Mezcla de neutrinos y mecanismo See–Saw

Alexander Moreno Briceño[1,2], Carlos Quimbay Herrera[2,*]

[1] Grupo de Campos y Partículas, Departamento de Física, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá D C, Colombia

[2] Centro de Investigaciones, Universidad Antonio Nariño, Bogotá D C, Colombia

Resumen

En este artículo se presentan algunos aspectos relevantes sobre la teoría de la masa y la mezcla de neutrinos, haciendo especial énfasis en la mezcla de neutrinos para el caso de una y tres generaciones. Se muestra como la hipotésis de que los neutrinos masivos sean partículas de Majorana está fuertemente favorecida desde el punto de vista teórico. Adicionalmente, se estudia uno de los mecanismos de generación de masas para neutrinos, el mecanismo See-Saw, el cual se caracteriza por su sencillez y naturalidad a la hora de explicar la pequeña masa de los neutrinos.

Palabras claves: Masa de neutrinos, Mezcla de neutrinos, Mecanismo See-Saw

Abstract

We present in this article some relevant aspects about the neutrino masses and mixing theory. We are interested in the neutrino mixing for the one and three generations case, showing that it is likely that massive neutrinos are Majorana particles. We focus on one of the mechanisms of small neutrino mass generation, the See-Saw mechanism, in which the smallness of neutrino masses can be naturally explained.

1. Introducción

Durante la última década se ha observado un enorme progreso en la comprensión de la naturaleza de la masa, la mezcla y las oscilaciones de los neutrinos. Las fuertes evidencias experimentales que se tienen hoy en día sobre la existencia de oscilaciones de neutrinos, han confirmado la predicción que realizó Pontecorvo a finales de los 60 [1] sobre este tipo de oscilaciones. Las evidencias a favor de las oscilaciones de neutrinos atmosféricos, encontradas por la colaboración Super-Kamiokande [2], han abierto una nueva era en la física de partículas.

*· cjquimbayh@unal.edu.co

En 1998, el experimento de Super-Kamiokande [2] mostró pruebas, independientes del modelo, sobre las oscilaciones de neutrinos muónicos atmosféricos, los cuales fueron detectados experimentalmente por primera vez en 1988 en los experimentos del Kamiokande [3] y de IMB [4]. Los valores de los parámetros que indican la mezcla de neutrinos y los cuales generan las oscilaciones de los neutrinos atmosféricos han sido confirmados a finales de 2002 por los primeros resultados del experimento K2K [5], el cual observó una desaparición de neutrinos muónicos debido a las oscilaciones.

En 2001, los resultados combinados de los experimentos de SNO [6] y de Super-Kamiokande [7] dieron una indicación, independiente del modelo, de las oscilaciones de los neutrinos electrónicos solares, los cuales fueron observados experimentalmente por primera vez a finales de los 60 en el experimento de Homestake [8]. En 2002, el experimento SNO [9] midió el flujo total de neutrinos activos provenientes del sol, mostrando evidencia, independiente del modelo, de las oscilaciones de los neutrinos electrónicos en otros sabores, lo cual ha sido confirmado con alta precisión por datos recientes [10]. Los valores de los parámetros que indican la mezcla de neutrinos solares fueron confirmados, a finales de 2002, en el experimento de KamLand [11], el cual midió la desaparición de antineutrinos electrónicos debido a las oscilaciones.

Desde el punto de vista teórico, las oscilaciones de neutrinos son posibles siempre y cuando los neutrinos sean partículas masivas y sus estados de masa sean una mezcla de los tres estados de sabor de los neutrinos. El problema de la masa de los neutrinos tiene una larga historia. El primero en postular su existencia fue Wolfgang Pauli, en 1930, con el fin de explicar la conservación de la energía en el decaimiento beta del neutrón. Para esto, supuso que el neutrino era una partícula eléctricamente neutra, con una masa mucho más pequeña que la masa del electrón [12]

Posteriormente, en 1957, B. Pontecorvo [14] propuso la idea de que los estados de neutrinos producidos en los procesos de interacción débil son superposición de estados de dos neutrinos de Majorana [13] con masas definidas. Con esta suposición, Pontecorvo [1], en 1967, estudió la hipótesis de oscilaciones de neutrinos en analogía a las oscilaciones en el sistema de los kaones neutros[1] Dos años después Gribov y Pontecorvo [15] propusieron la primera teoría fenomenológica de mezcla y de oscilaciones de neutrinos, en la cual las dos componentes izquierdas de los neutrinos electrónicos y muónicos, ν_{eL} y $\nu_{\mu L}$, se presentan como combinaciones lineales de las componentes izquier-

[1]En el sistema de los kaones neutros, los estados $|K^0\rangle$ y $|\overline{K}^0\rangle$ son superposiciones de los estados $|K_L$ y $|K_S\rangle$, los cuales tienen masas y anchos de decaimiento bien definidos, de tal forma que se puede plantear la oscilación $K^0 \leftrightarrows \overline{K}^0$

das de los neutrinos de Majorana, con masas definidas, y en donde los términos de masa contienen únicamente las componentes izquierdas de los campos ν_{eL} y $\nu_{\mu L}$.

Ya en 1976, las oscilaciones de neutrinos fueron consideradas en el esquema de mezcla de dos neutrinos de Dirac, haciendo la analogía con el sector de quarks y de leptones cargados [16, 17], y en el mismo año en el esquema general ç de Dirac-Majorana [18]. En 1979, se propuso el mecanismo See-Saw para la generación de masas de neutrinos [19, 20, 21] Este mecanismo conecta las masas de los neutrinos ligeros con la posible violación de la conservación del número leptónico a escalas de energía muy grande. Cabe mencionar que en la actualidad los argumentos teóricos a favor de la masa, mezcla y oscilaciones de neutrinos están contenidos en los modelos más allá del Modelo Estándar Electrodébil (MEE).

