

MOMENTO 56

Enero-Junio 2018

Ondas Gravitacionales: de su predicción a los premios Nobel
Gravitational waves: from their prediction to Nobel Prizes
Leonardo Castañeda v

Búsqueda de posibles progenitores sin materia oscura de la galaxia enana esferoidal Carina a través de simulaciones de n-cuerpos
Looking for possible dark matter free progenitors of the Carina dwarf spheroidal galaxy using n-body simulations
Diego F. Castellanos, Rigoberto A. Casas-Miranda 1

Influencia de la temperatura de sustrato sobre las propiedades ópticas y estructurales de aleaciones GaSb:Ni
Influence of the substrate temperature on optical and structural properties of GaSb:Ni alloys
Heiddy P. Quiroz, Anderson Dussan 17

Canonical structure of gauge invariance Proca's electrodynamics theory
Estructura canónica de la teoría electrodinámica de la invarianza gauge de Proca
German E. R. Zambrano, Bruto M. Pimentel 26

Diseño y calibración de un magnetómetro de muestra vibrante: caracterización de materiales magnéticos
Design and calibration of a vibrant sample magnetometer: characterization of magnetic materials
Freddy P. Guachun, Víctor J. Raposo 45

Caracterización magnética e hiperfina de la transformación térmica CuO - Fe₂O₃ a Fe₃O₄
Magnetic and hyperfine characterization of the thermal transformation CuO - Fe₂O₃ to Fe₃O₄
Juan D. Betancur, Johans Restrepo, Jhon J. Fernandez, Oswaldo Perez 63

Cálculo de la actividad de una muestra de uranio irradiada por neutrones térmicos para el análisis inicial en protección radiológica usando simulación Monte Carlo
Calculation of the activity of an uranium sample irradiated by thermal neutrons for the initial analysis in radiological protection using Monte Carlo simulation
Andrés F. Porras 76

Detector de energía de pulsos láser infrarrojo basado en el efecto fotoacústico
Infrared laser pulse energy detector based on photoacoustic effect
Claver W. Aldama-Reyna, Jennifer D. Aldama-Guardia, Jhenry F. Agreda-Delgado 87



Publicación admitida en:

SciELO Colombia

Fuente Académica Premier (EBSCO)

Índice Nacional de Publicaciones Seriadadas, Científicas y Tecnológicas de Colciencias PUBLINDEX

Latindex Sistema Regional de Información en línea para revistas Científicas de América Latina, Caribe, España y Portugal.

Enero-Junio 2018

MOMENTO - Revista de Física

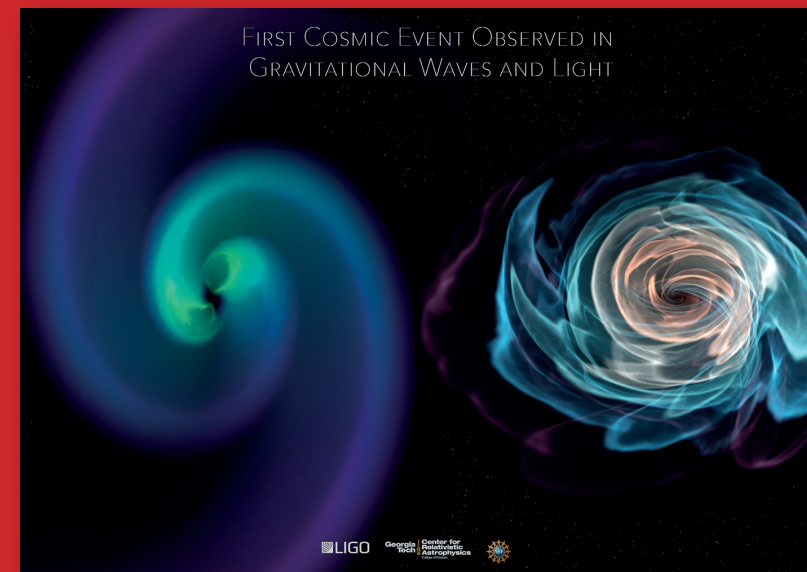
Número 56

ISSN 0121-4470

MOMENTO

Revista de Física

No. **56**
ENE-JUN
2018



Facultad de Ciencias
Sede Bogotá



MOMENTO

Revista de Física

Departamento de Física
Universidad Nacional de Colombia
Bogotá, Colombia

La revista MOMENTO publica semestralmente resultados originales inéditos de investigación básica y aplicada en diversas áreas de la física, así como artículos de reflexión, revisión y cortos acerca del estado actual de los problemas más activos de la física, tales como:

- Ciencia e Ingeniería de Materiales.
- Física del Estado Sólido.
- Física de altas energías.
- Óptica.
- Física Médica y Biofísica.
- Geofísica.
- Física Nuclear.
- Fisicoquímica.
- Caos y complejidad.
- Epistemología y Filosofía de la Física.
- Nanociencias y Nanotecnología

MOMENTO se puede recibir:

- A través de canje con publicaciones similares.

Más información en <http://www.revistas.unal.edu.co/index.php/momento>



MOMENTO Revista de Física de la Universidad Nacional de Colombia se distribuye bajo una Licencia Creative Commons Atribución - Sin derivar 4.0 Internacional. Ésta licencia permite la redistribución, comercial o no comercial, siempre y cuando la obra circule íntegra y sin cambios, donde indique su autor y su primera publicación en esta revista..

ISSN 0121-4470

MOMENTO

Revista de Física

No. 56

ENE-JUN
2018

Editor

Alvaro Mariño, Dr. rer. nat. *Departamento de Física, Facultad de Ciencias, Universidad Nacional de Colombia. Bogotá, Colombia.*

Comité Editorial

Noboru Takeuchi, Ph.D. *Departamento de Nanoestructuras, Centro de Nanociencias y Nanotecnología, Universidad Nacional Autónoma de México. Ensenada, México.*

Andrés Rosales, Dr. Sc. *Departamento de Física, Facultad de Ciencias, Universidad Nacional de Colombia. Manizales, Colombia.*

Eval Baca Miranda, Dr. Sc. *Departamento de Física, Facultad de Ciencias Naturales y Exactas, Universidad del Valle, Colombia.*

Diego Restrepo Quintero, Dr. Sc. *Departamento de Física, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad de Antioquia, Colombia.*

Comité Científico

Ángela Camacho, Dr. rer. nat. *Departamento de Física, Universidad de los Andes, Bogotá, Colombia.*

Hernán Sánchez, Dr. rer. nat. *Departamento de Física, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia.*

Diógenes Campos, Dr. rer. nat. *Universidad de Bogotá Jorge Tadeo Lozano, Bogotá, Colombia.*

Fernando Cristancho, Dr. rer. nat. *Departamento de Física, Universidad Nacional de Colombia. Bogotá, Colombia.*

Germán Pérez, Dr. Sc. *Departamento de Física, Facultad de Ciencias Naturales y Exactas, Universidad del Valle, Cali, Colombia.*

María Teresa Malachevsky, Dr. Sc. *Centro atómico Bariloche. Instituto Balseiro. CNEA. Argentina.*

Pablo Hernández, Dr. Sc. *Departamento Electricidad y Electrónica, Universidad de Valladolid, España.*

Manuel Vázquez, Dr. Sc. *Departamento de Física da Materia Condensada, Universidade de Santiago de Compostela, España*

Eduardo Padrón, Dr. Sc. *Departamento de Física, Universidad Federal de Pernambuco, Brasil.*

Facultad de Ciencias
Sede Bogotá



UNIVERSIDAD
NACIONAL
DE COLOMBIA

Esta edición contó con el apoyo de:

- Facultad de Ciencias, Universidad Nacional de Colombia, Sede Bogotá.
- Departamento de Física, Facultad de Ciencias, Universidad Nacional de Colombia, Sede Bogotá.

ISSN 0121-4470 (Impreso)

ISSN 2500-8013 (En línea)

doi:10.15446/mo

Edición:

- Departamento de Física, Universidad Nacional de Colombia, Sede Bogotá, Colombia.

Cubierta: Imagen seleccionada de la Carta al editor "Ondas Gravitacionales: de su predicción a los premios Nobel"(Título de la figura: *Fusión de estrellas de neutrones en gravedad y materia*. [Crédito: *Karan Jani / Georgia Tech*] (tomada de <https://www.ligo.org/detections/GW170817.php>)).

Diagramación en L^AT_EX:

Mónica López

Asistente editorial

© MOMENTO Revista de Física. Departamento de Física, Universidad Nacional de Colombia

Página web: <http://www.revistas.unal.edu.co/index.php/momento>

Correo electrónico: momento_fcbo@unal.edu.co

Dirección Postal: Carrera 30 No 45 03, Edif. 404 (Departamento de Física), Bogotá, Colombia.

Teléfono: (57 1) 3165000 ext.13009

Preprensa y prensa:

Proceditor Ltda.

Calle 1C No.27 A - 01

Teléfonos: 757 92 00 - 313 251 54 98

Bogotá, D.C., Colombia

proceditor@yahoo.es

CONTENIDO

MOMENTO 56 - Enero-Junio, 2018

Ondas Gravitacionales: de su predicción a los premios Nobel

Gravitational waves: from their prediction to Nobel Prizes

Leonardo Castañeda

**Búsqueda de posibles progenitores sin materia oscura de la galaxia enana
esferoidal Carina a través de simulaciones de n-cuerpos**

*Looking for possible dark matter free progenitors of the Carina dwarf
spheroidal galaxy using n-body simulations*

Diego F. Castellanos, Rigoberto A. Casas-Miranda.....1

**Estudio teórico del ferromagnetismo de la superficie m-GaN dopada con
Mn**

Theoretical study of surface ferromagnetism m-GaN doped WITH Mn

Oscar Martínez, William López, Alvaro González, Rafael González.....17

**Influencia de la temperatura de sustrato sobre las propiedades ópticas y
estructurales de aleaciones GaSb:Ni**

*Influence of the substrate temperature on optical and structural properties
of GaSb:Ni alloys*

Heiddy P. Quiroz, Anderson Dussan.....26

Canonical structure of gauge invariance Proca's electrodynamics theory

*Estructura canónica de la teoría electrodinámica de la invarianza gauge
de Proca*

German E. R. Zambrano, Bruto M. Pimentel.....45

**Caracterización magnética e hiperfina de la transformación térmica CuO
- Fe₂O₃ a Fe₃O₄**

*Magnetic and hyperfine characterization of the thermal transformation
CuO - Fe₂O₃ to Fe₃O₄*

Juan D. Betancur, Johans Restrepo, Jhon J. Fernandez, Oswaldo Perez.....63

Cálculo de la actividad de una muestra de uranio irradiada por neutrones térmicos para el análisis inicial en protección radiológica usando simulación Monte Carlo

Calculation of the activity of an uranium sample irradiated by thermal neutrons for the initial analysis in radiological protection using Monte Carlo simulation

Andrés F. Porras.....76

Detector de energía de pulsos láser infrarrojo basado en el efecto fotoacústico

Infrared laser pulse energy detector based on photoacoustic effect

Claver W. Aldama-Reyna, Jennifer D. Aldama-Guardia, Jhenry F. Agreda-Delgado.....87

Ondas Gravitacionales: de su predicción a los premios Nobel

Gravitational waves: from their prediction to Nobel Prizes

(Diciembre de 2017)

El nombre de Albert Einstein ha estado llenando nuevamente las principales páginas de periódicos y apareciendo en noticias en los diferentes medios televisivos, y no es para menos, ya que una de sus predicciones -realizada un siglo atrás- ha sido corroborada por primera vez de forma directa en los laboratorios terrestres.

Se trata de la primera detección directa del fenómeno de *ondas gravitacionales*, o si lo llamamos coloquialmente *ondas de espacio-tiempo*, las cuales fueron predichas en 1916, después de que Einstein formulara una de las más revolucionarias teorías en física, conocida como la Teoría General de la Relatividad. Esta describe el comportamiento del campo gravitacional de una forma completamente novedosa, permitiendo ver el fenómeno manifestado en la curvatura del espacio-tiempo. El maravilloso conjunto de ecuaciones de Einstein que describe la gravedad es

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}, \quad (1)$$

que, hasta la fecha ha pasado todas las pruebas a los fenómenos gravitacionales con una precisión jamás alcanzada por una teoría para la gravitación. Sin embargo, es necesario mencionar, que la gravitación encuentra en la teoría de Newton, siglos atrás, su primera descripción, y que dicha teoría es una de las grandes obras del pensamiento, pero la Relatividad General nos ha proporcionado el escenario para hablar por primera vez de conceptos como agujeros negros, el Universo y las famosas ondas gravitacionales, entre otros.

Parafraseando al físico John Archibald Wheeler, respecto a las ecuaciones de Einstein: “*la materia le dice al espacio como curvarse*

y el espacio le dice a la materia como moverse, y podríamos añadir, y juntos espacio-tiempo y materia vibran en ondas gravitacionales generando la música del Universo.”

