

## MICROSCOPÍA ELECTRÓNICA DE TRANSMISIÓN Y MECÁNICA CUÁNTICA

### QUANTUM MECHANICS AND THE ELECTRON MICROSCOPY

**John W. Sandino**

Grupo de Microscopía Electrónica, Departamento de Física, Universidad Nacional de Colombia Sede Bogotá, Colombia

(Recibido: 03/2019. Aceptado: 06/2019)

#### **Resumen**

En este artículo se explica el proceso de creación del microscopio electrónico de transmisión y la técnica de microscopía electrónica. A su vez, se describen dos experimentos, el de interferencia de un solo electrón y el efecto Ahrenberg-Siday-Aharonov-Bohm, los cuales evidencian aspectos del comportamiento de los electrones, que no podrían ser explicados desde la mecánica clásica y que se hacen evidentes gracias a este tipo de instrumentos y al uso de la holografía electrónica. Finalmente, se muestran algunos de los trabajos actuales en los que se utiliza la microscopía electrónica de transmisión en el grupo de microscopía electrónica del departamento de física.

**Palabras clave:** Microscopía electrónica de transmisión, holografía electrónica, interferencia electrónica, efecto ESAB.

#### **Abstract**

In this article, the creation process of the Transmission electron microscope (TEM) is shown. Additionally, two experiments of a single electron interference and the ASAB (Ahrenberg-Siday-Aharonov-Bohm) effect is described. This to evidence aspects of the electron behavior that couldn't

be explained by the classical mechanics and result evident using TEM and electron holography. To finish some of the work done in the electron microscopy using TEM is presented.

**Keywords:** Transmission electron microscopy, electron holography, electron interference, ESAB effect.

## Introducción

Esta contribución está inspirada en el trabajo realizado por profesor Jairo Giraldo del departamento de física, quien ha dictado con gran éxito durante los últimos años, una cátedra llamada “Cuántica para todos y para todo”. Allí he sido invitado a dar charlas acerca de la mecánica cuántica y la microscopía electrónica. A partir de estas intervenciones he visto como el carácter cuántico de los electrones es primordial para la comprensión del funcionamiento del microscopio. Además, este instrumento ha sido una herramienta fundamental para la realización de experimentos que demuestran este carácter cuántico.

Aspectos como la interferencia de electrones utilizada en la holografía electrónica, donde se verifica y usa el carácter ondulatorio de los electrones; el hecho de que se haya podido comprobar que para que se produzca interferencia no es necesario que haya más de una onda, es decir que se puede hacer interferencia con la onda de un solo electrón o en fenómenos un poco más complejos como el efecto Ehrenberg-Siday-Aharonov-Bohm (ESAB).

En este artículo muestro algo de la historia del desarrollo de la microscopía electrónica de transmisión, la invención de la holografía y su aplicación en la microscopía electrónica. Posteriormente presentaré dos ejemplos de experimentos que fueron hechos en microscopios electrónicos de transmisión y que permitieron comprobar el carácter cuántico que gobierna el comportamiento de los electrones. El trabajo finaliza con un ejemplo de la aplicación de la holografía electrónica a materiales multiferroicos, específicamente a hexaferritas Z basadas en estroncio y dopadas con cobalto.

## Surgimiento y desarrollo del microscopio electrónico

La historia del microscopio electrónico es como la de muchos de los descubrimientos en ciencia, una historia de azar y éxito, donde han ocurrido muchos eventos aparentemente inconexos para su surgimiento y desarrollo.

Incluso su origen no corresponde al trabajo de científicos interesados en profundizar en los conocimientos de la materia, sino a un grupo de electrotécnicos comprometidos en mejorar un instrumento de medición de señales en la transmisión de energía, el osciloscopio.

Desde niño, el interés de su inventor Erns Ruska por los instrumentos ópticos y su decisión temprana de estudiar una carrera de ingeniería [1], permitieron que sus pasos lo llevaran a la invención de este instrumento que ha transformado la forma de ver el microcosmos. De igual forma, se ha convertido en una herramienta fundamental para la confirmación de aspectos fundamentales de la física.

Recién llegado a Berlín, Ruska se interesó en trabajar con el grupo dirigido por el profesor Max Knoll en el mejoramiento del osciloscopio. El trabajo implicó enfrentar problemas en estos equipos inventados en 1897 como una curiosidad física por Karl Ferdinand Braun [2].

Uno de los problemas que se enfrentaba en aquella época, era que en la pantalla del osciloscopio se observa el diámetro del haz de electrones. Sin embargo, los electrones provenientes del emisor debían ser concentrados en un pequeño punto. Anteriormente, en 1927, el físico alemán Hans Busch había indicado que una pequeña espira de corriente tendría el mismo efecto sobre los electrones que la luz pasando sobre un lente convergente [3], y que la distancia focal de esta lente magnética cambiaría con la corriente en la espira. Este hecho motivó a Ruska a hacer experimentos con espiras de corriente para focalizar el haz y producir las primeras imágenes de un ánodo de 0.3mm de diámetro irradiado.

Posteriormente Ruska y Knoll mostraron que sería posible magnificar la imagen al colocar un segundo lente magnético justo delante del primero, en abril de 1931 lograron la prueba definitiva

de que esto era posible. Este fue el primer microscopio electrónico que tenía una magnificación total de 14.4x (Figura 1) [4], muy poco para poder competir con los microscopios ópticos.

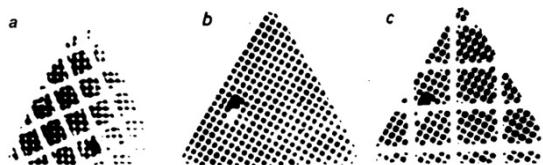


FIGURA 1. Primeras imágenes obtenidas en el microscopio electrónico con lo cual se demostró que se podían utilizar dos lentes magnéticos para amplificar una imagen [Tomado de 4].

En uno de esos casos de injusticia flagrante y de influencia de la política en la ciencia, la patente del microscopio no les fue dada a Ruska y Knoll, sino que fue otorgada en Francia al profesor Reinhold Rüdenberg, quien era el jefe del departamento, el 10 de octubre de 1932.

