

## ¿LE DARÍAS A TU PROMETIDA UN ANILLO CUÁNTICO?

### WOULD YOU GIVE A QUANTUM RING TO YOUR FIANCEE?

C. M. Duque<sup>1,2</sup>, R. L. Restrepo<sup>1,3</sup>, A. L. Morales<sup>1</sup>, M. E. Mora-Ramos<sup>1,4</sup>,  
C. A. Duque<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Grupo de Materia Condensada-UdeA, Instituto de Física, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales,  
Universidad de Antioquia UdeA, Calle 70 No. 52-21, Medellín, Colombia

<sup>2</sup>Department of Physics, University of Massachusetts Amherst, MA 01003 USA

<sup>3</sup>Escuela de Ingeniería de Antioquia, AA 7516, Medellín, Colombia

<sup>4</sup>Facultad de Ciencias, Universidad Autónoma del Estado de Morelos, Ave. Universidad 1001, CP  
62209, Cuernavaca, Morelos, México

(Recibido: Julio/2013. Aceptado: Noviembre/2013)

### Resumen

Un anillo cuántico es un sistema físico similar a un anillo cualquiera que encontramos en nuestra vida cotidiana, la única diferencia es que sus dimensiones son muy pequeñas, en el rango de nanómetros (0.000000001 m). Además, en este caso el anillo es de un material semiconductor llamado arseniuro de galio (GaAs), a diferencia de los anillos que usamos en la vida cotidiana que son de oro y plata. Otra diferencia es que el anillo que se estudió en este trabajo solo tiene dos dimensiones, esto quiere decir que se parece a una moneda hueca con un espesor despreciable. A simple vista, este sistema puede parecer muy ideal y poco útil; pero, estas estructuras se pueden producir experimentalmente, con un espesor muy delgado de unas cuantas capas atómicas, muy cercanas al sistema aquí considerado y tienen muchas aplicaciones importantes en el mundo actual.

**Palabras clave:** Anillo cuántico, Propiedades ópticas, Prometida.

## Abstract

A quantum ring is a physical object similar to a real life ring that we find in our daily life, the only difference is in its very small nanometer dimensions (0.000000001 m). Furthermore, the ring is made of a semiconductor material called gallium arsenide (GaAs), as opposed to ordinary rings generally made of gold or silver. Another difference with the real ring is that it only has two dimensions, this means that it looks like a hole coin with negligible thickness. To the naked eye, this system could appear too ideal and not useful; but, these structures can be produced experimentally with very small thicknesses close to the system studied here and they have large enough important applications for the actual world.

**Keywords:** Quantum ring, Optical properties, Fiancée

## Introducción

La importancia de estudiar estos anillos se deriva de sus potenciales aplicaciones en dispositivos ópticos, electrónicos, y opto-electrónicos tales como, transistores de alta movilidad, diodos laser, circuitos de alta frecuencia para telecomunicaciones, dispositivos para espintrónica, y aplicaciones en superconductividad.

En esta investigación [1] se estudia el movimiento de un electrón en el anillo bidimensional colocado en un campo eléctrico externo paralelo al plano del anillo. También, se aplica un campo magnético perpendicular al plano (Fig. 1)

## Desarrollo Teórico

En este anillo se ha considerado el movimiento de un electrón que está confinado a moverse dentro del anillo por fuerzas de tipo central, que no le permiten escapar de esta región física (ver la figura 1). Las fuerzas centrales son similares a la fuerza eléctrica y a la fuerza ejercida por un resorte.

En esta investigación se estudia el movimiento de un electrón en el anillo bidimensional colocado en un campo eléctrico externo paralelo al plano del anillo. También, se aplica un campo magnético perpendicular al plano. Estas dos fuerzas son diferentes a las fuerzas centrales que se mencionaron antes, que confinan el electrón a la región de anillo, y también producen un

