

# SOBRE LA FORMACIÓN DEL DISCO DE SATÉLITES DE LA VÍA LÁCTEA: SIMULACIÓN DE LA COLISIÓN DE DOS GALAXIAS

## ON THE FORMATION OF THE DISK OF SATELLITES OF THE MILKY WAY: SIMULATION OF THE COLLISION OF TWO GALAXIES

**Diana J. Cubillos-Jara, Rigoberto A. Casas-Miranda**

Universidad Nacional de Colombia, Bogotá

(Recibido: Marzo/2014. Aceptado: Mayo/2014)

### Resumen

Actualmente existe evidencia para creer que las galaxias satélites de la Vía Láctea se distribuyen en una estructura en forma de disco, llamada el disco de satélites. En este artículo se presenta un estudio sobre la posible formación del disco de satélites de la Vía Láctea como el resultado de la colisión de dos galaxias de disco hace  $\sim 10^9$  años. El estudio es realizado mediante simulaciones numéricas de N- Cuerpos con  $10^6$  partículas en cada galaxia y con una relación de masas de 4 a 1, con la galaxia más masiva similar a la Vía Láctea. Los resultados permiten observar cómo las fuerzas de marea entre las dos galaxias en colisión producen una distribución espacial de escombros, donde posibles grupos de estrellas yacen casi perpendicularmente al plano de la galaxia nodriza, mostrando similitud en éste aspecto con el disco de satélites de la Vía Láctea.

**Palabras clave:** Grupo Local, Vía Láctea:Disco de Satélites, galaxias

### Abstract

At present there is some evidence showing that the satellite galaxies of the Milky Way might be distributed on a disc structure, known as the disc of satellites. In this paper a study on the possible formation of the disc of satellites of the Milky Way as the result of a collision between two disc galaxies  $\sim 10$  Gyr ago is shown. The study is carried out by numerical N-Body simulations with  $10^6$  particles in each galaxy and with a mass ratio of 4 to 1, being the larger galaxy similar to the Milky Way. The results show how tidal forces between the two colliding galaxies produce a spatial distribution of debris, where possible groups of stars lie nearly perpendicular to the plane of the host galaxy, showing similarity in this feature with the disc of satellites of the Milky Way.

**Keywords:** Local Group, Milky Way: Disc of Satellites, galaxies

### Introducción

Las galaxias enanas son estructuras estelares pequeñas, que presentan poco brillo superficial, escaso contenido de gas y son pobres en metales dado que en su mayoría están compuestas por estrellas viejas. La gran importancia de éstas galaxias radica en que son la población más dominante en el universo local y constituyen una herramienta fundamental para comprender los procesos de formación y evolución de muchas galaxias más luminosas, como la Vía Láctea, ya que según el modelo de evolución jerárquico las galaxias de gran tamaño se formaron a partir de mezclas o acreción entre galaxias menores y por tanto son la clave para entender el universo desde sus comienzos.

Las galaxias enanas esferoidales (dSph) se caracterizan por tener un número de estrellas bajo con relación a sus masas totales estimadas [1]. A partir de su dispersión de velocidades se puede concluir que sus razones de masa–luminosidad sobrepasan en orden de magnitud a los cúmulos globulares, lo cual indicaría que una cantidad importante de materia oscura las domina [2]. De hecho al parecer la mayoría de la masa que poseen estas galaxias estaría en

forma de materia oscura. Sin embargo, esto aún no es del todo claro [3, 4].

Al ser los objetos astrofísicos más cercanos, las galaxias enanas del grupo local y en especial las de la Vía Láctea deben ser estudiadas en gran detalle, ya que las dSph satélites de la Vía Láctea contienen una población de estrellas viejas y bajas metalicidades [1] y dado que la metalicidad de una galaxia se incrementa con el tiempo, la mayoría de las estrellas pobres en metales deben estar relacionadas con las primeras estrellas formadas, llevando así a una relación directa con los procesos físicos y propiedades del Universo en sus inicios. Cabe anotar que el estudio de las dSph satélites de la Vía Láctea es de vital importancia debido a la discrepancia que existe entre las predicciones arrojadas por el modelo cosmológico de la materia oscura fría y los datos observacionales, ya que según el modelo, el orden de magnitud del número de galaxias enanas habitantes de la Vía Láctea debería ser muy superior al indicado actualmente por las observaciones [5, 6].

En el caso de las galaxias enanas satélites de la Vía Láctea, existe evidencia de que dichas enanas parecen estar en una localización particular en forma de disco sobre un plano casi perpendicular respecto al disco galáctico [7–9], compuesto por galaxias enanas ultra tenues, galaxias enanas esferoidales clásicas y dos galaxias irregulares. Algunas de estas galaxias actualmente conocidas son: LMC, SMC, Sculptor, Fornax, Carina, Leo I, Sextans, Leo II, Ursa Minor, Draco, Sagittarius, Tucana, Ursa Major I, Ursa Major II, Canes Venatici I, Canes Venatici II, Pisces II, Segue I, Segue II, Segue III, Coma, Hercules, Leo VI, Bootes, Bootes II, Leo T, Willman I y Leo V [10].

