

FORMULACIÓN MECÁNICA DE LA TERMODINÁMICA DE HELMHOLTZ

MECHANICAL FORMULATION OF HELMHOLTZ'S THERMODYNAMICS

Brenda P. Rodríguez[†], Henry Núñez[‡]

[†] Grupo PRODUCOM, Facultad de Ingeniería Industrial, Universidad de la Costa CUC, Barranquilla, Colombia.

[‡] Grupo Ciencia de Materiales, Facultad de Matemática Astronomía y Física, Universidad Nacional de Córdoba, Córdoba, Argentina.

Resumen

En el siglo XIX la idea mecanicista de los fenómenos naturales se había consolidado hasta el punto de creer que era posible describir toda la física a partir de la teoría mecánica. En este trabajo se mostrará como la termodinámica es influenciada por este prejuicio; iniciando con la hipótesis fundamental que motivó y llevó a **Helmholtz** a darle una interpretación mecánica a los principios de la termodinámica basándose en el modelo mecánico de monociclos que finalmente pierde relevancia al entrar en crisis el modelo mecanicista del mundo natural.

Palabras clave: Termodinámica, Helmholtz, Modelo Mecánico de Monociclos

Abstract

In the nineteenth century, the mechanistic idea of natural phenomena had been consolidated to the point of believing that it was possible to explain all the physical from the mechanical theory. In this paper we show how thermodynamics is influenced by this prejudice, beginning with the fundamental hypothesis that motivated and led **Helmholtz** to give a mechanical interpretation of the

principles of thermodynamics based on the mechanical model of unicycles that finally loses relevance when entering crisis the mechanistic model of the natural world

Keywords: Thermodynamics, Helmholtz, Unicycles Mechanical Model

Introducción

En el ámbito de la Física del siglo XVIII el calórico, al igual que el éter y la luz, se consideraba como una sustancia que no se podía mantener encerrada en un recipiente (sustancia incoercible) y que podía fluir hacia y desde todas las sustancias.[1]. A partir de la hipótesis del calórico se da origen a muchos de los fenómenos físicos que hoy día son propios de la termodinámica, entre los que se destacan el teorema de **Carnot** a comienzos del siglo XIX. Para entonces era de amplio uso las maquinas térmicas. Sin embargo, no se tenía conocimiento acerca de qué dependía su rendimiento hasta que en 1824 **Sadi Carnot** hizo toda una teoría para explicar tal fenómeno.[2]. Tal vez el hecho que diera inicio a un nuevo campo de la física que hoy día conocemos como Termodinámica.

En 1849 **Joule** presenta ante **Kelvin** los resultados de un trabajo en el que afirma que ha comprobado, en su fábrica, que el calor se puede transformar en energía mecánica. **Kelvin** se da cuenta de la prácticamente inaceptable afirmación de **Joule**: “que el calor se transforma en trabajo”. Pues esto se salía de la hipótesis del calórico que aún predominaba en ese momento. Para **Kelvin**, aceptar lo dicho por **Joule** tiene una implicación inmediata; en el teorema de Carnot hay algo que físicamente no es correcto. Sin embargo, el teorema en la práctica funciona adecuadamente. En consecuencia si se acepta lo que dice **Joule**, hay que demostrar el teorema de Carnot saliéndose del marco de la teoría del calórico. Es decir, usando una nueva hipótesis de calor. De aquí que **Kelvin** se ve en la necesidad de crear un segundo principio para demostrar el teorema de Carnot borrando la idea de calor. Y hay que borrar esa vieja idea porque **Joule** ha demostrado que el calor se transforma en trabajo. En consecuencia, los cuerpos no tienen calor, sino que este es una forma

de energía. De esta forma se acepta un primer principio que es la experiencia de **Joule** para borrar la teoría anterior del calor y se da origen a un segundo principio, porque de otra forma el teorema de Carnot quedaría en el “aire”, pero se sabe que el teorema de Carnot en la práctica anda bien [2]. La termodinámica se basa en estos dos principios, los cuales se pueden expresar matemáticamente de la siguiente forma: Si se aplica a un sistema la cantidad de calor dQ y el trabajo externo $\sum Ada$, la energía interna del sistema E , se aumenta en una cantidad dE . Es decir, la primera ley queda expresada en la forma:

$$dE = dQ + \sum Ada \quad (1)$$

En 1854 **Rudolf Clausius**, introduce el concepto de entropía, y de acuerdo a la segunda ley, formulada por **Clausius**, el calor añadido está relacionado con el cambio de esta función de estado mediante la expresión:

$$dQ = \theta dS, \quad (2)$$

donde θ es la temperatura absoluta a la cual el calor es agregado y S la entropía.

