

ANÁLOGOS CUÁNTICOS Y ELECTRODINÁMICOS APLICADOS AL SISTEMA ÓPTICO DIELÉCTRICO-SUSTRATO PARA CURSOS DE FÍSICA

LIGHT-ELECTRON WAVE ANALOGY APPLIED TO THE OPTICAL SYSTEM DIELECTRIC-SUBSTRATE FOR PHYSICS COURSES

Jhon H. Vargas¹, Raúl E. Castiblanco², Jhon Morales²

¹ Departamento de Física, Universidad Militar Nueva Granada, Bogotá, Colombia.

² Departamento de Física, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia.

(Recibido: Julio/2016. Aceptado: Septiembre/2016)

Resumen

Se establece la analogía entre la propagación de electrones en pozos cuánticos, con la propagación de ondas electromagnéticas entre medios dieléctricos. Al ser estudiados los fenómenos de transmisión en medios estratificados; pozos o dieléctricos, se encuentran resultados análogos. En primer lugar, se describe la transmitancia para el caso cuántico como electrodinámico. Luego, las relaciones de dispersión mediante los coeficientes de transmisión en ambos casos (electrones-luz) relacionando estos dos sistemas. Y finalmente se compara esta equivalencia con los resultados experimentales en la zona transparente (baja absorción 800-2500 (nm)) del espectro de transmisión de la película delgada de *ZnSe*, utilizando el método de la matriz de transferencia (MMT).

Palabras clave: Ondas, película delgada, pozo y barrera de potencial, dieléctrico, coeficiente de transmisión, educación.

Abstract

The analogy between the solutions of Schrödinger equation with Helmholtz equation in a dimension is established, mainly of particle propagation (electrons) on quantum wells, with the propagation of electromagnetic waves (light) among electrical means. When transmission phenomena are studied in layered media, wells or dielectrics, they are found in analogical results. In this work, it is first presented the transmittance for quantum case and electrodynamic case independently. Then, the scattering amplitudes are related in both cases (electrons and waves), describing the connection and representation between these two systems. Finally they are compared with the experimental results in the transparent zone (low-absorption 800-2500 (nm)) of ZnSe thin film transmission spectrum, making use of the Transfer Matrix Method (TMM).

Keywords: Waves, thin film, well and barrier potential, dielectric, transmission coefficient, education.

1. Introducción

Con el objetivo de describir los análogos entre los fenómenos cuánticos y electrodinámicos en la propagación de ondas y partículas, se analizan las soluciones de las ecuaciones de Schrödinger y Helmholtz en una dimensión. Estas dos teorías aparentemente independientes (clásicas y cuánticas), tradicionalmente se enseñan como sistemas separados o diferentes, sin embargo, se pueden establecer relaciones importantes entre las mismas, las cuales pueden ser aplicadas en la enseñanza de la Física como también en la caracterización óptica de materiales dieléctricos[1, 2].

Al estudiar estos fenómenos a través del método de la matriz de transferencia (MMT) [3–5], es posible visualizar las analogías o relaciones existentes entre el fenómeno de propagación de electrones sobre un potencial cuadrado, atractivo o repulsivo, con los fenómenos de propagación de una onda electromagnética polarizada entre medios dieléctricos bajo incidencia normal.

El presente trabajo, se inicia con la descripción del fenómeno de transmisión de un electrón sobre un pozo o barrera de potencial, describiendo así, los casos ya bien conocidos por la teoría cuántica; como interferencia y efecto túnel[6]. Luego se describe el fenómeno de transmisión de una onda electromagnética plana sobre una placa dieléctrica, en ambos casos a partir del (MMT), y finalmente se establecen analogías entre los casos mencionados anteriormente[5]. Una vez descritos los fenómenos de transmisión para los casos óptico y cuántico, se obtiene el espectro de transmisión para un sistema óptico aire-vidrio-aire a partir de su análogo cuántico, obteniendo los mismos resultados que los reportados por el grupo GALIFA[2]. Posteriormente, se compara con la transmisión obtenida experimentalmente del mismo sistema en la zona de baja absorción de la película delgada semiconductor $ZnSe$, es decir, con longitudes de onda (λ) incidentes desde 800 (nm) hasta 2500 (nm), confirmando indirectamente la validez experimental de la equivalencia o analogía entre la ecuación de Schrödinger y Helmholtz.