La distribución espacial de los satélites de la Vía Láctea ha sido conocida por mostrar patrones asimétricos y probables corrientes de satélites [11, 12]. Dicha distribución espacial se asemeja a una estructura tipo disco inclinada con respecto al disco de la Vía Láctea. En el 2005 se realizó un estudio a las 11 galaxias satélites dentro de la vecindad de la Vía Láctea que están más cerca de ella, llamadas satélites clásicos y su distribución [8], encontrando distancias y coordenadas galactocéntricas, que permitieron hacer una representación gráfica de su distribución espacial. A partir de

dicha representación ellos mostraron evidencia de una distribución altamente anisotrópica y plana de las galaxias satélite clásicas, que luego de una rotación de  $90^\circ$  muestra una distribución en forma de disco inclinada respecto a la la Vía Láctea cerca de  $88^\circ$ .

En los últimos años una nueva clase de galaxias enanas, llamadas ultra tenues, fueron descubiertas [13–21] usando el catálogo SDSS-DR6 [22, 23]. Estas se caracterizan por poseer una densidad estelar y una luminosidad muy bajas en comparación a las dSph clásicas. Fueron detectadas en el halo de la Vía Láctea y muestran una distribución que concuerda con el disco de satélites de las clásicas más brillantes. Sin tomar en cuenta a la galaxia de Hércules que es la más alejada del disco de satélites y al ajustar los resultados para el resto de los nuevos satélites se obtiene una dirección de vector normal del disco muy similar a la que ya se tenía con los satélites más brillantes  $(l_{MW}, b_{MW}) = (159,7^\circ, -6,8^\circ) \pm 2,3$  y una distancia más cercana al centro galáctico de  $D_P = 6,7 \pm 1,3$  kpc [9]. Evidenciándose que los satélites ultra tenues descubiertos posteriormente conforman una estructura tipo disco de la misma forma que los satélites más brillantes, lo cual permite su incorporación al disco de satélites y aumenta la importancia de su estudio [9].

En este artículo se presenta un estudio, usando simulaciones numéricas de N-cuerpos de la colisión de dos galaxias de disco, con el fin de investigar si es posible que el disco de satélites de la Vía Láctea puede ser producto de una colisión de este tipo.

## Modelo Teórico de la Colisión

El modelo que se utiliza en este trabajo está basado en un escenario en el cual cerca de 10 Gyr antes de la época actual la Vía Láctea colisionó con otra galaxia de disco. En dicha colisión se generó una mezcla de ambas galaxias y a su vez escombros de marea que dieron paso a formación y agrupación de estrellas formándose pequeños subsistemas orbitando a la galaxia remanente, llamados galaxias enanas satélites. Luego de crear las condiciones iniciales de las dos galaxias principales, se usa GADGET2 [24], un código para simulaciones numéricas de N-cuerpos, para realizar las simulaciones de la colisión entre las dos galaxias.

## Condiciones Iniciales

Se construye cada galaxia mediante un potencial de dos componentes: halo de materia oscura y disco de estrellas. El halo de materia oscura obedece a una función de distribución de densidad de Hernquist [25, 26],

$$\rho_h(r) = \frac{M_{DM}}{2\pi} \frac{a}{r} \frac{1}{(r+a)^3}, \quad (1)$$

con una distribución de masa acumulada de la forma:

$$M(r) = M_{DM} \frac{r^2}{(r+a)^2}, \quad (2)$$

donde  $a$  es un parámetro que depende de la escala radial del halo  $r_s$  y de la concentración  $c = \frac{r_{200}}{r_s}$  dado por [27]

$$a = r_s \sqrt{2[\ln(1+c) - c/(1+c)]} \quad (3)$$

y un potencial de la forma [25]

$$\Phi_h = -\frac{GM}{r+a}, \quad (4)$$

con una masa y un radio virial dados por [28]

$$M_{200} = \frac{v_c^3}{10GH(z)}, \quad r_{200} = \frac{v_c}{10H(z)}, \quad v_c^2(r) = \frac{GM_{200}}{r(r+a)^2}, \quad (5)$$

donde  $v_c$  es la velocidad circular local.

Para el disco de estrellas se usa el modelo de disco exponencial [27, 28] con perfil de densidad, en coordenadas cilíndricas,

$$\rho_d(R, z) = \frac{M_d}{4\pi R_d^2 z_0} e^{-R/R_d} \operatorname{sech}^2\left(\frac{z}{z_0}\right), \quad (6)$$

donde  $M_d$  es la masa del disco,  $R_d$  su escala de longitud radial y  $z_0$  es la escala de longitud vertical del mismo. La colisión se lleva a cabo con una de las galaxias cuatro veces más masiva que la otra.

	<b>Galaxia 1</b>	<b>Galaxia 2</b>
$N_d$	200.000	200.000
$M_d$	$4,3 \times 10^9 M_\odot$	$16,7 \times 10^9 M_\odot$
$R_d$	0.9 kpc	2.1 kpc
$z_0$	0.2 kpc	0.4 kpc
$N_h$	800.000	800.000
$M_h$	$3,9 \times 10^{10} M_\odot$	$15,1 \times 10^{10} M_\odot$
$r_s$	4.8 kpc	7.5 kpc
$a$	9.1 kpc	14.3 kpc

TABLA 1. *Parámetros de las galaxias simuladas.*

Los parámetros usados para los modelos de las galaxias en colisión se muestran en la Tabla 1. La Vía Láctea simulada representa a la Galaxia en el tiempo presente. La masa inicial de la Vía Láctea simulada se escogió como su masa actual por simplicidad, para evitar incluir un parámetro de incremento de masa en las simulaciones, el cual las haría mucho más complicadas de realizar. Si bien la masa de la Vía Láctea de hace 2 o mas Gyr es menor a su masa actual, los resultados de la colisión se deben interpretar teniendo en cuenta la relación de masas inicial entre las dos galaxias en colisión. Aunque la presencia de un esferoide central modifica la estabilidad del disco, las galaxias modeladas son estables durante tiempos mayores a un tiempo de Hubble. Teniendo en cuenta la resolución de las simulaciones, la presencia de un esferoide central modificaría muy poco los resultados de la colisión y por esta razón no fue incluido.

