

CÁLCULO DE LA FRACCIÓN DE ENERGÍA ABSORBIDA, EN EL TEJIDO ADIPOSO DEL SENO DE LA MUJER ADULTA

Luis G. Chica^{1,*}, Félix Aguas²
y Héctor F. Cárdenas³

¹ Departamento de Física, Universidad Nacional de Colombia

² Universidad Nacional de Córdoba

³ Radproct

Resumen

Mediante el método de Monte Carlo se calcula la fracción de energía absorbida, AF , en el seno de la mujer adulta debido a los fotones de las siguientes energías, E : 15, 20, 28 y 31 keV, emitidos por una fuente que se encuentra frente al seno a las siguientes distancias, d : 20, 30, 40 y 50 cm. Se encuentra que $AF = f(E)e^{-\mu d}$, donde μ y $f(E)$ sólo dependen de E y se determinan sus valores numéricos.

Palabras claves: Irradiación frontal, irradiación de seno

Abstract

The absorbed energy fraction, AF , taken from the breast of an adult woman was calculated for photon energies: 15, 20, 28 and 31 keV, emitted from a source located 20, 30, 40 and 50 cm, in front of the breast. AF is estimated by the Monte Carlo method. The fit was obtained using $AF = f(E)e^{-\mu d}$, where μ and $f(E)$ are dependent only on E and from which their values are determined.

1. INTRODUCCIÓN

La dosis absorbida, D , que recibe una masa, dm , se define

$$D = \frac{d\bar{\varepsilon}}{dm} \quad (1)$$

*: lgchica@ciencias.unal.edu.co

donde $\bar{\varepsilon}$ es la energía media impartida en la masa dm .

Con el objeto de determinar el riesgo a efectos estocásticos en las personas expuestas a radiaciones (con fines médicos, en condiciones laborales o en casos accidentales), la International Commission on Radiological Protection (ICRP) definió la dosis equivalente en un órgano o tejido, $H_{c,T}$ [1] como

$$H_{c,T} = \sum_R W_R D_{TR}, \quad (2)$$

donde W_R es el factor de peso de la radiación.

Si se conoce el espectro emitido por la fuente se puede calcular la dosis, D , que recibe un órgano o tejido de masa M durante una exposición, así

$$D = \sum_i \frac{E_i AF_i N_i(E)}{M}, \quad (3)$$

donde AF_i es la fracción de energía absorbida por el órgano o tejido debido a los fotones emitidos por la fuente a una distancia d y $N_i(E)$ es el número de fotones de energía E emitidos por la fuente y se determina así

$$N_i = J_i At, \quad (4)$$

donde J_i es la intensidad de los fotones de energía E_i , A es el área del haz y t es el tiempo que dura la irradiación.

La ICRP [1] estableció los límites de dosis para personal ocupacionalmente expuesto y para el público en general. En exposiciones médicas, los límites de dosis no se aplican, pero la determinación de la dosis se hace con fines de optimización.

La exposición del seno a rayos X conlleva un alto riesgo de producir cáncer [2]. En mamografías, las cuales se realizan con fines de diagnóstico, se irradia el seno en forma tangencial y las dosis se calculan mediante el método de Monte Carlo [3, 4, 5]. Sin embargo, en variadas situaciones ocupacionales o también accidentales el seno puede quedar expuesto a los rayos X. Una situación de las más sencillas, y por ello muy didáctica, es aquella en que la fuente emite

radiaciones en una sola dirección y ellas llegan al seno de manera frontal.

En este trabajo se utiliza el método de Monte Carlo, para calcular AF en el tejido adiposo del seno de la mujer adulta debido a los rayos X emitidos por una fuente que se encuentra frente a él.

2. MODELO MATEMÁTICO DEL SENO DE LA MUJER ADULTA

TABLA 1: Valores de A_T y de B_T para diferentes edades.

Edad(años)	A_T (cm)	B_T (cm)
0	6.35	4.90
1	8.80	6.50
5	11.45	7.50
10	13.90	8.40
15	17.25	9.80
Adulta	20.00	10.00

TABLA 2: Valores de a , b , c , x_0 , z_0 , el volumen del seno incluyendo y excluyendo la piel, en función de la edad.

