

Estudio experimental del decaimiento radioactivo por medio de analogías clásicas

E. C. Pinilla^{1,*}, O. L. Ramírez¹ y F. Fajardo^{1,†}

¹ Departamento de Física, Universidad Nacional de Colombia

Resumen

En este trabajo se describe un montaje experimental de bajo costo de implementación en cualquier laboratorio de física moderna, con el fin de ilustrar el decaimiento nuclear por medio de un modelo clásico. Se realizan montajes para simular: *i*) el decaimiento de un sistema de núcleos del mismo tipo, *ii*) el decaimiento de dos sistemas de núcleos diferentes poblando a otro sistema y *iii*) el análogo a series de decaimiento nucleares de tres y cuatro sistemas. Los montajes se construyeron utilizando botellas llenas de agua destilada, las cuales se desocupan o llenan a través de un tubo capilar. A partir de la ley de Poiseuille se llega a la analogía entre el número de núcleos en un instante de tiempo del decaimiento nuclear y el volumen instantáneo en el decaimiento clásico de recipientes con agua.

Palabras claves: Decaimiento radioactivo, análogo clásico

Abstract

This work describes an experimental assembly cheaper of implementation in every undergraduate modern physics laboratory. The experiment illustrates the nuclear decaying using a classical model. We performed assembles to simulate the following experiments: *i*) decaying of the same nucleus system, *ii*) decaying of two different nucleus systems populating another system, and *iii*) the analogous decaying series of three and four nuclear systems. Assembles were made using bottles fill with distilled water, which was evacuated or filled through a capillary tube. We show the analogy between nucleus number at determined time of nuclear decaying and instantaneous classical volume decaying of water containers using a Poiseuille law.

1. Introducción

En los laboratorios de física, el estudio para ilustrar los problemas fundamentales relacionados con el decaimiento radioactivo de los átomos, como el tiempo

* ecpinillab@unal.edu.co

† fefajardot@unal.edu.co

de vida media de un radioisótopo o la mezcla de decaimientos radioactivos independientes, requiere el uso de fuentes radioactivas. Estos radioisótopos no son de fácil adquisición en nuestro medio debido a que no se producen en el país. Además, las experiencias de decaimiento nuclear requieren de instrumentos relativamente costosos para observar la actividad de la muestra a detectar (tubo Geiger) y se necesita de la observación por intervalos prolongados de tiempo para obtener buenos resultados experimentales. A éstos también se suman los cuidados adicionales que deben tener los estudiantes para manipular los isótopos radioactivos, como lo son el ^{137}Cs y las soluciones ^{32}P y ^{204}Tl , que son las normalmente utilizadas en los laboratorios de física moderna [1, 2].

Meiners [3] propone una serie de experimentos en física nuclear, algunos de los cuales se basan en montajes clásicos que siguen leyes similares a las de sus análogos nucleares. Utiliza el volumen de una columna de agua descargándose a través de un tubo con un filtro capilar (Leybold 36174), para modelar una serie de experimentos en el decaimiento radioactivo de un átomo o series radioactivas. En este trabajo retomamos la idea, pero se hace una pequeña modificación al montaje inicialmente propuesto, y en lugar de un tubo con un filtro capilar, se utilizan botellas que se desocupan por medio de tubos capilares comunes y corrientes [4].

A continuación se hace un resumen de los principales conceptos que se necesitan para el desarrollo de los experimentos que modelan varios tipos de decaimiento radioactivo [5, 6] y posteriormente se muestran en forma detallada los resultados y análisis para cada uno de éstos.

2. Leyes de decaimiento radioactivo

2.1. Decaimiento de un sistema de núcleos del mismo tipo

Cuando un sistema de N núcleos radioactivos se encuentra decayendo, se tiene que su variación temporal dependerá de manera proporcional al número de núcleos existentes en cada instante. En donde la constante de proporcionalidad λ es la probabilidad de decaimiento de cada núcleo por unidad de tiempo, es decir

$$\frac{dN(t)}{dt} = -\lambda N(t) \quad (1)$$

Entonces, si en un instante inicial $t_0 = 0$ se tiene una población N_0 , el comportamiento en el tiempo del número de núcleos está dado por

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t} \quad (2)$$

2.2. Serie de decaimiento lineal

En el decaimiento nuclear se puede dar el caso en el que un sistema de núcleos (sistema 1) decaiga a otro (sistema 2) y que este a su vez decaiga a un tercero (sistema 3). Para este caso, se tiene que la variación en el tiempo del número de núcleos que se encuentran en el sistema 2 es regida por dos factores: el primero es debido al incremento dado por los núcleos que han decaído del sistema 1 y el segundo es debido al decaimiento de los núcleos del sistema 2 al 3, lo cual se puede escribir como

$$\frac{dN_2(t)}{dt} = \lambda_1 N_1(t) - \lambda_2 N_2(t), \quad (3)$$

y asumiendo como condición inicial $t_0 = 0$ y $N_2(0) = 0$ se encuentra la solución

$$N_2(t) = N_1(0) \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} \left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t} \right) \quad (4)$$

Ahora, si se supone que el sistema 3 no decae se tendrá que su poblamiento estará regido por los núcleos provenientes del decaimiento del sistema 2, es decir

$$\frac{dN_3(t)}{dt} = \lambda_2 N_2(t), \quad (5)$$

con solución para $t_0 = 0$ y $N_3(0) = 0$ dada por

$$N_3(t) = N_1(0) \left[1 + \frac{1}{\lambda_2 - \lambda_1} \left(\lambda_1 e^{-\lambda_2 t} - \lambda_2 e^{-\lambda_1 t} \right) \right] \quad (6)$$