En aquella época Ruska conocía que la resolución  $\delta$  de un instrumento óptico estaba limitada por efectos de difracción, efecto ya descubierto por Ernst Abbe muchos años antes [5]:

$$\delta = \frac{\lambda}{NA} = \frac{\lambda}{n_i \sin \theta} \quad (1)$$

Abbe ya había encontrado que el valor de la apertura numérica NA estaba limitado a 1 de no cambiarse el índice de refracción  $n_i$ , es decir, que la mayor limitante era la longitud de onda  $\lambda$ .

Ruska menciona en su lectura del Nobel, que en la época en que hizo los experimentos con los lentes e incluso cuando fabricó el primer microscopio, no sabía de la teoría del físico francés de Broglie, quién en 1925, había postulado que los electrones podrían ser asociados a una longitud de onda en forma análoga a como se hace con los fotones.

Aspecto interesante ya que se habían desarrollado lentes para electrones sin el uso de las propiedades ondulatorias de la materia.

De Broglie, en un intento por hacer más simétrica la física de las partículas elementales, asumió que, al igual que los fotones que tienen dualidad de onda-partícula, a los electrones debería ser

posible asociarles una longitud de onda  $\lambda$ , y que esta se relaciona con la constante de Plank  $h$  y el momento del electrón  $P$  por medio de la relación.

$$\lambda = \frac{h}{P} \quad (2)$$

Al conocer que los electrones tenían longitud de onda, Ruska consideró que la resolución de su nuevo instrumento tendría las mismas limitaciones que los microscopios ópticos, pero al calcular la longitud de onda de los electrones en su microscopio, encontró que estos eran cinco órdenes de magnitud menores que la longitud de onda de la luz. Esto indicaba que no había razón para abandonar la idea de que en un futuro la microscopía electrónica sobrepasara la resolución de la microscopía con luz [3], y que no habría que esperar mucho para que los microscopios electrónicos lograran esto.

Uno de los problemas era construir un lente magnético con una distancia focal más pequeña. Para 1932 se logró una lente con una distancia focal de 3mm y en 1933, al fabricar nuevamente un microscopio con estos lentes, Ruska logró junto con Max Knoll y Bodo von Borries una magnificación de 12000x [6], mayor que cualquier microscopio óptico existente en ese momento.

Luego de esta invención se despertó un gran interés en la comunidad científica acerca de este instrumento, tanto así que en muchos países se empezaron a desarrollar microscopios electrónicos de transmisión, e.g. Cecil Hall, James Hiller y Albert Prebus de la Universidad de Toronto. En 1938 [7] la RCA produjo el microscopio modelo B, el primero de Norte América. Por su lado, Ruska y von Borries produjeron con Siemens el primer microscopio comercial del mundo en 1939 [8]. Surgieron otras iniciativas para el desarrollo y comercialización en: General Electric en Estados Unidos, Metropolitan Vickers en Inglaterra, Phillips en Holanda, Siemens y Carl Zeiss en Alemania y JEOL, Toshiba e Hitachi en Japón [9].

### **Un biprisma para electrones**

Durante los años siguientes hubo gran interés en el desarrollo de diversas técnicas de análisis en el microscopio. Tal es el caso de la

difracción por Kossel y Möllenstedt [10], imágenes de campo oscuro [11], entre otras.

Sin embargo, un problema persistente en los microscopios era su resolución, pues a pesar de que esta era mayor que la obtenida por cualquier microscopio óptico, estaba muy lejos de lo que podía predecir por el efecto de difracción en los lentes, si se tiene en cuenta que la longitud de onda para los electrones acelerados a 200kV es del orden de los 2pm.

En 1949, al tratar de superar los límites de la microscopía electrónica de transmisión, Denis Gabor [12] inventa la holografía, la cual se fundamenta en el fenómeno de interferencia de las ondas. Su extraordinario aporte consistió en hallar un método para grabar y reproducir la onda completa, es decir, su fase y amplitud.

El primer aspecto en la holografía consiste en la grabación de un patrón de interferencia entre una onda de referencia  $\varphi_r$  y la onda dispersada por un objeto  $\varphi_o$ . Si estas ondas son coherentemente superpuestas se formará un patrón de interferencia de una con otra, donde la intensidad estará dada por  $I=|\varphi_r+\varphi_o|^2$ .

Una forma de lograr su reconstrucción podría ser iluminar el holograma grabado con la misma onda de referencia usada para grabar el holograma. En este caso la amplitud transmitida estará dada por:

$$T = |\varphi_r + \varphi_o|^2 \varphi_r = (|\varphi_r|^2 + |\varphi_o|^2) \varphi_r + |\varphi_r|^2 \varphi_o + \varphi_r^2 \varphi_o^* \quad (3)$$

Lo que hace la holografía puede ser fácilmente entendido a partir de esta ecuación, los dos primeros términos corresponden a la onda transmitida total y el segundo es proporcional a la onda transmitida por el objeto. Esto indica que se podría obtener una reconstrucción si este término puede ser separado de los otros dos. El último término es similar al tercero, pero difiere en que es su conjugado, es decir, que su fase tiene signo opuesto al término anterior.

Existen diversos desarrollos de la holografía, quizá la más sencilla fue la que propuso Gabor, holografía en línea, en la cual el objeto es iluminado por una onda plana. Una dificultad que ocurre aquí es que la imagen reconstruida y su conjugada se superponen, lo que en los inicios significó una dificultad para la realización de la

holografía, esto pudo solucionarse gracias al desarrollo de la llamada holografía fuera de eje (*off-axis holography*) [13].

Una forma de realizar esta forma de holografía de manera práctica en los microscopios de microscopía electrónica de transmisión fue la invención del biprisma de Gottfried Möllenstedt y Dücker en 1954 [14].

En 1953, mientras Möllenstedt trataba de tomar imágenes de campo oscuro bloqueando el haz de electrones mediante la colocación un fino filamento de tungsteno en la apertura del lente objetivo [11], obtuvo imágenes dobles de algunos cristales de óxido de zinc al ser observadas en campo oscuro (Figura 2).

