

# COTAS DE LOS ACOPLÉS CUÁRTICOS DEL POTENCIAL DE HIGGS EN UN MODELO EXTENDIDO POR DOS SINGLETES

## BOUNDS ON THE QUARTIC COUPLINGS OF THE HIGGS POTENTIAL IN A MODEL EXTENDED BY TWO SINGLETES

**Roberto E. Martínez, Fredy A. Ochoa, Cristian F. Sierra**

Departamento de Física, Universidad Nacional de Colombia, Ciudad Universitaria, Bogotá  
D.C., Colombia.

(Recibido: Febrero/2015. Aceptado: Junio/2015)

### Resumen

En este trabajo se presentan los métodos para calcular las cotas tanto superiores como inferiores de los parámetros cuárticos del potencial de Higgs aplicando el método LQT y criterios de positividad respectivamente. Se propone una extensión del Modelo Estándar minimal mediante dos campos escalares singletes complejos, uno o ambos candidatos a materia oscura, determinando restricciones a los parámetros cuárticos escalares.

**Palabras clave:** Física del bosón de Higgs, Materia oscura.

### Abstract

A review on the methods to computing bounds from above as well as below of the quartic couplings of the Higgs potential is presented applying the LQT method and positivity criterions respectively. It is proposed an extension of the minimal standard model by two scalar complex singlet fields, one or both dark matter candidates determining the bounds of the scalar quartic couplings.

**Keywords:** Higgs boson Physics, Dark Matter.

## Introducción

En el marco de una teoría cuántica de campos con rompimiento espontáneo de la simetría, los parámetros  $\lambda_i$  de la parte cuártica del potencial de Higgs tendrán cotas superiores e inferiores debido a requerimientos de unitariedad y estabilidad respectivamente.

En el trabajo desarrollado por Lee, Quigg y Thacker [1] se presenta un método para calcular las cotas superiores, aunque originalmente fue propuesto para imponer límites al valor de la masa del bosón de Higgs. El método de LQT se basa en la condición de unitariedad de la matriz de dispersión  $S$  en el subespacio de procesos de dispersión a dos cuerpos a nivel árbol (orden cero) mediante el teorema óptico y la sustitución en el límite de altas energías (en el contexto de una teoría renormalizable) de las componentes longitudinales de los campos vectoriales bosónicos masivos, por sus respectivos bosones de Goldstone mediante el teorema de la equivalencia [2–5].

Por otro lado, las cotas inferiores pueden calcularse por diversos métodos basados en positividad [6] y copositividad [7] para asegurar la estabilidad del vacío y evitar posibles efectos de tunelamiento. El potencial de Higgs del Modelo Estándar no es estable a la escala de las teorías de gran unificación (GUT) si la masa del bosón de Higgs es tal que  $M_h < 128\text{GeV}$  ya que el acople cuártico del bosón de Higgs se hace negativo por debajo dicha escala [8]. Así, la estabilidad del vacío del modelo puede mejorarse extendiéndolo mediante campos escalares [9–11]. Además, estos campos escalares surgen como candidatos naturales a materia oscura tipo WIMP's (Weakly Interacting Massive Particles), en particular extensiones con dos campos singletes reales ya han sido propuestos en la literatura recientemente [12, 13].

Este trabajo se estructura como sigue: primero se desarrolla el método general LQT basado en el teorema óptico y el teorema de equivalencia y se aplica al Modelo Estándar y al modelo extendido por dos singletes, luego se aplica el método para las cotas por estabilidad de [6] al modelo extendido y se concluye con una discusión sobre las posibles implicaciones y aplicaciones de dichas cotas.

