TEORÍA BÁSICA Y APLICACIONES DE LAS PROPIEDADES EMERGENTES DE LA SOCIEDAD COMO UN SISTEMA COMPLEJO

BASIC THEORY AND APPLICATIONS OF THE EMERGENT PROPERTIES OF SOCIETY AS A COMPLEX SYSTEM

Sebastián Araujo

Grupo de Investigación en Geofísica y Geotecnia GI2G, Ingeniería en Geociencias, Universidad Regional Amazónica Ikiam, Ecuador.

(Recibido: 07/2018. Aceptado: 04/2019)

Resumen

En este artículo presenta la teoría básica para estudiar las sociedades humanas como sistemas complejos. Se comienza por mostrar los axiomas de un sistema social así como las características generales de los sistemas complejos. La complejidad de los sistemas sociales se formaliza usando el concepto de la entropía no extensiva de Tsallis. Esta entropía se deduce a partir de la redefinición de la función logarítmica como el logaritmo-q. Con esta entropía se analizan las propiedades emergentes en la física de la sociedad usando un ejemplo de aplicación con datos del ingreso por hogares y la relación de la sociedad con todo el universo.

Palabras clave: Física de la sociedad, sistema complejo, propiedades emergentes, entropía de Tsallis, ingreso por hogar.

Abstract

In this paper, we present the basic theory to study human societies as complex systems. We begin by showing the axioms of a social system as well as the general characteristics of the complex systems. The complexity of social systems is formalized using the concept of Tsallis

Sebastián Araujo: jose.araujo@ikiam.edu.ec doi: 10.15446/mo.n59.73556

non-extensive entropy. This entropy is deduced using the q-logarithm function that is a redefinition of the logarithm function. With this entropy, the emergent properties in the physics of society are analyzed using an application example with data from the income per home and the relationship of the society with the whole universe.

Keywords: Physics of society, complex system, emergent properties, Tsallis entropy, income per home.

Introducción

La rama de la física que responde a la pregunta de si podemos utilizar leyes cuantitativas para estudiar los sistemas compuestos por un gran número de seres humanos se ha definido como física de la sociedad [1]. Esta disciplina se encuentra en una etapa muy básica de su desarrollo y por lo mismo requiere la más amplia cooperación interdisciplinaria para su fundamentación[1]. De hecho la posibilidad de una física para la sociedad parte de cuestionamientos epistemológicos para saber si es o no posible aplicar el formalismo de la física a los humanos [2].

Para poder estudiar los sistemas sociales usando leyes físicas partiremos de la axiomatización de tales de tipos de sistemas sugeridas en la epistemología de Bunge [3]:

A1. Una sociedad es un conjunto de individuos interconectados.
A2. La sociedad tiene propiedades sistémicas o globales.
A3. El comportamiento de cada individuo no está determinado únicamente por su patrimonio genético sino que debe incluir toda su psicología surgida de la interacción del individuo con su grupo más cercano.

El siguiente paso fundamental para estudiar a la sociedad como un sistema físico es considerarla como un sistema complejos dotados de propiedades emergentes [4] en nuestro caso por el axioma A2. Si bien no existe una definición unívoca de este tipo de sistema se pueden mencionar algunas de sus propiedades [5]:

1. Correlaciones de largo rango tanto en el espacio como en el tiempo.
2. Procesos no Markovianos (tienen memoria a largo plazo).

3. Ruidos aditivos y multiplicativos en sus ecuaciones mesoscópicas tipo Langevin.
4. Caos débil con exponentes de Lyapunov que tienden a cero.
5. Geometría multifractal.
6. Largo rango de interacción en sistemas de muchos cuerpos.
7. Ecuaciones mesoscópicas de Fokker-Planck no lineales y/o no homogéneas.

Los sistemas sociales podrían cumplir algunas de estas propiedades si tuviésemos la capacidad de cuantificar correctamente las variaciones de sus magnitudes relacionadas. Para efectuar esta cuantificación una magnitud que ha sido sugerida como posible cuantificador unívoco es la entropía [6–8]. En lo que sigue del artículo se mostrará cómo llegar a definir esta entropía en el caso de los sistemas sociales y las implicaciones que acarrea esta hipótesis.