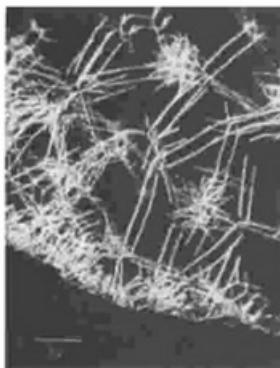


FIGURA 2. *Imagen de campo oscuro obtenida por Möllenstedt [Tomado de 11].*

Al detallar el filamento que utilizaba en ese momento para hacer las imágenes de campo oscuro, se dio cuenta que estaba cubierto de impurezas, y que por lo tanto, se cargaba. Así comprendió que lo que estaba viendo en la pantalla era la superposición de dos imágenes, producida por el filamento al cargarse y separar el haz de electrones en dos. Posteriormente se preguntó: ¿Qué pasaría si se superponen las dos imágenes? ¿Tendremos coherencia?. Poco después logró obtener una imagen de las primeras franjas de interferencia con su biprisma [14].

Al observar el patrón de interferencia obtenido se encuentra que, a pesar de tener una fuente de emisión termoiónica, los electrones mostraban tener cierta coherencia; por otro lado, indicaba que independientemente de la distancia al biprisma, el ángulo de

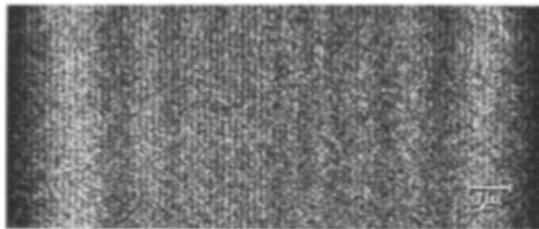


FIGURA 3. Primer patrón de interferencia obtenido por Möllenstedt en 1954 [Tomado de 14].

desviación era el mismo ya que la separación de las franjas en el patrón es homogénea.

Esto se puede ver al hacer el cálculo del ángulo de desviación para ángulos pequeños. Al hacer el cálculo se halla que este ángulo está dado por:

$$\delta = \frac{\pi e V_b}{2E \ln\left(\frac{r_f}{r_e}\right)} \quad (4)$$

En esta ecuación  $E$  es la energía de los electrones,  $e$  la carga de electrón,  $r_f$  es el radio del filamento,  $r_e$  es la distancia al electrodo exterior y  $V_b$  es el potencial al cual está el filamento. Aquí se muestra que efectivamente este pequeño ángulo de desviación es independiente de la distancia a la que inciden los electrones respecto al filamento.

Con este biprisma se tomaron los primeros hologramas con la técnica de holograffía de fiera de eje en 1968 por Möllenstedt y Wahl.

### Propiedades de interferencia del biprisma de electrones

Se parte de considerar la interferencia de dos ondas con longitud de onda de Broglie  $\lambda$ , que parten de una fuente con cierto ángulo  $\alpha$ . Posteriormente, ella se superpone debido a su desviación por el biprisma en un ángulo  $\delta$ .

La distribución de intensidades que forma el patrón de interferencia está descrita por:

$$I(x, y) = A_1^2 + A_2^2 + A_1 A_2 |\mu| \cos(2\mathbf{q}_c \cdot \mathbf{r} + \Delta\varphi + \rho) \quad (5)$$

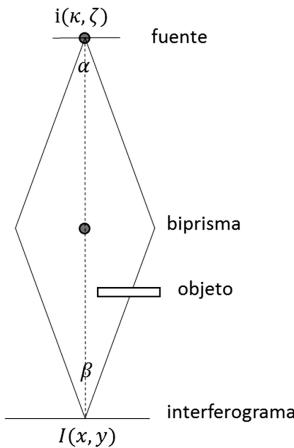


FIGURA 4. Esquema de interferómetro con un biprisma. Las dos ondas  $A_1$  y  $A_2$  se superponen en el interferograma. El objeto sí posee campos magnéticos  $\mathbf{A}$  y eléctricos  $\mathbf{V}$  introducen un cambio en la fase [15].

donde  $A_1$  y  $A_2$  es la amplitud de las ondas de cada electrón,  $q_c = \beta/\lambda$ , se relaciona con la frecuencia de las franjas de interferencia y  $\mu$  y  $\rho$  están relacionados con la coherencia longitudinal  $\mu_{lc}$  y coherencia espacial  $\mu_{sc}$  de la fuente de electrones. Aquí se muestra además, que los electrones tienen asociada una longitud de onda y se les pueden asociar términos de coherencia espacial y temporal, estos dos términos se relacionan de la forma [16],

$$\mu = \mu_{lc}\mu_{sc} \quad (6)$$

donde

$$\mu_{lc} = |\mu_{lc}| \exp(i\rho_{lc}) = \int i(\zeta) \exp(i2\pi\alpha\zeta/\lambda) \quad (7)$$

y

$$\mu_{sc} = |\mu_{sc}| \exp(i\rho_{sc}) = \int i(\kappa) \exp(i2\pi\alpha\kappa/\lambda) \quad (8)$$

Es decir, en el factor de interferencia se tiene tanto información de la onda de electrones como de las propiedades de la fuente de electrones.

Ahora bien, debido a que la calidad del holograma depende fuertemente de las propiedades de la fuente de electrones, en los primeros experimentos esta fue la primera limitante en cuanto la

resolución espacial de los objetos reconstruidos, ya que la cantidad de franjas que podían lograrse, eran del orden de las 300.