## Geometría de la Colisión

Dado que las orbitas parabólicas generan colas de marea prominentes [29, 30], se usa una orbita parabólica para las galaxias en colisión. Basada en la descripción dada por [31]. En el modelo usado las galaxias giran progradas con respecto a la orbita, ya que de esta forma los puentes y colas de marea se forman mejor y las galaxias enanas de larga vida se forman más fácilmente en esas condiciones [32], con una distancia inicial entre ellas de

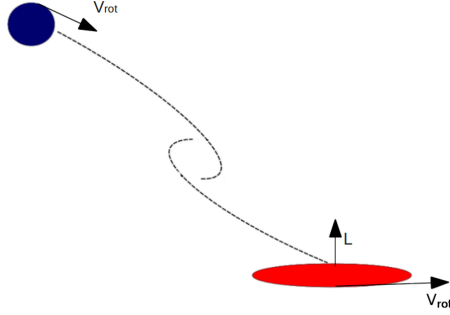


FIGURA 1. Geometría de colisión. Las líneas punteadas representan las trayectorias de las galaxias.  $L$  muestra la dirección del momentum angular de la galaxia más masiva; el momentum angular de la galaxia menos masiva sale del plano.  $V_{rot}$  es la dirección de rotación de los discos.

aproximadamente 200 kpc y en órbita parabólica. Se logra una colisión fuera de centro donde la galaxia en caída no impacta directamente con la galaxia objetivo, sino que luego de algunos pasos cerca de ella se destruye dejando su material orbitando la galaxia objetivo.

El disco de una de las dos galaxias está en un plano perpendicular al de la otra galaxia con el objetivo de que luego de la colisión la galaxia menos masiva se destruya y deje material en órbitas perpendiculares al disco de la galaxia más masiva. Un esquema de la colisión es presentado en la Figura 1.

## Simulaciones Numéricas y Resultados

Es necesario determinar el parámetro de impacto adecuado para que la colisión se desarrolle de manera tal que la organización espacial de los escombros de marea sea la apropiada. Con base en simulaciones realizadas con pocas partículas se encuentra un rango para el parámetro de impacto entre 6, 6.5 y 7 kpc. Sin embargo, se llega a la conclusión de que los últimos dos no son apropiados, puesto que dejan una pequeña galaxia remanente muy cerca de la más masiva, lo cual no concuerda con las observaciones. Por lo tanto se escogió el parámetro de impacto de 6 kpc para hacer una simulación con  $10^6$  partículas en cada galaxia, ya que permite que

la galaxia pequeña se destruya completamente dejando la mayoría del material que la conforma orbitando perpendicularmente a la galaxia más grande.

En las simulaciones con los tres parámetros de impacto arriba mencionados se evidencia una deformación del disco de la galaxia más masiva. Dicha deformación corresponde esencialmente a un engrosamiento del disco (calentamiento). Este calentamiento del disco puede ser consecuencia de la interacción de este con la galaxia menor y en cada paso perigaláctico se hace más intenso, lo cual se observa en sistemas en interacción (*galaxy harrassment*). Es posible que el calentamiento del disco sea menor si la masa de la galaxia menos masiva es aún menor a  $1/4$  de la galaxia más masiva.

Se realizó una simulación con  $10^6$  partículas con un parámetro de impacto de 6 kpc, para un tiempo de 10 Gyr. Los resultados de esta simulación (figuras 2 a 5) fueron usados para analizar la posible agrupación de estrellas alrededor de la galaxia más grande a partir de los escombros de marea dejados en la destrucción de la galaxia más pequeña durante la colisión.

Se puede observar como de 0 a 1.5 Gyr la galaxia pequeña se acerca y hace su primer paso alrededor de la galaxia más masiva. En 2 Gyr se hace evidente la formación de un puente y una cola de marea (plano x-y) constituidos por las partículas que conforman los anillos exteriores del disco de la galaxia pequeña y que perdió durante éste primer movimiento. En los planos (x-z) y (y-z) se muestra como para el mismo tiempo, las partículas arrancadas de la pequeña galaxia quedan dispersas en forma de línea recta dando indicios de una perpendicularidad entre los escombros de marea y el disco de la galaxia más masiva. También se puede apreciar como el disco de la galaxia grande es perturbado por el paso de la pequeña (plano y-z), generando deformaciones momentáneamente, ya que, 0.5 Gyr después el disco recupera su forma.