En general, se puede tener una serie de decaimiento lineal sucesiva de M sistemas, es decir, cada sistema es poblado únicamente por el anterior y despoblado por medio de un solo canal, exceptuando el primer y último sistema los cuales solamente decaen y poblan respectivamente. La variación temporal del número de núcleos en el n -ésimo sistema (con $n = \{2, 3, \dots, M-1\}$) es [6]

$$\frac{dN_n(t)}{dt} = \lambda_{n-1} N_{n-1}(t) - \lambda_n N_n(t) \quad (7)$$

La solución temporal para este sistema tomando $t_0 = 0$ y $N_n(0) = 0$ se puede escribir como

$$N_n(t) = C_1 e^{-\lambda_1 t} + C_2 e^{-\lambda_2 t} + C_3 e^{-\lambda_3 t} + \dots + C_n e^{-\lambda_n t}, \quad (8)$$

donde el coeficiente n -ésimo es la fracción

$$C_n = \frac{\lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_{n-1}}{(\lambda_1 - \lambda_n)(\lambda_2 - \lambda_n) \dots (\lambda_{n-1} - \lambda_n)} \quad (9)$$

Por último se tendrá que la variación temporal del número de núcleos existentes en el sistema estable M , es proporcional al número de núcleos en el estado $M - 1$, es decir

$$\frac{dN_M(t)}{dt} = \lambda_{M-1} N_{M-1}(t), \quad (10)$$

cuya solución para $t_0 = 0$ y $N_M(0) = 0$, resulta

$$N_M(t) = \frac{1}{\lambda_1} C_1 (1 - e^{-\lambda_1 t}) + \frac{1}{\lambda_2} C_2 (1 - e^{-\lambda_2 t}) + \dots + \frac{1}{\lambda_{M-1}} C_{M-1} (1 - e^{-\lambda_{M-1} t}) \quad (11)$$

2.3. Serie de decaimiento no lineal (poblamiento doble)

Supongamos que se tiene una serie radiactiva en la cual dos sistemas nucleares diferentes ($N_1(t)$ y $N_2(t)$) solo decaen y poblan al mismo tiempo a un tercer sistema ($N_3(t)$). Se encuentra que la variación temporal del número de núcleos del sistema que es poblado depende de la cantidad de núcleos que halla en cada sistema que lo está poblando y de su probabilidad de decaimiento por unidad de tiempo, lo cual se puede expresar como

$$\frac{dN_3(t)}{dt} = \lambda_1 N_1(t) + \lambda_2 N_2(t). \quad (12)$$

Ahora, solucionando para $t_0 = 0$ y $N_3(0) = 0$ se tiene

$$N_3(t) = N_1(0) (1 - e^{-\lambda_1 t}) + N_2(0) (1 - e^{-\lambda_2 t}) \quad (13)$$

2.4. Analogía clásica del decaimiento radioactivo

Un sistema de núcleos decayendo se puede estudiar por medio de una analogía con la ley de Poiseuille. La figura 1 muestra un recipiente lleno hasta una altura h de un líquido, el cual fluye a través de un tubo capilar de longitud L

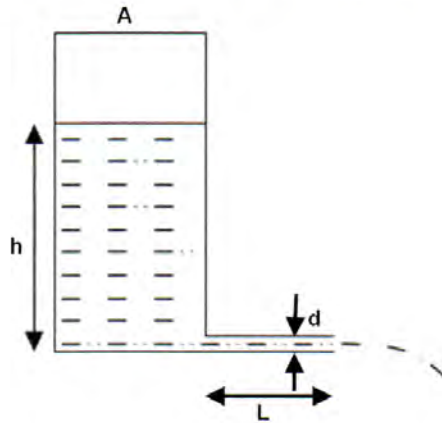


Figura 1. Representación de un recipiente por el cual fluye un líquido a través de un tubo capilar. A es el área seccional del recipiente; h es la altura instantánea de la columna del líquido en el recipiente; d es el diámetro interno del capilar; L es la longitud del capilar.

y diámetro d . La ley de Poiseuille enuncia que el volumen instantáneo (V) del líquido en el recipiente por unidad de tiempo es

$$\frac{dV}{dt} = -\frac{\pi\rho gh d^4}{128\mu L}, \quad (14)$$

con g la aceleración de la gravedad, ρ y μ la densidad y viscosidad del líquido respectivamente.

Según la expresión (14), para un recipiente con área transversal constante A , se tendrá que la variación del volumen de líquido que queda en el recipiente por unidad de tiempo se puede escribir como

$$\frac{dV}{dt} = -\lambda V \quad (15)$$

Con la constante de proporcionalidad λ dada por

$$\lambda = \tau^{-1} = \frac{\pi\rho g d^4}{128\mu L A}, \quad (16)$$

Que corresponde a la expresión teórica utilizada para determinar el tiempo de vida media τ en los experimentos realizados en este trabajo.

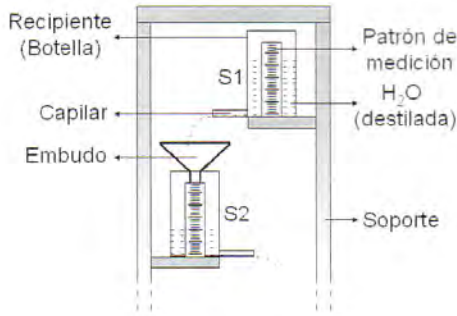


Figura 2. Montaje experimental básico utilizado para el estudio del decaimiento radioactivo por medio de analogías clásicas. S1 y S2 representan dos sistemas de núcleos.