En cuanto a las ondas gravitacionales y ubicarles en un contexto próximo, sabemos que los fenómenos ondulatorios se encuentran en diversidad de situaciones; por ejemplo, las ondas mecánicas de sonido, las ondas electromagnéticas, etc.; pero lo que hace especial a las ondas gravitacionales -que son la solución del conjunto de ecuaciones escritas anteriormente- es que también son soluciones de esa *fábrica de espacio-tiempo*, descrita por el conjunto de ecuaciones de campo de Einstein. En una primera forma muy simple de describirlas, *las ondas gravitacionales son rizos en la curvatura espacio-temporal que se propagan a la velocidad de la luz*, claro, sin ser ondas electromagnéticas, solamente comparten con éstas la velocidad de propagación.

Unas pocas líneas no hacen justicia a este gran campo de las ondas gravitacionales. Es importante mencionar que una vez Einstein predijo que sus ecuaciones soportan soluciones tipo onda, él mismo calculó, haciendo uso de su teoría en el régimen no lineal, las amplitudes de las señales que se esperaban observar, siendo este el nacimiento de los cálculos denominados post-newtonianos, cuya metodología se preserva hasta la fecha. Los primeros cálculos no eran tan alentadores, como en su predicción de la desviación de la luz, los escenarios más propicios para la observación de la radiación gravitacional resultaban ser los fenómenos astronómicos.

En este escenario, cabe resaltar la primera confirmación indirecta de la emisión de ondas gravitacionales realizada por los astrofísicos Russell A. Hulse y Joseph H. Taylor, utilizando observaciones de de una fuente estelar binaria denominada *púlsar*, descrita en la nomenclatura PSR B1913+16. Su nombre deriva de la emisión periódica de pulsos electromagnéticos, emitidos en diferentes longitudes de onda y con una direccionalidad bien definida. Las detecciones se realizan principalmente en las longitudes de onda de radio. Estos objetos descubiertos en 1967 por Antony Hewish en 1967, y que le merecieron el premio Nobel en 1974, son perfectos

laboratorios para la física gravitacional donde los efectos predichos por la Relatividad General son medibles con gran precisión.

Al observar la variación del periodo orbital del sistema, Hulse & Taylor lograron estimar la potencia emitida en ondas gravitacionales por la fuente. Esta fue la primera corroboración indirecta del fenómeno y también les valió el premio Nobel en 1993.

Es importante anotar que las investigaciones no se limitaron a los fenómenos astronómicos. Intentos como los de Joseph Weber, profesor de física en la Universidad de Maryland en los años 50 - 60, comienzan la empresa para la construcción de instrumentos con miras a detectar la radiación gravitacional producida por distribuciones de masas aceleradas y momentos gravitacionales cuadrupolares no nulos. Esta es la mínima exigencia para que las distribuciones de masa generen patrones de radiación gravitacional. Se podría decir que así se recorren los primeros pasos hacia la ingeniería de antenas gravitacionales. Dichos intentos fracasaron debido a que las señales son demasiado débiles para ser detectadas. Pero la historia de las ondas gravitacionales no se detiene con experimentos como los de Weber. Realizando un salto brusco en la historia, los esfuerzos tanto teóricos como experimentales comenzaron con la apuesta para la detección directa de las ondas gravitacionales.

Uno de dichos intentos es el conocido proyecto LIGO (por sus siglas en inglés: Laser Interferometer Gravitational Wave Observatory). Entre sus particularidades de dicho proyecto se encuentran dos interferómetros con brazos de longitud de 4km, ubicados en Livingston Luisiana y en Handford en Estados Unidos. LIGO comienza en 1984 con los trabajos pioneros, de entre muchos otros, los profesores Kip Thorne, Rainer Weiss y Bary C. Barish, de la colaboración LIGO/VIRGO, merecedores del premio Nobel en 2017. La detección del pulso de radiación gravitacional realizada por los interferómetros se realizó el 14 de Septiembre de 2015. Este evento es conocido como GW150914.

En este evento, los aparatos registraron un patrón de radiación gravitacional compatible con la coalescencia de dos agujeros negros

de masas aproximadas de $29 M_{\odot}$ y $36 M_{\odot}$ formando un agujero negro de unas $62 M_{\odot}$, lo que significa una liberación de energía de $3 M_{\odot}$ en radiación gravitacional. El rango de frecuencia de la señal se sitúa entre 35 – 250 Hz.

Este colosal hecho ocurrió hace unos 1300 millones de años y su radiación causó un desplazamiento (strain) del orden de 10^{-19} m en los interferómetros. Este maravilloso evento no solo es uno de los hallazgos monumentales en la historia de la física gravitacional, sino que por primera vez las ecuaciones de campo de Einstein son corroboradas en todo su esplendor no lineal en objetos astrofísicos. Además, nos proporciona la primera medida directa de la coalescencia de dos agujeros negros y otorga el reconocimiento a una labor emprendida décadas atrás por los físicos como lo es la solución completa de las ecuaciones de campo utilizando métodos computacionales. Esta rama de vital importancia es conocida como *Relatividad Numérica*. Sin esta importante herramienta no hubiera sido posible interpretar los resultados del LIGO.

El anuncio de la detección de las ondas gravitacionales se realizó el 11 de Febrero de 2016 y desde entonces no paran las sorpresas para este campo. En el presente año se han realizado detecciones de nuevos eventos, entre los cuales se encuentra el patrón de emisión de nuevo de la coalescencia de dos estrellas de neutrones. El fenómeno es conocido como GW170817 y su principal importancia radica en que éste también fue detectado por la astronomía óptica. Fuimos testigos directos de la fusión de estas dos estrellas de neutrones en una nueva estrella denominada *kilonova*. Estos estadios estelares habían sido predichos por la teoría de la evolución estelar mas no observados directamente. Una vez se detectó el patrón de radiación gravitacional, se midió casi simultáneamente una ráfaga de rayos gamma (gamma-ray burst), uno de los eventos más energéticos del universo, en la región del cielo donde la fusión tuvo lugar. Esto abre un enorme campo astrofísico de altas energías. Escenarios para la producción de dichas ráfagas, que únicamente existían en las predicciones teóricas, ahora son corroborados observacionalmente.

Bajo la luz de este nuevo hallazgo, surgen otras inquietantes preguntas que pueden ser resueltas, como el caso de la acreción de

materia alrededor de estrellas masivas y objetos compactos, junto a la producción de los elementos pesados de la tabla periódica. Una visión un poco artística está representada en la figura 1.

Para cerrar esta pequeña nota sobre las ondas gravitacionales, es importante mencionar que la astronomía de las mismas ha dejado de ser ficción y es una realidad. Esta nueva ventana de observación astronómica proporcionará grandes descubrimientos y nos brindará la posibilidad de explorar regiones del universo, como es el caso del universo temprano o los interiores estelares, lo que no ha sido posible mediante las ondas electromagnéticas.

El futuro no se hace esperar, misiones como LISA (Laser-Interferometer Space Antenna), una antena diseñada para detectar ondas gravitacionales en un rango que supera ampliamente las capacidades de LIGO, está en marcha. Este experimento tiene como plan aumentar miles de veces las capacidades de cualquier laboratorio terrestre y será puesto en el espacio. La antena proporcionará no únicamente datos sobre los eventos catastróficos como la fusión de agujeros negros,

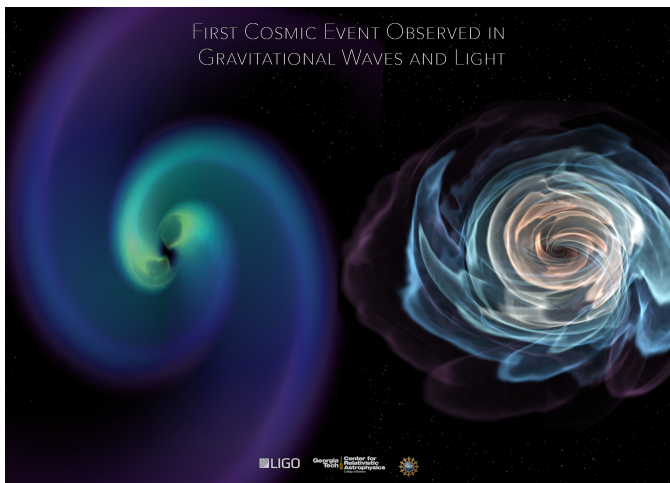


FIGURA 1. *Fusión de estrellas de neutrones en gravedad y materia.* [Crédito: Karan Jani / Georgia Tech] (tomada de <https://www.ligo.org/detections/GW170817.php>)

sino que, en principio, de la gran mayoría de las estructuras en el universo y las elusivas ondas gravitacionales primordiales cosmológicas, que se esperan sean detectadas con este experimento.

Referencias

- [1] B. Abbot *et al.*, Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger, *Physical Review Letters* **116**, 061102 (2016).

Dr. rer. nat. Leonardo Castañeda
Profesor asociado
Universidad Nacional de Colombia
Observatorio Astronómico Nacional

**BÚSQUEDA DE POSIBLES PROGENITORES SIN
MATERIA OSCURA DE LA GALAXIA ENANA
ESFEROIDAL CARINA A TRAVÉS DE
SIMULACIONES DE N-CUERPOS**

**LOOKING FOR POSSIBLE DARK MATTER FREE
PROGENITORS OF THE CARINA DWARF
SPHEROIDAL GALAXY USING N-BODY
SIMULATIONS**

Diego F. Castellanos, Rigoberto A. Casas-Miranda

Universidad Nacional de Colombia, Sede Bogotá, Facultad de Ciencias, Departamento de Física, Colombia.

(Recibido: 02/2017. Aceptado: 06/2017)

Resumen

Se presenta un estudio de la evolución de diferentes posibles progenitores sin materia oscura de la galaxia enana esferoidal Carina, una de las galaxias satélites de la Vía Láctea, mediante simulaciones numéricas Newtonianas de N-Cuerpos. No fue posible reproducir completamente las propiedades observacionales de Carina, y por consiguiente no se pudo determinar un posible progenitor sin materia oscura para la misma; sin embargo, progenitores con masa inicial $1 \times 10^7 M_{\odot}$ y radios de Plummer 0.5 y 0.6 kpc, reprodujeron los valores observacionales de Carina para tres de las cinco variables estudiadas (radio de brillo medio, dispersión de velocidades sobre la visual y distancia galactocéntrica). Por lo tanto estos progenitores podrían ser la base para posteriores trabajos sobre el origen de la galaxia enana Carina.

Palabras clave: Galaxias: Carina, Galaxias: enanas, Galaxias: formación, Materia oscura.

Abstract

We present a study of the evolution of several different dark matter free possible progenitors of the Carina dSph galaxy, one of the satellites of the Milky Way, using Newtonian numerical N-body simulations. It was not possible to reproduce all the observed properties of Carina, therefore a possible dark matter free progenitor of it was not found; nevertheless, progenitors with initial mass $1 \times 10^7 M_{\odot}$ and Plummer radii 0.5 and 0.6 kpc reproduced the observational values of Carina for three of the five studied variables (half light radius, line-of-sight velocity dispersion and galactocentric distance). Thus, those satellites could be the starting point for further work about the origin of the Carina dwarf galaxy.

Keywords: Galaxies: Carina, Galaxies: dwarf, Galaxies: formation, Dark matter.

Introducción

Un debate permanente en la cosmología actual es el problema de la materia oscura. Este tipo de materia da cuenta muy bien de la distribución de masa a grandes escalas, pero según las observaciones todavía existen discrepancias en la conformación de la masa en el grupo local [1–3]. A escalas locales cobra importancia entender la cinemática y la dinámica de sistemas que podrían estar dominados por materia oscura.

En diferentes estudios se han medido las luminosidades de las galaxias enanas esferoidales (dSph). Los altos valores registrados en la razón de masa-luminosidad (M/L) observacional, hacen pensar que son objetos dominados por materia oscura. Sin embargo, algunos autores sugieren que las dSph al interactuar con el potencial gravitacional de la Vía Láctea se deforman y fragmentan [4–7], explicando así la alta razón M/L observada. De acuerdo con esta interpretación, los sistemas dSph podrían estar lejos del equilibrio dinámico y por lo tanto las masas establecidas bajo la hipótesis de equilibrio no estarían estimadas correctamente. Si las dispersiones de velocidad estelares observadas pueden ser atribuidas

a la fragmentación del satélite proyectado a lo largo de la línea de visión, la necesidad de invocar el argumento de la presencia de materia oscura para explicar la cinemática de las galaxias dSph se desvanece. [4, 5] muestran que las dSph se pueden concebir a partir de objetos esféricos autogravitantes en cuasi-equilibrio y reproducen la gran mayoría de sus propiedades y características. Angus *et al.* [8] realizaron simulaciones de N-cuerpos de enanas esferoidales usando dinámica de Newton modificada (MOND) y encontraron que si bien las enanas son estables bajo fuerzas de marea durante un tiempo de Hubble, las dispersiones de velocidades de las enanas no son amplificadas lo suficiente por las fuerzas de marea como para aumentar artificialmente la razón masa-luminosidad. Haghi and Amiri [9] usa las dispersiones de velocidades de algunas enanas esferoidales de la Vía Láctea para probar modelos de gravedad modificada.