El propósito de este trabajo es realizar una presentación sobre el escenario más popular de generación de masas de neutrinos, el mecanismo See-Saw. Este mecanismo es el mas sencillo y natural para explicar el hecho de que los neutrinos observados en la naturaleza tengan una masa tan pequeña. Para desarrollar lo anterior, primero presentamos en la sección 2, la teoría sobre las masas de los neutrinos de Dirac, Majorana y de Dirac-Majorana, en la sección 3, se presenta la mezcla de neutrinos para el caso de una y tres generaciones, mostrando que es muy probable que los neutrinos masivos sean partículas de Majorana. En la sección 4, se presenta el mecanismo See-Saw que permite dotar de masa a los neutrinos, explicando la pequeñez de su masa. Cabe resaltar que este mecanismo no es la única propuesta teórica existente para generar la masa de los neutrinos [22] , pero si es la más aceptada en la actualidad.

2. Masas de neutrinos

El MEE fue formulado en la década de los 60 [23, 24, 25] sobre la base del conocimiento fenomenológico disponible para la época, relacionado con las partículas elementales y sus propiedades. En particular, en ese entonces se pensaba que los neutrinos eran partículas no masivas correspondientes a la llamada teoría de dos componentes de Landau [26], Lee y Yang [27], y Salam [28] En dicha teoría los neutrinos no masivos están descritos por espinores izquierdos de Weyl. La descripción de neutrinos no masivos en el MEE, de Glashow [23], Weinberg [24] y Salam [25], es posible al asumir la no existencia de neutrinos de quiralidad derecha[2] Sin embargo, en los últimos años, la evidencia experimental ha mostrado hechos convincentes relacionados con la existencia de oscilaciones de neutrinos, lo cual, teóricamente es posible si los neutrinos son masivos y si existe mezcla entre ellos [29]

2.1. Neutrinos de Weyl, Dirac y Majorana

Los quarks y los leptones cargados están descritos, de forma natural, a través de un espinor de Dirac de cuatro componentes. Estas componentes están relacionadas con dos estados de energía positiva y dos estados de energía negativa. Los estados de energía positiva (o negativa) se diferencian en que uno de ellos tiene proyección de espín positiva mientras que el otro negativa. Estas componentes están asociadas a la helicidad de cada partícula así: ψ_L y ψ_R $(E > 0)$ y ψ_L^c y ψ_R^c $(E < 0)$

Consideremos una partícula (un quark o un leptón cargado) moviéndose en la dirección del eje x con respecto a un sistema de referencia O, con su espín orientado en sentido contrario a su momentum, de tal forma que desde el sistema de referencia O se observa un estado ψ_L, es decir un estado con helicidad izquierda. Ahora, consideremos un observador en un sistema de referencia O' que se mueve en la dirección del eje x con una velocidad mayor a O Este observador verá a la partícula moviéndose hacia el origen de O, de tal forma que, desde O' el espín y el momentum de la partícula son paralelos y el estado observado por O' será ψ_R, es decir un estado con helicidad derecha. La inquietud que surge aquí es si el observador en O' vé un estado ψ_R o un estado ψ_R^c. Lo que se vé el observador desde O' es un estado ψ_R, puesto que lo que diferencia a una partícula de su antipartícula es su carga y esta es un invariante de Lorentz.

Si consideramos ahora un leptón no cargado (un neutrino) y hacemos el análisis anterior, considerando al neutrino masivo, no podemos afirmar con certeza si un observador en O' ve un ν_R o un ν_R^c, puesto que esta partícula no posee carga. Por observaciones experimentales, sabemos que en la naturaleza existen neutrinos izquierdos, ν_L, y antineutrinos derechos, ν_R^c, y si quisiéramos hacer una analogía con el caso anterior deberíamos introducir ν_L^c y ν_R, de tal forma que tendríamos cuatro grados de libertad independientes y el neutrino se podría describir a través de un espinor de Dirac.

La única forma de diferenciar a los neutrinos, en general, es a través del

[2] En dicho modelo, los quarks y los leptones cargados tienen componentes de quiralidad izquierda y derecha, con lo cual es posible que se puedan generar las masas de Dirac para estos fermiones una vez se implementa el mecanismo de ruptura espontánea de la simetría electrodébil $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ (mecanismo de Higgs)

número leptónico. Si este número no se conserva no existe ninguna razón que impida el hecho de que ν_L y ν_R^c no sean los mismos bajo una transformación de Lorentz. Es decir, existe la posibilidad de que $\nu_R = \nu_R^c$ y $\nu_L \quad \nu_L^c$, de tal forma que únicamente se necesitarían dos grados de libertad independientes que conformarían al espinor que describiría dichos estados. Esta posibilidad fue planteada inicialmente por E. Majorana [13], y este campo se denomina campo de Majorana, cuya definición cualitativa es:

$$\nu = \nu^c \tag{1}$$

La diferencia existente entre una partícula de Majorana y una partícula de Weyl, a pesar de que ambos poseen dos grados de libertad, es que el neutrino de Weyl no posee masa y el neutrino de Majorana si la posee, con la especial característica de que el neutrino de Majorana no distingue la partícula de la antipartícula [30]

2.2. Término de masa de Dirac

Un término de masa para neutrinos de Dirac puede ser generado a través del rompimiento espontáneo de la simetría vía mecanismo de Higgs. Por supuesto, esto se puede realizar si se asume la existencia de neutrinos derechos que sean singletes bajo $SU(2)_L$. Así, se introducen los dobletes izquierdos y los singletes derechos

$$\ell_L \quad \begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix}, \qquad \nu_R, \qquad e_R, \tag{2}$$

en donde los autoestados de interacción ν y e están definidos en términos de las tres familias de leptones del MEE, de la siguiente forma:

$$\nu = \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix}, \qquad e = \begin{pmatrix} e \\ \mu \\ \tau \end{pmatrix} \tag{3}$$

En la base conformada por los autoestados de masa en el sector leptónico neutro y después de tomar el valor esperado en el vacío del campo escalar de Higgs, la densidad lagrangiana de Yukawa o el término de masa para los neutrinos de Dirac queda escrito así

$$\mathcal{L}_Y = \mathcal{L}^D = \quad \frac{\upsilon}{\sqrt{2}} \overline{\nu_L} M^D_{\ell\ell^\star} \nu_R + h.c., \tag{4}$$

en donde M^D es, en general, una matriz compleja 3×3, y υ es el valor esperado en el vacío del bosón de Higgs.