3. Experimento

En la figura 2 se muestra el diseño del montaje experimental que se utilizó para el estudio del decaimiento radioactivo por medio de analogías clásicas. Cada experimento se realizó utilizando agua destilada a temperatura ambiente. El patrón de medida es una escala en papel milimetrado, que permite ir midiendo la variación en la altura h del nivel de agua en función del tiempo. Especial cuidado se debe tener para que no se presenten pérdidas de agua en la unión del capilar con la botella y en el paso de ésta de un sistema a otro, para lo cual se recomienda usar un embudo en la recolección del agua. Los diámetros de los capilares se midieron indirectamente introduciendo una aguja dentro de éste y después se tomó la medida con un calibrador. Se recomienda después de utilizar cada tubo capilar soplarlo para eliminar el agua residual y evitar la formación de algas u hongos dentro de éste.

Utilizando el montaje de la figura 2 se ensamblaron cuatro arreglos experimentales, los cuales se describen a continuación:

Decaimiento de un sistema de núcleos del mismo tipo

El primer arreglo experimental que se muestra en la figura 3, es el análogo al decaimiento de un sistema de núcleos del mismo tipo. Consta de dos recipientes con agua, donde el sistema S1A tiene en su parte inferior un tubo capilar que le permite decaer en el sistema S2. En esta experiencia se mide la variación de la altura de la columna de agua en función del tiempo para el sistema S1A. Este arreglo se repitió posteriormente con un sistema S1B, con el objeto de simular otro tipo de núcleos decayendo, para lo cual se varió el área del recipiente y el diámetro del capilar. Los principales parámetros experimenta-

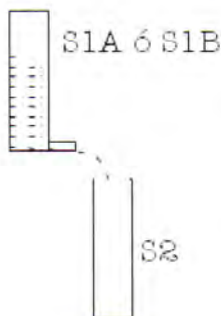


Figura 3. Análogo al decaimiento de un sistema de núcleos del mismo tipo.

les de este arreglo, como de los otros que se van a describir a continuación se encuentran en la tabla 1.

Tabla 1. Parámetros experimentales de los montajes que se muestran en las Figuras 3 a 6. Para cada uno de los sistemas (S) se especifica el área de la sección transversal (A) de las botellas y diámetro (d) del capilar. En donde el valor de la longitud (L) para todos los experimentos es 10.00(9) mm. En la columna sexta y séptima se muestran, el tiempo de vida media (τ) experimental y teórico, éste último calculado mediante la ecuación 16. En la columna final se presenta el porcentaje de error (% E) entre τ_{exp} y τ_{teo} .

Experimento	Sistema	A (cm ²) \pm 1 cm ²	d (cm) \pm 0.005 cm	τ_{exp} (s)	τ_{teo} (s)	% E ^a
Decaimiento de un sistema del mismo tipo (figura 3).	S1A	80	0.140	1163	914	21 %
	S1B	89	0.170	624	465	25 %
	S2					
Decaimiento no lineal (poblamiento doble); (figura 4).	S1	89	0.170	624	465	25 %
	S2	80	0.085	6817	6688	2 %
	S3	80				
Serie de decaimiento mismo tipo (figura 5).	S1A	80	0.140	1163	914	21 %
	S1B	89	0.170	624	465	25 %
	S2					
Decaimiento de un sistema del mismo tipo (figura 6).	S1A	80	0.140	1163	914	21 %
	S1B	89	0.170	624	465	25 %
	S2					

$$^a \quad \%E = \left| \frac{\tau_{teo} - \tau_{exp}}{\tau_{exp}} \right| \times 100 \%$$

Serie de decaimiento no lineal (poblamiento doble)

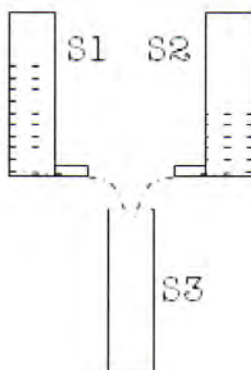


Figura 4. Análogo al decaimiento de dos sistemas diferentes de núcleos en un mismo sistema.

La figura 4 muestra el segundo arreglo experimental, análogo al decaimiento de dos sistemas de núcleos diferentes $S1$ y $S2$ en otro sistema $S3$. Para esto se tienen dos recipientes con agua desocupándose por su respectivo capilar a otro recipiente sin capilar. En este caso se mide cada una de las alturas instantáneas de los recipientes padres ($h_1(t)$ y $h_2(t)$) que tienen alturas iniciales distintas, así como la altura del sistema $S3$ ($h_3(t)$). Ver parámetros experimentales en la tabla 1

Serie de decaimiento lineal de tres sistemas

La figura 5 muestra el arreglo experimental análogo a una serie de decaimiento nuclear. Este montaje simula tres sistemas nucleares, uno que está decayendo, otro que se pobla y decae simultáneamente, y el último que solamente se encuentra poblando. Una vez se ha dispuesto el montaje experimental de la figura 5, se mide la variación de la altura de las columnas de agua en función del tiempo, para cada uno de los recipientes. Los parámetros experimentales se encuentran en la tabla 1

Serie de decaimiento lineal de cuatro sistemas

Finalmente, en la figura 6 se observa el montaje experimental análogo a una serie de decaimiento nuclear de cuatro sistemas. Este arreglo experimental está conformado por cuatro recipientes, que se encuentran colocados en forma sucesiva uno debajo del otro ($S1$, $S2$, $S3$ y $S4$). Los tres primeros sistemas



Figura 5. Análogo a una serie de decaimiento nuclear con tres sistemas.