El fuerte arraigo que había en el siglo XIX de pensar que la mecánica era el fundamento de todas las ramas de la física hasta el punto que muchos físicos de la época solo consideraban válidas a aquellas teorías físicas basadas en principios mecánicos [3]. Influyó en los dos trabajos mediante los cuales **Helmholtz** hizo los principales aportes a la termodinámica, ambos publicados en 1884 [4]. En ellos expone su modelo mecánico de la termodinámica y sobre todo del segundo principio, dado que el primero se puede interpretar como la extensión a la termodinámica del principio de conservación de la energía.

En el presente trabajo se mostrará la versión mecánica de la termodinámica según **Helmholtz** a partir de un modelo teórico que se describe a continuación.

Termodinámica de Helmholtz

Helmholtz recurre para su interpretación mecánica al modelo de Monociclos, los cuales consisten en el movimiento circular de las moléculas, análogo al de una rueda que gira sobre su propio eje, la energía del sistema estaría asociada a la velocidad angular de la rueda. Monociclos con un movimiento se llamaban monociclos simples y con más de un movimiento, monociclos compuestos [4]. Además basaba su modelo a partir de tres tesis fundamentales:

- Todos los procesos en la naturaleza satisfacen la ley de conservación de la energía
- Todos los procesos en la naturaleza satisfacen a un conjunto de ecuaciones diferenciales derivadas del principio de mínima acción de Hamilton.
- El calor consiste en el movimiento estacionario, oculto de las moléculas [3]

A partir de la ecuación (2) es posible mostrar que el equilibrio térmico de dos cuerpos está indicado por la igualdad de las temperaturas. Por lo tanto toda función de la temperatura tendrá esta propiedad. Esto conlleva a que existan muchas alternativas de plantear esta ecuación. En consecuencia **Helmholtz**, en su objetivo de describir mecánicamente el calor, reescribe la ecuación (2) en la forma:

$$dQ = \delta d\sigma, \quad (3)$$

donde δ es una función de T y de unos parámetros del sistema y σ es una función de S . Para obtener la estructura de la ecuación (3) se requiere la condición de equilibrio termodinámico y parte del hecho que: un sistema a temperatura idéntica en todos sus puntos, puede ser construido a partir de dos sistemas parciales, 1 y 2. Así para el calor agregado se tiene:

$$dQ = dQ_1 + dQ_2 = \theta dS_1 + \theta dS_2 = \theta d(S_1 + S_2) = \theta dS. \quad (4)$$

Lo que significa que la ecuación (2) es válida para todo el sistema al igual que para dos sistemas parciales tomados individualmente.

Helmholtz así enfrenta el problema encontrando la contraparte mecánica de la ecuación (4). La idea de los monociclos de **Helmholtz** está basada en las ecuaciones de **Lagrange** las cuales se derivan del principio de mínima acción de Hamilton. En particular empieza con la ecuación de **Lagrange** en la forma:

$$F = -\frac{\partial L}{\partial q} + \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}}, \quad (5)$$

donde F es la fuerza actuando sobre la coordenada generalizada q , $\dot{q} = \frac{dq}{dt}$ es la velocidad generalizada, L es la función **Lagrangiana** que se define como la diferencia entre la energía cinética y potencial denotadas por T y U respectivamente

$$L = T - U \quad (6)$$

La energía potencial U es una función de la coordenada y T tiene la forma

$$T = \sum \frac{1}{2} p \dot{q}, \quad (7)$$

donde $p = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}}$ es el momento generalizado.

En el marco de su hipótesis, **Helmholtz**, divide los parámetros que describen el sistema monocíclico en dos clases que llamaremos **(a)** y **(b)**. Los parámetros **(a)** varían muy lentamente y están relacionados con el movimiento del sistema en su conjunto; los parámetros **(b)** varían rápidamente y corresponden a los movimientos moleculares. Ahora la ecuación (5) se puede expresar en término de los parámetros **(a)** y **(b)**, haciendo un cambio de coordenadas q_a y q_b ; donde la coordenada q_b representa el movimiento estacionario de las moléculas, que en términos termodinámicos consiste en el movimiento molecular del calor.