2. Transmisión para el Pozo y la Barrera de Potencial

A partir del (MMT) se pueden calcular los coeficientes de transmisión para una partícula incidente sobre una barrera o pozo de potencial, éste método consiste en escribir la continuidad de la función de onda y su derivada en cada interfase, obteniendo un sistema de dos ecuaciones por cada una de las fronteras o discontinuidades del potencial, y de este modo, se trabajan las amplitudes incidentes y transmitidas en términos de una matriz llamada *Matriz de Transferencia*, en donde, el inverso de la norma al cuadrado del elemento a_{11} corresponde al coeficiente de transmisión. A partir de este cálculo, se encontró que los coeficientes de transmisión para una barrera y un pozo de potencial son [6]:

$$T = \begin{cases} \frac{4\eta(\eta-1)}{4\eta(\eta-1)+\sin^2(\chi\sqrt{\eta-1})} & \eta > 1, \text{ Barrera.} \\ \frac{4\eta(\eta+1)}{4\eta(\eta+1)+\sin^2(\chi\sqrt{\eta+1})} & \eta > 0, \text{ Pozo.} \end{cases} \quad (1)$$

donde $\eta = \frac{E}{V_0}$ es una relación de energía, y $\chi = \frac{2a}{\hbar} \sqrt{2mV_0}$ es la opacidad de la barrera o pozo. La figura 1, muestra el coeficiente

de transmisión en términos de la energía incidente con respecto al potencial η , con $\chi = 15$, tanto para el pozo como para la barrera.

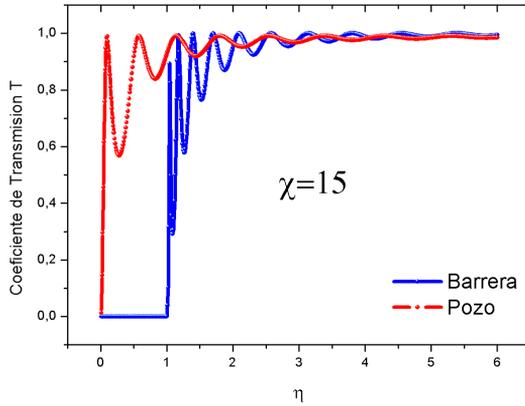


FIGURA 1. Transmitancia en función de la energía incidente sobre el potencial

En esta se puede observar que la transmisión tiene máximos y mínimos debidos a la diferencia de caminos entre las múltiples reflexiones que existen en el interior de barrera o pozo, es decir, interferencia tipo Fabry-Pérot, en donde, los máximos se pueden calcular en el caso de la barrera con $\eta_n = \left(\frac{n\pi}{\chi}\right)^2 + 1$, siendo n el valor entero para el cual la barrera es completamente transparente. En el caso del pozo de potencial con $\eta_n = \left(\frac{n\pi}{\chi}\right)^2 - 1$, la interferencia de la barrera sucede cuando la energía E del electrón es mayor al potencial V_0 , de lo contrario no hay interferencia, si no, efecto túnel; en el caso del pozo siempre ocurrirá interferencia, ya que $E > 0 > V_0$ [6–8].

3. Transmisión de una onda electromagnética a través de una placa dieléctrica

Cuando sobre una placa dieléctrica de espesor d , incide normalmente una onda electromagnética plana polarizada (TE). los índices de refracción de los tres medios no permeables son n_1, n_2, n_1 . Ahora bien, para calcular el coeficiente de transmisión, y debido a que la onda esta polarizada de tal manera que la incidencia de los campos es normal, solamente las componentes normales a la interfase establecen la continuidad de los campos. A partir de estas, se

encuentra que el coeficiente de transmisión en términos de la longitud de onda (λ), esta dada por:

$$T = \frac{1}{1 + \left(\frac{n_2^2 - n_1^2}{2n_1 n_2}\right)^2 \sin^2\left(\frac{\omega n_2}{c} d\right)} \quad (2)$$

esta ecuación muestra el resultado esperado, ya que el término $\sin^2\left(\frac{\omega n_2}{c} d\right)$ describe un patrón de interferencia que depende del espesor de la placa y de la longitud de onda incidente, de la siguiente manera:

- Cuando $\lambda \sim 2\pi n_2 d$, (película delgada) existe interferencia Fabrit-Pérot. Que en su forma esta descrita por (2).
- Cuando $\lambda \ll 2\pi n_2 d$, (película gruesa-sustrato) deja de existir interferencia y la transmisión se mantiene constante. La transmitancia se calcula a través del promedio de la función $\langle \sin^2\left(\frac{\omega n_2}{c} d\right) \rangle$, cuyo período está dado por $p = \frac{1}{n_2 d}$, este promedio se puede encontrar con la integral: $\langle f(x) \rangle = \frac{1}{P} \int_{x_0}^{x_0+P} f(x) dx$, para una función armónica en el tiempo $f(x)$.

El comportamiento de la transmitancia para ambos casos en términos de la longitud de onda λ es representado en la figura 2.

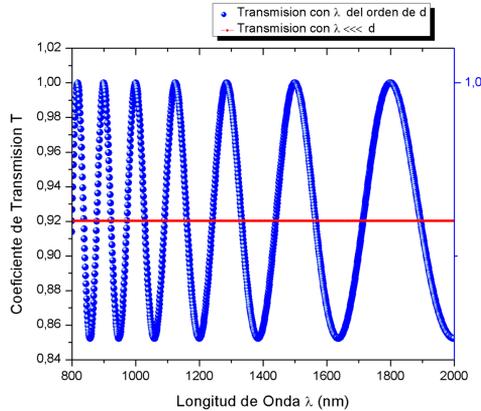


FIGURA 2. a) (Azul) Transmitancia obtenida por la relación (2) con $n_1 = 1,00029, n_2 = 1,5, d = 3000(\text{nm})$, b) (Rojo) Transmitancia obtenida por la relación (2) promediada con $n_1 = 1,00029, n_2 = 1,5, d = 1(\text{mm})$

Se puede apreciar como se obtiene un patrón de interferencia para el caso de película delgada a) y una transmitancia constante para

el caso de película gruesa b) o sustrato de vidrio de un milímetro de espesor, reportado como 0.92 [2].

4. Equivalencia entre los casos electrodinámicos y cuánticos

A partir de los casos descritos es posible establecer relaciones entre los fenómenos de propagación de ondas o partículas según sea el caso cuántico o electrodinámico. Para establecer formalmente dichas relaciones se tiene las siguientes analogías:

- (i) Sí la permitividad eléctrica de la placa ε_2 es mayor que la permitividad del medio incidente y transmitido, es decir, $\varepsilon_2 > \varepsilon_1$, éste fenómeno cumple el mismo rol de una partícula incidente sobre un pozo de potencial.
- (ii) Sí $\varepsilon_2 < \varepsilon_1$, este problema es análogo a una partícula incidiendo sobre una barrera de potencial.

4.1. Onda Plana Incidente Sobre una Interfase Dieléctrica y su Análogo Cuántico

Se considera ahora la propagación de una onda electromagnética plana con incidencia oblicua (θ) sobre una interfase dieléctrica, viajando entre dos medios caracterizados por diferentes permitividades ($\varepsilon_1, \varepsilon_2$) y permeabilidades ($\mu_1 = \mu_2 = 1$). El sistema de coordenadas se fija sobre la interfase que es perpendicular al eje z , la dirección de propagación de la onda electromagnética es perpendicular al eje y , la geometría de éste problema es mostrado en la figura 3, en donde, el vector de onda solo tiene dos componentes $\mathbf{k} = (k_x, 0, k_z)$.