De 2.5 a 5 Gyr se observa como el puente entre las dos galaxias desaparece debido al arrastre de las partículas que lo conforman, generado por la galaxia más masiva. Al estar alejados del centro de su galaxia, los escombros son atraídos gravitacionalmente por la galaxia más grande, haciendo que se muevan como una corriente hacia ella. También de 2.5 a 7 Gyr se ve como la galaxia pequeña



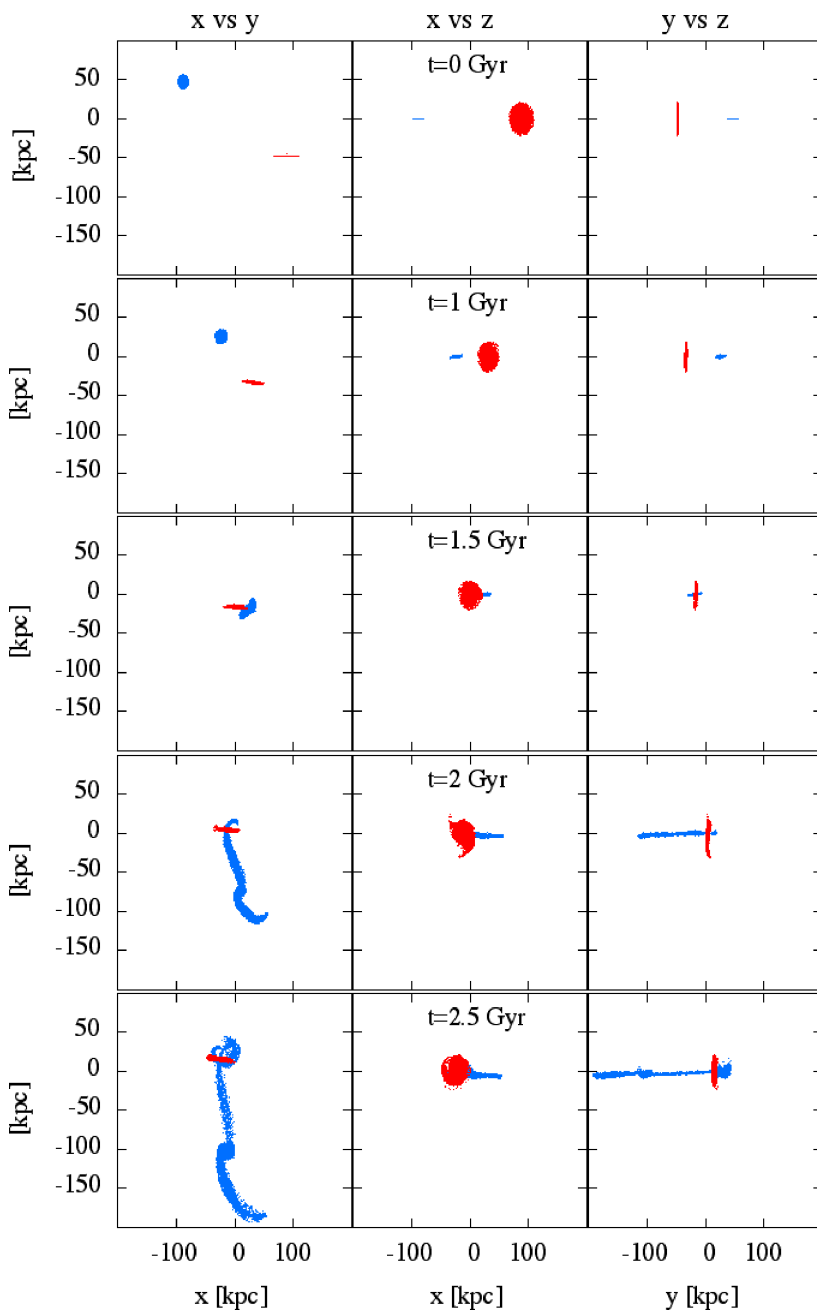


FIGURA 2. Colisión en los planos ( $xy$ ) en la columna izquierda, ( $xz$ ) en el medio y ( $yz$ ) en la derecha, de 0 a 2.5 Gyr, para un parámetro de impacto de 6 kpc. Se muestran las partículas de los discos de la galaxia mas masiva (rojo) y de la galaxia menos masiva (azul).

