

DINÁMICA Y ENTRELAZAMIENTO DE DOS PUNTOS CUÁNTICOS INTERACTUANTES EN UNA NANO-CAVIDAD POR MEDIO DE ASISTENCIA FONÓNICA

DYNAMICS AND ENTANGLEMENT OF TWO INTERACTING QUANTUM DOTS IN A NANOCAVITY VIA PHONONIC ASSISTANCE

Santiago E. Arteaga^{†‡}, Edgar A. Gómez[§], William J. Herrera[‡]
Herbert Vinck-Posada[‡]

[†]Grupo de Superconductividad y Nanotecnología, Departamento de Física, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia.

[‡]Grupo de Óptica e Información Cuántica, Departamento de Física, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia.

[§]Programa de Física, Universidad del Quindío, Armenia, Colombia.

(Recibido: Junio/2014. Aceptado: Agosto/2014)

Resumen

Se propone un modelo teórico para estudiar la dinámica de un sistema de dos puntos cuánticos embebidos en una nanocavidad, los cuales interactúan a través de los acoples tipo Förster, interacción dipolar y asistencia fonónica. El modelo incorpora las pérdidas de fotones, creación y emisión espontánea de excitones por medio del formalismo de la ecuación maestra en la forma de Lindblad. Se encuentra que la dinámica del sistema es fuertemente influenciada por las interacciones tipo Förster y fonónica, lo cual es evidenciado en los elementos diagonales de la matriz densidad y las relaciones de dispersión del sistema. Se cuantifica el entrelazamiento del sistema por medio de la concurrencia y se observa que la interacción Förster favorece el entrelazamiento en el régimen de alta excitación, contrario al efecto inducido por la asistencia fonónica que tiende a reducirlo.

Palabras clave: Entrelazamiento, puntos cuánticos, nanocavidad, interacción Förster, Asistencia fonónica a la cavidad

Abstract

We propose a theoretical model for studying the dynamics of two-quantum dots system embedded in a nanocavity, which are coupled by Förster, dipolar interactions and the phonon assisted cavity feeding. The model takes into account photons losses, pumping and spontaneous emission of excitons via the Lindblad master equation formalism. The dynamics of the system is strongly influenced by the Förster and phononic interactions, and it is evidenced in the diagonal elements of the density matrix and the dispersion relation of the system. The entanglement of the system is quantified by the concurrence, and it is shown that the Förster interaction improves the entanglement in high excitation regime, in contrast to the effect due to the phonon assisted cavity feeding that tends to reduce it.

Keywords: Entanglement, quantum dots, nanocavity, Förster interaction, phonon assisted cavity feeding.

Introducción

En los últimos años, muchas investigaciones se han enfocado en el estudio de la electrodinámica cuántica de nanocavidades y cristales fotónicos, lo cual ha permitido un mejor entendimiento de la interacción radiación-materia. Por ejemplo, láseres de un átomo, bloqueo de fotones y el efecto Purcell [1–4], todos éstos fenómenos han sido encontrados en modelos que consideran un sólo punto cuántico en la cavidad, el cual se acopla a un modo del campo por medio de la interacción Jaynes-Cummings[5].

Recientes investigaciones han considerado múltiples puntos cuánticos interactuantes en una nanocavidad con diferentes enfoques teóricos como el modelo de Dick [3] o interacción tipo Förster [6], por otro lado propuestas teóricas mas realistas consideran la interacción punto cuántico-cavidad por medio de asistencias fonónicas, lo cual ha dado origen a nuevos

comportamientos, tales como la asimetría respecto a la diferencia de frecuencia punto cuántico-cavidad, y dinámica fuera de la resonancia [7–9]. Si bien es cierto que son muchas las investigaciones realizadas en estos sistemas, no se ha llevado a cabo un estudio de múltiples puntos cuánticos interactuantes, en donde se involucren todas las interacciones antes mencionadas. En éste trabajo se estudia la dinámica del sistema de dos puntos cuánticos incrustados en una nanocavidad por medio del formalismo de la ecuación maestra y se considera la interacción dipolar, asistencia fonónica punto cuántico-cavidad, e intercambio resonante de energía entre los puntos cuánticos. En la Sección 1 se presenta el modelo teórico y las relaciones de dispersión. En la Sección 2 se incluyen los términos decoherentes, y se estudia la dinámica disipativa mediante el formalismo de la ecuación maestra, posteriormente, en la Sección 3 se presenta el criterio del entrelazamiento para el sistema bipartito (entre puntos cuánticos). En la Sección 4 se presentan los resultados de la dinámica y entrelazamiento del sistema. Finalmente, se presentan las conclusiones en la Sección 5.