Para encontrar los análogos, es necesario establecer primero las condiciones de frontera sobre la interfase, y ya que las componentes tangenciales de los vectores de onda son continuos, es decir, $k_{1x}^i = k_{1x}^r = k_{2x}^t$, los vectores de onda para cada medio se pueden expresar como [5]

$$\begin{aligned} \frac{n_1^2 \omega^2}{c^2} &= k_1^2 = k_x^2 + k_{1z}^2, & n_1 &= \sqrt{\varepsilon_1} \\ \frac{n_2^2 \omega^2}{c^2} &= k_2^2 = k_x^2 + k_{2z}^2, & n_2 &= \sqrt{\varepsilon_2} \end{aligned} \quad (3)$$

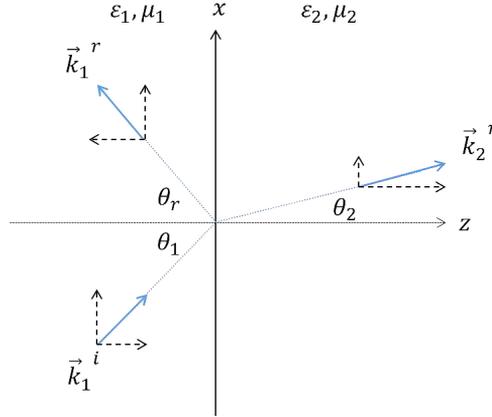


FIGURA 3. Vectores de onda para una onda electromagnética incidente sobre una interfase dieléctrica

restando las anteriores ecuaciones se encuentra

$$k_{1z}^2 - k_{2z}^2 = \frac{\omega^2}{c^2}(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \quad (4)$$

para el caso de la *barrera de potencial* se tienen los vectores de onda k, q respectivamente,

$$k_{1z}^2 \equiv k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2} \quad k_{2z}^2 \equiv q^2 = \frac{2m(E - V_0)}{\hbar^2} \quad (5)$$

y su diferencia

$$k_{1z}^2 - k_{2z}^2 \equiv k^2 - q^2 = \frac{2mV_0}{\hbar^2} \quad (6)$$

entonces, la equivalencia se establece igualando (4) con (6), y se obtiene la primera analogía:

$$\boxed{\underbrace{\frac{2mV_0}{\hbar^2}}_{\text{Cuántico}} \equiv \underbrace{\frac{\omega^2}{c^2}(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)}_{\text{Óptico}}} \quad (7)$$

Este resultado es obtenido al comparar la ecuación de onda de Helmholtz con la ecuación de onda de Schrödinger, en donde, la discontinuidad en el potencial que presencia la partícula al propagarse de un medio a otro, es equivalente a la diferencia de permitividades que presencia la onda electromagnética al

propagarse entre dos medios dieléctricos diferentes. Para establecer la relación de la energía incidente de la onda, se compara la relación de dispersión en la dirección z , para ambas regiones. Igualando las ecuaciones (3) y (5) se obtiene como resultado la segunda analogía:

$$\underbrace{\frac{2mE}{\hbar^2}}_{\text{Cuántica}} \equiv \underbrace{\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_1 - k_x^2}_{\text{Óptica}} \quad (8)$$

ahora definiendo los parámetros adimensionales vistos en el sección dos $\left[(\eta = \frac{E}{V_0}), (\chi = \frac{2a}{\hbar} \sqrt{2mV_0}) \right]$, con su equivalente electrodinámico, y dividiendo las ecuaciones (8) entre (7) se encuentra así la tercera analogía:

$$\eta \equiv \underbrace{\frac{E}{V_0}}_{\text{Cuántico}} \equiv \underbrace{\frac{\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_1 - k_x^2}{\frac{\omega^2}{c^2}(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)}}_{\text{Óptico}} \quad (9)$$

haciendo uso de la ley de Snell, se puede conocer la componente del vector de onda k_{1x} , como $\frac{n_1\omega}{c} \sin \theta_1$ o $\frac{n_2\omega}{c} \sin \theta_2$, y bajo incidencia normal se tiene que $\theta_{1,2} = 0$, y por ende este término se anula de la anterior relación. Finalmente para encontrar el parámetro χ , se despeja V_0 de la ecuación (7), y se reemplaza en la definición de χ para el caso cuántico encontrando la cuarta analogía:

$$\chi = \frac{a}{\hbar} \sqrt{2mV_0}$$

$$\chi = \frac{a}{\hbar} \sqrt{2m \left[\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\omega^2}{c^2} (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \right]}$$

con $a = d$ para el espesor de la barrera en el caso óptico se tiene

$$\chi \equiv \underbrace{\frac{a}{\hbar} \sqrt{2mV_0}}_{\text{Cuántico}} \equiv \underbrace{\frac{\omega \cdot d}{c} \sqrt{|\varepsilon_1 - \varepsilon_2|}}_{\text{Óptico}} \quad (10)$$

las analogías descritas en los apartados anteriores son mostradas en la Tabla 1.

Término	Barrera-Pozo	Placa Dieléctrica
Ecuación de Onda		
$\psi \equiv$ función de onda $\phi = \mathbf{E}, \mathbf{B}$	$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \psi(x) + K_c^2 \psi(x) = 0$	$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \phi(x) + K_e^2 \phi(x) = 0$
Relación de Dispersión	$K_q = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}(E \pm V(x))}$	$K_e = \frac{\omega n}{c}$
Relación de energía	$\frac{2mE}{\hbar^2}$	$\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_1 - k_x^2$
Discontinuidad	$\pm \frac{2mV_0}{\hbar^2}$	$\frac{\omega^2}{c^2} (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)$
Relación adimensional	$\eta \equiv \pm \frac{E}{V_0}$	$\eta \equiv \frac{\pm \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_1 - k_x^2}{\frac{\omega^2}{c^2} (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)}$
Opacidad	$\chi^2 = \frac{2ma^2}{\hbar^2} V_0 $	$\chi^2 = \frac{\omega^2 d^2}{c^2} \varepsilon_1 - \varepsilon_2 $

TABLA 1. *Análogos Cuánticos y Electrodinámicos*

Definidas estas relaciones, estas pueden ser comprobadas desde un punto de vista teórico, si se toma el resultado de transmisión para el caso cuántico y se sustituye en él los análogos ópticos η, χ , se llega al mismo resultado tradicionalmente resuelto desde las ecuaciones de Maxwell.

Como un primer ejemplo, a continuación se calcula el coeficiente de transmisión para el caso óptico utilizando los resultados de la barrera de potencial, donde $\eta > 1$ y $\eta = \frac{n_1^2}{n_1^2 - n_2^2}$, $\chi = \frac{\omega \cdot d}{c} \sqrt{|n_1^2 - n_2^2|}$, como $n_1 > n_2$, el valor absoluto $|n_1^2 - n_2^2| = n_1^2 - n_2^2$. Al reemplazar términos en la ecuación (1).

$$T = \frac{1}{1 + \left\{ 4 \left(\frac{n_1^2}{n_1^2 - n_2^2} \right) \left(\frac{n_1^2}{n_1^2 - n_2^2} - 1 \right) \right\}^{-1} \sin^2 \left(\frac{d\omega}{c} \sqrt{(n_1^2 - n_2^2)} \right) \sqrt{\left(\frac{n_1^2}{n_1^2 - n_2^2} - 1 \right)}}$$

que es justamente la ecuación (2)

$$T = \frac{1}{1 + \left(\frac{n_2^2 - n_1^2}{2n_1 n_2} \right)^2 \sin^2 \left(\frac{\omega n_2 d}{c} \right)}$$

A partir del pozo donde $\eta = \frac{-n_1^2}{n_1^2 - n_2^2}$ y $\chi = \frac{d\omega}{c} \sqrt{|n_1^2 - n_2^2|}$, como en éste caso $n_1 < n_2$, el valor absoluto $|n_1^2 - n_2^2| = -(n_1^2 - n_2^2)$, ahora

reemplazando nuevamente en (1).