Dado que L es independiente de la coordenada cíclica q_b , el primer término de la ecuación (5) se hace cero por lo que se reduce a:

$$F_b = \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_b} = \dot{p}_b \quad (8)$$

Por su parte las coordenadas q_a del sistema monocíclico, varían muy lentamente en comparación a q_b y como las \dot{q}_a son infinitamente

pequeñas, entonces en términos de los parámetros **(a)**, de la ecuación (5) se obtiene que:

$$F_a = -\frac{\partial L}{\partial q_a} \quad (9)$$

Como \dot{q}_a no contribuye a la energía cinética del sistema monocíclico, la energía cinética T sólo depende de la velocidad cíclica \dot{q}_b , entonces la ecuación (7) queda simplificada a:

$$T = \frac{1}{2}p_b\dot{q}_b, \quad (10)$$

El trabajo cíclico dQ_b , debido a la fuerza F_b que actúa sobre la coordenada q_b , es:

$$dQ_b = F_b dq_b \quad (11)$$

Como $\dot{q}_b = \frac{dq_b}{dt}$ y $F_b = \frac{dp_b}{dt}$, entonces la ecuación (11) se puede escribir de la forma:

$$dQ_b = \dot{q}_b dp_b. \quad (12)$$

De igual forma el trabajo dQ_a , que constituye el análogo del trabajo termodinámico externo, **Helmholtz** lo expresa como:

$$dQ_a = \sum F_a dq_a. \quad (13)$$

Entonces la energía dE total añadida al sistema monocíclico está compuesta por dos diferentes trabajos, los expresados en las ecuaciones (12) y (13). Por lo que la primera ley queda expresada en la forma:

$$dE = dQ_b + \sum F_a dq_a. \quad (14)$$

Para obtener el equivalente mecánico de la segunda ley, **Helmholtz** reescribe dQ_b , en términos de la energía cinética. Al dividir ambos lados de la ecuación (12) por la energía cinética T , se obtiene:

$$\frac{dQ_b}{T} = \frac{\dot{q}_b dp_b}{T} \quad (15)$$

Reemplazando T en la ecuación anterior, en la forma expresada en (10)

$$\frac{dQ_b}{T} = \frac{\dot{q}_b dp_b}{\frac{p_b \dot{q}_b}{2}} = \frac{2dp_b}{p_b} \quad (16)$$

Se llega a que la razón $\frac{dQ_b}{T}$ es una diferencial exacta, la cual corresponde a la entropía

$$\frac{dQ_b}{T} = \frac{2dp_b}{p_b} = dS_b \quad (17)$$

Por lo tanto, el equivalente mecánico de la segunda ley de la termodinámica, según Helmholtz, queda expresado en la forma:

$$dQ_b = TdS_b \quad (18)$$

En consecuencia la entropía para el modelo de los monociclos está dada por:

$$S_b = 2 \log p_b \quad (19)$$

Al despejar el momento generalizado en (10) y reemplazarlo en (19), la entropía es ahora igual a:

$$S_b = \log T + \log \frac{p_b}{\dot{q}_b} \quad (20)$$

Si tomamos como ejemplo el sistema de gas ideal donde $pV = R\theta$, $dE = C_V d\theta$ y combinando las ecuaciones (1) y (2) se obtiene $C_V d\theta = \theta dS - p dV$; al dividir esta ecuación por la temperatura, θ , se tiene que la entropía para un gas ideal es:

$$S = C_V \log \theta + R \log V \quad (21)$$

Al comparar estas dos últimas ecuaciones, se observa que la energía cinética en (20) corresponde a la temperatura en (21) y la magnitud extensiva $\frac{p_b}{\dot{q}_b}$ (momento de inercia rotacional del sistema monocíclico) se hace corresponder con el volumen V del sistema de gas ideal.

Conclusión

Uno de los principales aportes de Helmholtz a la ciencia es la formulación de la ley de conservación de la energía. Y aunque sus ideas sobre sistema monocíclico fueron fundamentales para desarrollar su modelo mecánico de los principios de la termodinámica, este fue perdiendo importancia en la medida que

el mecanicismo fue desapareciendo a finales del siglo XIX. Sin embargo, se torna interesante estudiar su contexto histórico porque pone de manifiesto la influencia que tuvieron sus ideas sobre investigadores de la época. Por ejemplo, la idea de monociclos es tomada por Boltzmann para hacer una representación mecánica de la teoría de Maxwell. Boltzmann mediante la noción de ciclo genera un modelo funcional de dos circuitos eléctricos en interacción[5].

Referencias

- [1] J. Guémez, *Teoría del Calórico* (Universidad de Cantabria, 2003).
- [2] J. Helman and B. Gristein, *Termodinámica Fenomenológica y Estadística* (Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas, 1988).
- [3] V. Rodríguez and P. Lamberti, *El rol de los monociclos en la termodinámica de Helmholtz* (Universidad Nacional de Córdoba, Argentina, 2011).
- [4] D. Cahan, *Looking at Nineteenth-Century Science: An Introduction* (The University of Chicago Press, 2003).
- [5] P. Lamberti, *Epistemología e Historia de la Ciencia* (Universidad Nacional de Córdoba, Argentina, 2010).