En los años setenta se desarrollaron las fuentes de electrones de efecto Schottky [17] y de emisión de campo [18]. Estas fuentes, a diferencia de las termoiónicas, tienen un monocrystal de tungsteno con una punta muy fina. Además, este material está recubierto con una capa muy delgada de un óxido, con el fin de reducir su función de trabajo. Adicionalmente, estos emisores se colocan en el emisor de electrones del microscopio en un campo eléctrico externo grande, con lo que se reduce adicionalmente la energía de emisión. Con estos dos cambios se logró reducir la temperatura de emisión y la dispersión de energías del haz, lo cual mejoró la coherencia temporal. De otro lado, al reducir su tamaño se evidenció que se lograba una mejora en la coherencia espacial. Esto significa que en principio se tenía casi un haz monocromático de electrones con una gran coherencia. Con este cambio se pasó de tener más de 3000 franjas de interferencia y se llegó a que la resolución espacial de la imagen reconstruida sea comparable a la que se obtiene por microscopía electrónica de transmisión tradicional. En 1985 Lichte logró la reconstrucción de carbón (espaciamiento de 3.4 Å), con un espaciamiento de franjas de interferencia de 0.8 Å (Figura 5) [19].

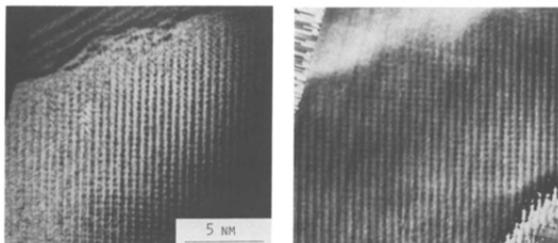


FIGURA 5. Amplitud cuadrática (izquierda) fase reconstruida (derecha) de un cristal de  $Nb_2O_5$  reconstruida numéricamente [Tomado de 19].

Un aspecto por el que se preguntaron en esa época fue el tipo de información que posee la fase de los electrones. Se sabía que, en óptica la fase de los electrones era modificada por el índice de refracción mediante una relación de la forma

$$\Delta\varphi = \frac{e}{\hbar c} \int n(\lambda) dz \quad (9)$$

en esta relación  $e$ ,  $h$  y  $c$  son la carga del electrón, la constante de Planck y la velocidad de la luz respectivamente.

Al indagar sobre esta relación y buscar una analogía óptica, encontraron que la fase estaba afectada por los campos electromagnéticos existentes en el camino de los electrones, así el factor de fase  $\Delta\varphi$  está determinado por:

$$\Delta\varphi = \frac{e}{\hbar v} \int V(x, y, z) dz - \frac{e}{\hbar} \int A(x, y, z) \cdot dz \quad (10)$$

es decir, que a partir de la determinación de la diferencia de fase de una onda que viaja sin campos (onda de referencia) y otra que viaja en presencia de campos (onda objeto) se puede determinar si hay o no campos electromagnéticos en esta región del espacio.

### Reconstrucción del holograma

Existen diversos procesos para obtener la amplitud de la fase a partir del patrón de interferencia grabado [20]. Algunos de ellos pueden ser análogos, como los que se realizan en holografía óptica al iluminar un holograma grabado en una placa fotográfica o digitales, como el desarrollado por Wahl [21] en 1975 que hace uso de la transformada de Fourier sobre el holograma grabado.

El procedimiento es como sigue: si se aplica la transformada de Fourier sobre el patrón de interferencia descrito en la ecuación 3 se obtiene:

$$FT(I) = FT(A_1^2 + A_2^2) + FT((A_1^2 + A_2^2) C \exp(i\Delta\varphi)) \otimes \delta(\mathbf{q} - \mathbf{q}_c) + FT((A_1^2 + A_2^2) C \exp(-i\Delta\varphi)) \otimes \delta(\mathbf{q} - \mathbf{q}_c) \quad (11)$$

Si se grafica esta transformada de Fourier se producen tres bandas (regiones), ver imagen central de la figura 6. Una de estas, la del centro, corresponde a la imagen usual adquirida por TEM en el espacio de frecuencias que está en el primer término de la transformada, y dos bandas laterales que llevan la información de la onda que será reconstruida. Estas bandas están colocadas a  $\pm\mathbf{q}_c$  del centro y están relacionadas con la frecuencia de separación de las franjas de interferencia del holograma. Ambas bandas contienen

exactamente la misma información, pero tal como se mencionó anteriormente (ecuación 3), una es el complejo conjugado de la otra.

La onda es recuperada al centrar el espectro de Fourier que corresponde a la fase positiva, aplicándole una máscara centrada en  $M(-q_c)$  seguida de una transformada inversa de Fourier.

$$\psi_{obj} = FT^{-1} \left( FT \left( (A_1^2 + A_2^2) C \exp(i\Delta\varphi) \right) \right) M(-q_c) \quad (12)$$

En el término  $C$  se han colocado todos los factores que modifican el contraste como son: coherencia del haz de electrones y su interacción inelástica lo muestra.

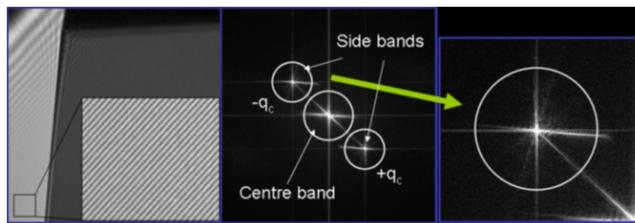


FIGURA 6. Izquierda, ejemplo de un holograma que enseña las franjas de interferencia de una muestra de silicio mono-cristalino, centro transformada de Fourier del holograma al señalar las tres bandas, derecha centrado en una de las bandas laterales y máscara aplicada [Tomado de 22].

Para reducir artefactos introducidos por la cámara y normalizar la onda, se divide esta onda compleja por otra adquirida sin objeto  $\psi_{emp}$ . Finalmente, la onda de los electrones proveniente de la muestra se reconstruye normalizada.

$$\psi_{rec} = \frac{\psi_{obj}}{\psi_{emp}} = C_{inel} \exp - i\varphi_{obj} \quad (13)$$

Donde  $C_{inel}$  corresponde a las atenuaciones de la intensidad de haz de electrones por interacciones inelásticas con el objeto y  $\varphi_{obj}$  es al cambio de fase producido por el objeto debido a los campos electromagnéticos en el material <sup>1</sup>. El proceso de reconstrucción completo se puede visualizar en la figura 7.