1. Hamiltoniano del sistema y relaciones de dispersión

Consideremos un sistema compuesto por dos puntos cuánticos embebidos en una nanocavidad, los cuales se encuentran acoplados por medio de interacción tipo Förster, Jaynes-Cummings y asistencia fonónica decoherente entre un punto cuántico y la cavidad. En la Fig. 1 se muestra el diagrama del sistema físico a considerar, con sus respectivos mecanismos de pérdida y bombeo del sistema QD-nanocavidad (QD en inglés quantum dot).

En la aproximación de onda rotante el Hamiltoniano del sistema se escribe como (se ha tomado $\hbar = 1$)

$$\begin{aligned} \hat{H} = & \omega \hat{a}^\dagger \hat{a} + \omega_1 \hat{\sigma}_1^\dagger \hat{\sigma}_1 + \omega_2 \hat{\sigma}_2^\dagger \hat{\sigma}_2 + g_1 (\hat{a}^\dagger \hat{\sigma}_1 + \hat{a} \hat{\sigma}_1^\dagger) \\ & + g_2 (\hat{a}^\dagger \hat{\sigma}_2 + \hat{a} \hat{\sigma}_2^\dagger) + \Gamma (\hat{\sigma}_1^\dagger \hat{\sigma}_2 + \hat{\sigma}_1 \hat{\sigma}_2^\dagger) \end{aligned} \quad (1)$$

donde $\hat{\sigma}^\dagger = |X\rangle\langle G|$ y $\hat{\sigma} = |G\rangle\langle X|$ son los operadores excitónicos para cada uno de los puntos cuánticos. \hat{a}^\dagger (\hat{a}) es el operador bosónico de creación (destrucción), que genera estados

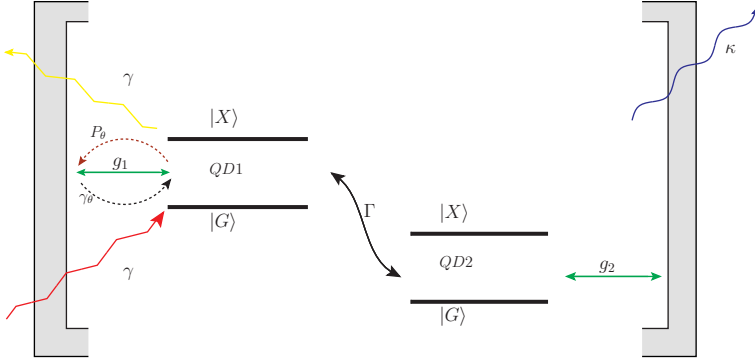


FIGURA 1. Esquema representativo del sistema nanocavidad-puntos cuánticos.

fotónicos en la cavidad. Las frecuencias propias del sistema son ω_1 , ω_2 y ω , y corresponden a los dos puntos cuánticos y la cavidad. Adicionalmente, los términos g_1 y g_2 corresponden a las interacciones dipolares tipo Jaynes-Cummings átomo-campo y Γ corresponde a la interacción Föster átomo-átomo. El Hamiltoniano Eq. (1) puede ser escrito en la base de estados desnudos $\{|G\rangle, |X\rangle\} \otimes \{|G\rangle, |X\rangle\} \otimes \{|n\rangle\}_{n=0}^{\infty}$, como una matriz diagonal por bloques. El término matricial correspondiente al n -ésimo bloque, es decir, variedad de excitación n es:

$$\hat{H}^{(n)} = \begin{pmatrix} n\omega & g_1\sqrt{n} & g_2\sqrt{n} & 0 \\ g_1\sqrt{n} & \omega_1 + (n-1)\omega & \Gamma & g_2\sqrt{n-1} \\ g_2\sqrt{n} & \Gamma & \omega_2 + (n-1)\omega & g_1\sqrt{n-1} \\ 0 & g_2\sqrt{n-1} & g_1\sqrt{n-1} & \omega_1 + \omega_2 + (n-2)\omega \end{pmatrix}, \quad (2)$$

junto con el conjunto de estados $\{|G, G, n\rangle, |G, X, n-1\rangle, |X, G, n-1\rangle, |X, X, n-2\rangle\}$. Para el caso $g_1 = g_2$, $\omega_1 = \omega_2 = \omega + \Delta$, $\omega = 0$ se obtienen las autoenergías asociadas a cada variedad de excitación del sistema. En la Fig. 2 se muestran las autoenergías del sistema versus la frecuencia del punto cuántico. En el panel (a) se considera variedad de excitación $n = 1$. Sin la interacción tipo Föster se evidencian los anticruces entre dos de las autoenergías. El máximo acercamiento se presenta en resonancia $\Delta = 0$. Cuando la interacción Föster es diferente de cero, y el sistema se encuentra lejos de la resonancia, la distancia entre los autovalores de mayor y menor energía aumenta. Además se presenta un solapamiento

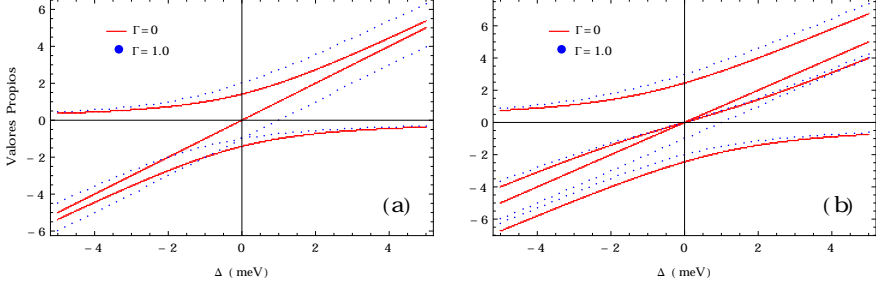


FIGURA 2. Relación de dispersión en función de la frecuencia. Los parámetros del sistema son $\omega = 0$, $g = 1\text{meV}$. Panel (a) variedad de excitación $n = 1$. Panel (b) variedad de excitación $n = 2$.

entre las autoenergías mas bajas para un valor $\Delta = 0$, cuando $\Gamma = g$ ó para $\Delta < 0$ cuando se tiene $\Gamma < g$.

En el panel (b) se considera variedad de excitación $n = 2$. Sin la interacción tipo Förster se mantiene el anticruce en dos de las autoenergías y se presenta un cruce entre los otros dos autovalores. Por otro lado, cuando se considera interacción QD-QD, se encuentra que el acople Förster entre puntos cuánticos induce un cambio en el comportamiento de los autoestados polaritónicos. Para valores pequeños de Γ los dos autovalores que presentaban un cruce tienden a solaparse (para $\Delta > 0$). Para valores altos de Γ , se recupera el cruce entre las autoenergías mas bajas.

2. Ecuación maestra

Se modela el sistema QD-QD-Cavidad como un sistema cuántico abierto por medio de la ecuación maestra en la forma de Lindblad, considerando los reservorios Markovianos correspondientes a la pérdida o ganancia de excitones del entorno, pérdida de fotones, y en particular se considera asistencia fonónica a la cavidad, que posibilita el intercambio decoherente de estados punto-cuántico cavidad a través de la emisión u absorción de fonones. El término Hamiltoniano bajo aproximación de onda rotante es $\hat{H}_\theta = \sum_j g_\theta (\hat{b}_j^\dagger \hat{a} \hat{\sigma}^\dagger + \hat{b}_j \hat{a}^\dagger \hat{\sigma})$, donde \hat{b}_j^\dagger (\hat{b}_j) corresponde a los operadores de creación (destrucción) del entorno. La ecuación maestra del sistema