Figura 6. Análogo a una serie de decaimiento nuclear con cuatro sistemas.

tienen capilares con diámetros diferentes. En este caso se mide la variación de la altura de la columna de agua dentro de cada uno de los recipientes o sistemas en función del tiempo. Ver parámetros experimentales en la tabla 1.

4. Análisis y resultados

Decaimiento de un sistema de núcleos del mismo tipo.

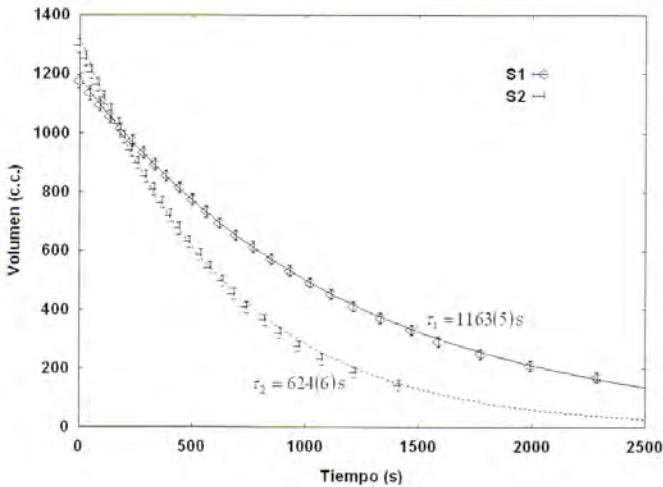


Figura 7. Decaimiento de los sistemas de núcleos S1A y S1B, los cuales se diferencian en el área del recipiente y el diámetro del capilar. Las líneas corresponden al ajuste según el modelo teórico y los puntos a los datos experimentales.

En la figura 7 se presentan dos curvas de decaimiento exponencial análogas al decaimiento radioactivo tomadas para dos recipientes con área transversal y diámetros capilares distintos, lo que permite simular el decaimiento de dos tipos diferentes de sistemas de núcleos. El decaimiento del volumen V de agua en los recipientes está dado en función del tiempo según (2) por $V(t) = V_0 e^{-\lambda t}$, donde λ está determinado por la ecuación (16) y V_0 es el volumen inicial. Se observa que el volumen relacionado al sistema S1B decae más rápidamente que el del sistema S1A, debido principalmente a que el diámetro de su capilar es mayor. Esto es, S1B presenta un tiempo de vida medio experimental menor al de S1A. Este resultado está de acuerdo con ley de Poiseuille, ya que τ presenta una dependencia inversamente proporcional con el diámetro a la cuarta potencia. Además, es directamente proporcional al área de la sección transversal de los recipientes, las cuales son similares para los dos sistemas.

Los valores experimentales para los tiempos de vida media (ver tabla 1) fueron hallados a partir de las pendientes de las rectas obtenidas después de linealizar los decaimientos anteriores, resultado que se muestra en la figura 8.

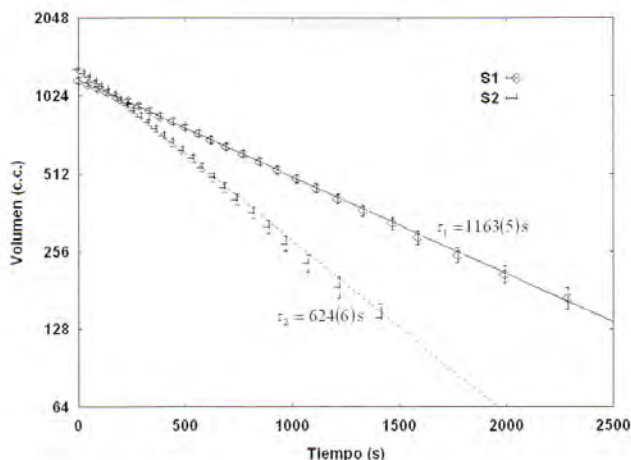


Figura 8. Linealización de los decaimientos nucleares correspondientes a los sistemas S1A y S1B. Las líneas corresponden al ajuste lineal según el modelo teórico y los puntos a los datos experimentales.

También se calcularon los valores teóricos por medio de la ecuación (16), lo que nos permite cuantificar un porcentaje de error para τ del orden del 20 %. Donde los errores ¹ en τ están alrededor de 20 % y aumentan según la contribución en su orden de las variables d , μ , A , L , ρ y g . El hecho de que las principales fuentes de error, correspondan a dy μ , consideramos, se deben a su medida. La medida del diámetro interno del capilar fue tomada con un calibrador con una precisión de 0,005 cm, lo que produce un error relativo de aproximadamente 6 %.

Mientras que el valor de la viscosidad ($\mu = 1,04(3)10^{-2}$ g/cm s) a una temperatura de 19 °C fue tomado de la relación semi-empírica dada en la referencia [8], la cual muestra una fuerte dependencia de ésta con la temperatura² Recordamos que el agua utilizada en todos nuestros experimentos es destilada, ya que la relación citada en [8] es válida para ésta y además el valor de su densidad es el valor bien conocido en la literatura (≈ 1 g/cm³)³ Esta forma descrita para hallar los errores de τ es utilizada en los decaimientos de las demás experiencias, así como los valores de la viscosidad y la densidad.

$${}^1\sigma_{\tau} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_d}{d}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{\mu}}{\mu}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_A}{A}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_L}{L}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{\rho}}{\rho}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_g}{g}\right)^2}$$

²La relación teórica y la gráfica de la viscosidad en función de la temperatura se muestran en el Apéndice A.