<sup>1</sup> Esto es cierto solo si la muestra está en una condición que se llama condición cinemática, donde no hay efectos de atenuación por difracción de la muestra

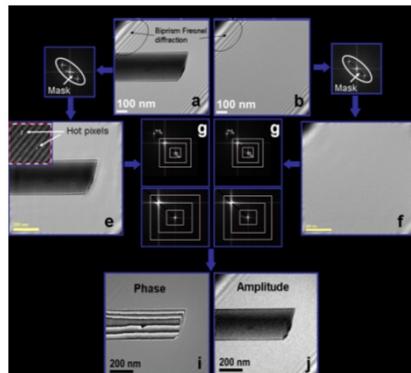


FIGURA 7. Diagrama de flujo que muestra el proceso de reconstrucción de un holograma completo. Los hologramas originales (imágenes **a** y **b**) se filtran para quitar efectos del biprisma (imágenes **e**, **f**), se elimina la transformada de Fourier (imagen **g**) centrándolos en la banda lateral (imágenes **g** inferior) y finalmente, se dividen la ondas reconstruidas para obtener la amplitud y fase del objeto original normalizado [Tomado de 22].

La invención y realización de la holografía ha permitido realizar una serie de experimentos como: comprobación del carácter ondulatorio de los electrones [23]; interferencia de un único electrón [24,25]; medición de la longitud de onda de Broglie [26]; determinación de las propiedades de coherencia, coherencia espacial [27] y coherencia temporal de un haz de electrones [28]; medición del potencial interno medio de diversos materiales [29–32]; medición de las diferencias en el potencial de contacto [22,33,34]; medición de las propiedades magnéticas de materiales [35–37]; verificación del efecto ESAB que predice que los electrones percibirán una diferencia de fase incluso si no hay una fuerza de Lorentz [38–41]; determinación de la cuantización del flujo en cilindros superconductores huecos y el efecto Sagnac, que predice un cambio en la fase por un sistema rotante, entre otros.

Considerar todos estos experimentos en este artículo no permitiría profundizar, además, no hace parte de los objetivos. Por lo tanto, se hará énfasis en aquellos que considero evidencian mejor las contribuciones de la microscopía al desarrollo de la física contemporánea. Es así que mostraré dos: el experimento de interferencia de un único electrón, desarrollado por Merli, Missiroli y Pozzi en 1976 [24], que en una encuesta del editor

de la revista Physics World en 2002 [42] fue declarado como el más bello de la física (este punto es debatible ya que es una apreciación muy subjetiva, sin embargo, como el mismo editor de la publicación indica “It is transformative, being able to convince even the most die-hard sceptics of the truth of quantum mechanics”). El otro experimento o, mejor dicho, series de experimentos consisten en la comprobación experimental del efecto ESAB (llamado en la literatura muchas veces con el nombre de sus autores Aharonov-Bohm).

### **Experimento de interferencia de un único electrón**

En un artículo de Donati *etal.*, (1973) [23], se describe un experimento de interferencia utilizando el biprisma de Mölenstedt, realizado en el laboratorio de microscopía electrónica de la Universidad de Bolonia, donde a partir de la interferencia producida se comprueba el carácter ondulatorio de los electrones, al hacer una equivalencia de la superposición de los electrones provenientes de dos fuentes coherentes, de manera análoga a lo que ocurre con el experimento de las dos rendijas de la óptica. Este aspecto lo he dado por supuesto a lo largo de este artículo. Sin embargo, en 1974 este mismo grupo de investigación mostró un experimento [24], en el cual al utilizar el mismo montaje se muestra que el patrón de interferencia que se obtiene en holografía es el resultado de la suma de muchos eventos independientes, donde la interferencia ocurre en un solo electrón que interfiere en el microscopio. Para dar evidencia de este fenómeno se utiliza una pantalla de televisión que puede monitorear las imágenes en un tiempo de 0.1s.

Posteriormente, los autores muestran que, al reducir la corriente de emisión del haz de electrones, la imagen de la interferencia se produce por electrones estadísticamente distribuidos sobre la superficie de la imagen.

Los autores indican que pueden operar el microscopio con muy bajas corrientes de emisión y lograr que lleguen a la pantalla electrones individuales separados entre sí por 0.04s. Lo que hacen después es usar una placa fotográfica que puede ser expuesta a los electrones y producir imágenes en tiempos cada vez mayores que varían entre 10s y 100s.

Al hacer una operación simple se puede calcular el tiempo que tarda cada electrón en viajar desde el emisor hasta la pantalla. La altura de un microscopio del orden de los 2 m y la velocidad de los electrones con correcciones relativistas está dada por:

$$v = c \sqrt{1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{E}{E_o}\right)^2}} = 3 \times 10^7 \text{ m/s} \quad (14)$$

Con  $v = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$  la velocidad de la luz,  $E_o = 511 \text{ keV}$  la energía en reposo de los electrones y  $E = 100 \text{ keV}$  la energía de emisión de los electrones en el microscopio. Con estos datos se obtiene que el tiempo de los electrones en la columna es de  $t \sim 6 \times 10^{-8} \text{ s}$  y si los electrones son grabados en 0.04s significa que en cada momento hay un solo electrón en la columna. Ahora bien, al grabar estos electrones en tiempos más prolongados, lo que se graba es el patrón de interferencia para electrones individuales viajando en la columna e interfiriendo consigo mismo al producir en la pantalla cada vez que se aumenta el tiempo de exposición con mayor claridad las franjas de interferencia.

La Figura 8 muestra las imágenes producidas en la placa fotográfica con diferentes tiempos de exposición. Se ve claramente que a mayores tiempos de exposición se reproducen las franjas de interferencia a pesar de que los electrones viajan uno a uno en la columna.

### **Efecto Ehrenberg-Siday-Aharonov-Bohm (ESAB)**

En el año 1959 fue publicado en la revista The Physics Review el artículo “Significance of Electromagnetic Potential in the Quantum Theory” [43], en él los autores indican que en oposición a la visión de la mecánica clásica, existen efectos sobre las partículas cargadas, incluso en regiones donde todos los campos desaparecen <sup>2</sup>. Este artículo ilustra efectos medibles y predichos por la mecánica cuántica que no podrían ocurrir desde un punto de vista puramente mecánico.