El término de masa de Dirac puede ser diagonalizado teniendo en cuenta que la matriz compleja M^D se escribe como

$$M^D = V_L^\dagger M V_R, \tag{5}$$

donde $V_L^\dagger$ y V_R son matrices unitarias $m_k > 0$. De aquí que el término de masa para los neutrinos de Dirac puede ser escrito en forma general como

$$\mathcal{L}^D = \sum_{k=1}^{3} m_k \overline{\nu_k} \nu_k \tag{6}$$

con

$$\nu_{\ell L} = \sum_{k=1}^{3} V_{\ell k} \nu_{kL}. \tag{7}$$

De esta forma, tenemos que en los términos de masa de los neutrinos de Dirac, los tres autoestados de interacción $\nu_{\ell L}$ $(\ell = e, \mu, \tau)$ son combinaciones lineales de las componentes izquierdas, ν_{kL}, de los autoestados de masa, con masas m_k $(k = 1, 2, 3)$ Esto se conoce como *mezcla de neutrinos*. De otra parte, se tiene que

$$\nu_{\ell R} = \sum_{k=1}^{3} V_{\ell k} \nu_{kR}. \tag{8}$$

Estas tres componentes derechas de los autoestados de interacción no aparecen en la densidad lagrangiana del MEE, es decir los campos $\nu_{\ell R}$ no se mezclan con los neutrinos activos $\nu_{\ell L}$. Estos singletes derechos se conocen comúnmente como neutrinos estériles.

2.3. Término de masa de Majorana

En 1937 E. Majorana [13] mostró que un fermión neutro masivo, como el neutrino, puede ser descrito por un espinor ψ con sólo dos componentes independientes, imponiendo así la condición de Majorana

$$\psi \quad \psi^c, \tag{9}$$

en donde $\psi^c = \mathcal{C}\overline{\psi}^T \quad \mathcal{C}\gamma^{0T}\psi^\star$ es la operación de conjugación de carga, con la matriz de conjugación de carga $\mathcal{C}$ definida por las relaciones

$$\mathcal{C}\gamma^{\mu T}\mathcal{C}^{-1} = -\gamma^\mu, \quad \mathcal{C}^\dagger = \mathcal{C}^{-1}, \quad \mathcal{C}^T = -\mathcal{C}$$

El término de masa de Majorana, en general, se puede escribir como

$$\mathcal{L}^M \qquad \frac{1}{2} m_M (\overline{\psi_L^c} \psi_L + \overline{\psi_L} \psi_L^c) \tag{10}$$

Si únicamente las componentes izquierdas de los autoestados de interacción, $\nu_{\ell L}$ $(\ell = e, \mu, \tau)$ son incluidas en la densidad lagrangiana, se puede escribir el término de masa de la siguiente forma

$$\mathcal{L}^M \qquad \frac{1}{2} \sum_{\ell \ell'} \overline{(\nu_{\ell L})^c} M^L_{\ell \ell'} \nu_{\ell' L}, \tag{11}$$

donde M^L es una matriz compleja simétrica. Por lo anterior, se tiene para la mezcla que

$$\nu_{\ell L} \quad \sum_{k=1}^{3} V_{\ell k} \nu_{kL}, \tag{12}$$

siendo ν_k el campo de los neutrinos de Majorana con masa m_k. En este caso, el número de neutrinos de Majorana masivos es igual al número de sabores leptónicos, es decir tres.

2.4. Término de masa de Dirac-Majorana

Si ninguno de los números leptónicos de cada familia es conservado y, además, tanto las componentes izquierdas de los campos activos $\nu_{\ell L}$ $(\ell = e, \mu, \tau)$ como las componentes derechas de los campos estériles de los singletes ν_{sR} $(s \quad s_1, s_2, \quad)$ se encuentran presentes en el término de masa de la densidad lagrangiana, se puede escribir el término de masa de Dirac-Majorana como

$$\mathcal{L}^{D+M} \quad \mathcal{L}^M_L + \mathcal{L}^D + \mathcal{L}^M_R, \tag{13}$$

en donde el término $\mathcal{L}^D$ y los términos $\mathcal{L}^M_L$ y $\mathcal{L}^M_R$ generan los términos de masa para los campos de Dirac y de Majorana, respectivamente.

El término de masa de Dirac-Majorana $\mathcal{L}^{D+M}$ se puede escribir en la forma

$$\mathcal{L}^{D+M} = \frac{1}{2} \overline{n_L^c} M^{D+M} n_L + h.c., \tag{14}$$

en donde se ha introducido el vector columna izquierdo

$$n_L \equiv \begin{pmatrix} \nu_L \\ (\nu_R)^c \end{pmatrix} \tag{15}$$

siendo

$$\nu_L \equiv \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ \nu_{\mu L} \\ \nu_{\tau L} \end{pmatrix}, \tag{16}$$

y donde ν_R es el vector columna de los campos derechos.

La matriz simétrica M^{D+M} de dimensión $(3+n_R)\times(3+n_R)$ está definida como

$$M^{D+M} \equiv \begin{pmatrix} M^L & (M^D)^T \\ M^D & M^R \end{pmatrix} \tag{17}$$

Esta matriz simétrica, en general compleja, puede ser diagonalizada con la ayuda de la matriz unitaria U, es decir:

$$M^{D+M} \quad (U^\dagger)^T \widetilde{m} U^\dagger, \tag{18}$$

en donde $\widetilde{m}_{kj} = m_k \delta_{kj}$ y $m_k \geq 0$.

Introduciendo los campos físicos N con masa definida m_k, de la forma

$$N \equiv \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \\ \end{pmatrix} = U^\dagger n_L + (U^\dagger n_L)^c, \tag{19}$$

el término de masa de Dirac-Majorana se puede escribir como

$$\mathcal{L}^{D+M} \qquad \frac{1}{2}\overline{N}\widetilde{m}N = \quad \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{3+n_R} m_k \overline{\nu_k} \nu_k \tag{20}$$

Los campos ν_k satisfacen la condición de Majorana

$$(\nu_k)^c = \nu_k, \qquad (k \quad 1, \quad , 3+n_R) \tag{21}$$

Así, en el caso general del término de masa de Dirac-Majorana las partículas con masas definidas son partículas de Majorana, es decir partículas con espín $1/2$ y sin carga (partícula   antipartícula).