³La densidad en las experiencias fue medida, encontrándose el valor 1,00(2) g/cm³

Serie de decaimiento no lineal (poblamiento doble)

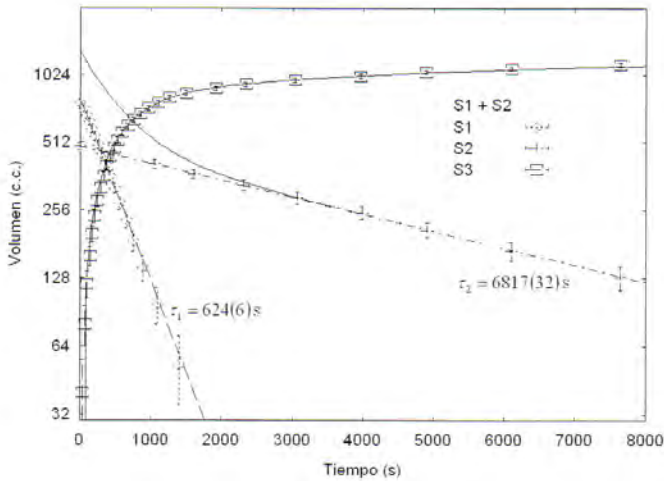


Figura 9. Decaimientos de dos sistemas de núcleos S1 y S2 con diferentes volúmenes iniciales, a un mismo sistema de núcleos. Las curvas corresponden al ajuste según el modelo teórico y los puntos a los datos experimentales. La curva continua es la suma de los decaimientos de los sistemas S1 y S2.

La figura 9 presenta cada uno de los decaimientos exponenciales en el volumen así como la correspondiente curva de poblamiento (en escala semi-logarítmica), análogos a los sistemas S1, S2 y S3 de la figura 4, para volúmenes iniciales distintos de la columna de agua en los sistemas S1 y S2. Este es el resultado análogo al decaimiento de una mezcla de dos isótopos radioactivos. De la ecuación (13) se ve que la variación en el volumen del sistema S3 en función del tiempo es:

$$V_3(t) = V_1(0) \left(1 - e^{-\lambda_1 t}\right) + V_2(0) \left(1 - e^{-\lambda_2 t}\right), \quad (17)$$

donde λ_1 y λ_2 se determinan de acuerdo a los parámetros de la tabla 1 y $V_1(0)$ y $V_2(0)$ se refieren a los volúmenes iniciales de los sistemas S1 y S2 respectivamente.

En este caso se observa en la figura 9 que la recta debida al capilar de diámetro más pequeño presenta un tiempo de vida más grande. Esto puede explicarse nuevamente, por medio de la relación ((16)) que muestra que el efecto del diámetro del capilar en la determinación de τ es de cuarto orden,

mientras que el del área es lineal. Al igual que en la experiencia anterior los tiempos de vida media de los sistemas S1 y S2 se hallaron de las pendientes de las rectas en cuestión.

La curva debida al poblamiento fue obtenida semi-empíricamente por medio del ajuste efectuado con el software Wgnuplot de los parámetros del modelo (tiempos de vida media y volúmenes iniciales) dados en la relación (17) a los datos experimentales, en donde los errores de τ correspondientes al ajuste son menores del 3 %. Además se obtienen porcentajes de error (% E) para éstos, en el sistema S1 del orden del 20 % y en el sistema S2 del orden del 2 %. La reducción en el error para el sistema S2 puede explicarse como debida a que el diámetro de capilar es menor, lo que cumple mejor con las condiciones ideales que se emplean para deducir la ley de Poiseuille. Es decir, los recipientes deben ser rectos y los diámetros de los tubos capilares pequeños (< 1 mm) para garantizar un flujo laminar. Es importante resaltar, que a menor diámetro del capilar, mayor es τ y por lo tanto los tiempos para realizar los experimentos se incrementan notoriamente. Por otro lado, en la figura 9 la curva continua corresponde a la suma de las rectas debidas a los sistemas S1 y S2 ($V_1(t) + V_2(t)$), y es útil para ver las tendencias dominantes a tiempos menores y mayores que el tiempo crítico (t_c), el cual está asociado al punto de corte de las rectas mostradas en los gráficos⁴. Se observa que la suma de dos curvas exponenciales linealizadas no es necesariamente una línea recta ya que se tienen dos diferentes valores de τ . Esta curva muestra tendencias marcadas para tiempos menores y mucho mayores que el tiempo crítico. Para tiempos menores que t_c la curva en cuestión decrece similarmente a la del sistema S1. Lo cual es debido a que la rata de vaciado depende inversamente de los tiempos de vida media de S1 y S2, y como el valor de τ_1 es once veces menor que el de τ_2 , entonces la contribución al cambio de volumen del sistema S1 es dominante. En cambio para tiempos mucho mayores que el crítico ($t > 4t_c \approx 1300$ s), la función $V_1(t) + V_2(t)$ se aproxima a la recta correspondiente al sistema S2, análogo a la de un isótopo con un tiempo de vida muy grande. Esto se debe a que para estos tiempos, la población en S1 y S2 ha disminuido como mínimo en un 88 % y 12 % de su población inicial respectivamente.

