -16 [(2Z + N) \tilde{g}_a^e \tilde{g}_v^u + (Z + 2N) \tilde{g}_a^e \tilde{g}_v^d] \frac{M_Z^2}{M_{Z'}^2}. \end{aligned} \quad (25)$$

Para el caso del átomo de cesio se tiene  $Z = 55$ ,  $N = 78$ , y  $\left[ \left( 1 + 4 \frac{S_W^4}{1 - 2S_W^2} \right) Z - N \right] \alpha T \simeq -0,01$  [15].

### 3.2. Las matrices de correlación

Los parámetros de la Tab. 2 no son completamente independientes, sino que se correlacionan estadísticamente unos con otros. La matriz que determina los coeficientes de correlación  $\rho_{x_i x_j}$  entre los observables  $x_i$  y  $x_j$  se describe en la Tab. 3 para los parámetros de la Tab. 2.

$\Gamma_{had}$	$\Gamma_\ell$						
1							
.39	1						
$A_e$	$A_\mu$	$A_\tau$					
1							
.038	1						
.033	.007	1					
$R_b$	$R_c$	$A_b$	$A_c$	$A_{FB}^{(0,b)}$	$A_{FB}^{(0,c)}$		
1							
-.18	1						
-.08	.04	1					
.04	-.06	.11	1				
-.10	.04	.06	.01	1			
.07	-.06	-.02	.04	.15	1		
$\Gamma_Z$	$\sigma_{had}$	$R_e$	$R_\mu$	$R_\tau$	$A_{FB}^{(0,e)}$	$A_{FB}^{(0,\mu)}$	$A_{FB}^{(0,\tau)}$
1							
-.297	1						
-.011	.105	1					
.008	.131	.069	1				
.006	.092	.046	.069	1			
.007	.001	-.371	.001	.003	1		
.002	.003	.020	.012	.001	-.024	1	
.001	.002	.013	-.003	.009	-.020	.046	1

CUADRO 3. Coeficientes de correlación de los datos de la Tab. 2.

### 3.3. Ajuste estadístico

Se hace uso del criterio de mejor ajuste que sigue una función de densidad de probabilidad (p.d.f) tipo chi cuadrado ( $f_{\chi^2}$ ). La condición de mejor ajuste se plantea para los observables en el polo del bosón  $Z$  y las predicciones teóricas del modelo 331 tal como se describe en la Tab. 2 con las matrices de correlación dadas en la Tab. 3. En este caso, se involucra la corrección a un modelo teórico donde las predicciones teóricas 331 se han incorporado en la forma  $F_i^{331}(\mathbf{x}) = F_i^{ME} [1 + \delta F_i(\mathbf{x})]$  asociado a un valor experimental  $F_i$ , un valor del ME  $F_i^{ME}$  y una corrección 331  $\delta F_i(\mathbf{x})$  por cada observable. De esta manera, se involucran los errores experimentales  $\delta_i$  y los del ME  $\delta_i^{ME}$  simultáneamente, por lo que el error en la matriz de covariancia se toma como la raíz cuadrática entre los errores experimentales y del ME, esto es que  $\sigma_i = \sqrt{(\delta_i)^2 + (\delta_i^{ME})^2}$ , con la

matríz covariante definida como  $V_{ij} = \rho_{ij}\sigma_i\sigma_j$  [16]. Las expresiones 331 quedan en términos de 3 parámetros libres  $\mathbf{x} = (M_{Z'}, S_\theta, \beta)$ . De ésta manera, el criterio de mejor ajuste se establece como

$$\chi^2(M_{Z'}, S_\theta, \beta) = [\mathbf{F}_i - \mathbf{F}_i^{331}]^T V^{-1} [\mathbf{F}_i - \mathbf{F}_i^{331}] \leq \chi_{\text{mín}}^2 + \chi_{C.L.}^2, \quad (26)$$

donde  $\chi_{C.L.}^2$  contiene 3 grados de libertad (d.o.f), correspondiente al número de parámetros libres. En cada representación de familia de la tabla 1, los fermiones físicos se asignan según  $(u_1, u_2, u_3) = (t, u, c)$ ,  $(d_1, d_2, d_3) = (b, d, s)$ ,  $(e_1, e_2, e_3) = (\tau, e, \mu)$  y  $(\nu_{1,2,3}) = (\nu_{\tau,e,\mu})$ . Se calculan las regiones permitidas para los parámetros  $M_{Z'}$ ,  $S_\theta$  y  $\beta$  a un nivel de C.L. del 95% (a  $1.96\sigma$ ). De la solución de (??), el valor de  $\chi_{C.L.}^2$  a  $n_d = 3$  d.o.f y 95% C.L ( $\alpha = 0,05$ ) es  $\chi_{C.L.}^2 = 7,815$ , mientras que el mínimo de la función  $\chi^2$  definido según (26) es