El problema de la existencia y cantidad de materia oscura en galaxias enanas continúa en discusión. Por lo tanto se hace necesario continuar con la investigación acerca de la posibilidad de que las galaxias enanas esferoidales de la Vía Láctea puedan ser remanentes deformados de objetos libres de materia oscura.

En este artículo se presenta un estudio de la evolución de diferentes posibles satélites progenitores sin materia oscura de la galaxia enana esferoidal Carina, mediante simulaciones numéricas Newtonianas de N-Cuerpos. Se tiene en cuenta la disponibilidad de datos observacionales de cinemática y fotometría, para verificar si es posible reproducir a partir de las galaxias simuladas las características observacionales de Carina.

1. La galaxia esferoidal enana Carina

Carina es una de las galaxias dSph más conocidas gracias al estudio de sus complejas poblaciones estelares [10]. Carina presenta múltiples poblaciones estelares de edades alrededor de 11, 5 y 1 Gyr [11] Por medio de la observación de los movimientos propios de las dSph, es posible rastrear su órbita, conociendo la velocidad transversal a la línea de visión. Los componentes angulares detectados por corrimiento al rojo, dan indicios sobre la órbita que siguió Carina en su paso por la Vía Láctea [12, 13].

Algunos parámetros observacionales básicos de Carina se muestran en la tabla 1.

Características	Carina
AR	$06^h 41^m 36.7^s$ [14]
dec	$-50^d 57^m 58^s$ [14]
Posición l	260.1° [14]
Posición b	-22.2° [14]
Masa total M_\odot	6.3×10^6 [14], $(2 - 20) \times 10^7$ [15], 2.73×10^8 [16]
Razón $\frac{M_\odot}{L_\nu \odot}$	67 ± 31 [17]
Luminosidad $L_\nu \odot$	$0.72 \times 10^6 L_*$ [16], $2.4 \times 10^5 L_*$ [18]
σ_0 (km/s)	11.7 ± 0.1 [10], 6.6 [14]
μ_0	25.5 (mag/arcsec ²) ó $2.47 \times 10^6 L_\odot/kpc^2$ [14]
t_{acr} (Gyr)	$7 - 9$ [19]
V_r (km/s)	220.4 ± 0.1 [10], 113 ± 52 [20], 20 ± 24 [19]
V_T (km/s)	46 ± 54 [20], 85 ± 39 [19]
R_{gc} (kpc)	101 ± 5 [17]
$r_{1/2}$	$0.210 kpc$ [5], $0.334 kpc$ [14]

TABLA 1. *Propiedades de la galaxia enana Carina: la ascensión recta (AR), la declinación (dec), longitud y latitud en coordenadas galácticas (l , b), la razón (M/L), la dispersión de velocidades sobre la visual (σ_0), el brillo superficial central (μ_0), el tiempo de acreción (t_{acr}), la velocidad radial y tangencial (V_r , V_T), la distancia galactocéntrica (R_{gc}) y el el radio de brillo medio ($r_{1/2}$).*

2. Modelo y condiciones iniciales de la simulación

2.1. Condiciones orbitales

Para determinar las posibles órbitas del progenitor de Carina, se tuvo en cuenta las posiciones y velocidades del satélite en diferentes pasos perigalácticos durante 10 Gyr. La excentricidad y las distancias pericéntrica y apocéntrica corresponden a los valores de la galaxia enana Carina reportados en la literatura. Para establecer las condiciones iniciales de las órbitas del progenitor de Carina se integró la trayectoria de una partícula de prueba para 10 Gyr, realizando un cálculo hacia atrás en el tiempo iniciando con los valores actuales reportados por [12]. En la tabla 2 se muestran las condiciones iniciales usadas para las simulaciones.

Parámetros iniciales	Valor
Partículas	10^5
Masa Carina	$10^6 - 10^8 M_\odot$
Radio de Plummer	$0.2 - 0.8$ kpc
V_T	86 km/s
V_r	220 km/s
Posición $((x_0, y_0, z_0))$	(86.1, 36.6, -35.3) kpc
Velocidad (v_{0x}, v_{0y}, v_{0z})	(71.3, -40.3, 26.1) km/s

TABLA 2. *Condiciones iniciales para la galaxia enana Carina. Las posiciones (x, y, z) están en coordenadas galactocéntricas.*

2.2. Modelo para la Vía Láctea

La Vía Láctea se modela usando un potencial rígido con tres componentes: un potencial Miyamoto Nagai para el disco

$$\phi_{disk}(R, z) = -\frac{GM_d}{\sqrt{R^2 + (a + \sqrt{z^2 + b^2})^2}}, \quad (1)$$

un potencial esférico de Hernquist para el núcleo

$$\phi_{sph}(R) = -\frac{GM_e}{R + c} \quad (2)$$

y un potencial logarítmico para el halo de materia oscura

$$\phi_{halo}(R, z) = v_c^2 \ln[R^2 + d^2], \quad (3)$$

donde M_d es la masa del disco, M_e es la masa del esferoide central, v_c es la velocidad circular del halo y a , b , c y d son parámetros de longitud de escala de la galaxia. Los potenciales y los parámetros correspondientes se han elegido ya que se asemejan a las condiciones de la Vía Láctea [21].

2.3. Modelo para el satélite

El satélite progenitor inicial de Carina se modela como una esfera de Plummer con 10^5 partículas:

$$\phi_{Pl}(r) = \frac{GM_{sat}}{\sqrt{r^2 + R_{pl}^2}}, \quad (4)$$

donde M_{sat} es la masa del satélite y R_{pl} es el radio de Plummer. Se utilizan tres masas del objeto inicial s: $10^6 M_\odot$, $10^7 M_\odot$ y $10^8 M_\odot$, con radios de Plummer en el rango de 0.2 – 1 kpc. Los satélites han sido construídos utilizando el algoritmo propuesto por [22] y las simulaciones fueron realizadas con GADGET2 [23].

3. Comparación con Carina

Para una distancia apocéntrica de 100 kpc, se desarrollaron varias simulaciones de satélites con masas iniciales de 10^6 a $10^8 M_\odot$ y se variaron los radios de Plummer $R_p = 0.2$ kpc a $R_p = 0.8$ kpc.

Para realizar la comparación de las propiedades del satélite simulado con las de la enana Carina se empieza por buscar los intervalos de tiempo en los cuales la razón M/L simulada se encuentra dentro de los valores reportados en la literatura, si esta condición se cumple, entonces se revisa si las demás propiedades bajo estudio ($r_{1/2}$, σ_0 , μ_0 y R_{gc}) también presentan coincidencia entre lo simulado y su contraparte observacional.

En las gráficas contenidas en la figura 1, se muestra la evolución temporal durante 10 Gyr de las propiedades físicas M/L , los radios de Lagrange, R_{gc} , $r_{1/2}$, μ_0 y σ_0 para dos satélites con masa inicial de $10^6 M_\odot$ y radio de Plummer de 0.2 y 0.3 kpc, respectivamente. Estas propiedades físicas son determinadas para un observador ubicado en la tierra.

Al revisar la razón M/L para la figura 1(a) se puede apreciar que se incrementa a partir de los 2 Gyr y fluctúa durante la evolución del satélite. Adicionalmente esta variable alcanza los correspondientes valores observacionales (ver líneas horizontales en las figuras) aproximadamente a los 5 Gyr y en intervalos tales como: 6.5-7 Gyr, 8-8.5 Gyr y 9.5-10 Gyr.

Para los radios de Lagrange, se puede observar que durante los primeros 2 Gyr, el satélite pierde el 50% de su masa en la interacción con la Vía Láctea. Por otro lado, en cuanto a la distancia galactocéntrica coincide con los valores observacionales en los puntos 6 y 7 Gyr, en comparación con los otros intervalos de M/L , en donde no coincide.

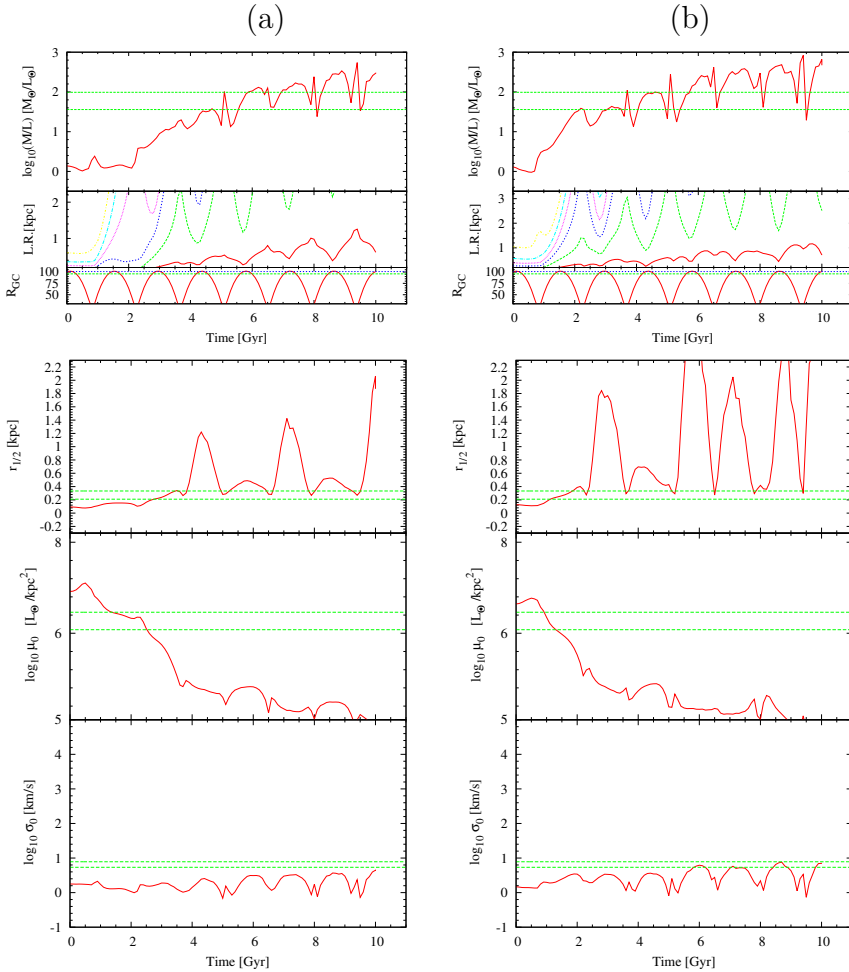


FIGURA 1. Evolución de las propiedades de un satélite con masa inicial de $10^6 M_{\odot}$. (a) con un radio de Plummer de 0.2 kpc, (b) con un radio de Plummer de 0.3 kpc

Se puede observar que la gráfica del brillo superficial central decae rápidamente y toma valores observacionales de 1.5 a 2.5 Gyr aproximadamente, dicho comportamiento es similar para el mismo parámetro evaluado en la figura 1(b). Estos decaimientos en ambas gráficas del brillo superficial central, podrían estar asociados con la fluctuación del radio medio donde se concentra la masa del satélite. La dispersión de velocidades, presenta un comportamiento casi constante y los valores observacionales no son alcanzados en ningún momento para este satélite.

En la tabla 3 se registran las propiedades de Carina obtenidas del análisis de la Figura 1(a), para las cuales se reproducen los valores observacionales en el mismo intervalo de tiempo (en la tabla aparece como “si”), mientras las variables que no reproducen los valores observacionales están marcadas con la línea (-).

	5 Gyr	(6.5-7) Gyr	(8-8.5) Gyr	(9.5-10) Gyr
M/L_{\odot}	si	si	si	si
$r_{1/2}(kpc)$	-	-	si	-
$\mu_0 (L_{\odot}/kpc^2)$	-	-	-	-
$\sigma_0(km/s)$	-	-	-	-
$R_{gc}(kpc)$	-	si	-	-

TABLA 3. Variables que reproducen los valores observacionales para el satélite con $R_p = 0.2kpc$ y una masa de $1 \times 10^6 M_{\odot}$

En el primer intervalo de coincidencia de la razón M/L (a los 5 Gyr) ninguno de los parámetros coincide con el valor observacional de Carina. Por su parte en el intervalo de 6.5-7 Gyr coinciden solo la variable R_{gc} . En el tercer intervalo de 8-8.5 Gyr sólo coincidió una variable $r_{1/2}$; y para el último intervalo de 9.5-10 Gyr ninguna de las variables coincidió con los valores observacionales de Carina. Este satélite con estas características no puede ser el progenitor de Carina, puesto que para que se pueda considerar como un posible progenitor de la galaxia Carina, todos los parámetros (σ_0 , μ_0 , $r_{(1/2)}$, M/L y R_{gc}) del satélite simulado deben coincidir en el mismo intervalo observacional de la razón M/L independientemente del valor individual que tome cada uno.