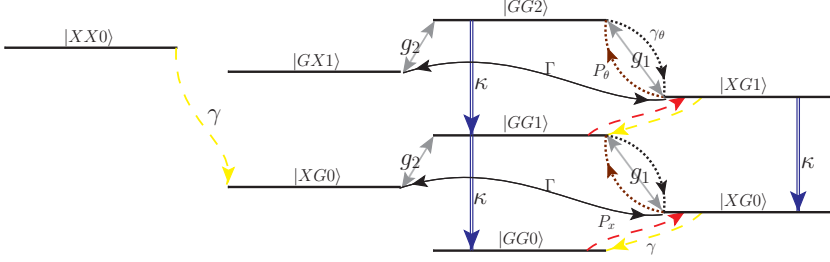


FIGURA 3. Torre de estados del sistema QD-QD-Cavidad. g_1 y g_2 son las interacciones Jaynes-Cummings entre cada QD y la cavidad, Γ la interacción Förster, γ y P corresponden a la creación o recombinación de estados excitónicos del QD1, κ representa la disipación de fotones y γ_θ , P_θ los bombeos fonónicos.

toma la forma,

$$\frac{d\hat{\rho}}{dt} = i[\hat{\rho}, \hat{H}] + \frac{\kappa}{2}\mathcal{L}(\hat{a}) + \frac{\hat{\gamma}}{2}\mathcal{L}(\hat{\sigma}) + \frac{P}{2}\mathcal{L}(\hat{\sigma}^\dagger) + \frac{\gamma_\theta}{2}\mathcal{L}(\hat{a}\hat{\sigma}^\dagger) + \frac{P_\theta}{2}\mathcal{L}(\hat{a}^\dagger\hat{\sigma}), \quad (3)$$

donde los términos Lindbladianos γ , κ , P , γ_θ , P_θ corresponden a la disipación del primer punto cuántico, pérdida de fotones de la cavidad, bombeo de excitones al primer punto cuántico, asistencia fonónica al primer punto cuántico y a la cavidad, respectivamente. El super-operator de Lindblad \mathcal{L} viene dado por: $\mathcal{L}(\hat{O}) = 2\hat{O}\hat{\rho}\hat{O}^\dagger - \hat{O}^\dagger\hat{O}\hat{\rho} - \hat{\rho}\hat{O}^\dagger\hat{O}$. La torre de estados del sistema se muestra en la Fig. 3, donde se identifican las interacciones y estados del sistema.

3. Matriz densidad reducida y medida del entrelazamiento por medio de la concurrencia

La matriz densidad reducida del sistema QD-QD se define como

$$\hat{\rho}_{\alpha,\beta,\alpha',\beta'} = \sum_m \langle m | \hat{\rho}_{\alpha,\beta,m,\alpha',\beta',m} | m \rangle, \quad (4)$$

donde los índices griegos indican los estados excitónicos. El entrelazamiento del sistema bipartito correspondiente a los dos qubits (QDs) se cuantifica por medio de la concurrencia. Siguiendo a Wootters [10], se establece que $C(\hat{\rho}^{AB}) = \max\{0, \lambda_4 - \lambda_3 - \lambda_2 -$

$\lambda_1\}$, donde λ son los autovalores de la matriz $\hat{\rho}^{AB}\hat{\rho}_{\star}^{AB}$ en orden decreciente, y $\hat{\rho}_{\star}^{AB} = (\hat{\sigma}_y^1 \otimes \hat{\sigma}_y^2)\hat{\rho}^{*AB}(\hat{\sigma}_y^1 \otimes \hat{\sigma}_y^2)$, donde $\hat{\rho}^{*AB}$ es la matriz conjugada de $\hat{\rho}^{AB}$. Los operadores $\hat{\sigma}_y$ corresponden a las matrices de Pauli.