$$\chi_{\text{mín}}^2 = 17,44. \quad (27)$$

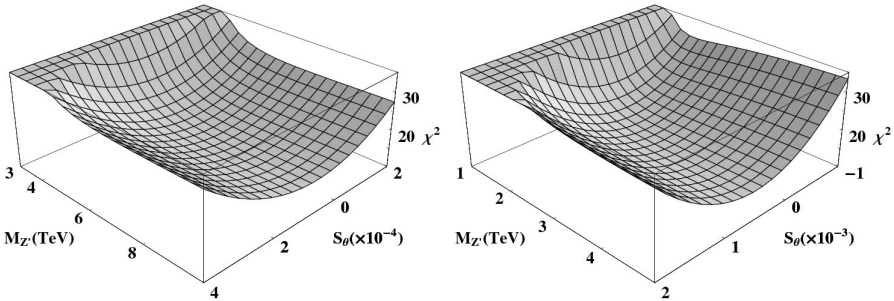


FIGURA 1. Superficie  $\chi^2(M_{Z'}, S_\theta)$  para modelos  $\beta = -\sqrt{3}$  y  $\beta = -1/\sqrt{3}$ .

Para los calculos numéricos, se usan los siguientes valores:

$$\begin{aligned} M_Z &= 91,1876 \pm 0,0021 \text{ GeV}; & S_W^2 &= 0,22306 \pm 0,00033; \\ \alpha_s(M_Z) &= 0,1200 \pm 0,0017; & \alpha^{-1}(M_Z) &= 128,91 \pm 0,02; \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned}
\Gamma_{u,c}^{ME} &= 0,30018 \pm 0,00014 \text{ GeV}; & \Gamma_{d,s}^{ME} &= 0,38297 \pm 0,00014 \text{ GeV}; \\
\Gamma_b^{ME} &= 0,37595 \pm 0,0001 \text{ GeV}; & \Gamma_{\nu_{e,\mu,\tau}}^{ME} &= 0,16721 \pm 0,00005 \text{ GeV}; \\
\Gamma_{e,\mu,\tau}^{ME} &= 0,08399 \pm 0,00003 \text{ GeV}. & & (29)
\end{aligned}$$

Si se fijan valores particulares a  $\beta$ , se puede obtener gráficas de regiones permitidas en las variables  $M_{Z'}$ ,  $S_\theta$ . En la Fig. 1 se muestran las superficies  $\chi^2(M_{Z'}, S_\theta)$  para modelos con  $\beta = -\sqrt{3}$  y  $\beta = -1/\sqrt{3}$ . Al hacer el corte transversal a la altura  $\chi^2 = \chi_{\text{mín}}^2 + \chi_{C.L.}^2$ , se obtiene la región permitida de  $M_{Z'}$  y  $S_\theta$  debajo de ese corte, según indica la desigualdad en (26). Este corte genera las curvas de contorno, las cuales se muestran en la primera gráfica de la Fig. 2 para diferentes valores de  $\beta$ . Las curvas indican cotas mínimas de la masa del bosón neutro  $Z'$ , donde las regiones debajo de las curvas son prohibidas según el valor de cada  $\beta$ . Se observa que el ángulo de mezcla va definiendo regiones permitidas más amplias a medida que el valor absoluto de  $\beta$  disminuye, mientras que la cota más pequeña de la masa  $M_{Z'}$  va bajando. En particular, se observan cotas de ángulos de mezcla del orden  $S_\theta \sim \pm 10^{-3}$ . También se observa que las regiones no son simétricas respecto al signo de  $S_\theta$ . Para los modelos  $\beta = -\sqrt{3}$  se obtienen regiones  $M_{Z'} 4 \text{ TeV}$ , mientras que para modelos  $\beta = -1/\sqrt{3}$  se obtiene  $M_{Z'} 1,5 \text{ TeV}$ . En la segunda gráfica de la Fig. 2 se muestran las regiones permitidas para  $\beta$  según  $M_{Z'}$ , y para varios ángulos de mezcla  $S_\theta$ . Partiendo de valores positivos grandes en  $S_\theta$ , las cotas permitidas en  $\beta$  aumenta a medida que la mezcla disminuye hasta el valor cero, donde la curva se amplía al máximo, y vuelve a reducir las cotas cuando aumenta en valores negativos. Para el límite negativo de ángulo de mezcla  $S_\theta \sim -0,6 \times 10^{-3}$ , la región se cierra presentando cotas inferiores y superiores en  $M_{Z'}$  por fuera de las cuales es prohibido. Se puede observar en los contornos que las curvas no son completamente simétricas respecto al signo de  $\beta$ . Es de aclarar que de entrada la relación (4) restringe el valor de  $\beta$  entre