---

<sup>2</sup>Traducción libre del resumen de artículo de Aharonov-Bohm [43]

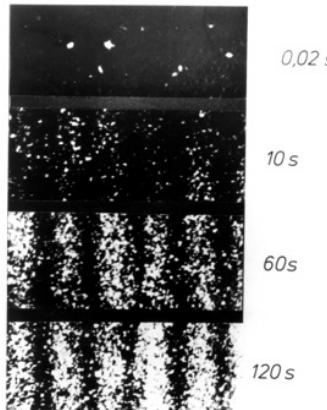


FIGURA 8. Patrones de interferencia adquiridos con diferentes tiempos de exposición que muestran aspectos estadísticos de la acumulación de electrones  
[Tomado de 23]

Bohm-Aharonov en su artículo indican que si se considera el hamiltoniano para una partícula en un potencial cambiante en el tiempo  $v(t)$

$$H = H_0 + V(t) \quad (15)$$

Con  $\psi_o(x, t)$  como solución de ecuación de Schrödinger, luego la solución general sería de la forma

$$\psi = \psi_o \exp i\varphi \quad (16)$$

Donde

$$\varphi = \frac{q}{\hbar v} \int V(t) dt \quad (17)$$

Esta ecuación indica que habrá un cambio de fase debido al tiempo de tránsito de los electrones en la región de campo o que igualmente se producirá un cambio en la fase debido a variaciones temporales del potencial eléctrico.

De manera análoga, los autores encontraron que, si existiese un campo magnético, este efecto se podría generalizar de la forma

$$\varphi = \frac{q}{\hbar v} \int V(t) dt - \frac{e}{\hbar} \oint \mathbf{A} \cdot d\mathbf{r} \quad (18)$$

En este caso la integral está determinada por el camino cerrado dr creado por el camino de los electrones.

Donde este factor de fase magnético

$$\varphi = \frac{e}{\hbar} \oint \mathbf{A} \cdot d\mathbf{r} = -\frac{e}{\hbar} \int \mathbf{H} \cdot ds \quad (19)$$

Esto es sencillo de imaginar si se piensa que el origen de estos potenciales son campos que realizan fuerzas sobre los electrones, cambiando su velocidad y por lo tanto su fase. Sin embargo, interpretar estas ecuaciones puede resultar más complejo. Veamos primero la interpretación del potencial eléctrico. Supongamos un experimento mental (*gedanken*) en el que hay un potencial variable en el tiempo, pero confinado a la región del cilindro, si colocamos el cilindro a un potencial variable en el tiempo se puede calcular que el campo en el interior del cilindro es cero, por lo que el electrón no sentirá fuerzas dentro del cilindro; sin embargo, debido a la variación del potencial habrá un cambio de fase, es decir que hay efecto en la fase de los electrones, aun si no hay fuerzas actuando sobre ellos. De manera similar veamos la ecuación 19, supongamos que se coloca un solenoide infinito en el cual, de acuerdo con la teoría electrostática el campo en el exterior del solenoide será nulo. Si se coloca este solenoide en el interior de un haz de electrones que se divide en dos y posteriormente se reúne de nuevo formando una trayectoria cerrada, se encontrará que a pesar de que no hay fuerzas actuando directamente sobre los electrones, habrá una diferencia de fase entre los electrones que viajan realizando esta trayectoria cerrada. Esto implica que, incluso en cierta región del espacio donde los electrones no sientan necesariamente una fuerza debida al campo magnético, pero en la que ellos formen una trayectoria cerrada y un campo en su interior, se producirá un cambio en la fase de los electrones.

Los autores describieron este *gedanken* (experimento), con el fin de ilustrar lo mostrado por la teoría, indicando una nueva manera de ver los potenciales eléctricos y magnéticos. El esquema del experimento descrito por Aharonov-Bohm se reproduce en la Figura 9. El experimento para el campo eléctrico (Figura 9 -izquierda), consiste en dos cilindros donde hay un potencial

eléctrico dependiente del tiempo, el haz es dividido en dos partes, los electrones posteriormente pasan por regiones con una región de potencial variable en el tiempo de longitud  $L$  mayor que la longitud de onda  $\lambda$  de los electrones, región de los cilindros metálicos de la imagen. Debido a esta variación temporal habrá un cambio de fase que es proporcional a la variación temporal del potencial.

En el caso del campo magnético, lo que propusieron fue colocar un solenoide infinito al interior de una trayectoria cerrada formada por los electrones. Debido a este flujo de campo al interior de esta trayectoria habrá un cambio en la fase (Figura 9 -derecha).

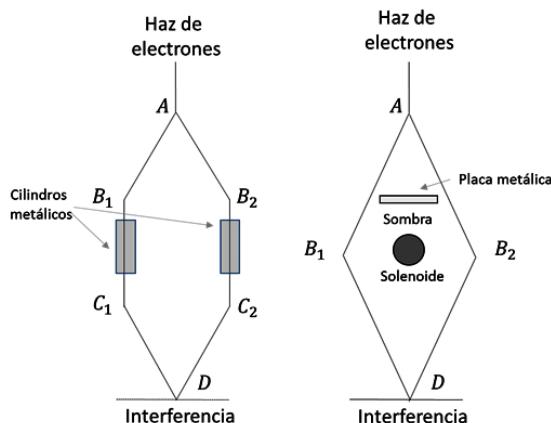


FIGURA 9. Esquema que muestra el experimento imaginario de Aharonov-Bohm para ver el efecto del cambio de fase debido al potencial electromagnético. Izquierda, los cilindros metálicos son colocados a un potencial variable en el tiempo  $V(t)$ . Los caminos recorridos por haces de electrones  $A - B_1 - C_1$  y  $A - B_2 - C_2$  interfieren en  $D$  y producen un cambio en la fase cuando el potencial en los cilindros cambia. Derecha, en el interior del camino cerrado  $A - B_1 - D - B_2 - A$  hay un campo magnético  $H$  producido por el solenoide el cual está cubierto por la pantalla metálica. En este montaje se indica que los electrones que pasan por las regiones de potencial eléctrico o magnético no sienten fuerzas. Diagrama modificado del artículo de Aharonov-Bohm [43].