A partir de (19), para las componentes izquierdas de los neutrinos tenemos las relaciones de mezcla

$$\nu_{\ell L} = \sum_{k=1}^{3+n_R} U_{\ell k} \nu_{kL}, \tag{22}$$

$$(\nu_{sR})^c = \sum_{k=1}^{3+n_R} U_{sk}\nu_{kL} \tag{23}$$

con $\ell \quad e, \mu, \tau$

Así, en el caso del término de masa de Dirac-Majorana los campos $\nu_{\ell L}$ son combinaciones lineales de las componentes izquierdas de los campos de Majorana ν_k de neutrinos con masas definidas.

3. Mezcla de neutrinos

En esta sección hacemos uso de los resultados para el término de Dirac-Majorana obtenidos en la sección anterior, con el objetivo de estudiar uno de los aspectos más importantes en la física de neutrinos, su mezcla. Para ello, primero analizamos el caso más simple de una generación, y luego se extienden los resultados al caso más relevante, la mezcla de tres neutrinos.

3.1. Caso de una generación

Consideremos el término de masa de Dirac-Majorana en el caso más simple, el de una generación, el cual se reduce a

$$\begin{aligned}\mathcal{L}^{D+M} \quad & \quad \frac{1}{2}m^L\overline{(\nu_L)^c}\nu_L \quad m^D\overline{\nu_R}\nu_L \quad \frac{1}{2}m^R\overline{\nu_R}(\nu_R)^c + h.c. \\ & \quad \frac{1}{2}\overline{(n_L)^c}Mn_L + h.c.,\end{aligned} \tag{24}$$

con

$$n_L \equiv \begin{pmatrix} \nu_L \\ (\nu_R)^c \end{pmatrix}, \tag{25}$$

$$M = \begin{pmatrix} m^L & m^D \\ m^D & m^R \end{pmatrix} \tag{26}$$

Con el objetivo de diagonalizar la matriz M, esta puede ser escrita en la forma

$$M \quad \frac{1}{2}\mathrm{Tr}\, M + M^0 \quad \frac{1}{2}(m^L + m^R) + M^0, \tag{27}$$

con

$$M^0 \quad \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(m^R \quad m^L) & m^D \\ m^D & \frac{1}{2}(m^R \quad m^L) \end{pmatrix} \tag{28}$$

Los valores propios de la matriz M^0 son

$$m^0_{1,2} \quad \mp\frac{1}{2}\sqrt{(m^R \quad m^L)^2 + 4(m^D)^2} \tag{29}$$

La diagonalización de la matriz M^0 se logra a través de una transformación unitaria dada por

$$M^0 = \mathcal{O} m^0 \mathcal{O}^T, \tag{30}$$

en donde $m^0 \quad \mathrm{diag}(m_1^0, m_2^0)$ y $\mathcal{O}$ es la matriz ortogonal

$$\mathcal{O} = \begin{pmatrix} \cos\theta & \operatorname{sen}\theta \\ \operatorname{sen}\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \tag{31}$$

con el ángulo de mezcla θ definido por

$$\cos 2\theta \quad \frac{m^R \quad m^L}{\sqrt{(m^R - m^L)^2 + 4(m^D)^2}}, \tag{32}$$

$$\operatorname{sen} 2\theta = \frac{2m^D}{\sqrt{(m^R \quad m^L)^2 + 4(m^D)^2}} \tag{33}$$

La matriz M puede ser escrita de la siguiente manera

$$M \quad \mathcal{O} m' \mathcal{O}^T, \tag{34}$$

en donde $m' \quad \mathrm{diag}(m'_1, m'_2)$ y sus valores propios son

$$m'_{1,2} = \frac{1}{2}\left[(m^R + m^L) \mp \sqrt{(m^R \quad m^L)^2 + 4(m^D)^2}\right] \tag{35}$$

Los valores propios de la matriz M son reales, pero pueden ser de signo positivo o negativo. Por esta razón reescribimos los valores propios de la matriz M de la forma

$$m'_k \quad m_k \rho_k, \tag{36}$$

en donde $m_k \quad |m'_k$ y ρ_k es el signo del k-ésimo valor propio de M La diagona li za ción de la matriz M se realiza a través de

$$M \quad (U^\dagger)^T \widetilde{m} U^\dagger \tag{37}$$

con $\widetilde{m} \quad \mathrm{diag}(m_1, m_2)$ y

$$U^\dagger = \sqrt{\rho}\,\mathcal{O}^T, \tag{38}$$

donde $\rho = \mathrm{diag}(\rho_1, \rho_2)$

Ahora usando las formulas generales obtenidas en la sección 2.4, tenemos que la mezcla de neutrinos en el caso de una generación está dada por

$$\begin{pmatrix} \nu_L \\ (\nu_R)^c \end{pmatrix} \quad U \begin{pmatrix} \nu_{1L} \\ \nu_{2L} \end{pmatrix} \tag{39}$$

Esto nos muestra que los tres parámetros m^L, m^R y m^D están relacionados con el ángulo de mezcla θ y con las masas de los neutrinos. Los signos de los valores propios de M determinan las paridades ante CP de los campos masivos de Majorana, ν_k. En el contexto de la violación de CP, las relaciones obtenidas hasta el momento son generales.