De manera similar, al analizar la gráfica 1(b) se puede observar que la razón M/L alcanza valores observacionales aproximadamente en los intervalos: 3-3.6 Gyr, 4-5Gyr y en los tiempos 6.5 Gyr, 8 Gyr y 9 Gyr. En la tabla 4, se registran las variables estudiadas de Carina para las cuales se reproducen los valores observacionales en el mismo intervalo de tiempo. Estos satélites no podrían ser los posibles progenitores de la galaxia enana de Carina, ya que de todas las características del satélite sólo algunas de ellas coinciden en el mismo intervalo de tiempo con los valores observados para la galaxia Carina.

Este proceso de comparación entre las cantidades obtenidas de las simulaciones y las correspondientes cantidades observacionales se repitió para todos los satélites simulados.

Los satélites con radios de Plummer 0.2 y 0.3 kpc y masa inicial de $10^8 M_{\odot}$ no mostraron evidencia de cambio alguno de sus variables, que en ningún momento coinciden con las cantidades observacionales de Carina. Por lo tanto se descartan como posibles progenitores.

En las tablas 5 y 6, se muestra un resumen de los diferentes intervalos de tiempo para las cuales diferentes variables de cada una de las simulaciones se ajusta con los valores observacionales. Es importante notar que cada intervalo es diferente tanto para la masa y radio de Plummer de cada simulación. Se pueden observar las propiedades físicas de posibles progenitores de Carina, los valores están ya mencionados en cada simulación e intervalo de tiempo; el símbolo “si”, hace referencia a que ese parámetro medido se ajusta a los valores observacionales de la galaxia Carina para ese intervalo de tiempo. Donde no hay valor, no significa que no lo tenga, sino que no se ajusta con estos parámetros en ese mismo tiempo. La palabra “otro” significa que toma un valor observacional, pero no en el mismo intervalo de tiempo de Carina.

Al revisar la tabla 4, nos podemos dar cuenta que las simulaciones para la masa $10^6 M_{\odot}$ y el radio de Plummer 0.2 kpc existen dos variables de cinco que reproducen los valores observacionales de Carina en el intervalo II, estas son $r_{1/2}$ y R_{gc} . Para el radio de Plummer 0.3 kpc, se puede ver que hay dos variables, $r_{1/2}$ y σ_0 que reproducen los valores observacionales de Carina en ese mismo

intervalo de tiempo. Al revisar el radio de Plummer 0.4 kpc con la misma masa sólo en el intervalo IV (6.5 Gyr), las variables que se ajustan en el mismo intervalo de tiempo son: $r_{1/2}$ y σ_0 . Para el radio de Plummer 0.8 kpc, en cada uno de los intervalos sólo una variable reproduce los valores observacionales de Carina, se puede afirmar según lo visto en cada uno de los radios, que para esta masa no existen posibles progenitores de la galaxia enana de Carina.

Al observar la masa $10^7 M_\odot$, el radio de Plummer de 0.4 kpc hay coincidencia de dos variables comparadas con los valores

Variables	I	II	III	IV	V	VI
$R_p = 0.2 \text{ kpc}$						
$t(M/L)$ Gyr	5	(6.5-7)	(8-8.5)	(9.5-10)		
$r_{1/2}$	otro	si	si	–		
μ_0	otro	–	–	–		
σ_0	–	–	–	–		
R_{gc}	–	si	–	–		
$R_p = 0.3 \text{ kpc}$						
$t(M/L)$ Gyr	(3-3.6)	(4-5)	6.5	8	9	
$r_{1/2}$	si	–	si	si	si	
μ_0	otro	–	–	–	–	
σ_0	–	–	otro	si	si	
R_{gc}	si	si	–	–	–	
$R_p = 0.4 \text{ kpc}$						
$t(M/L)$ Gyr	(2-2.5)	(3-3.7)	(4-5)	6.5	8	9.5
$r_{1/2}$	si	–	–	si	–	si
μ_0	otro	–	–	–	–	–
σ_0	–	–	–	si	otro	–
R_{gc}	–	si	si	–	–	–
$R_p = 0.8 \text{ kpc}$						
$t(M/L)$ Gyr	(2-2.5)	(3-3.7)	(4.2-4.7)	6.7	8.2	
$r_{1/2}$	otro	otro	otro	si	–	
μ_0	otro	–	–	–	–	
σ_0	–	–	–	otro	otro	
R_{gc}	–	si	si	–	–	

TABLA 4. Resultado de la comparación entre las propiedades simuladas y observacionales de Carina para todos los satélites con diferentes radios de Plummer y masa $10^6 M_\odot$, en los intervalos de tiempo con coincidencia en la razón M/L .

observacionales de Carina, para los intervalos II (6-6.5 Gyr), III (7-8 Gyr) y IV (8.5 Gyr) σ_0 y R_{gc} . Para el radio de Plummer 0.5 kpc, se alcanza valores observacionales con Carina para las variables σ_0 y R_{gc} en los intervalos II (4.5 Gyr) y IV (6-8 Gyr). Revisando los intervalos III y VI no coinciden la mayoría de variables. Considerando el radio de Plummer 0.6 kpc, existe coincidencia en dos variables de cuatro, estas son: σ_0 y R_{gc} ; en los intervalos II(4.2-5 Gyr), el intervalo IV (5.7-6.5 Gyr), V y VI. Por lo tanto estos satélites no pueden ser progenitores de Carina.

Al observar la tabla 6, satélites con masa de $10^8 M_\odot$ y el radio de Plummer 0.7 kpc sólo dos variables de cuatro del satélite corresponden a los valores observacionales de la galaxia Carina; μ_0 y σ_0 se ajustan en el primer intervalo. Para el radio de Plummer de 0.8 kpc, las variables que coinciden para el intervalo I y IV son R_{gc} y σ_0 .

Variables	I	II	III	IV	V	VI
$R_p = 0.4 \text{ kpc}$						
$t(M/L) \text{ Gyr}$	5	(6-6.5)	(7-8)	8.5	9.5	
$r_{1/2}$	otro	otro	–	–	–	
μ_0	otro	–	–	–	–	
σ_0	–	si	si	si	–	
R_{gc}	–	si	si	si	–	
$R_p = 0.5 \text{ kpc}$						
$t(M/L) \text{ Gyr}$	3.6	4.5	5	(6-8)	8.5	9.5
$r_{1/2}$	otro	otro	–	–	–	–
μ_0	otro	–	–	–	–	
σ_0	–	si	–	si	si	–
R_{gc}	–	si	–	si	–	–
$R_p = 0.6 \text{ kpc}$						
$t(M/L) \text{ Gyr}$	3.7	(4.2-5)	5.2	(5.7-6.5)	(8-8.5)	(9-9.5)
$r_{1/2}$	otro	otro	–	–	–	–
μ_0	otro	–	–	–	–	
σ_0	otro	si	si	si	si	si
R_{gc}	–	si	–	si	si	si

TABLA 5. Resultado de la comparación entre las propiedades simuladas y observacionales de Carina para todos los satélites con diferentes radios de Plummer y masa $10^7 M_\odot$, en los intervalos de tiempo con coincidencia en la razón M/L .

Por lo que después de comparar estos radios de Plummer, se puede afirmar que para esta masa no es posible obtener un progenitor de la galaxia enana Carina.

Finalmente, se ha encontrado que la órbita que siguen los satélites, permite la existencia de los mismos cuando tenemos una distancia apocéntrica de 100 kpc y una excentricidad de 0.68 conseguidas en este estudio. [24] predice que las condiciones para los posibles parámetros de Carina, deben ajustarse considerando las interacciones de marea y una órbita que puede tener una excentricidad entre 0.3 y 0.7. También en simulaciones hechas en el año 2011 [15] muestran los valores contenidos de cada uno de los elementos de nuestra galaxia con simulaciones que contienen fricción dinámica y otras condiciones iniciales.

En este trabajo en las interacciones que se dan a través de las simulaciones numéricas, sólo intervienen la Vía Láctea y el satélite, mientras que en otros trabajos hechos en los años 2003 [7] y 2009 [25] se incluyen cúmulos de galaxias enanas con modelos CDM para la revisión de la formación estelar y luminíca de estas galaxias. La masa mínima utilizada en otros estudios es de $10^7 M_\odot$ incluyendo

Variables	I	II	III	IV
$R_p = 0.7kpc:$				
$t(M/L_\odot)$ Gyr	6.5	(7.5-8)	(8.5-9)	(9.5-10)
$r_{1/2}$	otro	–	–	–
μ_0	si	–	–	–
σ_0	si	si	–	si
R_{gc}	–	si	si	–
$R_p = 0.8kpc:$				
$t(M/L_\odot)$ Gyr	(6-6.5)	(7-7.5)	(7-7.8)	(9.2-9.7)
$r_{1/2}$	otro	–	–	–
μ_0	otro	–	–	–
σ_0	si	–	si	si
R_{gc}	si	si	–	si

TABLA 6. Resultado de la comparación entre las propiedades simuladas y observacionales de Carina para todos los satélites con diferentes radios de Plummer y masa $10^8 M_\odot$, en los intervalos de tiempo con coincidencia en la razón M/L .

las interacciones de marea y mecanismos para la formación de grandes galaxias. El trabajo hecho por [26] revela que el presente trabajo no se aleja de estas predicciones, ya que los satélites que coincidieron con los valores observacionales de la razón M/L tienen masa de $10^7 M_\odot$. La ausencia de materia oscura en los satélites progenitores simulados permite la reproducción de la razón M/L durante diferentes intervalos de tiempo, lo cual apoya la hipótesis de que las galaxias enanas esferoidales no están dominadas por materia oscura. Sin embargo, el hecho de no poder reproducir simultáneamente las demás propiedades estudiadas, aún variando en un amplio rango tanto la masa inicial, como el radio de Plummer de los satélites progenitores indica que probablemente estos tendrían una componente importante de materia oscura.

Conclusiones

Se realizaron catorce simulaciones newtonianas de N-cuerpos, para la distancia apocéntrica de 100 kpc, con el fin de buscar los posibles progenitores sin materia oscura de la galaxia Carina. Cuatro simulaciones correspondieron a una masa inicial de $1 \times 10^6 M_\odot$ y un rango de radio de Plummer entre 0.2-0.8 kpc; cinco correspondieron a una masa inicial de $1 \times 10^7 M_\odot$ y radio de Plummer entre 0.2-0.6 kpc; cinco correspondieron a una masa inicial de $1 \times 10^8 M_\odot$ y radio de Plummer entre 0.4-0.8 kpc.

De acuerdo con el análisis de las simulaciones realizadas, no fue posible reproducir completamente las propiedades observadas de la galaxia enana esferoidal Carina, y por consiguiente no se pudo determinar un posible progenitor libre de materia oscura para la misma; sin embargo, para la masa $1 \times 10^7 M_\odot$ y radio de Plummer 0.5 y 0.6 kpc tres de las cinco variables estudiadas $r_{1/2}$, σ_0 y R_{gc} tomaron valores observacionales de la galaxia Carina (en el intervalo de tiempo IV (6-8 Gyr) y (5.7-6.5 Gyr) respectivamente), por lo cual se puede afirmar que esta masa puede ser la base para posteriores trabajos sobre el origen de la galaxia enana Carina.

La ausencia de materia oscura en los satélites progenitores simulados permite la reproducción de la razón M/L durante diferentes intervalos de tiempo, lo cual apoya la hipótesis de que las

galaxias enanas esferoidales no están dominadas por materia oscura. Sin embargo, al no poder reproducir simultáneamente las demás propiedades estudiadas, aún variando en un amplio rango la masa inicial y el radio de Plummer de los satélites progenitores indica que probablemente estos tendrían una componente importante de materia oscura.

Una continuación de este trabajo, sería repetir el presente estudio, pero considerando la materia oscura para el progenitor de Carina, ya que es relevante en otros trabajos hechos para la formación de galaxias dSph y ultraténues. Por otro lado, Angus *et al.* [8] realizaron simulaciones de N-cuerpos de enanas esferoidales usando dinámica de Newton modificada (MOND) y encontraron que si bien las enanas son estables bajo fuerzas de marea durante un tiempo de Hubble, las dispersiones de velocidades de las enanas no son amplificadas lo suficiente por las fuerzas de marea como para aumentar artificialmente la razón masa-luminosidad. Sería muy interesante realizar un estudio similar al presente usando modelos de gravedad modificada.