El artículo llamó de inmediato la atención, a pesar de que la idea ya había sido propuesta una década antes [44] (origen del nombre extenso del efecto), a partir de una aproximación semicásica en un artículo de Ehrenberg y Siday, tanto así que diversos investigadores realizaron experimentos para poder comprobar este efecto.

Uno de los primeros intentos fue el de Chamber en 1960 [38], en el cual utiliza un cristal para separar el haz de electrones que interferirán en un microscopio EM100. En este experimento Chamber utiliza un alambre cónico monocristalino de hierro magnetizado de diámetro muy pequeño. Debido al cambio en el diámetro, el campo magnético producido cambia a lo largo del alambre. Colocó este alambre en la sombra producida por el cristal y observó cambios en el patrón de interferencia, lo que adujo era debido al efecto Aharonov-Bohm. Sin embargo, a pesar de que Chamber observa un cambio en la fase en el patrón de interferencia, Aharonov-Bohm no consideran que este haya sido una prueba concluyente, debido a problemas de apantallamiento del campo y a que al utilizar un material magnético hay campo al exterior de este [45].

Otro experimento, igualmente objetado, fue el realizado por Boersch y Lischke, en el cual también utilizaron un cilindro muy delgado, pero en este caso con un superconductor en su interior. La objeción proviene nuevamente por la longitud finita del alambre, dado que produce campos pequeños alrededor del superconductor [46].

Otra de las limitaciones en estos primeros experimentos fue la poca coherencia de los electrones que interferían, lo cual limitaba la resolución espacial. Este aspecto fue notablemente mejorado con las fuentes coherentes, como ya se mencionó con anterioridad.

Es así como se proponen nuevos experimentos. Quizá el que con más claridad muestra este fenómeno y donde los efectos de campo en la región de observación se han podido evitar, es el de Tomomura en 1984 [40]. En este experimento, que se muestra en la Figura 10, se toma la fase de un haz de electrones que pasa por un toroide ferromagnético, que se sabe tiene un campo externo fuerte. Para apantallar este campo el toroide fue recubierto de un superconductor de Niobio, lo cual confina el campo y asegura que en el exterior no haya campo magnético.

Al comparar la fase al interior y el exterior del anillo, Tonomura midió un cambio de fase en el agujero del toroide que desde el punto de vista del autor no puede ser atribuido a otro fenómeno

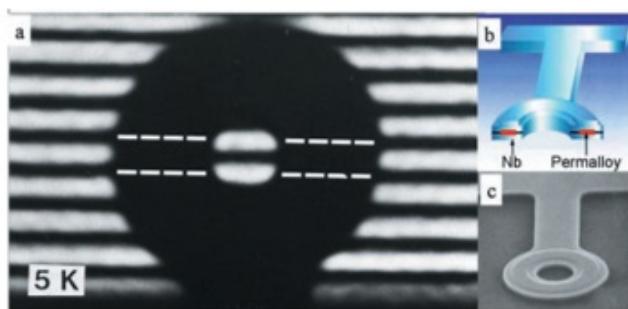


FIGURA 10. A. Imagen de fase del anillo de un material magnetizado recubierto de un superconductor que muestra el cambio de fase producido en el interior. B. Corte de la construcción del anillo. C. imagen de microscopía electrónica de barrido del anillo [18].

más que al efecto ASAB. Aspecto que le da sentido físico a un término que, desde la mecánica clásica, es un artilugio matemático del electromagnetismo para relacionar los campos eléctricos y magnéticos.

### Trabajos recientes en microscopía electrónica de transmisión del grupo de microscopía electrónica

El grupo de microscopía electrónica del departamento de física nace en 2013 con la idea de desarrollar técnicas de microscopía en el país y formar equipo humano competente para operar un microscopio electrónico y comprender los principios básicos de funcionamiento que le permitan analizar las micrografías y los resultados obtenidos con estos instrumentos de transmisión. Dentro de las líneas actuales de investigación se pueden contar el desarrollo de técnicas de análisis de imágenes, el desarrollo de técnicas analíticas cuantitativas para el estudio de asbestos y tomografía electrónica, así como la aplicación de la holografía electrónica en el estudio de dominios magnéticos en materiales multiferroicos como las hexaferritas.

Dentro de este último trabajo se ha estudiado la estructura de dominios en hexaferritas Z de estroncio dopadas con cobalto, en función de la dirección cristalográfica del material. Este estudio ha permitido ver el carácter anisotrópico de los campos magnéticos en este tipo de materiales, así como la estructura de la orientación de

dominios en presencia de campos externos dentro del microscopio electrónico. Un ejemplo de esta estructura de dominios y su comportamiento en presencia de un campo magnético externo se puede ver en la Figura 11.

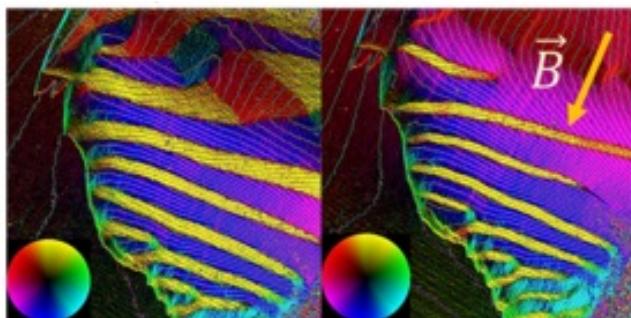


FIGURA 11. *Figuras de la estructura de dominios adquirida por holografía electrónica. El círculo de color muestra la dirección de la magnetización en el dominio. Izquierda, estructura de dominios sin campo externo. Derecha, estructura de dominios en presencia de un campo externo de 0.1T*

En la figura de la izquierda se muestra la estructura sin la presencia de campos externos. Por otro lado, en la figura de la derecha se puede ver que, al aplicar un campo externo, en este caso de 0.1 T los dominios en dirección opuesta al campo se reducen, mientras que los dominios en la misma dirección del campo crecen, lo que hace que el material se magnetice.