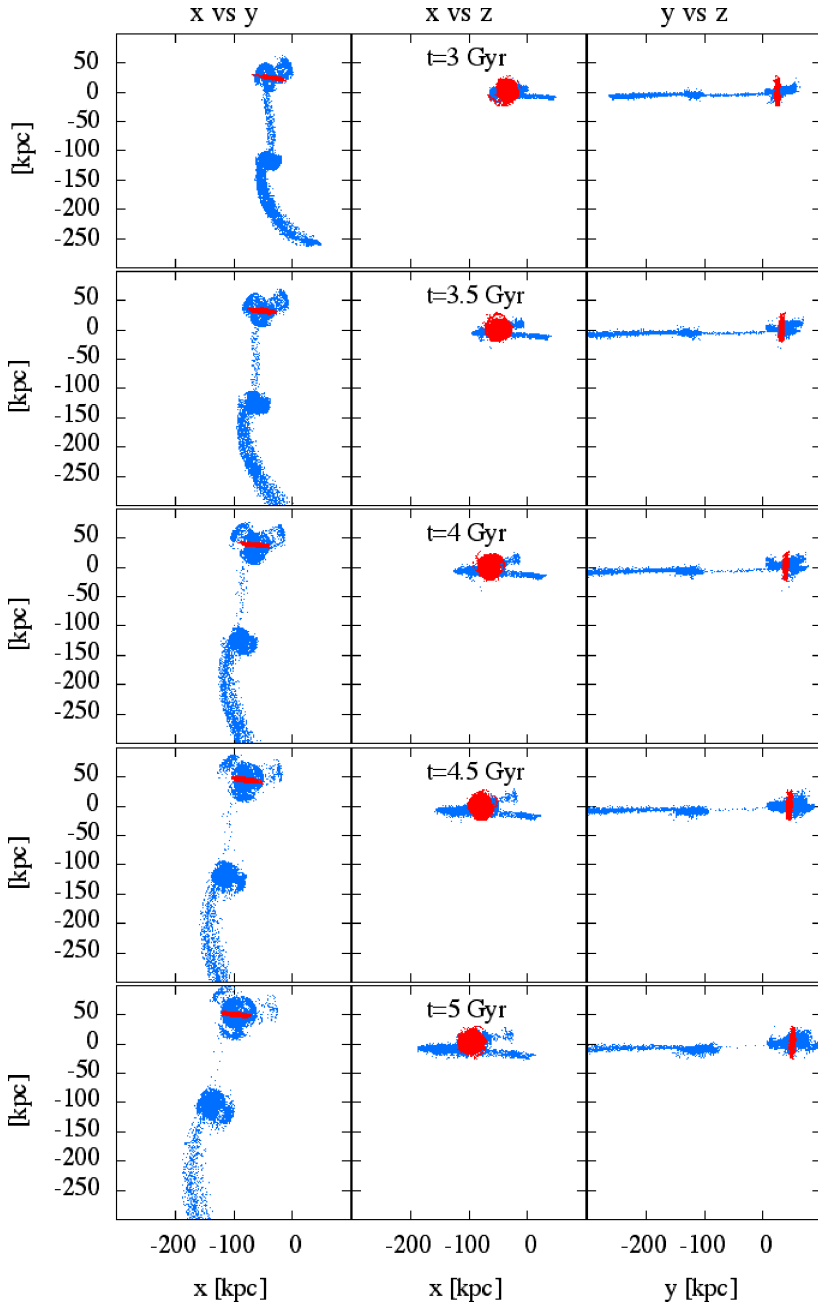


FIGURA 3. Igual que la Figura 2, para tiempos de 3 a 5 Gyr.

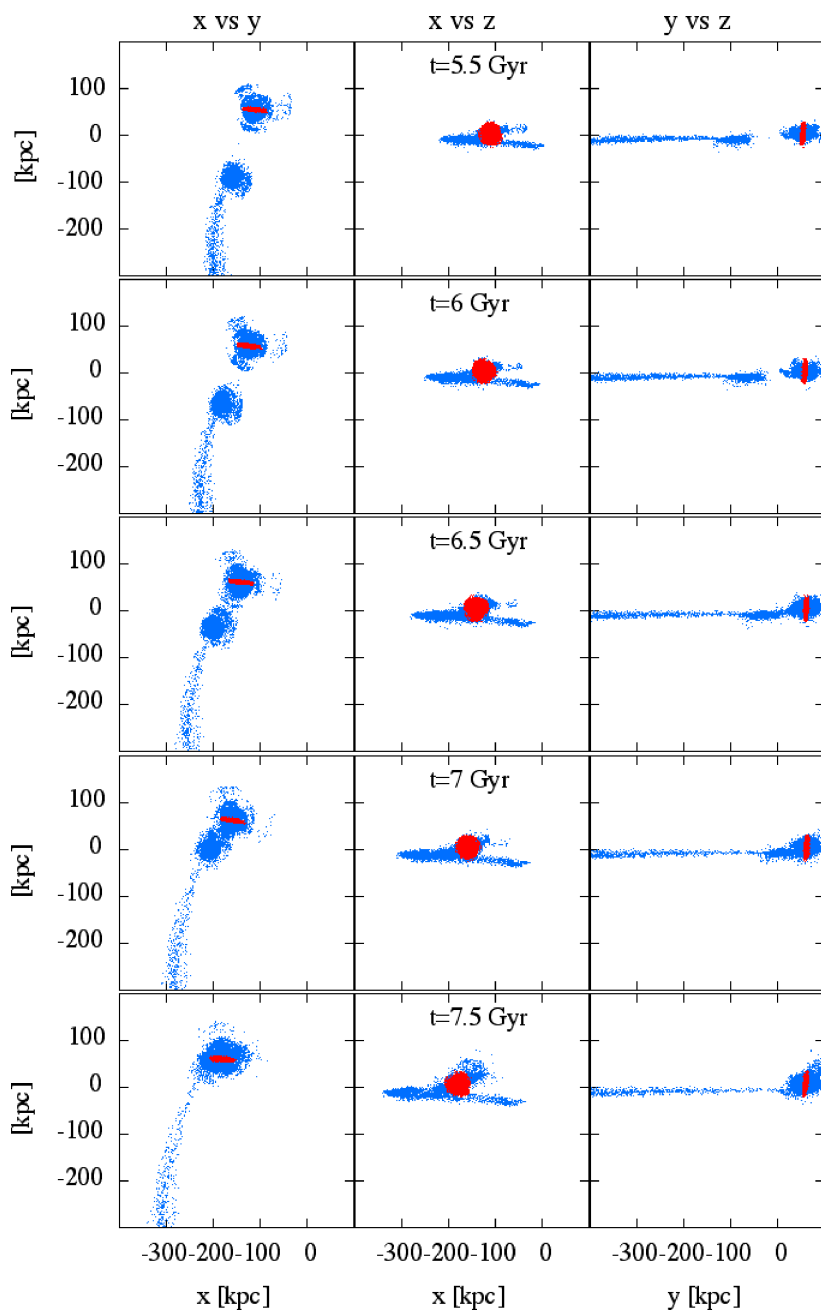


FIGURA 4. Igual que la Figura 2, para tiempos de 5.5 a 7.5 Gyr.