### Teorema óptico

La expansión en ondas planas para la matriz  $\mathcal{M}$  de un proceso dispersivo de escalares con momentos  $p_1 p_2 \rightarrow p_3 p_4$  se escribe como

$$\mathcal{M}(s, t, u) = 16\pi \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) a_l(s) P_l(\cos \theta) \quad (1)$$

donde  $s, t, u$  son las variables de Mandelstam — en particular  $s = (p_1 + p_2)^2$  (con  $c = 1$ ) —,  $a_l(s)$  es la amplitud de la onda  $l$  y  $P_l(\cos \theta)$  son los polinomios de Legendre. La sección eficaz diferencial de dispersión estará dada por

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{64\pi^2 s} |\mathcal{M}|^2. \quad (2)$$

Integrando sobre el ángulo sólido

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{(16\pi)^2}{64\pi^2 s} \int \sin \theta d\theta d\varphi \sum_{l,l'=0}^{\infty} (2l+1)(2l'+1) |a_l|^2 P_l(\cos \theta) P_{l'}(\cos \theta), \\ &= \frac{8\pi}{s} \sum_{l,l'=0}^{\infty} (2l+1)(2l'+1) |a_l|^2 \int_0^\pi P_l(\cos \theta) P_{l'}(\cos \theta) \sin \theta d\theta, \end{aligned}$$

usando la ortogonalidad de los polinomios de Legendre,

$$\int_0^\pi P_l(\cos \theta) P_{l'}(\cos \theta) \sin \theta d\theta = \frac{2\delta_{l,l'}}{2l'+1} \quad (3)$$

la sección eficaz total será

$$\sigma = \frac{16\pi}{s} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) |a_l|^2. \quad (4)$$

El teorema óptico es simplemente una forma de escribir la condición de unitariedad de la matriz de dispersión  $S$ ,  $S^\dagger S = 1$  en términos de la matriz  $\mathcal{M}$ . Con  $S = 1 + iT$  se tendrá

$$-i(T - T^\dagger) = T^\dagger T. \quad (5)$$

La expresión (5) se escribe en términos de la matriz  $\mathcal{M}$  expandiendo sobre un conjunto completo ortonormal de estados y mediante la relación

$$\langle p_3 p_4 | iT | p_1 p_2 \rangle = (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_1 + p_2 - p_3 - p_4) \cdot i\mathcal{M}(p_1, p_2 \rightarrow p_3, p_4), \quad (6)$$

así,

$$\begin{aligned} \langle p_3 p_4 | T^\dagger T | p_1 p_2 \rangle &= \sum_n \left( \prod_{i=1}^n \int \frac{d^3 q_i}{(2\pi)^3} \frac{1}{2E_i} \right) \\ &\quad \times \langle p_3 p_4 | T^\dagger | \{q_i\} \rangle \langle \{q_i\} | T | p_1 p_2 \rangle \end{aligned} \quad (7)$$

omitiendo la función delta  $(2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_1 + p_2 - p_3 - p_4)$ , se tiene

$$\begin{aligned} 2\text{Im}\mathcal{M}(p_1, p_2 \rightarrow p_3, p_4) &= \sum_n \left( \prod_{i=1}^n \int \frac{d^3 q_i}{(2\pi)^3} \frac{1}{2E_i} \right) \mathcal{M}^*(p_3, p_4 \rightarrow \{q_i\}) \\ &\quad \times \mathcal{M}(p_1, p_2 \rightarrow \{q_i\}) (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_1 + p_2 - \sum_i q_i), \end{aligned} \quad (8)$$

expresión que puede abreviarse como,

$$2\text{Im}\mathcal{M}(a \rightarrow b) = \sum_f \int d\Pi_f \mathcal{M}^*(b \rightarrow f) \mathcal{M}(a \rightarrow f). \quad (9)$$

La figura (1) representa la ecuación (9) en diagramas de Feynman.

$$2\text{Im} \left( \text{Diagrama con } p_1, p_2, p_3, p_4 \right) = \sum_f \int d\Pi_f \left( \text{Diagrama con } p_1, p_2, p_3, p_4, f \right) \left( \text{Diagrama con } p_3, p_4, f \right)$$

FIGURA 1. Teorema óptico en diagramas de Feynman.