3.2. Caso de tres generaciones

Es bien conocido, a partir de la gran variedad de datos experimentales, el hecho de que existen tres neutrinos que participan en las interacciones débiles: ν_e, ν_μ y ν_τ Estos neutrinos son llamados *neutrinos activos*. De las mediciones precisas del ancho invisible del bosón Z producido por los decaimientos de $Z \to \sum\limits_{\alpha} \nu_\alpha \overline{\nu}_\alpha$, también sabemos que el número de neutrinos activos es aproximadamente tres [31], excluyendo la posibilidad de neutrinos activos adicionales con masa $< m_Z/2 \equiv 46$ GeV [32] Los neutrinos activos toman parte en las densidades lagrangianas de interacción débil de corriente cargada (CC) y de corriente neutra (CN)

$$\mathcal{L}_I^{CC} \qquad \frac{g}{2\sqrt{2}} j_\rho^{CC} W^\rho + h.c., \tag{40}$$

con

$$j_\rho^{CC} = 2 \sum_{\ell=e,\mu,\tau} \overline{\nu_{\ell L}} \gamma_\rho \nu_{\ell L}, \tag{41}$$

y

$$\mathcal{L}_I^{CN} = \frac{g}{2\cos\theta_W} j_\rho^{CN} Z^\rho, \tag{42}$$

con

$$j_\rho^{CN} \qquad \sum_{\ell=e,\mu,\tau} \overline{\nu_{\ell L}} \gamma_\rho \nu_{\ell L}, \tag{43}$$

en donde j_ρ^{CC} y j_ρ^{CN} son, respectivamente, las corrientes leptónicas cargadas y neutras, θ_W es el ángulo de mezcla débil ($\operatorname{sen}^2\theta_W \equiv 0{,}23$), g es la constante de acoplamiento de la interacción débil, definida como $g = e/\operatorname{sen}\theta_W$ con e la carga eléctrica del positrón, y W^ρ y Z^ρ los campos intermediarios cargado y neutro de la interacción débil.

Consideremos las componentes izquierdas de los campos ν_{eL}, $\nu_{\mu L}$ y $\nu_{\tau L}$, las cuales describen los tres neutrinos activos, y las tres correspondientes componentes derechas de los campos $\nu_{s_1 R}$, $\nu_{s_2 R}$ y $\nu_{s_3 R}$ que describen los tres neutrinos estériles que no interactúan débilmente (el número de neutrinos estériles puede ser mayor a tres). El correspondiente término de masa de Dirac-

Majorana está definido por (14), pudiéndose escribir como en (20) con la matriz columna de campos izquierdos

$$n_L \equiv \begin{pmatrix} \nu_L \\ (\nu_R)^c \end{pmatrix}, \tag{44}$$

con

$$\nu_L = \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ \nu_{\mu L} \\ \nu_{\tau L} \end{pmatrix} \tag{45}$$

$$\nu_R^c \equiv \begin{pmatrix} \nu_{s_1 R}^c \\ \nu_{s_2 R}^c \\ \nu_{s_3 R}^c \end{pmatrix} \tag{46}$$

y la matriz de masa 6×6 dada por·

$$M \quad \begin{pmatrix} M^L & (M^D)^T \\ M^D & M^R \end{pmatrix} \tag{47}$$

La matriz de masa M es diagonalizada a través de una transformación unitaria U análoga al caso de una generación, es decir·

$$n_L \quad U\nu_L, \tag{48}$$

con

$$\nu_L = \begin{pmatrix} \nu_{1L} \\ \\ \end{pmatrix}, \tag{49}$$

en donde U es la matriz de mezcla unitaria 6×6 y ν_{kL} son las componentes izquierdas de los neutrinos masivos. La matriz de mezcla U se determina por la relación de diagonalización

$$U^T M U = \text{diag}(m_1, \quad , m_6), \tag{50}$$

con m_k real y positivo para $k = 1, \quad , 6$. Después de la diagonalización, el término de masa de Dirac-Majorana se puede escribir como

$$\mathcal{L}^{D+M} = \quad \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{6} m_k \overline{\nu_{kL}^c} \nu_{kL} + h.c., \tag{51}$$

el cual es una suma de términos de Majorana para los neutrinos masivos de Majorana descritos por

$$\nu_k = \nu_{kL} + \nu_{kL}^c, \tag{52}$$

con $k = 1, \quad , 6$.

Aquí, como en el caso de una generación, el término de Dirac-Majorana implica que los neutrinos masivos son partículas de Majorana. La relación de mezcla dada por (48) se puede escribir así

$$\nu_{\ell L} = \sum_{k=1}^{6} U_{\ell k}\nu_{kL} \tag{53}$$

con $\ell \quad e, \mu, \tau$, y

$$\nu_{sR}^c = \sum_{k=1}^{6} U_{sk}\nu_{kL} \tag{54}$$

con $s \quad s_1, s_2, s_3$, lo cual muestra que los neutrinos activos y los neutrinos estériles son combinaciones lineales de los mismos neutrinos masivos.

4. El mecanismo See-Saw

La posibilidad más interesante que ofrece el término de masa de Dirac-Majorana es la implementación del mecanismo See-Saw para la explicación del hecho de que los neutrinos ligeros tengan una masa tan pequeña [19, 20, 21].

Consideremos el término de masa de Dirac–Majorana para el caso de una generación y asumamos que $m^L \quad 0$, de conformidad con la simetría gauge del MEE, $m^D \sim m^f$, donde m^f es la masa de un quark o un leptón cargado a escala de rompimiento de la simetría electrodébil, y $m^R \sim \mathcal{M} \gg m^f$ De las relaciones (32), (33), (35) y (36), se tiene que (ver apéndice A)

$$\theta \sim \frac{m^f}{\mathcal{M}} \ll 1 \tag{55}$$

$$m_1 \sim \frac{(m^f)^2}{\mathcal{M}} \ll m^f, \tag{56}$$

$$m_2 \sim \mathcal{M} \tag{57}$$

Estas relaciones implican que, aproximadamente, (ver apéndice B)

$$\nu_L \quad -i\nu_{1L}, \tag{58}$$

$$(\nu_R)^c = \nu_{2L}, \tag{59}$$

y los campos de Majorana ν_1, ν_2 están conectados con los campos ν_L y ν_R por medio de las relaciones

$$\nu_1 \quad i[\nu_L \quad (\nu_L)^c], \tag{60}$$

$$\nu_2 \quad \nu_R + (\nu_R)^c, \tag{61}$$

tal como se muestra en el apéndice B.