Edad (años)	a (cm)	b (cm)	c (cm)	x_0 (cm)	Z_0 (cm)	Vol (cm) ³ incluyen la piel	Vol (cm) ³ excluyen la piel
0	0.36	0.36	0.36	3.18	16.05	0.197	0.103
1	0.63	0.63	0.63	4.40	22.81	1.06	0.704
5	0.79	0.79	0.79	5.73	30.31	2.09	1.45
10	0.94	0.94	0.94	6.95	37.73	3.51	2.50
15	2.42	2.13	2.03	8.63	46.87	4.48	3.51
adulta	4.83	4.85	4.06	10.0	52.00	3.62	3.14

Para describir matemáticamente los órganos de un individuo el Oak Ridge National Laboratory (ORNL) utiliza un sistema coordenado

que tiene su origen en la base del cilindro elíptico que representa el tronco y sus ejes positivos son elegidos así [6]: Para Z el sentido vertical y hacia arriba, el eje Y hacia atrás y el eje X hacia la izquierda del modelo matemático. El seno es descrito mediante las siguientes ecuaciones

$$\left(x - \frac{x_0}{a}\right)^2 + \left(y - \frac{y_0}{b}\right)^2 + \left(z - \frac{z_0}{c}\right)^2 \leq 1 \quad (5)$$

y también

$$\left(\frac{x}{A_T}\right)^2 + \left(\frac{y}{B_T}\right)^2 > 1, \quad (6)$$

donde

$$y_0 = -B_T \left[1 - \left(\frac{x_0}{A_T}\right)^2 \right]. \quad (7)$$

Los valores de A_T y de B_T se dan en la tabla 1, los valores de a , b , c , x_0 , z_0 , el volumen del seno incluyendo y excluyendo la piel dependen de la edad y se reportan en la tabla 2. La densidad del tejido adiposo del seno es de $1,1 \text{ g/cm}^3$.

En este trabajo se utiliza la descripción que el ORNL hace para el seno de la mujer adulta.

3. PRINCIPIOS BÁSICOS DEL MÉTODO DE MONTE CARLO

Los principios del método de Monte Carlo que se utilizan en este trabajo [7, 8, 9] son los siguientes:

3.1. Determinación de estimadores

Una variable Φ , definida en el intervalo $a \leq \Phi \leq b$, cuya distribución de probabilidad normalizada, $P(\Phi)$, es conocida, toma un valor definido, x , a través de un número aleatorio α_1 , entre 0 y 1, mediante

la ecuación

$$\alpha_1 = P(x) = \int_a^x P(\Phi) d\Phi. \quad (8)$$

El valor x , que se obtiene mediante la ecuación anterior, se acepta si y sólo si otro número aleatorio α_2 entre 0 y 1 es menor o igual a la relación entre $P(x)$ y el máximo valor de $P(\Phi)$.

3.2. Coeficiente de variación

Si f_1, f_2, \dots, f_N son observaciones independientes de la variable f , el valor promedio, $\langle f \rangle$, de las N muestras es

$$\langle f \rangle = \left(\frac{1}{N} \right) \sum_{i=1}^N f_i. \quad (9)$$

La varianza, σ^2 , de $\langle f \rangle$ está dada por

$$\sigma^2 = \frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (f_i - \langle f_N \rangle)^2. \quad (10)$$

El coeficiente de variación es la raíz cuadrada de la varianza multiplicada por $(100/\langle f \rangle)$.

4. CÁLCULO DE LA ENERGÍA ABSORBIDA MEDIANTE EL MÉTODO DE MONTE CARLO

AF debido a la interacción de fotones con un medio finito se determina siguiendo el procedimiento creado por Snyder [10] en el que se utiliza el método de Monte Carlo, para hacer una "historia" del fotón así:

- El fotón es emitido por el tubo de rayos X en línea recta en dirección del seno.