$$T = \frac{1}{1 + \left\{ 4 \left(\frac{-n_1^2}{n_1^2 - n_2^2} \right) \left(\frac{-n_1^2}{n_1^2 - n_2^2} + 1 \right) \right\}^{-1} \sin^2 \left(\frac{d\omega}{c} \sqrt{-(n_1^2 - n_2^2)} \sqrt{\left(\frac{-n_1^2}{n_1^2 - n_2^2} - 1 \right)} \right)}$$

lo que finalmente conduce a la misma ecuación (2)

$$T = \frac{1}{1 + \left(\frac{n_2^2 - n_1^2}{2n_1 n_2} \right)^2 \sin^2 \left(\frac{\omega n_2}{c} d \right)}$$

Estos resultados son equivalentes con el caso óptico, y aunque la forma matemática es idéntica, la física de los fenómenos involucrados es completamente distinta; el espectro de transmisión para un pozo o barrera de potencial depende de la energía E de la partícula incidente sobre dicho potencial, por otro lado, el patrón de interferencia para el caso óptico depende de la relación del espesor de la placa con la longitud de onda incidente. Cuando el orden de estas es comparable existe interferencia (película delgada), en el caso contrario el valor para la transmisión permanece constante (película gruesa).

Si se varia el ángulo de incidencia sobre la placa dieléctrica, permaneciendo constante la longitud de onda se obtiene el patrón de interferencia Fabrit-Pérot para ángulos menores al ángulo crítico, y efecto tunel o transmisión nula para ángulos mayores al ángulo crítico, de forma análoga a la barrera para energías mayores y menores al potencial respectivamente[5].

5. Aspectos Teóricos - Experimentales

Como una aplicación se modela el sistema óptico *aire-película-sustrato-aire*, se calcula el coeficiente de transmisión y se muestran dos casos experimentales; su análogo cuántico es mostrado en la Figura 4.

A partir de las condiciones de frontera de la función de onda proveniente de la ecuación de Shrödinger, y de los vectores de onda en cada una de las regiones, se puede escribir la matriz de

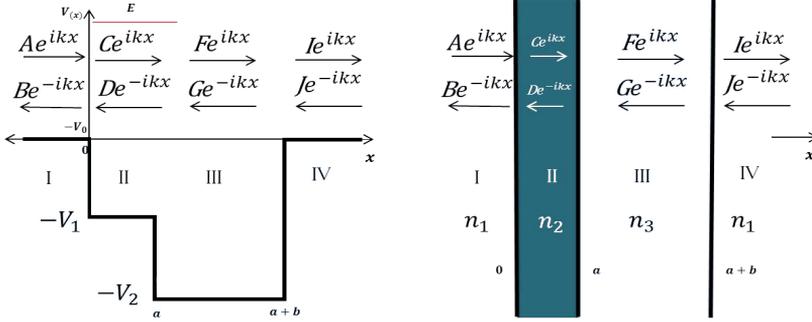


FIGURA 4. Modelo teórico para el caso de película sobre sustrato dieléctrico

transferencia como:

$$\begin{aligned}
 MT = \frac{1}{8k_3k_2k_1} & \begin{pmatrix} k_1 + k_3 & k_1 - k_3 \\ k_1 - k_3 & k_1 + k_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{ik_3b} & 0 \\ 0 & e^{-ik_3b} \end{pmatrix} \\
 & \begin{pmatrix} k_3 + k_2 & k_3 - k_2 \\ k_3 - k_2 & k_3 + k_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{ik_2a} & 0 \\ 0 & e^{-ik_2a} \end{pmatrix} \\
 & \begin{pmatrix} k_2 + k_1 & k_2 - k_1 \\ k_2 - k_1 & k_2 + k_1 \end{pmatrix}
 \end{aligned} \quad (11)$$

y luego de realizar los respectivos productos matriciales para hallar el elemento que relaciona la transmisión, es decir, $T = |a_{11}|^{-2}$. Simplificando con el uso de la tabla 1, el coeficiente de transmisión toma la forma:

$$\begin{aligned}
 T_{\perp} = & \left\{ \cos^2 \left(\frac{\omega n_2}{c} a \right) \left\langle \cos^2 \left(\frac{\omega n_3}{c} b \right) \right\rangle + \right. \\
 & \frac{1}{4} \left[\frac{n_1^2 + n_2^2}{n_1 n_2} \right]^2 \sin^2 \left(\frac{\omega n_2}{c} a \right) \left\langle \cos^2 \left(\frac{\omega n_3}{c} b \right) \right\rangle + \\
 & \frac{1}{4} \left[\frac{n_1^2 + n_3^2}{n_1 n_3} \right]^2 \cos^2 \left(\frac{\omega n_2}{c} a \right) \left\langle \sin^2 \left(\frac{\omega n_3}{c} b \right) \right\rangle + \\
 & \frac{1}{4} \left[\frac{n_2^2 + n_3^2}{n_2 n_3} \right]^2 \sin^2 \left(\frac{\omega n_2}{c} a \right) \left\langle \sin^2 \left(\frac{\omega n_3}{c} b \right) \right\rangle + \\
 & \left. \frac{(n_1^2 - n_2^2)(n_1^2 - n_3^2)}{8n_1^2 n_2 n_3} \sin \left(2 \frac{\omega n_2}{c} a \right) \left\langle \sin \left(2 \frac{\omega n_3}{c} b \right) \right\rangle \right\}^{-1}
 \end{aligned} \quad (12)$$

observe que los términos promediados son los senos y cosenos que describen la transmisión dada por el sustrato de espesor b , y sin

promediar los términos asociados a la película delgada de espesor a . A continuación en la figura 5, se mostrará la transmisión para diferentes valores de espesores a , e índices de refracción reportados por GALIFA[2].

Al encontrar los respectivos valores medios y graficando la ecuación (12) con respecto a la longitud de onda incidente (λ), se obtiene la siguiente figura 5.

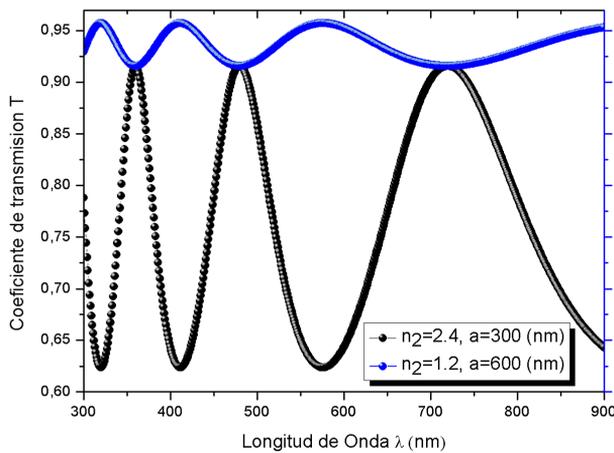


FIGURA 5. Transmítancia para una película dieléctrica inmersa en aire donde: $n_1 = 1,00029$, $n_2 = 2, 4; 1, 2$. $n_3 = 1,5$ $a = 300(nm); 600(nm)$, con $b = 1(mm)$

Ahora bien, aplicando el resultado teórico a medidas de transmitancia registradas en el laboratorio para la caracterización óptica de una película delgada de $ZnSe$, se busca modelar el espectro obtenido por métodos experimentales a través de la ecuación (12), con rangos de longitudes de onda incidentes de 800 a 2500 (nm), donde el valor del coeficiente de extinción k_s del vidrio o sustrato es prácticamente nulo y teniendo en cuenta un comportamiento cuasi-constante para el índice de refracción de la película semiconductorora y un débil coeficiente de absorción (α), se concluye que tanto la constante dieléctrica ϵ y el correspondiente índice de refracción a estas frecuencias pueden considerarse reales y aproximadamente constantes [2] [9], la Figura 6 presenta los espectros de transmisión experimental y teórico.