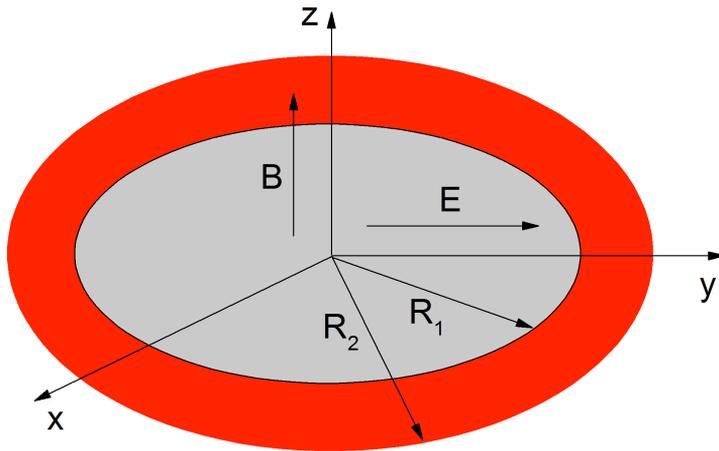


FIGURA 1 Geometría del anillo cuántico. El anillo tiene un radio interno  $R_1$  y un radio externo  $R_2$ . Sobre el anillo se aplica un campo eléctrico paralelo al plano del anillo y un campo magnético perpendicular al plano del anillo.

efecto de confinamiento adicional del electrón dentro de la región física del anillo. En resumen se tienen cuatro fuentes de energía potencial que son, el campo eléctrico, el campo magnético, un potencial que varía inversamente con el cuadrado de la distancia y un potencial que varía directamente con el cuadrado de la distancia.

Los problemas cuánticos son situaciones que involucran las fuerzas que actúan entre partículas subatómicas y atómicas, como las fuerzas, o energías potenciales, entre electrones en un átomo, molécula o sólido. En este caso tenemos cuatro fuerzas o energías potenciales actuando sobre un electrón, las cuales lo confinan en el anillo cuántico. Estos problemas se resuelven usando la ecuación de Schrödinger, la cual nos proporciona toda la información sobre el sistema que se estudia. Esta ecuación cuántica es el análogo de las leyes de Newton para encontrar la dinámica de un sistema macroscópico. El conocimiento esencial para el uso de la ecuación de Schrödinger es el conocimiento de la energía potencial que adquiere un electrón al colocarlo en el anillo. Para el caso actual esta ecuación se simplifica usando el concepto de masa efectiva del electrón, la cual nos permite simplificar las fuerzas que actúan sobre el electrón en el arseniuro de galio y tomar un valor promedio que produce buenos resultados comparables con las medidas experimentales.

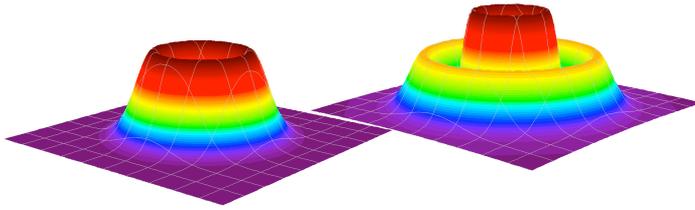


FIGURA 2. Densidad de probabilidad para los estados (0,0) y (1,-1) del electrón en el anillo.

La solución de la ecuación de Schrödinger, que es una ecuación diferencial, produce el conjunto de autofunciones, funciones de números complejos, y autovalores de la energía del anillo, necesarios para calcular cualquier propiedad del mismo. De acuerdo con la interpretación cuántica, el modulo al cuadrado de estas autofunciones,  $|\psi|^2$ , produce la llamada densidad de probabilidad, que no es otra cosa que la probabilidad por unidad de volumen de encontrar el electrón en un punto del anillo y es la cantidad que da sentido físico a estas también llamadas funciones de onda. Asimismo, la solución del problema de Schrödinger nos permite obtener los números cuánticos del sistema, que son útiles para identificar los estados energéticos del electrón en el anillo. Para este caso particular, se ha encontrado que si hacemos cero el campo eléctrico, dejando que actúen las otras tres energías potenciales sobre el electrón la solución para la función de onda y los autovalores de la energía es analítica. Lo que quiere decir que son funciones matemáticas bien conocidas llamadas polinomios asociados de Laguerre, multiplicadas por un factor de variable compleja, y los autovalores de la energía,  $n$  y  $m$ , se evalúan en la forma,  $n=0,1,2,3,4,\dots$  y  $m=0, \pm 1, \pm 2, \pm 3,\dots$ . Aquí,  $n$  es el autovalor relacionado con el momento angular del electrón y  $m$  es el número cuántico relacionado con el número cuántico magnético. Por ejemplo, el estado fundamental del sistema, el estado con menor energía, es  $n=0$   $m=0$ , que lo llamaremos (0,0) para simplificar la notación, todas las otras combinaciones son estados excitados del electrón en el anillo.