$$-1/T_W < \beta < 1/T_W. \quad (30)$$

Por fuera de ese límite, se obtienen constantes de acople  $g_L$

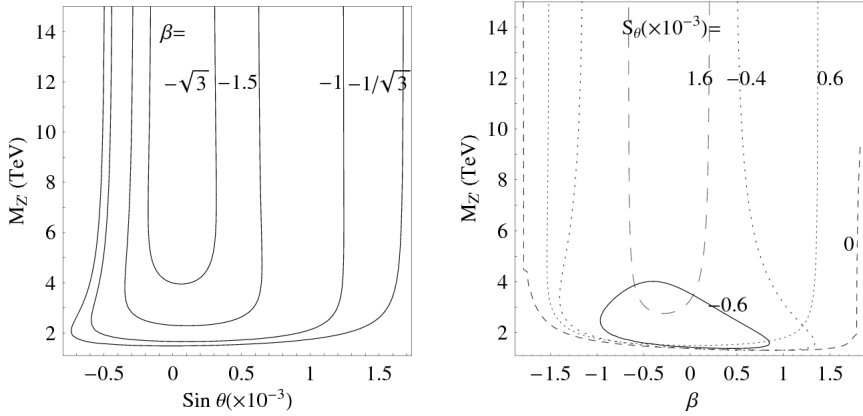


FIGURA 2. Regiones permitidas de ángulo de mezcla  $S_\theta$  Vs. masa  $M_{Z'}$  y  $\beta$  Vs. masa  $M_{Z'}$ . Cada curva corresponde a un valor de  $\beta$  y  $S_\theta$ , respectivamente.

o  $g_X$  imaginarios. Con el valor de  $S_W$  en (28), se obtiene la cota  $|\beta| < 1,824$ , la cual se cumple para todas las regiones de la segunda gráfica de la Fig. 2.

#### 4. Conclusiones

Se discutió el método de mejor ajuste usando la estadística de  $\chi^2$  comúnmente usado en física de altas energías para evaluar los efectos de nueva física sobre parámetros experimentalmente medidos y ajustados de acuerdo al ME. Como ilustración, se aplicó dicho método para ajustar las regiones permitidas de nueva física asociada a los modelos 331 por medio de tres parámetros: el ángulo de mezcla  $Z-Z'$ , la masa del nuevo bosón  $Z'$  y el parámetro libre  $\beta$  que determina distintos modelos 331. Un amplio análisis fenomenológico alrededor de estos modelos ha sido estudiado en las referencias [17]-[21]

#### Referencias

- [1] S. Glashow, Nucl. Phys. 22, 579 (1961); S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. 19, 1264 (1967); A. Salam, in Elementary Particle



Theory: Relativistic Groups and Analyticity (Nobel Symposium No. 8), edited by N. Svartholm (Almqvist and Wiksell, Stockholm, 1968), p. 367.

- [2] P. Langacker, *Phys. Reports* 72, 185 (1981).
- [3] P. Fayet, in *Procc. Parity Violation in Atoms and Polarized Electron Scattering*, eds. B. Frois and M-A. Bouchia, Paris, France, 1997, arXiv:hep-ph/9812300.
- [4] R. Foot, G.C. Joshi, H. Lee and R.R. Volkas, *Mod. Phys. Lett. A* 5, 2721 (1990).
- [5] S.M. Bilenky, C. Giunti and W. Grimus, *Prog. Part. Nucl. Phys.* 43, 1 (1999).
- [6] H. Georgi and S.L. Glashow, *Phys. Rev. Lett.* 32, 438 (1974).
- [7] F. Gursey, P. Ramond and P. Sikivie, *Phys. Lett.* 60B, 177 (1975).
- [8] F. Pisano and V. Pleitez, *Phys. Rev.* **D46**, 410 (1992); P.H. Frampton, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 2889 (1992).
- [9] R. Foot, H.N. Long and T.A. Tran, *Phys. Rev.* **D50**, R34 (1994).
- [10] Rodolfo A. Diaz, R. Martínez, F. Ochoa, *Phys. Rev.* **D72**, 035018 (2005).
- [11] R.A. Diaz, R. Martínez and F. Ochoa, *Phys. Rev.* **D69**, 095009 (2004).
- [12] A. Carcamo, R. Martínez and F. Ochoa, *Phys. Rev.* **D73**, 035007 (2006).
- [13] Fredy Ochoa and R. Martínez, *Phys. Rev.* **D72**, 035010 (2005).
- [14] G. Altarelli, R. Casalbuoni, S. De Curtis, N. Di Bartolomeo, F. Feruglio and R. Gatto, *Phys. Lett.* B261, 146 (1991).
- [15] H.N. Long and L.P. Trung, *Phys. Lett.* B502, 63 (2001).

- [16] C. Amsler et al. (Particle Data Group), Phys. Lett. **B667**, 1 (2008).
- [17] R. Martínez and F. Ochoa, Phys. Rev. **D77**, 065012 (2008).
- [18] R. Martínez and F. Ochoa, Eur. Phys. J. **C51**, 701 (2007).
- [19] J.G. Dueñas, N Gutierrez, R. Martínez and F. Ochoa, Eur. Phys. J. **C60**, 653 (2009).
- [20] R. Martínez and F. Ochoa, Phys. Rev. **D80**, 075020 (2009).
- [21] G.A Gonzalez-Sprinberg, R. Martinez and O. Sampayo, Phys. Rev. **D71**, 115003 (2005); J.M. Cabarcas, D. Gomez Dumm and R. Martinez, Eur. Phys. J. **C58**, 569 (2008); A.G. Dias, R. Martínez and V. Pleitez, Eur. Phys. J. **C39**, 101 (2005).