4. Resultados y discusión

4.1. Poblaciones de la matriz densidad

En la Fig. 4 panel (a), se muestra el comportamiento de las 20 primeras poblaciones para el régimen de alta excitación, con los valores de los parámetros fijados en: $g_1 = 1meV$, $\omega = 1000meV$, $\omega_1 = \omega_2 = 995meV$, $g_2 = 2meV$, $\Gamma = 5,0meV$, $P_\theta = 2,5meV$, $\gamma_\theta = 2,5meV$, $\gamma = 0,1meV$, $P = 15,0meV$, $\kappa = 0,1meV$. Se observa que sin interacción Förster ni asistencia fonónica, surgen dos regiones correspondientes a los estados base (menos intensos) y excitados (menores tiempos) de los puntos cuánticos. En el panel (b) se incluye la interacción tipo Förster y se observa que la región correspondiente al estado base se conserva por mayor tiempo, debido a la dinámica entre los QDs. El panel (c) incluye la interacción fonónica y se observa que la dinámica de las poblaciones se amplifica durante tiempos cortos, pero se aumenta significativamente el decaimiento de las mismas. En el panel (d) se elimina la interacción dipolar QD1-Cavidad y la interacción Förster entre los dos QDs. Se recupera la dinámica presentada en el panel (c), lo cual indica que la asistencia fonónica es la responsable de mediar la interacción entre los QDs, sin necesidad de las interacciones dipolar o Förster.

4.2. Cuantificación del Entrelazamiento

En la Fig. 5 panel (a), se muestra la concurrencia como función del tiempo (Ver sección 3), donde se observa que en el régimen de baja excitación el mecanismo de acople entre los QDs es la interacción con la cavidad, por lo tanto el mayor entrelazamiento se encuentra cuando $\Gamma = \gamma_\theta = P_\theta = 0$. En el panel (b), se observa que en el régimen de alta excitación el acople entre los QDs es mediado

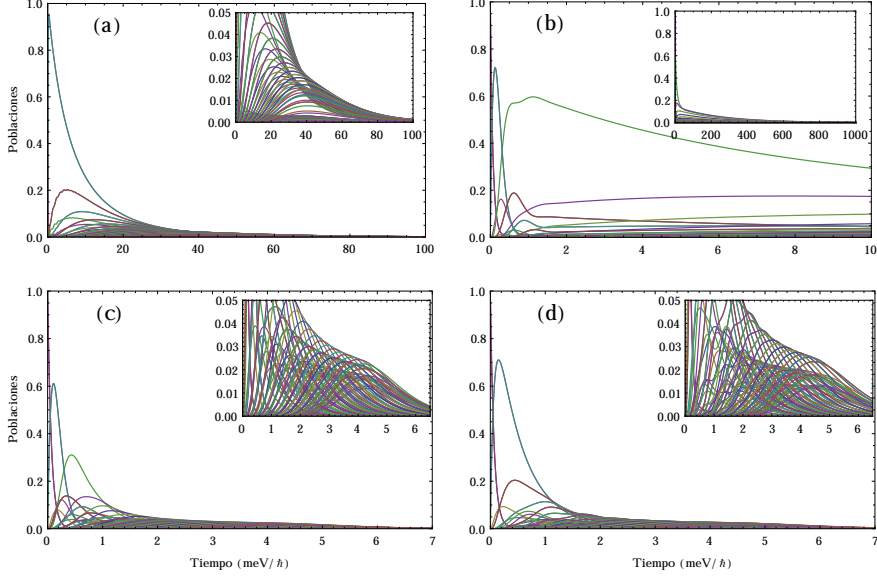


FIGURA 4. Evolución temporal de las poblaciones en régimen de alta excitación con $\omega = 1000\text{meV}$, $\omega_1 = \omega_2 = 995\text{meV}$, $g_2 = 2\text{meV}$, $\gamma = 0,1\text{meV}$, $P = 15,0\text{meV}$, $\kappa = 0,1\text{meV}$. Panel (a), $\Gamma = \gamma_\theta = P_\theta = 0$, $g_1 = 1\text{meV}$. Panel (b), $\gamma_\theta = P_\theta = 0$, $\Gamma = 5,0\text{meV}$, $g_1 = 1\text{meV}$. Panel (c) $\Gamma = 5,0\text{meV}$, $\gamma_\theta = 2,5\text{meV}$, $P_\theta = 2,5\text{meV}$, $g_1 = 1\text{meV}$. En el panel (d) $\Gamma = g_1 = 0$, $\gamma_\theta = 2,5\text{meV}$, $P_\theta = 2,5\text{meV}$.

por la interacción Förster, y en forma decoherente a través de la asistencia fonónica.