La entropía como cantidad no extensiva

Una de las teorías que se utiliza en la actualidad para trabajar con los sistemas complejos es la de Constantino Tsallis que consiste en la redefinición de la entropía [9]. Tsallis considera que la entropía debe ser una propiedad no extensiva en los sistemas complejos a diferencia de la entropía clásica S de Boltzman-Gibbs que si es extensiva. La propiedad de extensividad de una magnitud física se entiende por la posibilidad de sumar dicha magnitud en dos sistemas separados. Por ejemplo, la masa es una propiedad extensiva mientras que la temperatura es un ejemplo de magnitud no extensiva.

Para el caso de la entropía de dos sistemas A y B tenemos:

$$S\left(A+B\right)=S_A+S_B \tag{1}$$

Donde S es la entropía clásica de Boltzman-Gibbs:

$$S=-k\Sigma_{i=1}^{w}p_i lnp_i \tag{2}$$

Siendo W el número total de configuraciones cuyas probabilidades son el espacio muestral $\{p_i\}$ y k es la constante de Boltzman.

La entropía de Tsallis S_q en cambio está definida por:

$$S_q = k\Sigma_{i=1}^{w} p_i ln_q \frac{1}{p_i} \tag{3}$$

Esto es posible mediante la redefinición de la función logaritmo como:

$$ln_q x = \frac{x^{1-q} - 1}{1-q} \tag{4}$$

El parámetro q que aparece en esta definición puede ser cualquier número real y es fácil mostrar tomando el límite de la ecuación (4), que cuando $q = 1$ obtenemos la función logaritmo natural, es decir que para $q = 1$ la entropía de Tsallis es igual a la entropía de Boltzman-Gibbs.

El logaritmo-q de la ecuación (4) expresa la propiedad que define la no extensividad de los sistemas:

$$ln_q (xy) = ln_q x + ln_q y + (1-q)\, ln_q x ln_q y \tag{5}$$

Para probar la propiedad (5) consideramos el lado izquierdo de esta ecuación y la definición (4) de donde se obtiene:

$$ln_q (xy) = \frac{(xy)^{1-q} - 1}{1-q} \tag{6}$$

El lado derecho de la ecuación (5) en cambio se desarrolla de una forma más extensa como:

$$\frac{x^{1-q} - 1}{1-q} + \frac{y^{1-q} - 1}{1-q} + (1-q)\left(\frac{x^{1-q} - 1}{1-q}\right)\left(\frac{y^{1-q} - 1}{1-q}\right) \tag{7}$$

Que se entiende como fracciones homogéneas con denominador común $\frac{1}{(1-q)}$ y con numerador igual a:

$$x^{1-q} + y^{1-q} - 2 + x^{1-q}y^{1-q} - x^{1-q} - y^{1-q} + 1 \tag{8}$$

Lo que permite reducir el lado derecho de la ecuación 5 a:

$$\frac{x^{1-q}y^{1-q}-1}{1-q} \tag{9}$$

Puesto que las ecuaciones (6) y (9) son iguales se demuestra la propiedad de no extensividad del logaritmo-q.

A partir de la definición de la función q-logaritmo (4) podemos además calcular su función inversa siguiendo el desarrollo usual. Sea:

$$y=\frac{x^{1-q}-1}{1-q} \tag{10}$$

Donde debemos despejar la variable mediante álgebra para obtener:

$$x=[1+(1-q)y]^{\frac{1}{1-q}} \tag{11}$$

Así obtenemos la función q-exponencial definida por Tsallis [9]

$$e_q(x)=[1+(1-q)x]^{\frac{1}{1-q}} \tag{12}$$

La función definida en (12) es igual a la función exponencial en el límite cuando $q=1$.

Los sistemas sociales como sistemas complejos

Entre las aplicaciones de la entropía de Tsallis a diversos tipos de sistemas sociales tenemos [5] las fluctuaciones del precio de las acciones en la bolsa de valores, la repetición de las palabras en una lengua o los procesos de memorización en la psicología cognitiva. Sin embargo no existe una explicación clara de cómo esta entropía implica que las sociedades exhiban las propiedades emergentes señaladas en el axioma A2.
Una propiedad emergente en un sistema social se produce cuando la entropía de los miembros del sistema se suma y da como resultado un valor que puede ser mayor o menor que la suma de las entropías por separado. Se puede cuantificar la interacción de dos sistemas A y B mediante la entropía de Tsallis de la ecuación (3) usando la entropía S_q de los dos subsistemas. Para hacer este cálculo debemos

usar la probabilidad conjunta $p_{ij}^{A+B} = p_i^A p_j^B$ que aplicada a la definición de la entropía queda:

$$S_q\left(A+B\right) = k \sum_{i,j=1}^{w} p_i^A p_j^B ln_q \frac{1}{p_i^A p_j^B} \tag{13}$$