Referencias

- [1] A. Klypin, A. V. Kravtsov, O. Valenzuela, and F. Prada, *Astrophys. J.* **522**, 82 (1999).
- [2] B. Moore, S. Ghigna, F. Governato, G. Lake, T. Quinn, J. Stadel, and P. Tozzi, *Astrophys. J. Lett.* **524**, L19 (1999).
- [3] M. Boylan-Kolchin, J. S. Bullock, and M. Kaplinghat, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **422**, 1203 (2012).
- [4] R. A. Casas, V. Arias, K. Peña Ramírez, and P. Kroupa, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **424**, 1941 (2012).
- [5] P. Kroupa, *New Astron.* **2**, 139 (1997).
- [6] R. S. Klessen and P. Kroupa, *Astro. J.* **498**, 143 (1998).
- [7] J.-J. Fleck and J. R. Kuhn, *Astrophys. J.* **592**, 147 (2003).
- [8] G. W. Angus, G. Gentile, A. Diaferio, B. Famaey, and K. J. v. d. Heyden, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **440**, 746 (2014).
- [9] H. Haghi and V. Amiri, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **463**, 1944 (2016).

- [10] M. Fabrizio, M. Nonino, G. Bono, I. Ferraro, P. Francois, G. Iannicola, M. Monelli, F. Thévenin, P. B. Stetson, A. R. Walker, R. Buonanno, F. Caputo, C. E. Corsi, M. Dall' Ora, R. Gilmozzi, C. R. James, T. Merle, L. Pulone, and M. Romaniello, *Publ. Astron. Soc. Pac.* **123**, 384 (2011).
- [11] M. Monelli, L. Pulone, C. E. Corsi, M. Castellani, G. Bono, A. R. Walker, E. Brocato, R. Buonanno, F. Caputo, V. Castellani, M. Dall' Ora, M. Marconi, M. Nonino, V. Ripepi, and H. A. Smith, *Astron. J.* **126**, 218 (2003).
- [12] S. Piatek, C. Pryor, E. W. Olszewski, H. C. Harris, M. Mateo, D. Minniti, and C. G. Tinney, *Astron. J.* **126**, 2346 (2003).
- [13] M. G. Walker, M. Mateo, and E. W. Olszewski, *Astrophys. J. Lett.* **688**, L75 (2008).
- [14] A. W. McConnachie, *Astron. J.* **144**, 4 (2012).
- [15] Pasetto, S., Grebel, E. K., Berczik, P., Chiosi, C., and Spurzem, R., *Astron. Astrophys.* **525**, A99 (2011).
- [16] Revaz, Y., Jablonka, P., Sawala, T., Hill, V., Letarte, B., Irwin, M., Battaglia, G., Helmi, A., Shetrone, M. D., Tolstoy, E., and Venn, K. A., *Astron. Astrophys.* **501**, 189 (2009).
- [17] E. L. Lokas, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **394**, L102 (2009).
- [18] Breddels, Maarten A. and Helmi, Amina, *Astron. Astrophys.* **558**, A35 (2013).
- [19] M. Rocha, A. H. G. Peter, and J. Bullock, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **425**, 231 (2012).
- [20] G. W. Angus, A. Diaferio, and P. Kroupa, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **416**, 1401 (2011).
- [21] K. V. Johnston, D. N. Spergel, and L. Hernquist, *Astrophys. J.* **451**, 598 (1995).
- [22] S. J. Aarseth, M. Hénon, and R. Wielen, *Astron. Astrophys.* **37**, 183 (1974).
- [23] V. Springel, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **364**, 1105 (2005).
- [24] J. Goodman and P. Hut, *Dynamics of Star Clusters: Proceeding of the 113th Symposium of the International Astronomical Union, held in Princeton, New Jersey, U.S.A, 29 May – 1 June, 1984*, International Astronomical Union

Symposia (Springer Netherlands, 2012) pp. 77–79.

- [25] J. Klimentowski, E. L. Lokas, S. Kazantzidis, L. Mayer, and G. A. Mamon, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **397**, 2015 (2009).
- [26] M. Irwin and D. Hatzidimitriou, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **277**, 1354 (1995).

INFLUENCIA DE LA TEMPERATURA DE SUSTRATO SOBRE LAS PROPIEDADES ÓPTICAS Y ESTRUCTURALES DE ALEACIONES GaSb:Ni

INFLUENCE OF THE SUBSTRATE TEMPERATURE ON OPTICAL AND STRUCTURAL PROPERTIES OF GaSb:Ni ALLOYS

Heiddy P. Quiroz, Anderson Dussan

Universidad Nacional de Colombia - Bogotá, Facultad de Ciencias, Departamento de Física,
Grupo de Materiales Nanoestructurados y sus Aplicaciones, Dirección: Cra. 30 No. 45-03
Edificio 404 Lab. 121C, Ciudad Universitaria, Bogotá D.C., 11001 - Colombia.

(Recibido: 01/2017. Aceptado: 05/2017)

Resumen

Películas delgadas de aleaciones ternarias de GaSb:Ni fueron preparadas por el método de pulverización catódica (DC magnetron Co-Sputtering) variando la temperatura de sustrato (T_s). A partir de medidas de transmitancia espectral y difracción de rayos X (XRD) fueron obtenidas las constantes ópticas y las propiedades estructurales del material, respectivamente. Fases predominantes de GaSb y NiSb fueron observadas para todas las variaciones de T_s . A partir de medidas de absorción del material el valor de la banda de energía prohibida o “band gap” fue obtenido, variando entre 0,63 eV y 0,72 eV. Se reporta el coeficiente de extinción κ en función de la longitud de onda de las películas de GaSb:Ni.

Palabras clave: GaSb:Ni, Semiconductores, Aleaciones metálicas.

Abstract

GaSb:Ni ternary alloys thin films were deposited via sputtering method (DC magnetron Co-Sputtering) varying the substrate temperature (T_s). From spectra transmittance measurements and X-ray diffraction (XRD) were obtained the optical constants and structural properties of material, respectively. Predominant phases of GaSb and NiSb were observed for all T_s variations. From absorption measurements, the value of energy band forbidden or “band gap” was obtained varying between 0,63 eV and 0,72 eV. The extinction coefficient κ as a function of wavelength of the GaSb:Ni thin films, was reported.

Keywords: GaSb:Ni, Semiconductors, Metallic alloys.

Introducción

Recientemente y aún con muy poco reporte en la literatura, matrices semiconductoras como anfitrionas de elementos metálicos han sido exploradas para aplicaciones en dispositivos ópticos [1], electro-ópticos [2, 3] y celdas solares [4, 5]. Específicamente el compuesto binario GaSb se encuentra entre los semiconductores III-V como material relevante para la disposición de aleaciones o sistemas ternarios con elementos de transición [6, 7]; este interés, se suscita alrededor de la obtención de sistemas con bajo valor de la banda de energía prohibida o “band gap” y/o la evidencia de propiedades magnéticas para aplicaciones en espintrónica [8].

En este trabajo se presenta un estudio de las propiedades ópticas y estructurales de aleaciones de GaSb:Ni obtenidas por el método de síntesis de pulverización catódica o comúnmente conocido como DC “magnetron Co-Sputtering”. La influencia en el aumento de la temperatura de sustrato sobre la estructura y las fases predominantes GaSb y NiSb permitió evidenciar un favorecimiento en el aumento de la cristalinidad del material. Los valores de las constantes ópticas del sistema GaSb:Ni fueron obtenidas a partir de medidas de transmitancia espectral y reflectancia.

Materiales y Métodos

Películas delgadas nanoestructuradas de GaSb:Ni fueron sintetizadas por el método de DC magnetron Co-Sputtering en un ambiente controlado de argón, usando como blancos GaSb y GaNi. Cada uno de los blancos tenía un diámetro de 762 mm y 3 mm de espesor, con una pureza del 99,99%. Todas las muestras fueron depositadas sobre sustratos de vidrio tipo Boro-silicato, previamente sometidos a un proceso de limpieza con Alconox. La temperatura del sustrato se varió entre 423 K a 573 K, usando como fuente de calefacción lámparas IR (infrarrojo) y control PID (Proporcional Integrativo Derivativo).

En el proceso de síntesis de las muestras, la potencia aplicada a los blancos de GaSb y GaNi fue de 100 W y de 75 W, respectivamente; la presión de trabajo en la cámara fue 3,33 Pa con una distancia sustrato-blanco de 7 cm y un tiempo de depósito de 15 min. Las muestras fueron sometidas a procesos de recocido a 623 K in situ durante 2h, en condiciones de alto vacío ($\sim 1,33 \times 10^{-4}$ Torr), posterior a la etapa de preparación.

Las muestras de GaSb:Ni fueron caracterizadas a través de medidas de difracción de rayos X utilizando un difractómetro de Rayos X Policristal X'Pert Pro de PANalytical, equipado con una fuente de Cu-K α : 1,540598 Å, a una diferencia de potencial de 40 kV, corriente de 40 mA y un detector X'Celerator. El software empleado para la identificación de fases presentes en las muestras fue el X'Pert HighScore Plus [9] usando refinamiento Rietveld.

Para la obtención de las propiedades ópticas se utilizó un espectrofotómetro marca Cary 5000 UV-VIS-NIR de alto rendimiento en el rango desde 175 nm a 3300 nm, trabajando a presión atmosférica y temperatura ambiente.

Resultados y Discusión

En la figura 1 se presentan los patrones de difracción de las películas de GaSb:Ni cuando la temperatura del sustrato fue variada de 423 K a 573 K. A partir de refinamiento Rietveld fue posible identificar dos fases presentes en el material: GaSb (PDF 00-007-0215) y NiSb (PDF 00-041-1439).

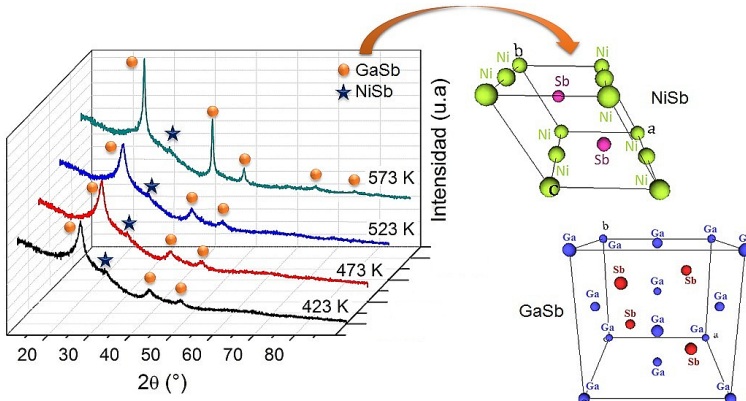


FIGURA 1. Patrones de XRD de películas de GaSb:Ni variando T_s . Las estructuras cristalinas mostradas corresponden a las fases de NiSb (superior derecha) y GaSb (inferior derecha)

Las fases observadas en la formación del sistema ternario depositado (ver Figura1), se encuentran dentro de la formación binaria posible del sistema Ga-Sb-Ni que dependen de los parámetros y métodos de síntesis (Ga-Sb, Ga-Ni y Sb-Ni) [10, 11]. Los parámetros cristalinos correspondientes a la fase de GaSb con una estructura tipo blanda de zinc (parte inferior derecha de la Figura 1) son reportados en la Tabla 1.

Parámetros Cristalinos					
a (Å)	b (Å)	c (Å)	Grupo Espacial	Nº	Grupo Espacial
6,09	6,09	6,09	F-43m		216
α (°)	β (°)	γ (°)	Volumen (Å³)	Sistema Cristalino	
90	90	90	226,42	Cúbico	

TABLA 1. Parámetros estructurales de la Fase GaSb.

Teniendo en cuenta la concentración de los elementos en los blancos (GaSb, GaNi), la mezcla de éstos en el estado vapor es rica en Ga generando una reacción eutéctica degenerada a una temperatura alrededor ~ 302 K [10]; lo anterior favorece la

formación y estabilidad térmica de la fase GaSb. Esto puede evidenciarse en la Figura 1 donde un incremento de T_s beneficia el aumento en la cristalinidad y no afecta la formación de la fase.

Por otra parte, es importante precisar que durante el proceso de depósito se tiene una reacción pobre en Ni la cual se caracteriza por favorecer la formación de tres fases termodinámicamente estables: GaSb, Ga_3Ni_2 y NiSb [10]; no obstante, cuando el porcentaje atómico del Ni es inferior al 17% [12] y la mezcla es rica en Ga, no se observa la formación de la fase Ga_3Ni_2 , mientras que la fase NiSb cristaliza a temperaturas menores a 723 K [10]. Al variar la T_s no se observa un aumento en la cristalinidad de la fase NiSb (Figura 1) debido a que la solubilidad en fase sólida del Ni en Sb es menor a 0,2% por debajo de 723 K [10, 12]. En la Tabla 2 se presentan los parámetros estructurales obtenidos para la fase NiSb, la cual tiene una estructura hexagonal.