En el caso de tres generaciones el mecanismo See-Saw nos lleva a un espectro de masas de partículas de Majorana con tres neutrinos masivos livianos m_k y tres neutrinos masivos muy pesados M_k $(k = 1, 2, 3)$ del orden de la escala a la cual se presente violación de número leptónico. Esto se obtiene si la matriz de masa es

$$M^{D+M} = \begin{pmatrix} 0 & (M^D)^T \\ M^D & M^R \end{pmatrix} \tag{62}$$

Vamos a asumir, además, que los valores propios de M^R son mucho más grandes que los valores propios de M^D $(M^R \gg M^D)$, como es esperado si el término de masa de Majorana para los neutrinos estériles es generado a una escala de energía muy alta, algo que es usual en una teoría más allá del MEE. Para este caso, la matriz de masa es diagonalizada por bloques (hasta correcciones de orden $(M^R)^{-1}M^D$) por la transformación unitaria [33], es decir·

$$W^T M^{D+M} W \equiv \begin{pmatrix} M_{ligero} & 0 \\ 0 & M_{pesado} \end{pmatrix}, \tag{63}$$

con

$$W \sim \begin{pmatrix} 1 \quad \frac{1}{2}(M^D)^\dagger (M^R (M^R)^\dagger)^{-1} M^D & (M^D)^\dagger (M^R)^{\dagger -1} \\ (M^R)^{-1} M^D & 1 \quad \frac{1}{2}(M^R)^{-1} M^D (M^D)^\dagger (M^R)^{\dagger -1} \end{pmatrix} \tag{64}$$

Las matrices para las masas de M_{ligero} y M_{pesado} están dadas por [34](tal como se muestra en el apéndice C)

$$M_{ligero} \sim \quad (M^D)^T (M^R)^{-1} M^D, \tag{65}$$

$$M_{pesado} \sim M^R \tag{66}$$

Los valores propios de las masas de los neutrinos livianos son determinados por la forma específica de las matrices M^D y M^R

Así, el mecanismo See-Saw es implementado por la supresión de M_{ligero} con respecto a M^D debido a la razón $(M^D)^T(M^R)^{-1}$ Los sectores de masa M_{ligero} y M_{pesado} están prácticamente desacoplados debido a que se pueden omitir los elementos fuera de la diagonal en (62)

Existen dos posibilidades que se presentan al analizar este mecanismo, relacionadas con el comportamiento de M^R [35]

1 Si los valores propios de M^R poseen la misma jerarquía que M^D, es decir que M^R es aproximadamente proporcional a M^D, se obtiene el mecanismo See-Saw lineal, en donde m_k varía como m^D lo hace.

   En otras palabras, tenemos que si $M^R = \frac{\mathcal{M}}{\mathcal{M}_D} M^D$, donde $\mathcal{M}_D$ caracteriza la escala de M^D, se tiene que

$$M_{ligero} \sim \frac{\mathcal{M}_D}{\mathcal{M}} M^D, \tag{67}$$

   y la masa de los neutrinos ligeros está dada por

$$m_k \quad \frac{\mathcal{M}_D}{\mathcal{M}} m_k^f \qquad (k = 1, 2, 3) \tag{68}$$

2. Si M^R es proporcional a la identidad tenemos el mecanismo See-Saw cuadrático, debido a que m_k varía como lo hace $(m^D)^2$

   Si M^R $\mathcal{M}I$, donde I es la matriz identidad, se tiene

$$M_{ligero} \sim \frac{(M^D)^T M^D}{\mathcal{M}}, \tag{69}$$

   y las masas de los neutrinos ligeros están dadas por

$$m_k = \frac{(m_k^f)^2}{\mathcal{M}} \qquad (k \quad 1, 2, 3) \tag{70}$$

5. Conclusiones

En este artículo se ha estudiado la posibilidad de que los neutrinos sean partículas masivas y que por lo tanto exista mezcla de neutrinos. El anterior hecho se puede entender como la causa de la existencia de oscilaciones de neutrinos. Al plantear neutrinos masivos, teóricamente existe la posibilidad de que su masa sea de Dirac, Majorana o Dirac-Majorana. Sin embargo, la fenomenología de neutrinos es consistente con el hecho de que la masa de los neutrinos debe ser de Majorana. En los denominados modelos más allá del MEE, los neutrinos adquieren su masa a partir del mecanismo See-Saw, el cual asume que la conservación del número total leptónico L es violado por los términos de masa de Majorana derechos a una escala mucho más grande que la escala de rompimiento de simetría electrodébil.

El gran atractivo del mecanismo See-Saw es que da una explicación satisfactoria sobre la pequeñez de las masas de los neutrinos de quiralidad izquierda con respecto a las masas de los demás fermiones. En el caso de tres generaciones del MEE, el mecanismo nos conduce a un espectro de masas de partículas de Majorana con tres neutrinos livianos y tres neutrinos muy pesados del orden de la escala donde se presenta violación del número leptónico total.

A. Apéndice A

A partir de la relación (33) se obtiene que

$$\operatorname{sen} 2\theta = \frac{2m^D}{m^R} \quad \frac{4(m^D)^3}{(m^R)^3} + \quad , \tag{71}$$

donde se ha asumido que $M^R \gg M^D$ Puesto que

$$\operatorname{sen} 2\theta \quad 2\theta \quad \frac{1}{6}8\theta^3 + \quad = 2\theta - \frac{4}{3}\theta^3 + \tag{72}$$

entonces, igualando (71) y (72), se encuentra que

$$2\theta \quad \frac{4}{3}\theta^3 + \quad = \frac{2m^D}{m^R} \quad \frac{4(m^D)^3}{(m^R)^3} + \quad , \tag{73}$$

con lo cual

$$2\theta \quad \frac{2m^D}{m^R} \tag{74}$$

$$\theta \quad \frac{m^D}{m^R} \sim \frac{m^f}{\mathcal{M}} \tag{75}$$

Por lo tanto, queda verificada la expresión (55)

Partiendo de la expresión (35), teniendo en cuenta que $M^L \quad 0$ y que $M^R \gg M^D$, se puede encontrar que

$$m_1 = \quad \frac{(m^D)^2}{m^R} + \quad \sim \frac{(m^f)^2}{\mathcal{M}}, \qquad (\rho = \quad 1), \tag{76}$$

y

$$m_2 = m^R + \frac{(m^D)^2}{m^R} \qquad \sim \mathcal{M}, \qquad (\rho = 1), \tag{77}$$

en donde ρ está relacionado con el signo del k-ésimo valor propio de M De esta forma, se obtienen las expresiones (56) y (57), respectivamente.