Usando la propiedad de no extensividad (5) la ecuación anterior se desarrolla como:

$$\frac{S_q\left(A+B\right)}{k} = \sum_{i,j=1}^{w} p_i^A p_j^B \cdot \left[ln_q \frac{1}{p_i^A} + ln_q \frac{1}{p_j^B} + \left(1-q\right) ln_q \frac{1}{p_i^A} ln_q \frac{1}{p_j^B} \right] \tag{14}$$

El lado derecho de la ecuación (14) consta de varios términos que se pueden expresar en función de la definición de entropía (3). Por ejemplo el primer término es:

$$\sum_{i,j=1}^{w} p_i^A p_j^B ln_q \frac{1}{p_i^A} = \sum_{i=1}^{w} p_i^A ln_q \frac{1}{p_i^A} \cdot \sum_{j=1}^{w} p_j^B \tag{15}$$

Se pueden separar las sumatorias debido a que los índices i y j son independientes. Usamos ahora la definición de S_q y la condición de normalización $\sum_{j=1}^{w} p_j^B = 1$ para obtener:

$$\sum_{i,j=1}^{w} p_i^A p_j^B ln_q \frac{1}{p_i^A} = \frac{S_q\left(A\right)}{k} \cdot 1 \tag{16}$$

Si hacemos el mismo desarrollo con los demás términos de la ecuación (14) llegamos a obtener la entropía para la suma de los dos subsistemas [9]

$$\frac{S_q\left(A+B\right)}{k} = \frac{S_q\left(A\right)}{k} + \frac{S_q\left(B\right)}{k} + \left(1-q\right) \frac{S_q\left(A\right)}{k} \frac{S_q\left(B\right)}{k} \tag{17}$$

Al comparar la ecuación (1) con la ecuación (17) observamos que la posible explicación de las propiedades emergentes depende del valor del parámetro q, pues en función de éste podemos obtener que la entropía aumente o disminuya mediante la sóla interacción de A y B.

Cálculo del valor del parámetro de no extensividad

Para poder obtener un valor del parámetro q para un conjunto de datos reales podemos partir de la posibilidad de ajustar dicho parámetro a un sistema de entropía variable. En este caso podemos usar el enfoque mostrado en [10] donde un histograma acumulativo se puede aproximar por una ley de potencia.
Para el caso de un sistema social proponemos como ejemplo un histograma basado en datos reales de la distribución del ingreso por deciles en los hogares ecuatorianos en el año 2017 [11]. Este histograma se observa en la figura 1.

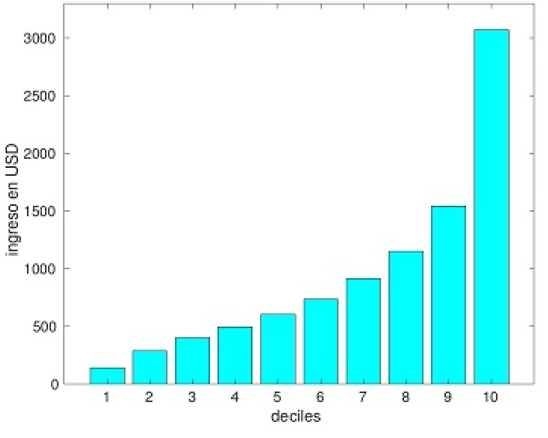

FIGURA 1. *Histograma mostrando datos reales del ingreso por hogar para cada decil. Los datos corresponden al caso ecuatoriano en el año 2017.*

El histograma de los ingresos por deciles se puede aproximar en escala logarítmica por una función de tipo q-exponencial definida en la ecuación 12. Las curvas resultantes para distintos valores de q se observan en la figura 2.

Claramente en este caso estamos en un proceso de entropía creciente con $q < 1$. Hay que advertir sin embargo que para una completa definición de una entropía social y por lo tanto la estimación correcta de q hacen falta agregar muchos más parámetros que solamente el ingreso por hogares. Estos parámetros adicionales deberán ser explorados en trabajos ulteriores en