### Resultados y Discusión

La figura 2 muestra la densidad de probabilidad para los estados de energía (0,0) y (1,-1). Este último estado fue escogido con el propósito de obtener valores de las propiedades ópticas cuyas magnitudes permitiesen su determinación experimental.

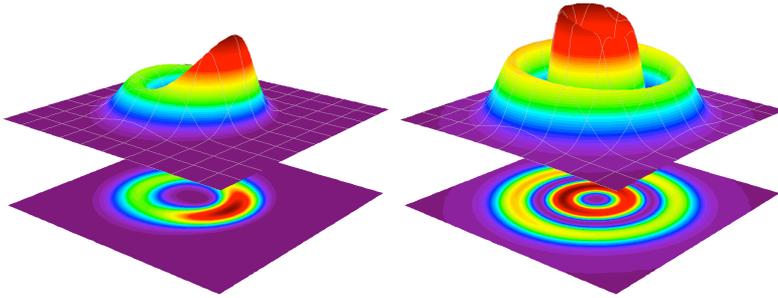


FIGURA 3. Densidades de probabilidad con el campo eléctrico incluido para los estados  $(0,0)$ , izquierda, y  $(-1,1)$ .

A continuación se considera el efecto de la aplicación del campo eléctrico que fue excluido en primera instancia. Este efecto es difícil de incluir porque rompe la simetría del anillo, el cual hasta esta parte es esféricamente simétrico lo cual resulta útil en la solución del problema. Pero, la aplicación del campo eléctrico cambia la simetría y la vuelve axial de modo que complica la solución del problema de Schrödinger que ya no podrá obtenerse en forma analítica. La simetría axial significa que la dirección del campo eléctrico es como un espejo para el anillo.

Para incluir el campo eléctrico se hace uso de la teoría de perturbaciones, que es un método para incluir efectos complicados, o energías potenciales complejas, en la ecuación de Schrödinger. En otras palabras, partiendo de las funciones de onda y autovalores analíticas uno puede calcular nuevas funciones y autovalores que incluyen el efecto del campo eléctrico. La figura 3 muestra las densidades de probabilidad para este caso.

Al comparar con la figura 2 se ve que la densidad de probabilidad no es esféricamente simétrica, la densidad de probabilidad no está formada por regiones circulares como en la figura 2, sino que tiene mayor valor hacia la derecha para el estado  $(0,0)$ , que llamaremos el estado cero (0) y hacia la izquierda para el estado  $(1,-1)$ , que llamaremos el estado uno (1). El efecto del campo eléctrico es una redistribución espacial, dentro del anillo, de la densidad de probabilidad debido a la acción del campo eléctrico sobre el electrón.

Recordemos que un campo eléctrico ejerce una fuerza sobre cualquier partícula con carga. Por otro lado las funciones de onda deben ser

ortonormalizadas, una propiedad inherente a la mecánica cuántica de Schrödinger, y eso condiciona la redistribución de la probabilidad.

El interés de esta investigación es estudiar el efecto del campo eléctrico sobre las propiedades ópticas no lineales de este sistema. Recordemos que el sistema físico es un electrón en un anillo sometido al potencial magnético, al potencial cuadrático y al potencial cuadrático inverso. En particular, las propiedades ópticas no lineales que nos interesan en este caso son el coeficiente de absorción entre dos niveles  $(n,m)$  e  $(i,j)$  y las correcciones al índice de refracción. En general, todos los materiales son no lineales. Con respecto a la aplicación de un campo eléctrico, si el campo eléctrico es pequeño el material es lineal y si es grande las correcciones no lineales son importantes. El coeficiente de absorción  $\alpha$  es la medida de la energía que se requiere para pasar de un nivel cuántico 0 a otro nivel cuántico 1. El índice de refracción  $n$  mide la desviación de la luz al pasar de un medio a otro, por ejemplo, al pasar del aire al vidrio. En este trabajo se calcula el cambio en el índice de refracción relativo  $\Delta n/n$ .