B. Apéndice B

Partiendo de la ecuación (39), para el caso de una generación, se tiene que

$$\begin{aligned}
\begin{pmatrix} \nu_L \\ (\nu_R)^c \end{pmatrix} &= U \begin{pmatrix} \nu_{1L} \\ \nu_{2L} \end{pmatrix} \\
& \quad \begin{pmatrix} (\sqrt{\rho_1})^\star \cos\theta & (\sqrt{\rho_2})^\star \operatorname{sen}\theta \\ (\sqrt{\rho_1})^\star \operatorname{sen}\theta & (\sqrt{\rho_2})^\star \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_{1L} \\ \nu_{2L} \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} -i & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_{1L} \\ \nu_{2L} \end{pmatrix},
\end{aligned} \tag{78}$$

A partir de (78) se puede verificar que los campos de Majorana ν_1, ν_2 están conectados con los campos ν_L y ν_R a través de las expresiones (58) y (59) Para demostrarlo se tiene en cuenta que los campos físicos N están dados por (19) Ya que

$$U \quad \begin{pmatrix} -i & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

según (78), entonces

$$U^\dagger n_L \quad \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \left(\nu_L (\nu_R)^c\right) = \begin{pmatrix} i\nu_L \\ (\nu_R)^c \end{pmatrix}, \tag{79}$$

con lo cual se encuentra que (19), se puede escribir como:

$$\begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} i\nu_L \\ (\nu_R)^c \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -i(\nu_L)^c \\ \nu_R \end{pmatrix}, \tag{80}$$

de donde se obtienen las expresiones (60) y (61)

C. Apéndice C

El objetivo es desacoplar los campos de neutrinos ligeros y pesados y derivar las matrices de masa efectiva para cada uno de ellos. Lo anterior se realiza haciendo una transformación unitaria de los campos por medio de una matriz unitaria W $(n_L + n_R) \times (n_L + n_R)$,

$$\begin{pmatrix} \nu_L \\ (\nu_R)^c \end{pmatrix} = W \begin{pmatrix} \nu_{ligero} \\ \nu_{pesado} \end{pmatrix}_L , \tag{81}$$

y exigiendo de esta transformación unitaria, que se cumpla

$$W^T M^{D+M} W = W^T \begin{pmatrix} M^L & (M^D)^T \\ M^D & M^R \end{pmatrix} W = \begin{pmatrix} M_{ligero} & 0 \\ 0 & M_{pesado} \end{pmatrix} , \tag{82}$$

donde M_{ligero} y M_{pesado} son, respectivamente, matrices simétricas $n_L \times n_L$ y $n_R \times n_R$.

En la ecuación (82) se requiere que la transformación desarrollada por la matriz W tenga la propiedad de llevar a cero la submatriz $n_L \times n_R$. Para esto, se asume que W tiene la forma [3]

$$W = \begin{pmatrix} \sqrt{1 \quad BB^\dagger} & B \\ B^\dagger & \sqrt{1 \quad B^\dagger B} \end{pmatrix} , \tag{83}$$

donde B es una matriz $n_L \times n_R$, la cual debe ser una función de M^L, M^D y M^R La raíz cuadrada en (83) puede escribirse, en forma de series de potencias como

$$\sqrt{1 \quad BB^\dagger} = 1 \quad \frac{1}{2} BB^\dagger \quad \frac{1}{8} BB^\dagger BB^\dagger \quad \frac{1}{16} BB^\dagger BB^\dagger BB^\dagger \tag{84}$$

Ahora, diagonalizando la matriz M^{D+M}, se obtiene:

$$W^T \begin{pmatrix} M^L & (M^D)^T \\ M^D & M^R \end{pmatrix} W$$

[3] La matriz W es unitaria por construcción y puede ser vista como una generalización, para matrices, de la matriz ortogonal de la forma usual 2×2

$$\begin{pmatrix} \sqrt{1 \quad \operatorname{sen}^2\theta} & \operatorname{sen}\theta \\ -\operatorname{sen}\theta & \sqrt{1 \quad \operatorname{sen}^2\theta} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \sqrt{1 \quad B^\star B^T} & B^\star \\ B^T & \sqrt{1 \quad B^T B^\star} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M^L & (M^D)^T \\ M^D & M^R \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} \sqrt{1 \quad BB^\dagger} & B \\ B^\dagger & \sqrt{1 \quad B^\dagger B} \end{pmatrix} \quad (85)$$

De esta forma, la condición impuesta para W debe cumplir el hecho que

$$B^T M^L \sqrt{1 \quad BB^\dagger} \quad B^T (M^D)^T B^\dagger$$
$$+ \sqrt{1 \quad B^T B^\star} M^D \sqrt{1 \quad BB^\dagger} \qquad \sqrt{1 \quad B^T B^\star} M^R B^\dagger \quad 0. \quad (86)$$

Esta última ecuación se puede resolver si se asume que B se puede escribir como una serie de potencias de $1/m^R$, es decir,

$$B = B_1 + B_2 + B_3 + \quad (87)$$

Por lo anterior se tiene que

$$\sqrt{1 \quad BB^\dagger} \quad \sqrt{1 \quad (B_1 + B_2 + B_3 + cdots)(B_1^\dagger + B_2^\dagger + B_3^\dagger + \quad)}$$
$$1 \quad \frac{1}{2} B_1 B_1^\dagger \quad \frac{1}{2} \left(B_1 B_2^\dagger + B_2 B_1^\dagger \right) \quad \frac{1}{2} \left(B_1 B_3^\dagger + B_2 B_2^\dagger \right.$$
$$\left. + B_3 B_1^\dagger + \frac{1}{4} B_1 B_1^\dagger B_1 B_1^\dagger \right) \qquad , \quad (88)$$

donde B_j es, por definición, proporcional a $(m^R)^{-j}$ La solución recurrente de la ecuación (86) se puede entender de la siguiente forma. A orden $(m^R)^0$, la ecuación (86) se reduce a

$$M^D \quad M^R B_1^\dagger = 0, \quad (89)$$

este resultado nos muestra que

$$M^R B_1^\dagger \quad M^D \quad (90)$$

A orden $(m_R)^1$, se tiene que (86) se reduce a

$$M^R B_2^\dagger = (M^R)^{-1\star} M^{D\star} M^L, \quad (91)$$

en donde $B^T = (M^R)^{-1\star} M^{D\star}$

Así, sucesivamente, se encuentra que las matrices de masas efectivas para los neutrinos ligeros y pesados son

$$M_{ligero} = M^L \quad (M^D)^T (M_R)^{-1} M^D \tag{92}$$

$$M_{pesado} = M^R + \frac{1}{2}[M^D (M^D)^\dagger (M_R)^{-1\star} + (M^R)^{-1\star} (M^D)^\star (M^D)^T] + \tag{93}$$