Un comportamiento análogo al poblamiento presentado por el sistema S3 es presentado por el núcleo ^{208}Pb el cual hace parte de la serie natural del ^{232}Th

$${}^4t_c = \left(\frac{1}{\tau_1} - \frac{1}{\tau_2} \right)^{-1} \times \ln \left(\frac{V_1(0)}{V_2(0)} \right) \approx 330 \text{ s}$$

Serie de decaimiento lineal de tres sistemas

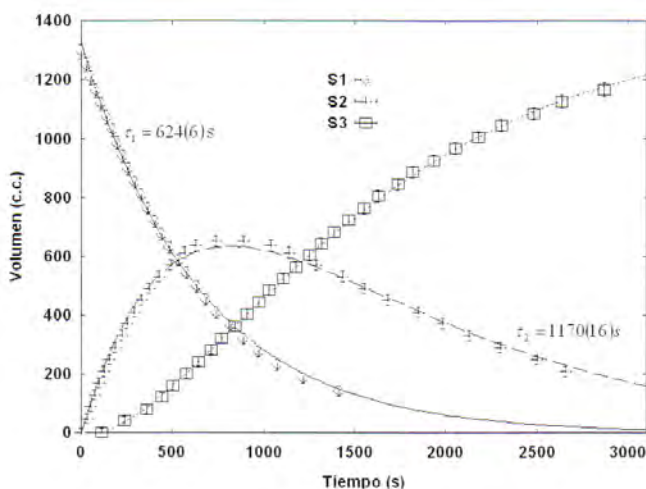


Figura 10. Analogía entre el número de núcleos y el volumen de agua instantáneo para una serie radiactiva lineal de tres sistemas nucleares. Las líneas corresponden al ajuste según el modelo teórico y los puntos a los datos experimentales.

La figura 10 muestra las curvas análogas a una serie radiactiva de tres sistemas de núcleos correspondientes al montaje de la figura 5. En ésta se puede observar una curva relacionada con el “decaimiento nuclear” (ver ecuación 2), una curva producida por el llenado y vaciado de un recipiente con agua análoga al poblamiento y despoblamiento de un sistema nuclear (ver ecuación 4), y por último una que simula un sistema de núcleos estables el cual es poblado únicamente. El τ experimental del sistema S1 y S2 con su correspondiente error porcentual con respecto a los valores teóricos se encuentra en la tabla 1. Por otra parte, al analizar la curva correspondiente a S2 se tiene que al comienzo el volumen es una función creciente con respecto al tiempo, hasta un valor máximo dado por el punto (800 s, 625 cm³). Esto significa que hasta este instante, el “sistema de núcleos” presenta un poblamiento mayor que su despoblamiento. Después del punto máximo se tiene que el carácter de vaciado en S2 es dominante, haciendo que la curva ($V_2(t)$) comience a ser una función decreciente con respecto al tiempo, y tienda asintóticamente a un volumen cero en un tiempo mucho mayor que el tiempo de vida media.

Por otro lado, como el poblamiento del sistema S3 no es instantáneo, es decir, transcurre un tiempo t_0 desde el instante inicial 0 s hasta el tiempo en el cual cae la primera gota al sistema S3, lo cual es consecuencia de la tensión

superficial del agua en la salida del capilar. Entonces, el volumen del sistema S3 para condiciones iniciales $t_o = 114$ s y $V_3(t_o) = 0$ cm³ se puede escribir como:

$$V_3(t) = \frac{V_1(0)}{\tau_2} \left[C_1 \tau_1 \left(e^{-t_o/\tau_1} \quad e^{-t_o/\tau_1} \right) + C_2 \tau_2 \left(e^{-t_o/\tau_2} \quad e^{-t_o/\tau_2} \right) \right] \quad (18)$$

Adicionalmente, se observa en la figura 10 que la variación de este volumen es de carácter creciente en el tiempo. Este hecho es debido a que el sistema S3 no tiene capilar por donde salga el agua almacenada, por lo que únicamente le es posible recibir agua, es decir, solamente se pobla. Además, como la variación del volumen en éste depende de la del sistema S2 de manera proporcional, entonces se tiene que al comienzo, antes de que S2 llegue a su máximo volumen, la rata de llenado de S3 va aumentando lentamente; después de este tiempo el nivel de agua en S2 comienza a disminuir dando así también una disminución en la rata de llenado en el sistema S3. Por lo tanto, para tiempos posteriores al correspondiente al máximo volumen en S2 la pendiente de la función del último sistema disminuye tendiendo a cero a medida que el tiempo se hace mayor.

Una serie radiactiva perteneciente a la serie natural del ²³⁵U [9] presenta un comportamiento análogo al ilustrado por las curvas en la figura 10. Donde los núcleos representando a S1, S2 y S3 en su orden son: ²¹¹Bi, ²⁰⁷Tl y ²⁰⁷Pb

Serie de decaimiento lineal de cuatro sistemas

En la figura 11 se presenta una serie radioactiva lineal obtenida para cuatro sistemas de recipientes.