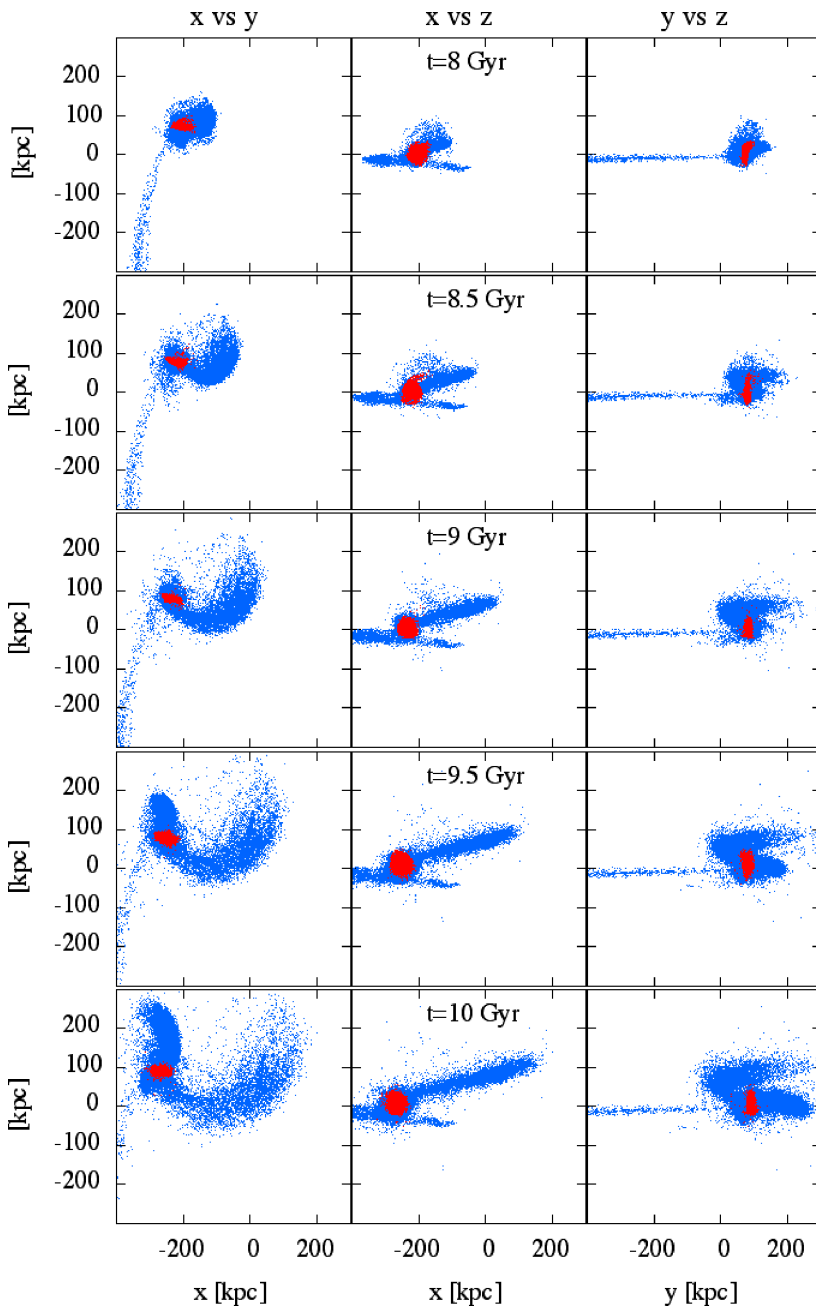


FIGURA 5. Igual que la Figura 2, para tiempos de 8 a 10 Gyr.

luego de su primer paso se aleja y luego regresa para colisionar de nuevo con la más masiva entre 7.5 y 8 Gyr. Durante esta segunda colisión se puede ver que la galaxia pequeña pierde de nuevo gran cantidad de partículas que son atrapadas por la galaxia más masiva y también, como el disco de la galaxia grande presenta de nuevo una deformación (plano y-z) que se hace más notoria y al contrario de la anterior, no desaparece.

A los 8.5 Gyr se ve como después de la segunda colisión se genera una cola de marea acompañada de un pequeño núcleo que luego desaparece en  $\sim 9$  Gyr cuando el remanente colisiona por tercera vez con la galaxia más grande. En ese momento la galaxia pequeña se destruye completamente dejando una gran acumulación de partículas sobre el disco de la más masiva y una deformación del mismo más notoria, que se mantiene hasta el final de la simulación.