- El camino libre medio, l , es la distancia recorrida por el fotón desde el punto fuente hasta el punto donde realiza la primera interacción, así como también es la distancia entre dos interacciones sucesivas. l se determina aleatoriamente, utilizando la distribución de probabilidad exponencial [8], y se obtiene la siguiente expresión

$$l = \frac{-\ln(\alpha_i)}{\mu(E_{n-1})}, \quad (11)$$

donde α_i es un número aleatorio y $\mu(E_{n-1})$ es el coeficiente de atenuación lineal total del medio (aire o seno) en el que el fotón se encuentra.

- Si el camino libre medio calculado mediante la ecuación (11) hace que el fotón traspase la superficie del seno (piel), entonces se tiene en cuenta que l es igual a la suma del camino recorrido en el medio inicial, l_1 , con el camino recorrido en el segundo medio, l_a , por lo tanto l_a es

$$l_a = \left\langle \frac{\ln(\alpha_i)}{\mu_a} \right\rangle - l_1, \quad (12)$$

donde μ_a es el coeficiente de atenuación lineal del segundo medio.

- $\mu(E_{n-1})$ tanto en el aire como en el seno contiene los coeficientes de atenuación debido a los efectos fotoeléctrico y Compton.
- $\mu_{fc}(E_{n-1})$ y $\mu_c(E_{n-1})$ son los coeficientes de atenuación antes de la interacción $n - 1$, debido a los efectos fotoeléctrico y Compton, respectivamente (la producción de pares no se considera porque las energías de los rayos X son inferiores a 1.022 meV), estos coeficientes se determinan a partir de los coeficientes de atenuación atómicos [11, 12] y de la composición molecular [13] del medio en que se encuentre el fotón.
- El coeficiente total de atenuación antes de la interacción $n - 1$, $\mu(E_{n-1})$, es la suma de los coeficientes $\mu_{fc}(E_{n-1})$ y $\mu_c(E_{n-1})$ del medio en el que se encuentre el fotón.

- Al fotón disperso después de la n -ésima interacción se le determina aleatoriamente, el ángulo de dispersión, θ , comprendido entre 0 y π , utilizando la distribución de probabilidad uniforme.
- La energía del fotón después de la interacción n -ésima, E_n , es

$$E_n = \frac{E_{n-1}}{1 + \left(\frac{E_{n-1}}{0,511}\right) (1 - \cos \theta)}. \quad (13)$$

- La energía impartida por el fotón durante la n -ésima interacción, E_n^* , es

$$E_n^* = W_{n-1} \left[\frac{\mu_{fc}(E_{n-1})}{\mu(E_{n-1})} E_{n-1} + \frac{\mu_c(E_{n-1})}{\mu(E_{n-1})} (E_{n-1} - E_n) \right], \quad (14)$$

donde W_{n-1} , es el “peso” del fotón antes de la interacción n . Después de la interacción n sobrevive aquella fracción que realiza el efecto Compton, entonces el nuevo “peso” del fotón, W_n , es

$$W_n = W_{n-1} \left[\frac{\mu_c(E_{n-1})}{\mu(E_{n-1})} \right]. \quad (15)$$

- La energía impartida al seno por cada fotón, E^* , corresponde a la suma de las energías impartidas a este órgano por el fotón durante su “historia”.
- La “historia” del fotón termina cuando su energía es menor que 10^{-5} veces la energía inicial del fotón, cuando su “peso” es menor que 10^{-4} o cuando sale del seno (después de haber entrado).
- La fracción de energía absorbida, AF , debido al fotón de energía E es

$$AF = \frac{E^*}{E}. \quad (16)$$

Se busca el valor AF promedio, $\langle AF \rangle$, de los AF debido a los N fotones de energía E , emitidos por la fuente. Se utiliza como fracción absorbida el valor $\langle AF \rangle$.

5. RESULTADOS

El procedimiento indicado en la sección 4 se realizó con 5000 fotones de energía E , para obtener la fracción de energía absorbida en el seno de la mujer adulta debido a los fotones de energía E emitidos por la fuente colocada frente a él a la distancia d . Los resultados se dan en la tabla 3.