Para el caso en el que los momentos iniciales son iguales a los finales, la expresión (8) se reduce a

$$\text{Im}\mathcal{M}(p_1, p_2 \rightarrow p_1, p_2) = 2E_{CM}p_{CM}\sigma, \quad (10)$$

donde  $E_{CM} = p_1 + p_2 = \sqrt{s}$  es la energía en el centro de masa y  $p_{CM}$  es el momento de cualquiera de las partículas en el centro de masa, por ejemplo, la partícula 1, así  $p_{CM} = \sqrt{s}/2$ . De esta manera, reemplazando (1) y (4) en (10),

$$\begin{aligned} \text{Im}(a_l) &= |a_l|^2, \\ &= \text{Re}(a_l)^2 + \text{Im}(a_l)^2, \end{aligned} \quad (11)$$

lo cual es la ecuación de un círculo en el plano  $(\text{Re}(a_l), \text{Im}(a_l))$  con radio  $\frac{1}{2}$  centrada en  $(0, \frac{1}{2})$ . Así, puede mostrarse que

$$|\text{Re}(a_l)| < \frac{1}{2} \quad \text{para todo } l. \quad (12)$$

La amplitud  $a_l(s)$  de la onda parcial puede invertirse de (1) obteniendo

$$a_l(s) = \frac{1}{32\pi} \int_{-1}^1 d(\cos \theta) P_l(\cos \theta) \mathcal{M}(s, t, u).$$

Tomando la primera onda parcial ( $l = 0$ ) y haciendo las masas de las partículas cero (bosones de Goldstone) se tiene [14]

$$\begin{aligned} a_0(s) &= \frac{1}{16\pi} \left[ Q + \left\{ T_h^{12} T_h^{34} \frac{1}{s - m_h^2} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{1}{s} (c_t T_h^{13} T_h^{24} + c_u T_h^{14} T_h^{23}) \ln\left(1 + \frac{s}{m_h^2}\right) \right\} \right] \end{aligned} \quad (13)$$

donde  $Q$  son los acoplos de cuatro puntos para el proceso dispersivo  $p_1 p_2 \rightarrow p_3 p_4$  y  $T_h^{ij}$  son los vértices trilineales del Higgs a dos escalares,  $c_t = 1$  ó  $0$  ( $c_u = 1$  ó  $0$ ) para procesos con o sin el canal  $t$  (con o sin el canal  $u$ ).

A altas energías puede verse de (13) que la contribución dominante será la de los acoplos cuárticos, de esta manera la restricción por unitariedad  $|\text{Re}(a_0)| \leq 1/2$  a nivel árbol se reduce a

$$|\text{Re}(Q)| \leq 8\pi. \quad (14)$$

## Teorema de equivalencia

En una teoría con rompimiento espontáneo de la simetría, los bosones de Goldstone y sus respectivos bosones de gauge se relacionan mediante los gauge  $R_\xi$ ,

$$\mathcal{L}_{GF} = \frac{1}{2} (\partial_\mu A^{\mu a} - M^a \omega^a)^2. \quad (15)$$

Este término de “gauge fixing” puede verse como una función delta en el espacio de las funcionales, así, intuitivamente, en el espacio de momentos esto implica  $k_\mu \epsilon^{\mu a} / M^a \sim \omega^a$  [15]. Por otro lado, la componente longitudinal del vector de polarización

$$\epsilon_L^\mu(k) = \left( \frac{k}{M}, 0, 0, \frac{E_k}{M} \right) \quad (16)$$

se hace cada vez más paralela a  $k^\mu$  cuando  $k \rightarrow \infty$ , así

$$\epsilon_L^\mu(k) = \frac{k^\mu}{M} + \mathcal{O}\left(\frac{M}{E_k}\right). \quad (17)$$

De esta manera, las componentes longitudinales de los bosones de gauge pueden reemplazarse a altas energías por sus bosones de Goldstone asociados (fig 2). Para una deducción rigurosa del teorema basado en las identidades de Ward-Takahashi véase por ejemplo [16].