## Conclusiones

Como se puede ver en el artículo la microscopía electrónica ha abierto un camino de investigación que ha impactado en muchos campos y como lo he mencionado aquí ha permitido realizar experimentos que aportan pruebas experimentales hacia la comprobación de los fenómenos cuánticos. Por otro lado, la holografía electrónica actualmente es una herramienta fundamental para el estudio de campos magnéticos en materiales, aspecto que está siendo estudiado dentro del grupo de microscopía electrónica que yo coordino y que podría aportar a la comprensión de las propiedades magnéticas de nuevos materiales.

## Agradecimientos

Agradezco a al profesor Jairo Giraldo, quien me animó a escribir este artículo y al profesor Hannes Lichte mi Doktor Vater quien me introdujo en este mundo de la microscopía electrónica.

## Referencias

- [1] M. M. Freundlich, Science (80-). 142, 185 (1963).
- [2] Karl F. Braun, in Nobel Lect. Phys. (World Scientific Publishing Co., 1998), pp. 226–245.
- [3] E. Ruska, Angew. Chemie Int. Ed. English 26, 595 (1987).
- [4] M. Knoll and E. Ruska, Ann. Phys. 404, 607 (1932).
- [5] E. Hecht, Optica, Tercera (Addison Wesley, Espana, 2000).
- [6] E. Ruska, Z. Phys. 87, 580 (1934).
- [7] H. L. Watson, (n.d.).
- [8] T. P. Ryan, (2003).
- [9] Tim Palucka, Hist. Recent Sci. Technol. - Mater. Res. 1 (2002).
- [10] G. Möllenstedt, Phys. Status Solidi 116, 13 (1989).
- [11] G. Möllenstedt, in Adv. Opt. Electron Microsc. Vol. 12, edited by T. Mulvey and C. J. R. Sheppard (Academic press, London, U.K., 2013), p. 363.
- [12] D. Gabor, Nature 161, 777 (1948).
- [13] E. N. Leith and J. Upatnieks, J. Opt. Soc. Am. 52, 1123 (1962).
- [14] G. Möllenstedt and H. Düker, Naturwissenschaften 42, 41 (1955).
- [15] H. Lichte, J. Electron Microsc. (Tokyo). 47, 387 (1998).
- [16] H. Lichte and M. Lehmann, Rep. Prog. Phys. 71, 16102 (2008).
- [17] A. V. Crewe, D. N. Eggenberger, J. Wall, and L. M. Welter, Rev. Sci. Instrum. 39, 576 (1968).
- [18] A. Tonomura, Proc. Jpn. Acad. Ser. B. Phys. Biol. Sci. 82, 45 (2006).
- [19] H. Lichte, Ultramicroscopy 20, 293 (1986).
- [20] A. Tonomura, ELECTRON HOLOGRAPHY.: 2nd Edition (Springer, 1999).
- [21] H. Wahl, Bildebenenholographie Mit Elektronen, 1975.

- [22] J. W. S. del Sandino, Study of Solar Cells by Electron Holography (2012).
- [23] O. Donati, G. P. Missiroli, and G. Pozzi, Am. J. Phys. 41, 639 (1973).
- [24] P. G. Merli, G. F. Missiroli, and G. Pozzi, Am. J. Phys. 44, 306 (1976).
- [25] G. F. Missiroli, G. Pozzi, and U. Valdre, J. Phys. E. 14, 649 (1981).
- [26] G. Möllenstedt and H. Düker, Zeitschrift Für Phys. 145, 377 (1956).
- [27] R. Speidel and D. Kurz, Optik (Stuttg). 49, 173 (1977).
- [28] G. Möllenstedt and G. Wohland, in 7th Eur. Congr. Electron Microsc. (Den Haag, 1980), p. 28.
- [29] A. Lubk, D. Wolf, and H. Lichte, Ultramicroscopy 110, 438 (2010).
- [30] S. Chung, D. J. Smith, and M. R. McCartney, Microsc. Microanal. 13, 329 (2007).
- [31] T. M. Chou and M. Libera, Ultramicroscopy 94, 31 (2003).
- [32] R. M. Stern and A. Gervais, Surf. Sci. 17, 273 (1969).
- [33] E. Krimmel, G. Möllenstedt, and W. Rothemund, Appl. Phys. Lett. 5, 209 (1964).
- [34] S. Yazdi, T. Kasama, M. Beleggia, M. Samaie Yekta, D. W. McComb, A. C. Twitchett-Harrison, and R. E. Dunin-Borkowski, Ultramicroscopy 152C, 10 (2014).
- [35] Dunin-Borkowski, T. Kasama, A. Wei, Steven Tripp, M. Hytch, E. Snoek, R. Harrison, and A. Putnis, Microsc. Res. Tech. 64, 380 (2004).
- [36] H. Lichte, P. Formanek, A. Lenk, M. Linck, C. Matzeck, M. Lehmann, and P. Simon, Annu. Rev. Mater. Res. 37, 539 (2007).
- [37] A. Tonomura, Proc. Jpn. Acad. Ser. B. Phys. Biol. Sci. 82, 45 (2006).
- [38] R. G. Chambers, Phys. Rev. Lett. 5, 3 (1960).
- [39] W. Bayh, Zeitschrift Für Phys. 169, 492 (1962).
- [40] A. Tonomura, N. Osakabe, T. Matsuda, T. Kawasaki, J. Endo, S. Yano, and H. Yamada, Phys. Rev. Lett. 56, 792 (1986).
- [41] N. Osakabe, T. Matsuda, T. Kawasaki, J. Endo, A. Tonomura, S. Yano, and H. Yamada, Phys. Rev. A 34, 815 (1986).

- [42] R. P. Crease, Phys. World 15, 19 (2002).
- [43] Y. Aharonov and D. Bohm, PR 115, 485 (1959).
- [44] W. Ehrenberg and R. E. Siday, Proc. Phys. Soc. Sect. B 62, 8 (1949).
- [45] Y. Aharonov and D. Bohm, Phys. Rev. 125, 2192 (1962).
- [46] H. Boersch and B. Lischke, Zeitschrift Für Phys. A Hadron. Nucl. 237, 449 (1970).