Parámetros Cristalinos				
a (Å)	b (Å)	c (Å)	Grupo Espacial	Nº Grupo Espacial
3,92	3,92	5,13	P63/mmc	194
α (°)	β (°)	γ (°)	Volumen (Å³)	Sistema Cristalino
90	90	120	68,57	Hexagonal

TABLA 2. Parámetros estructurales de la Fase NiSb.

En la Figura 2 se presentan las medidas de transmitancia y reflectancia especular para las muestras de GaSb:Ni, cuando la temperatura del sustrato fue variada entre 423 K y 573 K. A partir de la Figura 2a se puede observar la presencia de algunas franjas de interferencia y una zona de alta absorción en la región del UV y el visible.

Sin embargo, teniendo en cuenta la característica de opacidad en las películas fabricadas, se realizaron medidas de reflectancia especular (Figura 2b), permitiendo la observación de diferentes regiones de alta reflectividad en el visible y la región del infrarrojo. Lo anterior está en concordancia con las medidas de transmitancia espectral (valores de $\lambda > 2000$ nm Figura 2a). Utilizando la Ley de Beer [13]

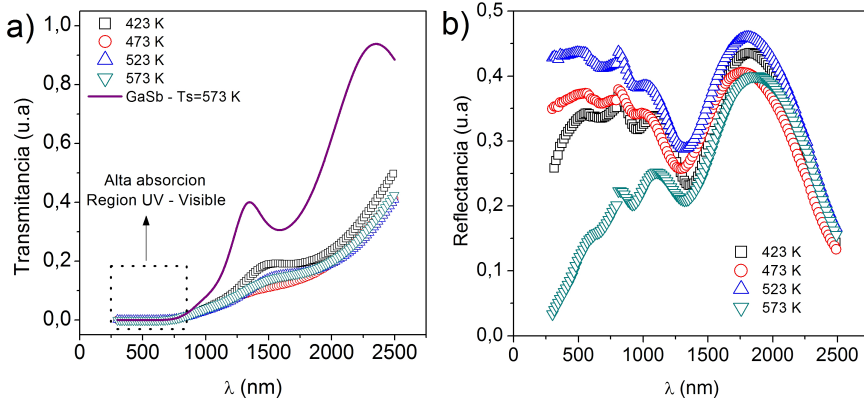


FIGURA 2. a) *Transmitancia* y b) *Reflectancia* en función de la longitud de onda para las películas de *GaSb:Ni*, en función de *T_s* y para la película de *GaSb* a *T_s* = 573 K.

fue posible determinar el coeficiente de absorción de las películas a partir de la relación:

$$\alpha = \frac{2,303}{d} A \quad (1)$$

Siendo d el espesor de las películas y $A = 1 - T - R$, donde A es la absorbancia, T la transmitancia y R la reflectancia.

En la Figura 3 se presentan las medidas de absorbancia en función de la energía cuando la temperatura de sustrato fue variada. Teniendo en cuenta la fuerte contribución de la fase *GaSb* en el material (ver Figura 1) la brecha de energía prohibida (“band gap”) considerada es asumida como un material de “band gap” (E_g) directo.

Como se puede observar en la Figura 3 y los valores reportados para el “band gap” (ver Tabla 3), existe un corrimiento hacia valores menores de 0,72 eV, valor reportado para el “band gap” del *GaSb* [14]; esto puede ser asociado a la presencia de la fase *NiSb* característica de una aleación metálica [10, 11]. Sin embargo, cuando la temperatura del sustrato fue de 573 K el “band gap” obtenido fue de 0,72 eV, lo cual puede estar relacionado con el aumento de la cristalinidad del material favoreciendo la presencia de la fase de *GaSb* con respecto a la fase de *NiSb*.

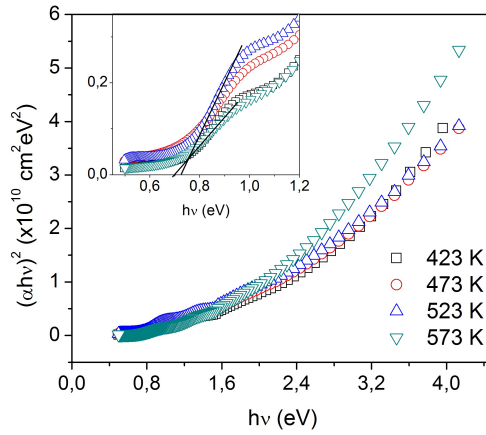


FIGURA 3. Curvas de absorción en función de $h\nu$ de películas delgadas de GaSb:Ni variando T_s .

Temperatura de Sustrato(K)	E_g (eV) $\pm 0,01$
423	0,73
423	0,70
523	0,67
573	0,72

TABLA 3. Valores de “band gap” obtenidos para las películas de GaSb:Ni variando T_s .

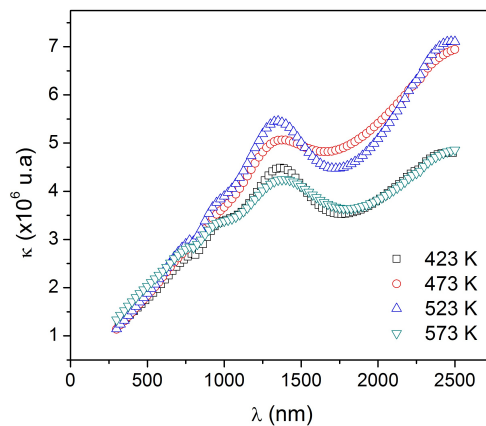


FIGURA 4. Coeficiente de extinción κ en función de la longitud de onda de las películas de GaSb:Ni variando T_s .

Una vez conocido el coeficiente de absorción, es posible calcular el coeficiente de extinción κ a partir de la relación de la Ley de Beer-Lambert [15]: $\kappa(\lambda) = \alpha\lambda/4\pi$, el cual está relacionado con la probabilidad de que se produzca una interacción entre los electrones del material y la onda electromagnética incidente. A partir de la Figura 4, se observa claramente valores altos de κ alrededor de 1400 nm y 2400 nm indicando procesos de absorción debido a la presencia de fases de aleaciones metálicas (NiSb) y las transiciones en el “band gap” del material.

Conclusiones

Se fabricaron películas delgadas de GaSb:Ni por el método de DC magnetron Co-Sputtering variando la temperatura de sustrato. A partir de las medidas de XRD se identificaron claramente la formación de dos fases cristalinas GaSb y NiSb estables termodinámicamente y que afectan fuertemente las propiedades ópticas del material. Valores del E_g y κ fueron obtenidos para todas las muestras a partir de medidas de reflectancia y transmitancia. Se observó que el aumento de la temperatura de sustrato favorece la presencia de la fase GaSb aumentando la cristalinidad de las películas.

Agradecimientos

Este trabajo fue soportado por la Universidad Nacional de Colombia - Colciencias con el proyecto Código Quipú N° 201010020958.

Referencias

- [1] E. I. Vaughan, N. Rahimi, G. Balakrishnan, and A. A. Hecht, *J Electron Mater* **44**, 3288 (2015).
- [2] N. Seña, A. Dussan, F. Mesa, E. Castaño, and R. González-Hernández, *J Appl Phys* **120**, 051704 (2016).
- [3] J. A. Calderón, F. Mesa, and A. Dussan, *Appl Surf Sci* **396**, 1113 (2017).

-
- [4] Y. Wang, X. Zhang, X. Zhang, and N. Chen, *Renewable Energy* **48**, 231 (2012).
 - [5] H. Y. Lee, H. L. Huang, O. P. Pchelyakov, and N. A. Pakhanov, *Prog Photovolt* **24**, 195 (2016).
 - [6] S. Kamilla, S. Hazra, B. Samantaray, and S. Basu, *Solid State Sciences* **13**, 232 (2011).
 - [7] Y. Lu, S. Song, X. Shen, Z. Song, G. Wang, and S. Dai, *Thin Solid Films* **589**, 215 (2015).
 - [8] J. A. Gaj and J. Kossut, eds., in *Introduction to the Physics of Diluted Magnetic Semiconductors* (Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 2010).
 - [9] Panalytical, *Software XŽpert Highscore Plus* (2017).
 - [10] M. L. Clanche, S. Députier, J. Jégaden, R. Guérin, Y. Ballini, and A. Guivarc'h, *J Alloys Compd* **206**, 21 (1994).
 - [11] S. L. Markovski, K. Micke, K. W. Richter, F. J. van Loo, and H. Ipsen, *J Alloys Compd* **302**, 128 (2000).
 - [12] I. Sutopo, *Int. J. Eng. Technol.* **11**, 94 (2011).
 - [13] H. P. Quiroz, *Preparación y Estudio de las Propiedades Estructurales, Ópticas y Morfológicas de Nanotubos de TiO₂ para su Aplicación en Sensores Ópticos (tesis de maestría)* (Bogotá, Departamento de Física, Facultad de Ciencias, Universidad Nacional de Colombia, 2014) p. 33.
 - [14] C. Cotirlan, R. Ghita, C. Negrila, C. Logofatu, F. Frumosu, and G. Lungu, *Phys Rev Appl* **363**, 83 (2016).
 - [15] R. Swanepoel, *J Phys E* **16**, 1214 (1983).

CANONICAL STRUCTURE OF GAUGE INVARIANCE PROCA'S ELECTRODYNAMICS THEORY

ESTRUCTURA CANÓNICA DE LA TEORÍA ELECTRODINÁMICA DE LA INVARIANZA GAUGE DE PROCA

German E. R. Zambrano¹, Bruto M. Pimentel²

¹ Departamento de Física, Universidad de Nariño, Calle 18 Cra 50, San Juan de Pasto, Nariño, Colombia.

² Instituto de Física Teórica - Sao Paulo State University, Caixa Postal 70532-2, 01156-970, São Paulo, SP, Brazil

(Recibido: 03/2017. Aceptado: 10/2017)

Abstract

Proca's electrodynamics describes a theory of massive photons which is not gauge invariant. In this paper we show that the gauge invariance is recovered if a scalar field is properly incorporated into the theory. We followed the Dirac's technique to perform a detailed analysis of the constraint structure of the theory. Appropriate gauge conditions were derived to eliminate the first class constraints and obtain the Dirac's brackets of the independent dynamical variables. Alternatively, the generalized symplectic formalism method is used to study the gauge invariance Proca's electrodynamics theory. After fixing the gauge, the generalized brackets are calculated and the equivalence with the Dirac's brackets is shown.

Keywords: Dirac's method, Faddeev-Jackiw's formalism, Constraint analysis, Dirac brackets, Generalized brackets.

Resumen

La electrodinámica de Proca describe una teoría de fotones masivos que no es invariante de gauge. En este trabajo se mostrara que la libertad de gauge es restaurada si un campo escalar es apropiadamente incorporado en la teoría. El método de Dirac es utilizado para realizar un detallado análisis de la estructura de vínculos de la misma. Apropriadas condiciones de gauge fueron derivadas con el fin de eliminar los vínculos de primera clase y obtener los corchetes de Dirac entre las variables dinámicas independientes. De manera alternativa, la formulación simpléctica generalizada es utilizada para estudiar la teoría electromagnética de Proca invariante de gauge. Después de fijar el gauge, los corchetes generalizados son calculados y la equivalencia con los corchetes de Dirac es mostrada.

Palabras clave: Método de Dirac, Formalismo de Faddeev-Jackiw, Análisis de vínculos, Corchetes de Dirac, Corchetes Generalizados.

Introduction

Quantum electrodynamics establishes a constraint on the rest mass of photon which is proposed to be zero. However, in nonzero photon mass could exist a low level that the present experiments cannot reach. The uncertainty principle establishes that the photon mass could be estimate as $M_\gamma \approx \frac{\hbar}{\Delta t c^2}$ in the magnitude of about $10^{-66} g$ as the age of the universe is about 10^{10} years. Although such infinitesimal mass is extremely difficult to be detected, a massive QED is not only simpler theoretically than the standard theory [1], it also provides a fairly solid framework for analyzing the far reaching implications of the existence of a massive photon which would have for physics. Actually, some of these possible effects, such as variation of the speed of light [2], the deviations of Coulomb's law [3] and Ampère's law [4], the existence of longitudinal electromagnetic waves [5], and the additional Yukawa potential of magnetic dipole fields [6, 7], were seriously studied. The massive electrodynamics or Proca's electrodynamics is the simplest model in which the photon has a small mass. Proca's

electromagnetic field theory can be constructed in a unique way by adding a mass term to the Lagrangian for the electromagnetic field, namely, the Proca field is described by the following lagrangian density,

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} + \frac{1}{2}M^2A_\mu A^\mu, \quad (1)$$

with $F_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$. The parameter M can be interpreted as the photon rest mass. In this spirit, the characteristic scaling length M^{-1} becomes the reduced Compton wavelength of the photon, which is the effective range of the electromagnetic interaction. Nevertheless, the mass term violates gauge invariance of the theory. Cornwall [8] showed that in the Jackiw-Johnson model [9] is not possible to add a symmetry breaking mass without destroying renormalizability because the term violates the Ward identity. However, the gauge invariance can be recovered if a nonlocal, nonpolynomial terms is added to the Lagrangian which is invariance gauge in a restricted sense.