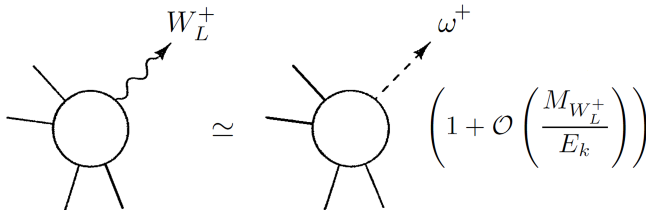


FIGURA 2. Teorema de equivalencia en diagramas de Feynman.

## Método de LQT

Con el objetivo de determinar las cotas superiores de los parámetros cuárticos  $\lambda_i$  de un potencial de Higgs generalizado, es conveniente trabajar con los autovalores de la matriz  $Q$ .

### ■ Modelo Estándar

En el caso más simple, en el marco del Modelo Estándar minimal, el potencial de Higgs está dado por

$$V = \mu^2 \Phi^+ \Phi + \lambda (\Phi^+ \Phi)^2 \quad (18)$$

donde

$$\Phi = \begin{pmatrix} \omega^\pm \\ v + (h + i\omega^0)/\sqrt{2} \end{pmatrix}, \quad (19)$$

$\omega^\pm$  y  $\omega^0$  son los bosones de Goldstone y  $h$  es el bosón de Higgs. Expandiendo el potencial, la base de acoples cuárticos estará dada por  $(W_L^+ W_L^-, Z_L Z_L/\sqrt{2}, hh/\sqrt{2}, Z_L h, W_L^+ h, W_L^+ Z)$  donde se introduce el factor de  $\sqrt{2}$  para los casos de partículas indistinguibles. Nótese que debido a la conservación de la carga, los canales cargados no se acoplan entre sí [14]. Así, en virtud del teorema de equivalencia, se encuentran las reglas de Feynman (fig 3).

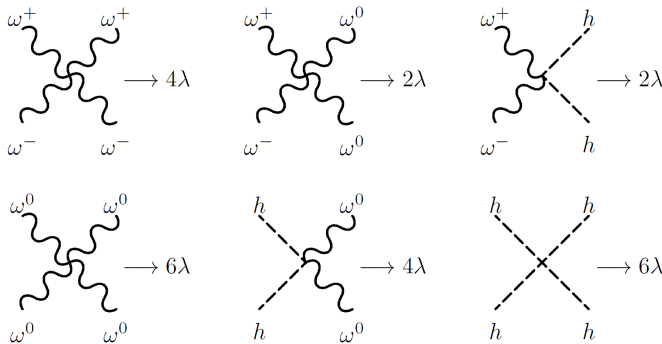


FIGURA 3. Reglas de Feynman para la parte cuártica escalar del Modelo Estándar.

La matriz  $Q$  será

$$Q = 4\lambda \begin{pmatrix} 1 & \frac{\sqrt{2}}{4} & \frac{\sqrt{2}}{4} & 0 & 0 & 0 \\ * & \frac{3}{4} & \frac{1}{4} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & \frac{3}{4} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & \frac{1}{2} & 0 \\ * & * & * & * & * & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \quad (20)$$

cuyos autovalores serán  $3/2$  y  $1/2$  (cinco veces degenerado). Aplicando la condición de unitariedad (14) se tendrá

$$\lambda \leq 4\pi. \quad (21)$$

- Modelo Estándar extendido por dos singletes escalares complejos

En el modelo de [17] se propone una extensión del Modelo Estándar en el marco de un THDM mediante dos campos complejos escalares singletes. Sin embargo, una extensión minimal del Modelo Estándar podría consistir en un doblete y dos singletes. Así, bajo las simetrías consideradas en [17], la parte cuártica del potencial de Higgs será

$$\begin{aligned} V_4 = & \lambda_1 |\phi_1|^4 + \lambda_2 |\chi_0|^4 + \lambda_3 |\sigma_0|^4 \\ & + \lambda_4 |\chi_0|^2 |\sigma_0|^2 \\ & + |\phi_1|^2 [\lambda_5 |\chi_0|^2 + \lambda'_5 |\sigma_0|^2], \end{aligned} \quad (22)$$