TABLA 3: Fracción de energía absorbida, AF , en el seno de la mujer adulta, debido a fotones de energía $E(keV)$, emitidos frente al seno a las distancias (d) de la fuente. Cálculos efectuados para 5000 fotones, el coeficiente de variación en todos los casos fue 1,6%.

$d(cm)$	Energía (keV)			
	15	20	28	31
20	0.185	0.213	0.235	0.236
30	0.146	0.191	0.223	0.228
50	0.0902	0.165	0.210	0.214
70	0.0557	0.135	0.192	0.202

6. DISCUSIÓN

6.1. Análisis de AF

Mediante un análisis de regresión se encuentra que AF de la tabla 1 se puede reproducir mediante la siguiente expresión

$$AF = \langle f(E) \rangle e^{-\mu d}. \quad (17)$$

En esta ecuación μ depende de E , sus valores respectivos encontrados mediante la regresión se expresan en la tabla 4.

Los valores de $f(E)$ se encuentran al multiplicar AF por $e^{\mu d}$, los resultados se expresan en la tabla 5.

La tabla 5 muestra que los valores de $f(E)$ para una misma energía son independientes de la distancia, ya que sus fluctuaciones están comprendidas dentro del coeficiente de variación con el que se calculó cada valor de AF . Mientras que, $\langle f(E) \rangle$ depende de

TABLA 4: Valores de μ en función de E.

E(keV)	15	20	28	31
$\mu(cm^{-1})$	0.024	0.008	0.0038	0.0036

la energía y presentan un mínimo entre 15 y 28 keV, pero para encontrar la energía a la que se presenta el mínimo se requiere más experimentación.

TABLA 5: Valores de $f(E)$ encontrados mediante el producto AF por $e^{\mu d}$. $\langle f(E) \rangle$ es el valor promedio de $f(E)$ para cada energía, E , con el correspondiente coeficiente de variación.

$d(cm)$	Energía (keV)			
	15	20	28	31
20	0.299	0.246	0.254	0.260
30	0.300	0.242	0.250	0.259
50	0.299	0.254	0.254	0.256
70	0.299	0.245	0.250	0.265
$\langle F(E) \rangle$	$0.299 \pm 0.2\%$	$0.247 \pm 1.1\%$	$0.252 \pm 0.46\%$	$0.260 \pm 0.66\%$

La ecuación (17) muestra que el fotón en su recorrido en el aire antes de llegar al seno experimenta dos clases de atenuaciones, así:

- El número de fotones que sale de la fuente no es el mismo que incide sobre el seno por que en el recorrido de la distancia d , ocupada por aire, los fotones experimentan dispersión lo que produce una atenuación exponencial, $e^{-\mu d}$, en el número de fotones que sale de la fuente a la distancia d [14]. Esta cantidad de fotones es la misma que incide sobre el seno y la dosis es proporcional a la cantidad incidente de fotones. Los valores encontrados para μ no corresponden a los coeficientes de atenuación total para el aire porque la distancia d es tomada desde la fuente hasta la superficie de entrada del seno, mientras que la absorción de energía por parte del seno se realiza detrás de la superficie, por lo tanto, los valores de μ dependen

de los coeficientes de atenuación total en el aire y de los del tejido adiposo del seno.

- El término $\langle F(E) \rangle$ expresa una atenuación en la energía debido a que parte de ella se deposita en el aire y por lo tanto la energía incidente sobre el seno es menor que la emitida por la fuente. Además, la energía que llega al seno no es totalmente absorbida, si no que parte escapa de él.

Los valores de μ y de $\langle F(E) \rangle$ se calcularon para el seno de la mujer adulta cuando las radiaciones son emitidas frente a él, si se cambian estas condiciones o la forma del seno, los valores de μ y de $\langle F(E) \rangle$ serán diferentes.

Para calcular la dosis en el tejido adiposo del seno se utiliza los valores de AF de la tabla 3 en la ecuación (3).

El cálculo de la dosis se puede hacer analíticamente resolviendo la ecuación de transporte de Boltzmann [15], pero la solución sería muy compleja ya que las condiciones de frontera no son sencillas, debido a que la superficie del seno no lo es. Surge así la inquietud de si la solución analítica correspondería a una ecuación similar a la aquí propuesta; si así lo fuera se conocería como depende μ de los coeficientes de atenuación (del aire y del seno) y también como depende $\langle F(E) \rangle$ de la energía.