In this work we are going to follow the Cornwall procedure and recover the gauge invariance of the Proca theory. We will study in a consistent way the canonical constraint structure of the theory following the Dirac's procedure [10, 11]. We determine the Hamiltonian that generates the evolution of the system and considers the full gauge freedom. Appropriated gauge conditions will be deduced in order to calculate the Dirac brackets.

However, the main goal of Dirac's method is to obtain the Dirac brackets, which are the bridge to the commutators in quantum theory. With the categorization of the constraints as first or second class, primary or secondary, this formalism has become one of the standards for the analysis of constrained theories. Nevertheless, Faddeev and Jackiw [12] proposed a geometric method for the symplectic quantization of constrained systems. This method is based on Darboux's theorem [13] in which we do not need to introduce primary constraints as in the Dirac formalism. Also, the classification of the constraints is not necessary in this method, since all the constraints are held to the same standard [14–16].

The essential point of the symplectic quantization method is to make the system into a first order Lagrangian with some auxiliary

fields, but the method does not depend on how the auxiliary fields are introduced to make the first order Lagrangian [12, 13]. The first order Lagrangian, which consists of some symplectic variables and their generalized canonical momenta, gives the geometric structure of the manifold through the symplectic two form matrix. The classification of the system as constrained or unconstrained in the first order Faddeev-Jackiw formalism depends on the singular behavior of the symplectic two form matrix.

In this work we are going to study the symplectic quantization Proca's electrodynamics deriving the generalized symplectic brackets and showing that they are equivalents to the Dirac brackets.

Structure of Constraints

The Proca field which is described by (1) is no gauge invariance, however, it is possible to add certain nonlocal, nonpolynomial term to (1) which guarantees gauge invariance. If the transformation

$$A_\mu(x) \rightarrow A_\mu(x) + \partial_\mu \Lambda(x),$$

is performed on the mass term, we obtain

$$\frac{1}{2}M^2 A_\mu A^\mu \rightarrow \frac{1}{2}M^2 (A_\mu + \partial_\mu \Lambda)(A^\mu + \partial^\mu \Lambda).$$

Now, we are going to replace the gauge parameter in the following way,

$$\Lambda \rightarrow \theta \equiv -\frac{1}{e} \frac{1}{\partial^2} \partial_\mu A^\mu.$$

Thus, we define the mass term

$$\frac{1}{2}M^2 \left[A_\mu + \frac{1}{e} \partial_\mu \theta \right]^2, \quad (2)$$

which is invariant under the following gauge transformations:

$$A_\mu(x) \rightarrow A_\mu(x) + \partial_\mu \Lambda(x) \quad , \quad \theta(x) \rightarrow \theta(x) - e\Lambda(x), \quad (3)$$

as long as $\partial^2\theta \neq 0$. Here, $\theta(x)$ is an auxiliar escalar field and e is a coupling constant. Thus, we come to the following effective gauge invariance Lagrangian density:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} + \frac{1}{2}M^2 \left[A_\mu + \frac{1}{e}\partial_\mu\theta \right]^2. \quad (4)$$

From (4), we find the Euler-Lagrange equations

$$\partial_\nu F^{\nu\mu} + M^2 A^\mu = -\frac{1}{e}M^2\partial^\mu\theta \quad , \quad \partial_\nu \left[A^\nu + \frac{1}{e}\partial^\nu\theta \right] = 0, \quad (5)$$

and the canonical momenta associated to the fields A^ν and θ are:

$$\pi^\mu = \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_0 A_\mu)} = -F^{0\mu} \quad , \quad p_\theta = \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_0\theta)} = \frac{M^2}{e} \left[A_0 + \frac{1}{e}\partial_0\theta \right]. \quad (6)$$

respectively. Then, from (6) we get the set of dynamics relation dynamical relation,

$$\partial_0 A_k = \pi^k + \partial_k A_0 \quad , \quad \partial_0\theta = \frac{e^2}{M^2}p_\theta - eA_0, \quad (7)$$

and one primary constraints [10, 11],

$$\Omega_1 \equiv \pi^0 \approx 0. \quad (8)$$

The canonical Hamiltonian is given by

$$\begin{aligned} H_C &= \int d^3y \mathcal{H}_C = \int d^3y \left[\pi^\mu \partial_0 A_\mu + p_\theta \partial_0\theta - \mathcal{L} \right] \\ &= \int d^3y \left\{ \frac{1}{2} (\pi^k)^2 + \frac{1}{2} \frac{e^2}{M^2} p_\theta^2 + \pi^k \partial_k A_0 - e A_0 p_\theta \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{4} F_{kl} F_{kl} + \frac{1}{2} M^2 \left[A_k + \frac{1}{e} \partial_k \theta \right]^2 \right\}. \end{aligned} \quad (9)$$

Following the Dirac's procedure [10, 11], we define the primary Hamiltonian H_P adding to the canonical Hamiltonian the primary constraints with their respective Lagrange multipliers

$$H_P \equiv H_C + \int d^3y u^1(y) \Omega_1(y), \quad (10)$$

where u^1 is the multipliers related to the electromagnetic constraints. The fundamental Poisson brackets (*PB*) between the variables of the phase space ($A_\mu, \theta, \pi^\nu, p_\theta$) are,

$$\left\{ A_\mu(x), \pi^\nu(y) \right\} = \delta_\mu^\nu \delta^3(x-y) \quad , \quad \left\{ \theta(x), p_\theta(y) \right\} = \delta^3(x-y). \quad (11)$$

The Dirac's procedure [10, 11] tell us that the primary constraints must be preserved in time (consistence condition) under time evolution generated by the primary Hamiltonian by requiring that they have a weakly vanishing PB with H_P . Thus, such requirement on the constraints (8) yields

$$\dot{\Omega}_1(x) = \left\{ \pi^0(x), H_P \right\} = \partial_k^x \pi^k + e p_\theta \equiv \Omega_2(x) \approx 0, \quad (12)$$

i.e., the consistence condition of Ω_1 gives a secondary constraint Ω_2 which is associated with the Gauss's law of the theory. It is easy to verify that there are not further constraints generated from the consistence condition of the Gauss's law because it is automatically conserved,

$$\dot{\Omega}_2(x) = \left\{ \Omega_2(x), H_P \right\} = 0. \quad (13)$$

Then, there are not more constraints and (8) and (12) constitute the full set of constraints of the theory.

Constraint classification and gauge condition

The constraints Ω_1 and Ω_2 have vanishing PB among them, therefore, they are first class constraint [10, 11]. Here we are in position to write the total Hamiltonian

$$H_E \equiv H_C + \int d^3y \left[u^1(y) \Omega_1(y) + u^2(y) \Omega_2(y) \right], \quad (14)$$

where u^2 is de Lagrange multiplier associated to the secondary first class constraint Ω_2 . Now, we are able to calculate the canonical equations of the system for the variables ($A_\mu, \theta, \pi^\nu, p_\theta$). For A_μ we have the equations

$$\dot{A}_\mu = \delta_\mu^k \left[\pi^k + \partial_k A_0 \right] - \delta_\mu^k \partial_k u^2, \quad (15)$$

which just means that the canonical variable A_μ is defined as a linear combination of the still arbitrary Lagrange multipliers. The Hamiltonian equations for the momenta π^μ are given by,

$$\dot{\pi}^\nu = \delta_0^\nu [\partial_k \pi^k + e p_\theta] + \delta_k^\nu \left\{ \partial_l F_{lk} - M^2 \left[A_k + \frac{1}{e} \partial_k \theta \right] \right\}. \quad (16)$$

The time evolution of the dynamical variables of the scalar field are:

$$\begin{aligned} \dot{\theta} &= \frac{e^2}{M^2} p_\theta - e A_0 + e u^2, \\ \dot{p}_\theta &= \frac{M^2}{e} \partial_k \left[A_k + \frac{1}{e} \partial_k \theta \right] \end{aligned} \quad (17)$$

From (15), (16) and (17) it is easy to obtain

$$\begin{aligned} \partial_\mu F^{\mu\nu} + M^2 \left[A^\nu + \frac{1}{e} \partial^\nu \theta \right] &\approx 0, \\ \partial_\mu \left[A^\mu + \frac{1}{e} \partial^\mu \theta \right] &\approx \partial_0 u^2. \end{aligned} \quad (18)$$

These equations are compatible with the Lagrangian field equations (5) only if suitable gauge conditions are chosen in order to eliminate the Lagrange multiplier u^2 .

At this stage we consider the set of first-class constraints Ω_1 and Ω_2 , that must be considered as generators of gauge transformations. Our objective is to use the gauge freedom in our system to fix two components of A^ν so that the first class constraints become second class. The problem of choosing proper gauge conditions has to be solved to fully eliminate the redundant variables of the theory at the classical level and, therefore, to proceed with a consistent quantization of the theory. Since $\pi^0 \approx 0$, one logical choice is to set:

$$\Delta_1 \equiv A_0 \approx 0. \quad (19)$$

The second gauge fixing condition can be determined by closely inspect the Euler Lagrange equations of the system [17].

Thus, if we look for the $\nu = 0$ component of the (18) equation, it produces

$$\partial_\mu F^{\mu 0} + M^2 \left[A^0 + \frac{1}{e} \partial^0 \theta \right] \approx \partial_0 \left[\partial_k A_k + \frac{M^2}{e} \theta \right] \approx 0. \quad (20)$$

Then, the equation (20) will hold for all time only if:

$$\Delta_2 \equiv \partial_k A_k + \frac{M^2}{e} \theta \approx 0. \quad (21)$$

Thus, (12) is similar to a secondary constraint following from the gauge constraint, therefore, it can be considered like the second gauge condition.

Dirac Brackets

The next step is to calculate Dirac Brackets for the set of ten constraints of the theory. The set of the first class constraints and their gauge fixing conditions, defines as:

$$\begin{aligned} \Psi_1 &\equiv \pi^0 \approx 0, \\ \Psi_2 &\equiv \partial_k \pi^k + e p_\theta \approx 0, \\ \Psi_3 &\equiv A_0 \approx 0, \\ \Psi_4 &\equiv \partial_k A_k + \frac{M^2}{e} \theta \approx 0, \end{aligned} \quad (22)$$

constitute a set of second class constraints. With (22), we can construct the matrix of PB with elements:

$$C_{ij}(x, y) \equiv \left\{ \Psi_i(x), \Psi_j(y) \right\}, \quad (23)$$

and with the following matricial representation:

$$C(x, y) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_x \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -D_x & 0 & 0 \end{pmatrix} \delta^3(x - y), \quad (24)$$

where $D_x \equiv \nabla_x^2 - M^2$. The inverse of the matrix is calculated from the following relationship,

$$\int d^3z C_{ik}(x, z) C_{kj}^{-1}(z, y) = \delta_{ij} \delta^3(x - y). \quad (25)$$

Imposing the boundary condition that the fields vanish at infinity, we can find that the inverse of (23) exists and takes the form

$$C_{ij}^{-1}(x, y) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{D_x} \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{D_x} & 0 & 0 \end{pmatrix} \delta^3(x - y). \quad (26)$$

With this inverse we are able to define the first Dirac Brackets for two observables $\mathbf{A}(x)$ and $\mathbf{B}(x)$ [10, 11],

$$\begin{aligned} \left\{ \mathbf{A}(x), \mathbf{B}(y) \right\}_{\mathbf{D}} &= \left\{ \mathbf{A}(x), \mathbf{B}(y) \right\} - \int d^3u d^3v \left\{ \mathbf{A}(x), \Psi_i(u) \right\} \\ &\quad C_{ij}^{-1}(u, v) \left\{ \Psi_j(v), \mathbf{B}(y) \right\} \end{aligned} \quad (27)$$

This definition implies the elimination of the second-class constraints and the definition of an extended Hamiltonian where Ω_i are strongly zero. Under the definition of Dirac brackets, the constraints (22) are strongly zero, i.e.,

$$\begin{aligned} \pi^0 = 0 & \quad , \quad A_0 = 0 \\ p_\theta = -\frac{1}{e} \partial_k \pi^k & \quad , \quad \theta = -\frac{e}{M^2} \partial_k A_k. \end{aligned} \quad (28)$$