Las curvas obtenidas para el volumen de los sistemas S1 y S2 son similares a las mostradas en la figura 10 para los dos primeros sistemas. Los tiempos de vida correspondientes con su error porcentual son mostrados en la tabla 1. Para el sistema S2 se encuentra un punto de máximo volumen aproximadamente en (900 s, 700 cm³) Además el respectivo ajuste a la curva se obtuvo a partir de la ecuación (8) con $n = 2$ que para este caso se puede escribir como:

$$V_2(t) = V_1(0) \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \frac{1}{\lambda_1} \left[e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t} \right] \quad (19)$$

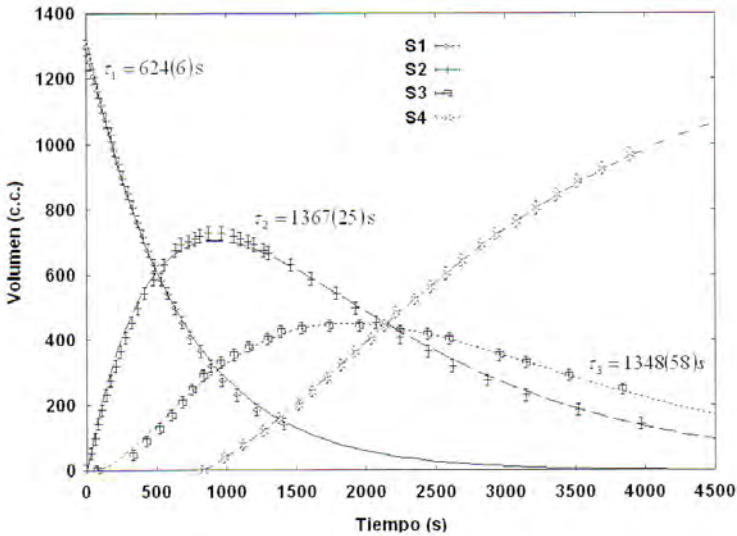


Figura 11. Analogía entre el número de núcleos y el volumen de agua instantáneo para una serie radioactiva lineal de cuatro sistemas nucleares. Las líneas corresponden al ajuste según el modelo teórico y los puntos corresponden a los datos experimentales.

Por otra parte, se tiene que el comportamiento temporal del volumen del sistema S3 puede ser escrito explícitamente por⁵

$$V_3(t) = C_1 e^{-\lambda_1 t} + C_2 e^{-\lambda_2 t} + C_3 e^{-\lambda_3 t} \quad (20)$$

Cabe notar que el error porcentual debido a éste sistema es el más alto (del orden del 30 %). Esto se atribuye al hecho de no tener en cuenta que el tiempo inicial para este sistema en realidad es distinto de cero ($t_0 = 75$ s). También contribuye a este error al método utilizado para ajustar las curvas, el cual va ajustando y fijando parámetro por parámetro haciendo así más impreciso el valor de los últimos en el ajuste.

Por otra parte, el comportamiento en el tiempo del volumen del sistema S3 se divide en dos intervalos de tiempo. El primero de ellos varía desde el instante inicial hasta el tiempo donde el sistema S3 alcanza su máximo ($t_{m\acute{a}x}$), en éste, el sistema S3 exhibe una curva de pendiente positiva y valores de volumen que no superan los del sistema S2. El incremento en el volumen, el instante $t_{m\acute{a}x}$ y el tiempo en el cual la rata de llenado comienza a disminuir (t_{inf}), estarán

⁵Teniendo en cuenta que los coeficientes se encuentran dados por (9) al reemplazar $N_1(0)$ por $V_1(0)$.

regidos por las condiciones iniciales y parámetros experimentales de los sistemas S1, S2 y S3 como se muestra en las siguientes expresiones para t_{inf} y $t_{\text{máx}}$.

Tiempo de inflexión t_{inf}

$$\frac{d^2V_3(t_{\text{inf}})}{dt^2} = \lambda_2 \frac{dV_2(t_{\text{inf}})}{dt} - \lambda_3 \frac{dV_2(t_{\text{inf}})}{dt} \quad (21)$$

Tiempo de volumen máximo $t_{\text{máx}}$

$$\frac{dV_3(t_{\text{máx}})}{dt} = \lambda_2 V_2(t_{\text{máx}}) - \lambda_3 V_3(t_{\text{máx}}) \quad (22)$$

Para explicar el hecho de que el volumen máximo y por ende el volumen en este primer intervalo de tiempo es menor al del sistema S2 se tomaron los tiempos de vida obtenidos para los sistemas S1A y S2 ilustrados en las figuras 3 y 5 respectivamente (ver tabla 1), ya que, como se mencionó anteriormente, la incertidumbre encontrada para el tiempo de vida media de S3 era alta.

Entonces, teniendo en cuenta éstos valores de los tiempos de vida media, se tiene que el asociado al sistema S2 es mayor que el del sistema S3; luego, de la ecuación (16) se tiene que (22) se satisface si el volumen en el sistema S2 es mayor que el de S3 en el instante $t_{\text{máx}}$. Lo cual quiere decir, que hasta este punto el volumen en S3 es menor al del sistema S2. Este hecho se puede observar en la figura 11 detallando que el máximo de S3 está por debajo de la curva S2 en $t_{\text{máx}} \approx 1900$ s.

Por otra parte, en el segundo intervalo, después del tiempo asociado al máximo de la curva del sistema S3 se tiene que ésta disminuye a medida que transcurre el tiempo tendiendo asintóticamente a 0 cm^3 . Esto es debido a que el aporte dado por el sistema S2 no es el suficiente para contrarrestar el vaciado del sistema en cuestión y a medida que transcurre el tiempo esta insuficiencia se hace más notoria, dando así que el comportamiento de la curva del sistema S3 se asemeje cada vez más a una de decaimiento puro.