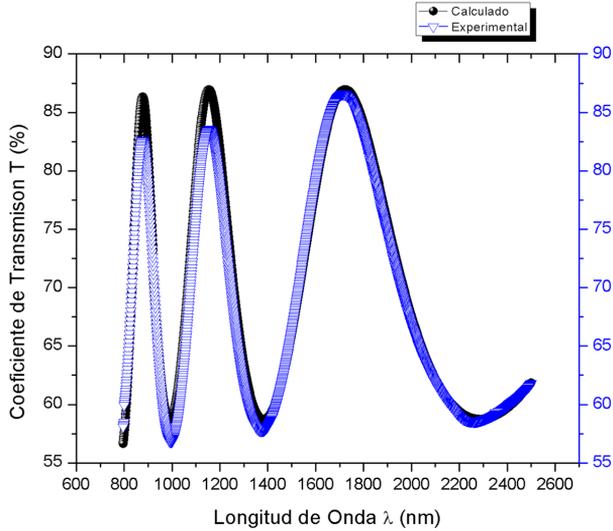


FIGURA 6. Espectro de transmisión experimental (azul) y teórico (negro) para un arreglo, aire-ZnSe-sustrato-aire con índices de refracción $n_1 = 1.00029$, $n_2 = 2.569$, $n_3 = 1.67$ y espesores $a = 680$ (nm) para la película semiconductor, y $b = 2$ (mm) para el sustrato.

6. Conclusiones

Se encontró que al describir la propagación de partículas y ondas sobre diferentes medios, clásicos o cuánticos se puede llegar a modelos análogos; se mostró que la escritura de los coeficientes de transmisión para estos dos sistemas son idénticos en su forma, aunque difieren en su interpretación Física. Desde el punto de vista cuántico los espectros de transmisión de electrones sobre una barrera de potencial dependen directamente de la energía con la cual inciden las partículas, obteniendo un patrón de interferencia para valores mayores al potencial de la barrera, y efecto túnel, para energías menores al potencial.

Clásicamente la transmisión de una onda electromagnética sobre una placa dieléctrica depende del ángulo con el cual se incide la onda y no directamente de la energía (manteniendo constante la longitud de onda). Así como el valor del potencial es un valor crítico V_0 en el caso cuántico, análogamente para una placa dieléctrica en el caso óptico existe un ángulo crítico, donde para valores menores

a este, existe transmisión e interferencia y en caso contrario para valores mayores no existirá transmisión, aunque es probable que ocurra efecto túnel para el caso electromagnético.

Se concluye que para ambos sistemas, el análogo es válido ya que al comparar con medidas experimentales de transmisión sobre una película delgada de *ZnSe* se obtiene el valor esperado del índice de refracción para este material en estas longitudes de onda $n_2 = 2,68$. También se obtuvo una relación válida para el coeficiente de transmisión paralelo al deducido por el grupo GALIFA de la Universidad de Barcelona, con la diferencia que el deducido en el presente trabajo se hizo a partir del método de la matriz de transferencia (MMT) presentando la ventaja que esté caracterizará todo el espectro de transmisión sin limitantes de frecuencias incidentes.

Referencias

- [1] J. Torres, J. Cisneros, G. Gordillo, and F. Alvarez, *Thin Solid Films* **289**, 238 (1996).
- [2] GILIFA, “Laboratorio de física de materiales dieléctricos y Ópticos,” (2016), universidad de Barcelona.
- [3] A. Z. Khachatryan, *Armenian J. Phys.* **3**, 064206 (2010).
- [4] P. Yeh, *Optical Waves in Layered Media*, Wiley Series in Pure and Applied Optics (Wiley, 2005).
- [5] P. Markos and C. Soukoulis, *Wave Propagation: From Electrons to Photonic Crystals and Left-Handed Materials* (Princeton University Press, 2008).
- [6] J. H. Vargas, R. E. Castiblanco, M. Cárdenas, and J. Morales, *Momento* **42**, 23 (2011).
- [7] L. Jelinek, J. D. Baena, J. Voves, and R. Marques, *New J. Phys.* **13**, 083011 (2011).
- [8] I. Hrebikova, L. Jelinek, J. Voves, and J. Baena, *Photonics Nanostruct.* **12**, 9 (2014).
- [9] R. Castiblanco, *Estudio de Cristales Fotónicos en 1D a través del Método de Matriz de Transferencia*, Tesis de maestría, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá - Colombia (2013).