con la parte cuadrática dada por

$$V_2 = \mu_1^2 |\phi_1|^2 + \mu_2^2 |\chi_0|^2 + \mu_3^2 |\sigma_0|^2, \quad (23)$$

donde  $\mu_1^2, \mu_2^2 < 0$  y  $\mu_3^2 > 0$ . Los campos se representarán como

$$\phi_1 = \begin{pmatrix} \omega_1^+ \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(v_1 + h_1 + iz_1) \end{pmatrix}, \quad \chi_0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(v_\chi + h_2 + iz_2), \quad (24)$$



donde  $\sigma_0$  se representará como un singlete complejo. Debido a que  $\mu_3^2 > 0$  entonces no hay rompimiento de la simetría en la dirección del campo  $\sigma_0$  y por tanto  $\langle \sigma_0 \rangle = 0$ . Esta condición no permite la existencia de acoples trilineales y por tanto el campo  $\sigma_0$  es estable. Por esta razón se escoge como el candidato a materia oscura.

Siguiendo el análisis de unitariedad hecho para el de dos dobletes en [18] y de acuerdo con el método de LQT, la matriz de acoples cuárticos  $Q$  se expresa como una matriz de  $12 \times 12$  con tres matrices diagonales por bloques independientes  $Q_1 (4 \times 4)$ ,  $Q_2 (6 \times 6)$  y  $Q_3 (2 \times 2)$ . En la base  $(h_1 z_2, h_2 z_1, z_1 z_2, h_1 h_2)$  la matriz  $Q_1$  será

$$Q_1 = \text{diag}(\lambda_5, \lambda_5, \lambda_5, \lambda_5). \quad (25)$$

$Q_2 (6 \times 6)$  se escribirá en la base  $(\omega_1^+ \omega_1^-, \frac{z_1 z_1}{\sqrt{2}}, \frac{h_1 h_1}{\sqrt{2}}, \frac{z_2 z_2}{\sqrt{2}}, \frac{h_2 h_2}{\sqrt{2}}, \sigma_0^* \sigma_0)$ , así

$$Q_2 = \begin{pmatrix} 4\lambda_1 & \sqrt{2}\lambda_1 & \sqrt{2}\lambda_1 & \frac{\lambda_5}{\sqrt{2}} & \frac{\lambda_5}{\sqrt{2}} & 2\lambda'_5 \\ * & 3\lambda_1 & \lambda_1 & \frac{\lambda_5}{2} & \frac{\lambda_5}{2} & \sqrt{2}\lambda'_5 \\ * & * & 3\lambda_1 & \frac{\lambda_5}{2} & \frac{\lambda_5}{2} & \sqrt{2}\lambda'_5 \\ * & * & * & 3\lambda_2 & \lambda_2 & \sqrt{2}\lambda_4 \\ * & * & * & * & 3\lambda_2 & \sqrt{2}\lambda_4 \\ * & * & * & * & * & 24\lambda_3 \end{pmatrix}. \quad (26)$$

Los autovalores analíticos de  $Q_2$  serán  $2\lambda_1$  (dos veces degenerado) y  $2\lambda_2$ . Los restantes tres,  $b_j$ ,  $j = 1, 2, 3$ , estarán dados por las soluciones de la ecuación cúbica

$$\begin{aligned} & x^3 + x^2 (-6\lambda_1 - 4\lambda_2 - 24\lambda_3) - 576\lambda_1\lambda_2\lambda_3 + 24\lambda_1\lambda_4^2 \\ & + x (24\lambda_1\lambda_2 + 144\lambda_1\lambda_3 + 96\lambda_2\lambda_3 - 4\lambda_4^2 - 2\lambda_5^2 - 8(\lambda'_5)^2) \\ & + 48\lambda_3\lambda_5^2 - 16\lambda_4\lambda_5\lambda'_5 + 32\lambda_2(\lambda'_5)^2 = 0 \end{aligned}$$

Finalmente en la base  $(h_1 z_1, h_2 z_2)$  se obtendrá

$$Q_3 = \begin{pmatrix} 2\lambda_1 & 0 \\ 0 & 2\lambda_2 \end{pmatrix}. \quad (27)$$