## Grupos

Con los resultados de la simulación con un millón de partículas se hizo un análisis de los posibles grupos de partículas que pudieran formarse a partir de los escombros dejados por la colisión. Para esto se uso el algoritmo *friends-of-friends* (*fof*), que sirve para encontrar grupos de partículas dado un parámetro de relación ( $e$ ) y un número mínimo de miembros. El parámetro de relación da cuenta de la distancia entre las partículas que conforman el grupo y el número de miembros da cuenta de la cantidad mínima de partículas en él. Para el parámetro de relación se tomó como referencia la distancia media entre estrellas en la Vía Láctea, que es del orden de  $10^{-3}$  kpc. Para el número de miembros, se consideró el hecho de que la masa mínima de una enana satélite de la Vía Láctea es del orden de  $10^7 M_{\odot}$  y que dicha masa es resultado de la unión de masa estelar, gas y polvo, así que solo para la masa estelar se consideró un valor del orden de  $10^6 M_{\odot}$ . Dado que la masa de las partículas usada para la construcción de las galaxias es de  $2,16 \times 10^4 M_{\odot}$ , aproximadamente con 50 miembros por grupo de dichas partículas, se completa la cuota de masa estelar ya mencionada.

No se encontraron grupos para  $e \sim 10^{-3}$  kpc. El primer grupo se encontró para  $e \sim 10^{-2}$  kpc y el mayor número de grupos que fue

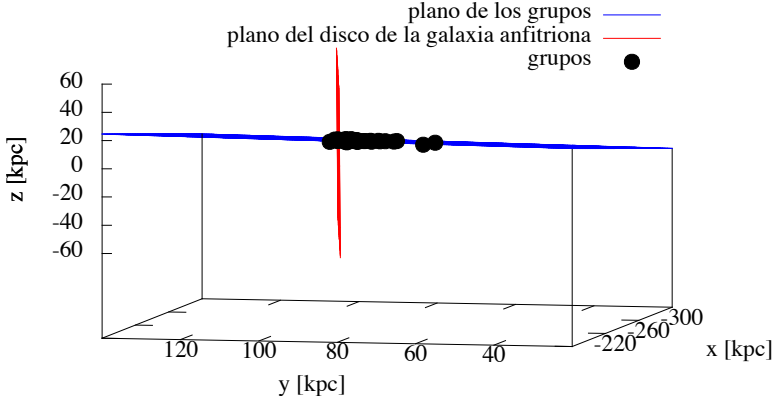


FIGURA 6. Vista en 3D del plano del disco de la galaxia anfitriona, del plano definido por los grupos y del conjunto de grupos.

de 298, que se encontró para un  $e = 5,5 \times 10^{-1}$  kpc. Se encontró que la distribución espacial de los grupos respecto a la la galaxia nodriza no cambia considerablemente con el parámetro de relación. Por lo tanto, se puede afirmar que los grupos hallados con el *fof* se encuentran ubicados en un plano aparentemente perpendicular a la galaxia y que dicha perpendicularidad se conserva para los diferentes parámetros de relación y para los diferentes números de grupos que puedan ser hallados con relación a dicho parámetro.

Se determinó el plano sobre el que se encuentra el disco de la galaxia nodriza y el plano donde yace el conjunto de grupos. Para el plano de los grupos, se tomó un conjunto de grupos hallados con un parámetro de relación de  $e = 3 \times 10^{-2}$ . Se encontró que el ángulo entre los dos planos es  $\sim 85^\circ$ . Por lo tanto se puede afirmar que el plano del disco de la galaxia nodriza y el plano de los grupos son casi perpendiculares (Figura 6).

## Conclusiones

Se realizó un estudio mediante simulaciones numéricas de N-cuerpos de la colisión fuera de centro de dos galaxias de disco con el fin de determinar si es posible que grupos de partículas formados a partir de los escombros de marea puedan ser comparables con las galaxias

enanas satélites de la la Vía Láctea. Se mostró que la relación de 4 a 1 en las masas de las galaxias en colisión permite que al final de la misma la galaxia más masiva sobreviva, mientras que la menos masiva se destruye dejando su material orbitando alrededor de la nodriza. Se mostró que al orientar las galaxias perpendicularmente entre si antes de la colisión, se generan escombros de marea también orientados perpendicularmente a la galaxia nodriza.

Se usó del algoritmo *fof* para encontrar grupos de partículas con masas del orden de  $10^6 M_{\odot}$  y se hallaron varios conjuntos de grupos en una distribución espacial asimétrica, donde todos los conjuntos de grupos encontrados mostraron la misma distribución espacial sobre un plano casi perpendicular al disco de la galaxia más masiva. Se observa una gran cantidad de grupos muy cerca del centro de la galaxia nodriza, que no muestra similitud con las dSph de la Vía Láctea y que dan cuenta de una posible mezcla entre las estrellas de las galaxias involucradas. De igual forma, el número de grupos encontrados alrededor de la galaxia nodriza es mucho mayor que el número de galaxias satélite reportado a partir de observaciones. Se evidencia un calentamiento del disco de la galaxia nodriza después de cada paso pericéntrico de la galaxia menos masiva y dado que la Vía Láctea posee un disco grueso, podría pensarse que dicho disco es también la evidencia de un posible calentamiento resultante de una colisión fuera de centro.

Se encontró similitud con el disco de satélites de la Vía Láctea solamente con relación a la perpendicularidad entre el plano de los grupos encontrados y el disco de la galaxia más masiva. Este trabajo se puede extender mediante simulaciones con otras razones de masa entre las galaxias iniciales mayores a 4 a 1 en busca de una mayor similitud con las observaciones.

## Referencias

- [1] M. L. Mateo, *Annu. Rev. Astron. Astrophys.* **36**, 435 (1998).
- [2] G. S. Da Costa, in *The Third Stromlo Symposium: The Galactic Halo*, Astronomical Society of the Pacific Conference Series, Vol. 165, edited by B. K. Gibson, R. S. Axelrod, and M. E. Putman (1999) p. 153.
- [3] P. Kroupa, *New Astron.* **2**, 139 (1997).