6.2. Limitaciones del uso de AF encontrada

En este análisis no se ha considerado el efecto que sobre AF tiene la masa y forma del seno, ni la dirección de emisión de las radiaciones desde la fuente, condiciones que deben influir en la función $\langle F(E) \rangle$ y en los valores de μ .

Los valores de AF reportados en la tabla 3 no se pueden utilizar para el cálculo de dosis en el seno durante una mamografía, por las siguientes razones: El seno está sometido a una fuerte presión, por lo que su forma no corresponde a las ecuaciones utilizadas aquí para este órgano. En la mamografía el tubo de rayos X no está ubicado frente al seno.

Además, en una mamografía es de interés médico la dosis glandular media (DGM), la cual se calcula mediante el producto del factor de conversión por el kerma a la entrada del seno. Los factores de conversión se han determinado teniendo en cuenta entre muchos otros factores las implicaciones de la edad en el tejido glandular [16] y el tamaño del implante del seno [17].

7. CONCLUSIONES

Se ha encontrado que AF en el tejido adiposo del seno de la mujer adulta, se atenúa exponencialmente con la distancia d , ocupada por el aire, entre el seno y la fuente y que AF también depende de la energía E de los fotones, aunque la función matemática que la relaciona no se da explícitamente.

La dosis calculada mediante los valores de AF de la tabla 3, es de interés para determinar el riesgo a efectos estocásticos.

Referencias

- [1] ICRP, Publication 60, Pergamon Press, Oxford (1990).
- [2] J. W. Gofman, *J. Am. Med. Ass.* **274**(22), (1995) 1762-1774.
- [3] S. Ranniko, I. Ermakov, J. S. Lampinen, M. Toivonen, K. T. K. Karila, A. Chervjakov, *Br. J. Radiol.* **70** (1997) 708-718.
- [4] ICRU, *Phantoms and computational models in therapy, diagnosis and protection*, International Commission on Radiation Units and Measurements, Bethesda (1992) Report 48.
- [5] D. R. Dance, *Phys. Med. Biol.* **35** (1990) 1233-1245.
- [6] M. Cristy, *Mathematical Phantoms Representing Children of Various Ages for Use in Estimates of Internal Dose*, Oak Ridge National Laboratory, Nureg/CR-1159, ORNL/NUREG/TM-36 (1980).
- [7] A. S. Todo, *Desenvolvimiento de un Modelo Matemático para o Rim e Estimativa de Fracao Absorbida Específica Utilizando*

- o Metodo de Monte Carlo*. Tesis de Magister. Ins. Pes. Ener. e Nucl. Sao Pablo (1979).
- [8] L. G. Chica, *Cálculo de la energía específica efectiva en tiroides contaminada con I-131 en condición fuente blanco*. Tesis de Magister, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá (1992).
- [9] J. A. Puerta, *Cálculo del blindaje del reactor de experimentación IAN-R1*. Tesis de Magister, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá (1991).
- [10] W. S. Snyder, K. L. Fisher, M. R. Ford, G. G. Warner, *J. Nucl. Med.*, **10** (suppl 3) (1969) 7-12.
- [11] G. W. Grodstein, NBS Circular 583, (1959).
- [12] R. T. McGinnis, Suplementto NBS Circular 583, (1959).
- [13] ICRP, Publication 2, Pergamon Press, Oxford (1959).
- [14] F. M. Khan, *The Physics of radiation therapy*, Second edition, Baltimore. Williams & Wilkins (1994).
- [15] J. J. Fitzgerald, G. L. Brownell, F. J. Mahoney, *Mathematical theory of radiation dosimetry*, New York. Gordon and Breach Sciences Publishers, Inc. (1967).
- [16] J. R. Beckett, C. J. Kotre, *Phys. Med. Biol.* **45** (2000) 801-813.
- [17] J. R. Beckett, C. J. Kotre, *Phys. Med. Biol.* **45** (2000) 3241-3252.