Para el caso $M^L \quad 0$ en la matriz M^{D+M}, las expresiones (92) y (93) se reducen a.

$$M_{ligero} \sim \quad (M^D)^T (M^R)^{-1} M^D \tag{94}$$

$$M_{pesado} \sim M^R, \tag{95}$$

con lo cual se obtienen las expresiones (65) y (66), respectivamente.

Referencias

[1] B. Pontecorvo *Sov. Phys. JETP* **26** 984 (1968)
Zh. Eksp. Teor. Fiz. **53** 1717 (1967)

[2] Super-Kamiokande, Y. Fukuda et al. *Phys. Rev. Lett.* **81** 1562 (1998)
arXiv:hep-ex/9807003
`http: /www-sk icrr u-tokyo ac jp doc sk/`

[3] Kamiokande-II, K. S. Hirata et al. *Phys. Lett B* **205** 416 (1988)

[4] IMB, R. M. Bionta et al. *Phys. Rev. D* **38** 768 (1988)

[5] K2K, M. H. Ahn et al. *Phys. Rev. Lett.* **90** 041801 (2003)
arXiv:hep-ex/0212007

[6] SNO, Q. R. Ahmad et al. *Phys. Rev. Lett.* bf 87 071301 (2001)
arXiv:nucl-ex/0106015
`http: /www sno phy queensu ca`

[7] Super-Kamiokande, S. Fukuda et al. *Phys. Rev. Lett.* **86** 5651 (2001)
arXiv:hep-ex/0103032

[8] Homestake, B. T. Cleveland et al. *Astrophys. J.* **496** 505 (1998)

[9] SNO, Q. R. Ahmad et al. *Phys. Rev. Lett.* **89** 011301 (2002) arXiv:nucl-ex/0204008

[10] SNO, S. Ahmed et al. arXiv:nucl-ex/0309004

[11] KamLand, K. Eguchi et al. *Phys. Rev. Lett.* **90** 021802 (2003) arXiv:hep-ex/0212021
`http://www awa tohoku ac jp/html KamLAND`

[12] W Pauli, in *Neutrino Physics*, p. 1, edited by K. Winter, Cambridge University Press (1991)

[13] E. Majorana *Il Nuovo Cim.* **14** 171 (1937)

[14] B. Pontecorvo *Sov. Phys. JETP* **6** 429 (1957)
Zh. Eksp. Teor. Fiz. **33** 549 (1957)
B. Pontecorvo *Sov. Phys. JETP* **7** 172 (1958)
Zh. Eksp. Teor. Fiz. **34** 247 (1958)

[15] V Gribov and B. Pontecorvo *Phys. Lett. B* **28** 493 (1969)

[16] S. M. Bilenky and B. Pontecorvo *Phys. Lett. B* **61** 248 (1976)

[17] H. Fritzsch and P Minkowski *Phys. Lett. B* **62** 72 (1976)

[18] S. M. Bilenky and B. Pontecorvo *Lett. Nuovo Cim.* **17** 569 (1976)

[19] M. Gell-Mann, P Ramond and R. Slansky, in *Supergravity*, p. 315, edited by F. Van Nieuwenhuizen and D. Freedman, North Holland, Amsterdam (1979)

[20] T Yanagida, Proc. of the *Workshop on Unified Theory and the Baryon Number of the Universe*, KEK, Japan (1979)

[21] R. N Mohapatra and G. Senjanović *Phys. Rev. Lett.* **44** 912 (1980)

[22] A. Y. Smirnov, "Alternatives to the See-Saw mechanism", arXiv:hep-ph/0411942

[23] S. L. *Glashow, Nucl. Phys.* **22** 579 (1961)

[24] S. Weinberg *Phys. Rev. Lett.* **19** 1264 (1967)

[25] A. Salam, (1969), Proc. of the 8^{th} Nobel Symposium on *Elementary Particle Theory, Relativistic Groups and Analyticity*, edited by N Svartholm, p. 367-377, Stockholm, Sweden (1968)

[26] L. Landau *Nucl. Phys.* **3** 127 (1957)

[27] T D. Lee and C. N Yang *Phys. Rev.* **105** 1671 (1957)

[28] A. Salam *Nuovo Cim.* **5** 299 (1957)

[29] C. Giunti and M. Laveder, hep-ph/0310238. To be published in *Progress in Quantum Physics Research*, edited by V Krasnoholovets, Nova Science Publishers, Inc.

[30] F. Boehm and P Vogel, *Physics of Massive Neutrinos*, Cambridge University Press, Cambride, United Kingdom (1992)

[31] Particle Data Group, S. Eidelman et al. *Phys. Lett. B* **592** 1 (2004)

[32] S. S. Bulanov et al. *Phys. Atom. Nucl.* **66** 2169 (2003)
Yad. Fiz. **66** 2219 (2003)
arXiv:hep-ph/0301268
K. Belotsky et al. *Phys. Rev. D* **68** 054027 (2003)
arXiv:hep-ph/0210153

[33] W Grimus and L. Lavoura *JHEP* **11** 42 (2000)

[34] K. Kanaya *Prog. Theor. Phys.* **64** 2278 (1980)
J Schechter and J W F. Valle *Phys. Rev. D* **25** 774 (1982)

[35] S. A. Bludman, D. C. Kennedy and P G. Langacker *Phys. Rev. D* **45** 1810 (1992)
Nucl. Phys. B **374** 373 (1992)
E. Witten *Phys. Lett. B* **91** 81 (1980)