La figura 4 muestra los coeficientes de absorción y el cambio en el índice de refracción relativo en función de la energía del fotón incidente. Se puede notar que para campo eléctrico nulo, curva 1, la corrección no-lineal es grande, lo que quiere decir que nuestro sistema de referencia es por definición no-lineal. En la curva 1, la línea negra es el término lineal, la línea roja es la corrección no-lineal y la curva azul representa la suma de las dos primeras. Es importante resaltar que la corrección no-lineal es negativa cuyo efecto es disminuir el coeficiente de absorción lineal. La máxima energía de absorción ocurre para 52.5 eV. Al aumentar el campo eléctrico a 2.5 KV/cm vemos que la energía de absorción disminuye a 51 eV, curva 2, y que el término lineal y el no-lineal disminuyen con respecto a la curva 1. Esta tendencia continúa con las curvas 3 y 4. Esta disminución de la energía de absorción con el aumento del campo eléctrico aplicado se denomina comúnmente “el corrimiento al rojo”. Una situación similar ocurre para el cambio relativo del índice de refracción, al aumentar el campo eléctrico se produce un corrimiento al rojo de esta cantidad, con la disminución del término lineal y del no-lineal. Se nota también que la corrección no-lineal es mayor cuando no hay campo aplicado y decrece con el aumento del campo eléctrico.

## Conclusiones

Hemos calculado con éxito los coeficientes de absorción y el cambio relativo del índice de refracción con correcciones no lineales. Estos sistemas

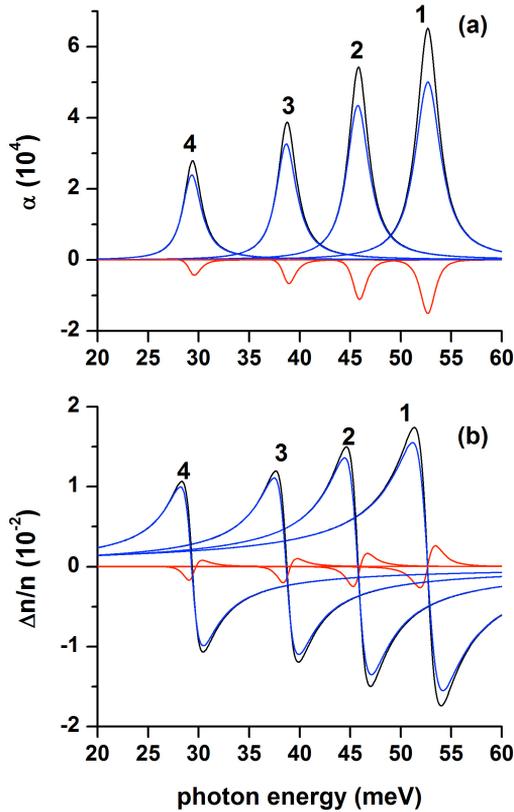


FIGURA 4. Coeficiente de absorción (a) y cambio en el índice de refracción (b) en función de la energía del fotón para campos eléctricos de intensidad  $E=0$  (1), 2.5 (2), 7.5 (3), 12.5 (4) KV/cm.

son muy útiles para generar radiación muy monocromática lo cual puede usarse para diseñar láseres, diodos emisores de luz, etc. El hecho de que la diferencia de energía entre los estados cuánticos se pueda “sintonizar” con la aplicación de campos eléctricos permitiría controlar la energía absorbida o emitida y de esta forma se podrían producir láseres o diodos emisores de luz con colores diferentes. De la misma forma el control del índice de refracción con el campo eléctrico aplicado permite controlar la desviación de la luz al pasar de un medio a otro, lo que tendría aplicaciones por ejemplo en fibras ópticas y espejos para laser. Otro aspecto destacable de este trabajo es el uso de la teoría de perturbaciones para incluir los efectos del campo eléctrico.

Como puedes ver, es solamente una broma pensar que regalarías un anillo de bodas cuántico como el aquí descrito a tu prometida(o). Sin embargo, puede llegar el momento que le obsequies un aparato, de esos cada vez más sorprendentes que ya nos condicionan la vida cotidiana, que base su funcionamiento en esta clase de sistemas nanoscópicos.

### **Agradecimientos**

MEMR agradece el apoyo del CONACYT Mexicano a través proyecto CB-2008-101777 y también, agradece la hospitalidad de la Universidad de Antioquia durante su pasantía de investigación. Los autores agradecen al CODI-UdeA por la financiación recibida a través de los proyectos E0-1535 y E0-1553, a la estrategia de sostenibilidad 2013-2014. CAD agradece a la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales-UdeA por el proyecto de dedicación exclusiva 2013-2014. Los autores agradecen el apoyo parcial de El Fondo Nacional de Financiamiento para la Ciencia, la Tecnología, y la Innovación Francisco José de Caldas. Este trabajo también recibió apoyo de CENAPAD-SP, Brazil.

### **Referencias**

- [1] C. M. Duque, A. L. Morales, M. E. Mora-Ramos, and C. A. Duque, *J. Lumin.* **143**, 81 (2013)