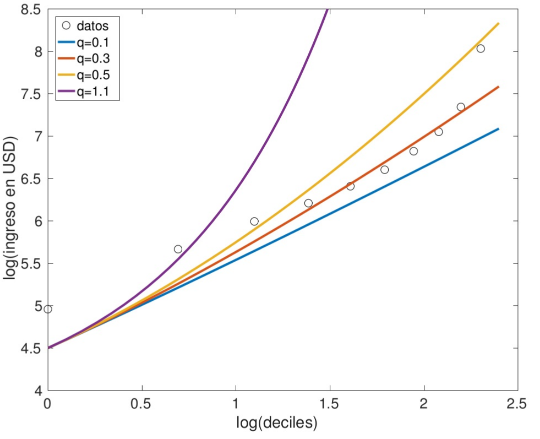

Figura 2. *Ajuste de los datos del histograma de la figura 1 usando q-exponenciales para diferentes valores de q. Los datos reales están representados por círculos y cada color señala un valor de q diferente de acuerdo a la leyenda del gráfico. Los dos ejes están en escala logarítmica.*

colaboración con ciencias como la economía, la sociología y la ecología.

Otro aporte de la cuantificación de la entropía social como un indicador del progreso y por lo tanto de la finalidad de los seres sociales se puede ver al analizar la sociedad como un subistema en contacto con un sistema universal. En la cosmología materialista de Ilyenkov por ejemplo [12], el universo es infinito tanto en su dimensión espacial como temporal. En un universo infinito todo lo que puede ser ya ha sucedido en ciclos de construcción y destrucción. El universo además está limitado por una escala inferior que es la materia en su estado de caos absoluto hasta una escala superior que es el pensamiento humano, de tal forma que nada superior al pensamiento es imaginable. Como el ciclo de destrucción, la muerte térmica de la materia es inevitable, queda como tarea cósmica al pensamiento el preparar el nuevo relanzamiento, el nuevo Big Bang, hacia un estado de menor entropía garantizando con ello el progreso universal. Así es como el pensamiento y por lo tanto cada ser humano, prueban que es un atributo necesario y no sólo contingente de la materia. Esta cosmología resalta pues la importancia de considerar al sistema formado por individuos humanos como un sistema complejo que posee propiedades emergentes capaces de lograr esta disminución local de la entropía en el universo.

Conclusiones

La ecuación 17 formaliza la entropía de Tsallis para cualquier tipo de sistema complejo. En el caso de la física de la sociedad, A y B representan a individuos con una necesidad de finalismo en forma de una flecha termodinámica que condiciona el progreso de las sociedades cuando $S_q(A+B) < S_q(A) + S_q(B)$.

Es decir, donde la entropía de los individuos interactuando juntos es menor que la entropía de los humanos individuales tomados como sistemas separados. Dado que la entropía es una propiedad emergente de las sociedades debemos poder determinar el valor del parámetro de no extensividad para decidir si la sociedad incrementa o disminuye su entropía. Se ha proporcionado el ingreso de los hogares como ejemplo de un posible parámetro permita medir q, pero es necesaria la incorporación de otros parámetros en el cálculo.

Finalmente se ha mostrado la necesidad de las propiedades emergentes de la sociedad no sólo para la perpetuación de la civilización humana sino cómo se puede extender ésta a toda la escala cósmica.

Agradecimientos

Las sugerencias y comentarios de un revisor anónimo han sido imprescindibles para la exitosa publicación de este artículo.

Referencias

[1] G. Caldarelli, S. Wolf, and Y. Moreno, N. Phys. **14** (2018).

[2] H. Tenecela, Universitas **26** (2017).

[3] M. Bunge, *Epistemología* (Siglo XXI editores, 2006) p. 175.

[4] J. L. Gutiérrez, Ciencias **59** (2000).

[5] C. Tsallis, *Entropy: A Unifying Path for Understanding Complexity in Natural, Artificial and Social Systems* (William B. Rouse, Kenneth R. Boff and Penelope Sanderson, 2011) pp. 291–312.

[6] J. J. Johnson, A. Tolk, and A. Sousa-Poza, Procedia Computer Science **20**, 283 (2013).

[7] H. Martínez-Berumen, G. López-Torres, and L. Romo-Rojas, Procedia Computer Science **28**, 389 (2014).

[8] S. Guerin and K. D., Nonlinear Dynamics, Psychology, and Life Sciences **8** (2004).

[9] C. Tsallis, *Introduction to nonextensive statistical mechanics: approaching a complex world* (Springer Science & Business Media, 2009) pp. 37–41.

[10] S. Araujo Soria, Revista Cubana de Física **34**, 112 (2017).

[11] Reporte de Pobreza, Ingreso y Desigualdad. Banco Central del Ecuador. Consultada el 10-01-2019. (2017).

[12] E. Ilyenkov, Stasis **5** (2017).