Por último, se muestra en la figura 11, la curva relacionada al sistema S4 la cual es únicamente de poblamiento y por tanto análoga a la del sistema S3 de la serie anterior. Dicha curva fue ajustada con la relación teórica obtenida al resolver (10) para condiciones iniciales $t_o = 836$ s y $V_4(t_o) = 0 \text{ cm}^3$, la cual se puede escribir para este caso como (23). En donde el tiempo t_o es el transcurrido desde el instante cero segundos hasta el tiempo en el cae la primera gota de agua al sistema S3.

$$V_4(t) = \frac{V_1(0)}{\tau_3} \left[C_1 \tau_1 \left(e^{-t_0/\tau_1} - e^{-t/\tau_1} \right) + C_2 \tau_2 \left(e^{-t_0/\tau_2} - e^{-t/\tau_2} \right) + C_3 \tau_3 \left(e^{-t_0/\tau_3} - e^{-t/\tau_3} \right) \right] \quad (23)$$

Una serie radioactiva con comportamiento análogo al mostrado anteriormente (figura 11) es la serie en su orden del ^{218}Po , ^{214}Pb , ^{214}Bi y ^{210}Pb la cual hace parte de la serie natural del ^{238}U [9].

5. Conclusiones

La modelación de sistemas radioactivos puede ser implementada a partir del comportamiento del volumen de agua en un recipiente con área transversal constante desocupándose por un tubo capilar colocado perpendicularmente al recipiente en la parte inferior. Resaltando que los elementos empleados para hacer ésta modelación (como los recipientes y los tubos) deben cumplir con las condiciones impuestas en la teoría aplicada para deducir la ley de Poiseuille, es decir, los recipientes deben ser rectos y los diámetros de los tubos pequeños.

Adicionalmente, en el trabajo se mostró de forma explícita, que se pueden montar en los laboratorios de física moderna, los siguientes experimentos análogos a experimentos de física nuclear: i) el decaimiento de un sistema de núcleos del mismo tipo, ii) el decaimiento de dos sistemas de núcleos diferentes poblando a otro y iii) el análogo a series de decaimiento nucleares de tres y cuatro sistemas. Además el montaje facilita simular un gran número de sistemas, variando el área de la sección transversal del recipiente, así como el diámetro y la longitud de los capilares.

Los resultados experimentales obtenidos para los tiempos de vida media presentan errores porcentuales con respecto a los calculados por medio de la ley de Poiseuille por debajo del 25 %. En donde la obtención de resultados aceptables en la modelación depende fuertemente del control de los parámetros experimentales que están involucrados en el cálculo del tiempo de vida media. Teniéndose especial cuidado en la medición del diámetro del capilar y en el control de la temperatura del agua de la cual depende fuertemente el valor de la viscosidad.

Apéndice A

Para los líquidos se tiene que la viscosidad de éstos disminuye cuando la temperatura aumenta. Esta afirmación no se ha podido establecer como una ley

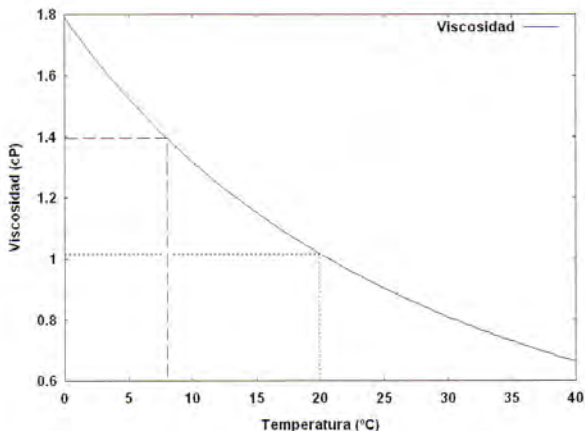


Figura 12. Relación empírica entre la viscosidad del agua y la temperatura. Las líneas a trazos ubican los valores de viscosidad a temperaturas de 8 °C y 20 °C las cuales son las temperaturas mínima y máxima típicas en Bogotá.

para toda clase de líquidos; sin embargo se cuenta con una relación experimental para algunos como el agua la cual está dada por:

$$\mu(\theta) = \frac{\mu_o}{1 + \alpha\theta + \beta\theta^2}, \quad (24)$$

con:

$$\mu_o = 0,0179P \quad (25)$$

Referencias

- [1] G. Chase, S. Rituper and J. Sulcoski *Experiments in Nuclear Science*, segunda edición, Alpha Editions (1971)
- [2] Phywe *University Laboratory Experiments*, volumen 5, 3ª edición (1995)
- [3] H.F. Meiners *Physics Demonstrations Experiments*, volumen 2, ed. American association of physics teachers (1970)
- [4] E. C. Pinilla, O. L. Ramírez y F. Fajardo *Análogos Clásicos de Experimentos de Física Nuclear*, XX Congreso Nacional de Física, Armenia – Colombia. Septiembre 2003.

-
- [5] W. R. Leo *Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments*, Ed. Springer-Verlag, Berlin (1994)
- [6] I. Kaplan *Física Nuclear*, Editorial Aguilar, Madrid (1961)
- [7] T. Hageseth *Am. J. Phys.*, **54** 11 (1986)
- [8] Brun, Martinot and Mathieu *Mecánica de los Fluidos*, Ed. Labor S.A, Barcelona (1979)
- [9] C. R. Nave *HyperPhysics*, <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/nuccon.html#c1> Georgia State University (2000)