Así, las cotas superiores por unitariedad para los parámetros cuárticos de este modelo estarán dadas por (14),

$$2\lambda_1, 2\lambda_2, \lambda_5, |\operatorname{Re}(b_j)| \leq 8\pi. \quad (28)$$

### Cotas por estabilidad del vacío

Para asegurar un vacío estable, el potencial escalar debe estar acotado por abajo. En el Modelo Estándar es suficiente con que el parámetro cuártico escalar cumpla  $\lambda > 0$ . En teorías con más grados de libertad escalares, el potencial debe estar acotado por debajo en todas las direcciones en el espacio de campos.

Siguiendo el método de [6], el potencial de Higgs más general  $V(\phi_i)$  es una combinación lineal de los términos

$$\phi_i^\dagger \phi_j, \quad (\phi_i^\dagger \phi_j)(\phi_k^\dagger \phi_l), \quad (29)$$

donde  $i, j, k, l \in \{1, \dots, N\}$ . Estos productos pueden escribirse en términos de las matrices de Pauli como

$$\underline{K}_{mn}^r = \frac{1}{2} (K_0^r \delta_{mn} + K_a^r \sigma_{mn}^a), \quad (30)$$

con

$$K_0^r = \phi_m^\dagger \phi_m, \quad K_a^r = (\phi_m^\dagger \phi_n) \sigma_{mn}^a, \quad (a = 1, 2, 3). \quad (31)$$

con  $m, n \in \{1, 2\}$  y  $r$  etiqueta a las matrices  $\underline{K}$  para un producto de dos campos (suma sobre índices repetidos se sobreentiende).

Por ejemplo, invirtiendo (31) para los campos  $\phi_1$  y  $\chi$  se tendrá (simbólicamente se ha reemplazado  $\phi_2 \rightarrow \chi_0$ )

$$\begin{aligned} \phi_1^\dagger \phi_1 &= (K_0^{\phi_1 \chi_0} + K_3^{\phi_1 \chi_0})/2, & \phi_1^\dagger \chi_0 &= (K_1^{\phi_1 \chi_0} + iK_2^{\phi_1 \chi_0})/2, \\ \chi_0^* \chi_0 &= (K_0^{\phi_1 \chi_0} - K_3^{\phi_1 \chi_0})/2, & \chi_0^* \phi_1 &= (K_1^{\phi_1 \chi_0} - iK_2^{\phi_1 \chi_0})/2. \end{aligned} \quad (32)$$

De esta manera, el potencial se puede escribir como

$$V(\phi_1, \dots, \phi_N) = V_2 + V_4, \quad (33)$$

$$V_2 = \xi_0^r K_0^r + \xi_a^r K_a^r, \quad (34)$$

$$V_4 = \eta_{00}^r (K_0^2)^r + 2K_0^r \eta_a^r K_a^r + K_a^r E^r K_b^r, \quad (35)$$

En la base diagonal,  $E = \text{diag}(\mu_1, \mu_2, \mu_3)$ , se tendrá

$$f_r(u) = u + \eta_{00}^r - \sum_{a=1}^3 \frac{(\eta_a^2)^r}{\mu_a^r - u}, \quad (36)$$

$$f_r'(u) = 1 - \sum_{a=1}^3 \frac{(\eta_a^2)^r}{(\mu_a^r - u)^2}. \quad (37)$$

donde  $u$  será un multiplicador de Lagrange. Sea  $I$  el conjunto

$$I = \{u_1, \dots, u_n\}, \quad (38)$$

con los elementos  $u$  definidos como sigue. Inclúyase en  $I$  todos los  $u$  tales que  $f_r'(u) = 0$ . Agréguese  $u = 0$  a  $I$  si  $f_r'(0) > 0$ . Considere los autovalores  $\mu_a^r$  ( $a = 1, 2, 3$ ) de  $E^r$ . Añádase  $\mu_a^r$  a  $I$  siempre que  $f_r(\mu_a^r)$  sea finito y  $f_r'(\mu_a) \geq 0$ . El potencial será estable si

$$\forall u_i \in I (f(u_i) > 0), \quad (39)$$

esto es, la estabilidad estará dada únicamente por la parte cuártica del potencial.