5. Conclusiones

En las relaciones de dispersión del sistema, se encuentra que la interacción Förster modifica el comportamiento de los autoestados del sistema, favoreciendo el anticruce entre las autoenergías mas bajas. La asistencia fonónica es el principal mecanismo de interacción entre los QDs, y permite ligar los puntos cuánticos sin necesidad de interacción dipolar o Förster. En el régimen de baja excitación la interacción Förster reduce el entrelazamiento, y en el régimen de alta excitación el entrelazamiento es máximo cuando se considera interacción Förster y se elimina la asistencia fonónica.

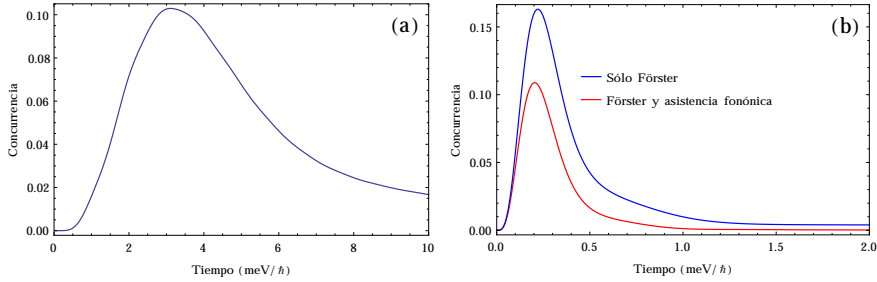


FIGURA 5. Concurrencia en función del tiempo, con estado inicial $\rho_{G_0G_0}$, para (a) Régimen de baja excitación, $g_1 = 1\text{meV}$, $\omega = 1000\text{meV}$, $\omega_1 = \omega_2 = 995\text{meV}$, $g_2 = 2\text{meV}$, $\gamma = 0,1\text{meV}$, $P = 1,0\text{meV}$, $\kappa = 0,5\text{meV}$. (b) Régimen de alta excitación, $g_1 = 1\text{meV}$, $\omega = 1000\text{meV}$, $\omega_1 = \omega_2 = 995\text{meV}$, $g_2 = 2\text{meV}$, $\Gamma = 5,0\text{meV}$, $P_\theta = 2,5\text{meV}$, $\gamma_\theta = 2,5\text{meV}$, $\gamma = 0,1\text{meV}$, $P = 15,0\text{meV}$, $\kappa = 0,1\text{meV}$.

Agradecimientos

Los autores SEA y EAG agradecen el apoyo económico brindado por la Universidad del Quindío. Éste trabajo fue financiado por el proyecto de Colciencias con código 110156933525, número de contrato 026 – 2013, y código HERMES 17432. Además, HVP agradece el apoyo técnico y computacional del Grupo de Óptica e Información Cuántica.

Referencias

- [1] G. Cao, Z. Yu, Y. Liu, W. Yao, and X. Xin, Physica B **406**, 3805 (2011).
- [2] F. P. Laussy, E. del Valle, and J. J. Finley, Proc. SPIE **8255**, 82551G (2012).
- [3] F. P. Laussy, A. Laucht, E. del Valle, J. J. Finley, and J. M. Villas-Bôas, Phys. Rev. B **84**, 195313 (2011).
- [4] M. Yamaguchi, T. Asano, and S. Noda, Rep. Prog. Phys. **75**, 096401 (2012).
- [5] J. I. Perea, D. Porras, and C. Tejedor, Phys. Rev. B **70**, 115304 (2004).

- [6] P. C. Cárdenas, N. Quesada, H. Vinck-Posada, and B. A. Rodríguez, J. Phys. Condens. Mat. **23**, 265304 (2011).
- [7] U. Hohenester, Phys. Rev. B **81**, 155303 (2010).
- [8] A. Majumdar, E. D. Kim, Y. Gong, M. Bajcsy, and J. Vučković, Phys. Rev. B **84**, 085309 (2011).
- [9] C. Roy and S. Hughes, Phys. Rev. X **1**, 021009 (2011).
- [10] W. K. Wootters, Phys. Rev. Lett. **80**, 2245 (1998).