- [4] R. A. Casas, V. Arias, K. Peña Ramírez, and P. Kroupa, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 3289 (2012).
- [5] B. Moore, S. Ghigna, F. Governato, G. Lake, T. Quinn, J. Stadel, and P. Tozzi, *Astrophys. J. Lett.* **524**, L19 (1999).
- [6] A. Klypin, A. V. Kravtsov, O. Valenzuela, and F. Prada, *Astrophys. J.* **522**, 82 (1999).
- [7] C. Palma, S. R. M. J. ewski, and K. V. Johnston, *Astrophys. J.* **564**, 736 (2002).
- [8] P. Kroupa, C. Theis, and C. M. Boily, *Astron. Astrophys.* **431**, 517 (2005).
- [9] M. Metz, P. Kroupa, C. Theis, G. Hensler, and H. Jerjen, *Astrophys. J.* **697**, 269 (2009).
- [10] L. V. Sales, J. F. Navarro, A. P. Cooper, S. D. M. White, C. S. Frenk, and A. Helmi, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **418**, 648 (2011).
- [11] D. Lynden-Bell, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **174**, 695 (1976).
- [12] D. Lynden-Bell and R. M. Lynden-Bell, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **275**, 429 (1995).
- [13] B. Willman, M. R. Blanton, A. A. West, J. J. Dalcanton, D. W. Hogg, D. P. Schneider, N. Wherry, B. Yanny, and J. Brinkmann, *Astron. J.* **129**, 2692 (2005).
- [14] B. Willman, J. J. Dalcanton, D. Martinez-Delgado, A. A. West, M. R. Blanton, D. W. Hogg, J. C. Barentine, H. J. Brewington, M. Harvanek, S. J. Kleinman, J. Krzesinski, D. Long, J. Eric H. Neilsen, A. Nitta, and S. A. Snedden, *Astrophys. J. Lett.* **626**, L85 (2005).
- [15] V. Belokurov, D. B. Zucker, N. W. Evans, M. I. Wilkinson, M. J. Irwin, S. Hodgkin, D. M. Bramich, J. M. Irwin, G. Gilmore, B. Willman, *et al.*, *Astrophys. J. Lett.* **647**, L111 (2006).
- [16] V. Belokurov, D. B. Zucker, N. W. Evans, J. T. Kleyna, S. Koposov, S. T. Hodgkin, M. J. Irwin, G. Gilmore, M. I. Wilkinson, M. Fellhauer, *et al.*, *Astrophys. J.* **654**, 897 (2007).
- [17] V. Belokurov, M. G. Walker, N. W. Evans, D. C. Faria, G. Gilmore, M. J. Irwin, S. Koposov, M. Mateo, E. Olszewski,



- and D. B. Zucker, *Astrophys. J. Lett.* **686**, L83 (2008).
- [18] T. Sakamoto and T. Hasegawa, *Astrophys. J. Lett.* **653**, L29 (2006).
- [19] D. B. Zucker, V. Belokurov, N. W. Evans, M. I. Wilkinson, M. J. Irwin, T. Sivarani, S. Hodgkin, D. M. Bramich, J. M. Irwin, G. Gilmore, *et al.*, *Astrophys. J. Lett.* **643**, L103 (2006).
- [20] D. B. Zucker, V. Belokurov, N. W. Evans, J. T. Kleyna, M. J. Irwin, M. I. Wilkinson, M. Fellhauer, D. M. Bramich, G. Gilmore, H. J. Newberg, *et al.*, *Astrophys. J. Lett.* **650**, L41 (2006).
- [21] S. M. Walsh, H. Jerjen, and B. Willman, *Astrophys. J. Lett.* **662**, L83 (2007).
- [22] D. G. York, J. Adelman, J. John E. Anderson, S. F. Anderson, J. Annis, N. A. Bahcall, J. A. Bakken, R. Barkhouser, S. Bastian, E. Berman, *et al.*, *Astron. J.* **120**, 1579 (2000).
- [23] J. K. Adelman-McCarthy, M. A. Agueros, S. S. Allam, C. A. Prieto, K. S. Anderson, S. F. Anderson, J. Annis, N. A. Bahcall, C. A. L. Bailer-Jones, I. K. Baldry, *et al.*, *Astrophys. J. Suppl. S.* **175**, 297 (2008).
- [24] V. Springel, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **364**, 1105 (2005).
- [25] L. Hernquist, *Astrophys. J.* **356**, 359 (1990).
- [26] L. Hernquist, D. N. Spergel, and J. S. Heyl, *Astrophys. J.* **416**, 415 (1993).
- [27] V. Springel, T. Di Matteo, and L. Hernquist, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **361**, 776 (2005).
- [28] V. Springel and S. D. M. White, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **307**, 162 (1999).
- [29] A. Toomre and J. Toomre, *Astrophys. J.* **178**, 623 (1972).
- [30] J. Binney and S. Tremaine, *Galactic Dynamics* (Princeton Univ. Press, 1994).
- [31] P. van de Kamp, *Elements of Astromechanics* (W. H. Freeman and Company, 1964).
- [32] F. Bouchard and P. Duc, *Astron Astrophys* **456**, 481 (2006).