Aplicando este método al modelo extendido por dos singletes se tendrá

$$f_r(u) = u + \eta_{00}^r - \sum_{a=1}^3 \frac{(\eta_a^2)^r}{\mu_a^r - u}, \quad r = \phi_1\chi_0, \phi_1\sigma_0, \chi_0\sigma_0. \quad (40)$$

con

$$\underline{K}^{\phi_1\chi_0} : \begin{cases} \phi_1^\dagger\phi_1 = (K_0^{\phi_1\chi_0} + K_3^{\phi_1\chi_0})/2 \\ \chi_0^*\chi_0 = (K_0^{\phi_1\chi_0} - K_3^{\phi_1\chi_0})/2 \end{cases}, \quad (41)$$

$$\underline{K}^{\phi_1\sigma_0} : \begin{cases} \phi_1^\dagger\phi_1 = (K_0^{\phi_1\sigma_0} + K_3^{\phi_1\sigma_0})/2 \\ \sigma_0^*\sigma_0 = (K_0^{\phi_1\sigma_0} - K_3^{\phi_1\sigma_0})/2 \end{cases}, \quad (42)$$

$$\underline{K}^{\chi_0\sigma_0} : \begin{cases} \chi_0^*\chi_0 = (K_0^{\chi_0\sigma_0} + K_3^{\chi_0\sigma_0})/2 \\ \sigma_0^*\sigma_0 = (K_0^{\chi_0\sigma_0} - K_3^{\chi_0\sigma_0})/2 \end{cases}, \quad (43)$$

$$\eta_{00}^{\phi_1\chi_0} = \frac{1}{4}(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_5), \quad \eta_{00}^{\phi_1\sigma_0} = \frac{1}{4}(\lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_8), \quad (44)$$

$$\eta_{00}^{\chi_0\sigma_0} = \frac{1}{4}\lambda_6, \quad (45)$$

$$\eta_a^{\phi_1\chi_0} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \lambda_1 - \lambda_2 \end{pmatrix}, \quad \eta_a^{\phi_1\sigma_0} = -\frac{1}{4} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \lambda_3 \end{pmatrix}, \quad (46)$$

$$\eta_a^{\chi_0\sigma_0} = 0, \quad (47)$$

$$E^{\phi_1\chi_0} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_1 + \lambda_2 - \lambda_5 \end{pmatrix}, \quad E^{\phi_1\sigma_0} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 - \lambda'_5 \end{pmatrix}. \quad (48)$$

$$E^{\chi_0\sigma_0} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda_4 \end{pmatrix}. \quad (49)$$

Determinando la condición de estabilidad fuerte (39) mediante los multiplicadores de Lagrange del conjunto (38) se encuentra

$$\lambda_1 + \lambda_2 > \frac{3}{5}\lambda_5, \quad (50)$$

$$(\lambda_1 + \lambda_2 - \lambda_5)(4\lambda_1 - \lambda_5^2) > 0, \quad (51)$$

$$\lambda_3 > 3\lambda'_5, \quad (52)$$

$$\lambda_3(\lambda_3 - 3\lambda'_5)(\lambda_3 - \lambda'_5) > 0, \quad (53)$$

$$4\lambda_3 > 3\lambda_4, \quad (54)$$

$$\lambda_3^2\lambda_4 > 0, \quad (55)$$

$$\lambda_3^2\lambda_4 + \lambda_4^3 > 0. \quad (56)$$

## Discusión y conclusiones

Al combinar las cotas obtenidas por unitariedad con las obtenidas por estabilidad, se puede obtener un conjunto de desigualdades que restringen desde la teoría los parámetros  $\lambda_i$  de la parte cuártica del potencial de Higgs de un modelo dado. En este caso se obtiene (sin tener en cuenta los valores de  $|\text{Re}(b_j)| \leq 8\pi$  en (28))

$$\lambda_1 \leq 4\pi, \quad (57)$$

$$\lambda_2 \leq 4\pi, \quad (58)$$

$$\lambda_3 > 0, \quad (59)$$

$$0 < \lambda_5 < 4\pi, \quad (60)$$

$$3\lambda'_5 < \lambda_3, \quad (61)$$

$$2\lambda_1 > \lambda_5, \quad (62)$$

$$0 < \lambda_4 < \frac{4\lambda_3}{3}, \quad (63)$$

$$5(\lambda_1 + \lambda_2) > 3\lambda_5. \quad (64)$$

Estas condiciones pueden usarse para plantear límites a las masas de nuevos bosones de gauge resultantes de una teoría de altas energías con más simetrías, como en el artículo original del método LQT [1] aplicado al Modelo Estándar. Además, pueden usarse para restringir las tasas de decaimiento teóricas de procesos dependientes de los acoples cuárticos como el decaimiento del Higgs a dos fotones y de éste a su vez delimitar el valor del acople trilineal del Higgs justo como en [18], obteniendo datos verificables en experimentos como el LHC. Finalmente, éstas condiciones por sí mismas determinan cotas superiores e inferiores a los acoples cuárticos de posibles candidatos a materia oscura en extensiones del Modelo Estándar como en [10–12].

## Agradecimientos

Agradecemos al Departamento Administrativo de Ciencia, Tecnología e Innovación (COLCIENCIAS) por el apoyo brindado.

## Referencias

- [1] B. W. Lee, C. Quigg, and H. B. Thacker, *Phys. Rev. D* **16**, 1519 (1977).
- [2] J. M. Cornwall, D. N. Levin, and G. Tiktopoulos, *Phys. Rev. Lett.* **30**, 1268 (1973).
- [3] M. S. Chanowitz and M. K. Gaillard, *Nucl. Phys.* **B261**, 379 (1985).
- [4] Y.-P. Yao and C.-P. Yuan, *Phys. Rev. D* **38**, 2237 (1988).
- [5] H. Veltman, *Phys. Rev. D* **41**, 2294 (1990).
- [6] M. Maniatis, A. von Manteuffel, O. Nachtmann, and F. Nagel, *Eur.Phys.J* **C48**, 805 (2006).
- [7] K. Kannike, *Eur.Phys.J.* **C72**, 2093 (2012), arXiv:1205.3781 [hep-ph] .
- [8] G. Isidori, G. Ridolfi, and A. Strumia, *Nucl.Phys.* **B609**, 387 (2001).
- [9] M. Kadastik, K. Kannike, A. Racioppi, and M. Raidal, *JHEP* **1205**, 061 (2012).
- [10] M. Gonderinger, H. Lim, and M. J. Ramsey-Musolf, *Phys. Rev. D* **86**, 43511 (2012).
- [11] C.-S. Chen and Y. Tang, *JHEP* **1204**, 019 (2012).
- [12] A. Abada, D. Ghaffor, and S. Nasri, *Phys. Rev. D* **83**, 95021 (2011).
- [13] A. Ahriche, A. Arhrib, and S. Nasri, *JHEP* **1402**, 42 (2014), arXiv:1309.5615 [hep-ph] .
- [14] A. Arhrib, (2000), arXiv:hep-ph/0012353 [hep-ph] .
- [15] A. Dobado, J. R. Pelaez, and M. T. Urdiales, *Phys.Rev.* **D56**, 7133 (1997), arXiv:hep-ph/9702206 [hep-ph] .
- [16] M. E. Peskin and D. V. Schroeder, *An Introduction to quantum field theory* (Addison-Wesley, Reading, MA, 1995).
- [17] R. Martinez, J. Nisperuza, F. Ochoa, and J. P. Rubio, *Phys.Rev.* **D89**, 56008 (2014), arXiv:1303.2734 [hep-ph] .
- [18] R. Martinez, J. Nisperuza, F. Ochoa, J. P. Rubio, and C. F. Sierra, (2014), arXiv:1411.1641 [hep-ph] .