The relation (28) determines that A_k and π^k could be considered as independent variables of the theory, therefore, the Dirac brackets associated to them may be computed from (27) to be

$$\left\{ A_k(x), \pi^l(y) \right\}_{\mathbf{D}} = \left(\delta_k^l - \frac{\partial_k^x \partial_l^x}{D_x} \right) \delta^3(x - y) \quad (29)$$

Now, using the relations (28) we can deduce the other set of DB, i.e.:

$$\begin{aligned}
 \left\{ \theta(x), p_\theta(y) \right\}_{\mathbf{D}} &= \left(1 + \frac{M^2}{D_x} \right) \delta^3(x-y), \\
 \left\{ A_k(x), p_\theta(y) \right\}_{\mathbf{D}} &= -\frac{M^2}{e} \frac{\partial_k^x}{D_x} \delta^3(x-y), \\
 \left\{ \pi^l(x), \theta(y) \right\}_{\mathbf{D}} &= -e \frac{\partial_l^x}{D_x} \delta^3(x-y).
 \end{aligned} \tag{30}$$

Under the definition of the Dirac brackets, the Hamiltonian which determines the evolution of the system in the reduced phase space is

$$\begin{aligned}
 H &= \int d^3y \left[\frac{1}{2} (\pi^k)^2 + \frac{1}{2M^2} \partial_k \pi^k \partial_l \pi^l + \frac{1}{4} F_{kl} F_{kl} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{2} M^2 \left(A_k - \frac{1}{M^2} \partial_k \partial_l A_l \right)^2 \right].
 \end{aligned} \tag{31}$$

Symplectic analysis for the Proca's electrodynamics

The initial set of symplectic variables defining the extended space is given by the set $\xi_k^{(0)} = (A_k, \pi^k, \theta, p_\theta, A_0)$, and so the starting Lagrangian density is written in first order as follow [12, 13]¹:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}^{(0)} &= \frac{1}{2} (\pi^k)^2 + \frac{1}{2} \frac{e^2}{M^2} p_\theta^2 - \frac{1}{4} F_{kl} F_{kl} - \frac{1}{2} M^2 \left[A_k + \frac{1}{e} \partial_k \theta \right]^2 \\
 \mathcal{L}^{(0)} &= \dot{A}_k \pi^k + \dot{\theta} p_\theta - \mathcal{H}^{(0)},
 \end{aligned} \tag{32}$$

where the zero iterated symplectic potential has the following form:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{H}^{(0)} &\equiv \frac{1}{2} (\pi^k)^2 + \frac{1}{2} \frac{e^2}{M^2} p_\theta^2 + \pi^k \partial_k A_0 - e A_0 p_\theta + \frac{1}{4} F_{kl} F_{kl} \\
 &\quad + \frac{1}{2} M^2 \left[A_k + \frac{1}{e} \partial_k \theta \right]^2.
 \end{aligned} \tag{33}$$

¹See Appendix A

Using the initial set of symplectic variables $\xi_k^{(0)}$, we have from (32) the canonical momenta

$$\begin{aligned} a_{A_k}^{(0)} &= \pi^k \quad , \quad a_{\pi^k}^{(0)} = 0 \quad , \quad a_\theta^{(0)} = p_\theta, \\ a_{p_\theta}^{(0)} &= 0 \quad , \quad a_{A_0}^{(0)} = 0. \end{aligned} \quad (34)$$

Then, we obtain the zero iterated symplectic two-form matrix defined by

$$f_{AB}^{(0)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \frac{\delta a_B^{(0)}(\mathbf{y})}{\delta \xi^{(0)A}(\mathbf{x})} - \frac{\delta a_A^{(0)}(\mathbf{x})}{\delta \xi^{(0)B}(\mathbf{y})}, \quad (35)$$

with the components

$$f_{AB}^{(0)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \delta^3(\mathbf{x} - \mathbf{y}). \quad (36)$$

The symplectic matrix is singular and it has a zero mode

$$\tilde{v}^{A(0)} = (0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad v^{A_0}(\mathbf{x})), \quad (37)$$

where $v^{A_0}(\mathbf{x})$ is an arbitrary function. From this nontrivial zero-mode, we have the following constraint

$$\begin{aligned} \Omega^{(0)} &= \int d^3x v^{A_0}(\mathbf{x}) \frac{\delta}{\delta \xi_{A_0}(\mathbf{x})} \int d^3y \mathcal{H}^{(0)}(\xi_k^{(0)}) \\ &= - \int d^3x v^{A_0}(\mathbf{x}) \left[\partial_k^x \pi^k(\mathbf{x}) + e p_\theta(\mathbf{x}) \right] \\ &= 0. \end{aligned} \quad (38)$$

With $v^{A_0}(\mathbf{x})$ arbitrary, the constraint is evaluated form (38) to be

$$\Omega^{(0)} \equiv \partial_k \pi^k + e p_\theta = 0. \quad (39)$$

According to the symplectic algorithm, the constraint (39) is introduced in the Lagrangian density by using Lagrangian multipliers, thus, the first iterated Lagrangian density is written as

$$\mathcal{L}^{(1)} = \pi^k \dot{A}_k + p_\theta \dot{\theta} + \Omega^{(0)} \dot{\lambda} - \mathcal{H}^{(1)}, \quad (40)$$

where the first iterated symplectic potential is

$$\begin{aligned} \mathcal{H}^{(1)} &\equiv \mathcal{H}_{\Omega^{(0)}=0}^{(0)} = \frac{1}{2} (\pi^k)^2 + \frac{1}{2} \frac{e^2}{M^2} p_\theta^2 + \frac{1}{4} F_{kl} F_{kl} \\ &\quad + \frac{1}{2} M^2 \left[A_k + \frac{1}{e} \partial_k \theta \right]^2 \end{aligned} \quad (41)$$

Now, we enlarged the space with the first iterated set of symplectic variables defined by $\xi_k^{(1)} = (A_k, \pi^k, \theta, p_\theta, \lambda)$. The new canonical one-form is

$$\begin{aligned} a_{A_k}^{(1)} &\rightarrow \pi^k \quad , \quad a_{\pi^k}^{(1)} \rightarrow 0 \quad , \quad a_\theta^{(1)} \rightarrow p_\theta, \\ a_{p_\theta}^{(1)} &\rightarrow 0 \quad , \quad a_\lambda^{(1)} \rightarrow \partial_k \pi^k + e p_\theta \end{aligned} \quad (42)$$

and the first iterated symplectic matrix is written as

$$\begin{aligned} f_{AB}^{(1)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) &= \frac{\delta a_B^{(1)}(\mathbf{y})}{\delta \xi^{A(1)}(\mathbf{x})} - \frac{\delta a_A^{(1)}(\mathbf{x})}{\delta \xi^{B(1)}(\mathbf{y})} \\ &= \begin{pmatrix} 0 & -\delta_l^k & 0 & 0 & 0 \\ \delta_k^l & 0 & 0 & 0 & -\partial_k^x \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & e \\ 0 & -\partial_l^x & 0 & -e & 0 \end{pmatrix} \delta^3(\mathbf{x} - \mathbf{y}) \end{aligned} \quad (43)$$

The modified symplectic matrix after the first iteration is again singular. As it can be seen, there is one new zero-mode associated to this matrix and it is written as:

$$\tilde{v}^{A(1)}(\mathbf{x}) = \left(\partial_k^x \alpha(\mathbf{x}) \quad 0 \quad -e\alpha(\mathbf{x}) \quad 0 \quad \alpha(\mathbf{x}) \right), \quad (44)$$

where $\alpha(\mathbf{x})$ is a new arbitrary quantity. A new constraint can be result from (44), then, we have that

$$\begin{aligned} \Omega^{(1)} &= \int d^3x \tilde{v}^{A(1)}(\mathbf{x}) \frac{\delta}{\delta \xi_A^{(1)}(\mathbf{x})} \int d^3y \mathcal{H}^{(1)}(\mathbf{y}) \\ &= \int d^3x \alpha(\mathbf{x}) \left\{ \partial_i^x \partial_k^x F_{ki}(\mathbf{x}) - M^2 \partial_i^x \left[A_i(\mathbf{x}) + \frac{1}{e} \partial_i^x \theta(\mathbf{x}) \right] \right. \\ &\quad \left. + M^2 \partial_k^x \left[A_k(\mathbf{x}) + \frac{1}{e} \partial_k^x \theta(\mathbf{x}) \right] \right\} \\ &= 0 \end{aligned} \quad (45)$$

Thus, $\Omega^{(1)}$ is identically zero, then, the relation (45) indicates that there are no more constraints associated in the theory and as a result the symplectic matrix remains singular what characterizes the theory as a gauge theory.

In order to obtain a regular symplectic matrix a gauge fixing term must be added to the symplectic potential. We choose the gauge $\Theta = \partial_k A_k + \frac{M^2}{e} \theta = 0^2$. Using the consistency condition by Lagrange multiplier $\eta(\mathbf{x})$, which will increase the size of the configuration space, we obtain the second iterative Lagrangian, i.e.:

$$\mathcal{L}^{(2)} = \dot{A}_k \pi^k + \dot{\theta} p_\theta + \Omega^{(0)} \dot{\lambda} + \Theta \dot{\eta} - \mathcal{H}^{(2)} \quad (46)$$

where

$$\begin{aligned} \mathcal{H}^{(2)} &= \mathcal{H}_{\Theta=0}^{(1)} = \frac{1}{2} (\pi^k)^2 + \frac{1}{2} \frac{e^2}{M^2} p_\theta^2 + \frac{1}{4} F_{kl} F_{kl} \\ &\quad + \frac{1}{2} M^2 \left[A_k + \frac{1}{e} \partial_k \theta \right]^2. \end{aligned} \quad (47)$$

As before, we set the symplectic variable $\xi_k^{(2)} = (A_k, \pi^k, \theta, p_\theta, \lambda, \eta)$ and from (47) we determine the canonical momenta

$$\begin{aligned} a_{A_k}^{(2)} &\rightarrow \pi^k, & a_{\pi^k}^{(2)} &\rightarrow 0, & a_{\theta}^{(2)} &\rightarrow p_\theta, \\ a_{p_\theta}^{(2)} &\rightarrow 0, & a_\lambda^{(2)} &\rightarrow \partial_k \pi^k + e p_\theta, \\ a_\eta^{(2)} &\rightarrow \partial_k A_k + \frac{M^2}{e} \theta. \end{aligned} \quad (48)$$

Now, from (48) we obtain the second-iterated symplectic two-form matrix

$$\begin{aligned} f_{AB}^{(2)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) &= \frac{\delta f_B^{(2)}(\mathbf{y})}{\delta \xi^{A(2)}(\mathbf{x})} - \frac{\delta f_A^{(2)}(\mathbf{x})}{\delta \xi^{B(2)}(\mathbf{y})} \\ &= \begin{pmatrix} 0 & -\delta_l^k & 0 & 0 & 0 & -\partial_k^x \\ \delta_k^l & 0 & 0 & 0 & -\partial_k^x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & \frac{M^2}{e} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & e & 0 \\ 0 & -\partial_l^x & 0 & -e & 0 & 0 \\ -\partial_l^x & 0 & -\frac{M^2}{e} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \delta^3(\mathbf{x} - \mathbf{y}) \end{aligned} \quad (49)$$

²See equation (21).

This matrix is still antisymmetric because $f_{AB}^{(2)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = -f_{BA}^{(2)}(\mathbf{y}, \mathbf{x})$. Since this matrix is not singular, we finally have the inverse matrix after a laborious calculation as follows:

$$[f^{AB(2)}]^{-1}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \begin{pmatrix} 0 & \Delta_{kl} & 0 & -\frac{M^2}{e} \frac{\partial_k^x}{D_x} & 0 & -\frac{\partial_k^x}{D_x} \\ -\Delta_{kl} & 0 & e \frac{\partial_k^x}{D_x} & 0 & -\frac{\partial_k^x}{D_x} & 0 \\ 0 & e \frac{\partial_l^x}{D_x} & 0 & \Delta & 0 & \frac{e}{D_x} \\ -\frac{M^2}{e} \frac{\partial_l^x}{D_x} & 0 & -\Delta & 0 & \frac{M^2}{e} \frac{1}{D_x} & 0 \\ 0 & -\frac{\partial_l^x}{D_x} & 0 & -\frac{M^2}{e} \frac{1}{D_x} & 0 & -\frac{1}{D_x} \\ -\frac{\partial_l^x}{D_x} & 0 & -\frac{e}{D_x} & 0 & \frac{1}{D_x} & 0 \end{pmatrix} \delta^3(\mathbf{x} - \mathbf{y}), \quad (50)$$

where

$$\Delta_{kl} \equiv \delta_{kl} - \frac{\partial_k^x \partial_l^x}{D_x}, \quad \Delta \equiv 1 + \frac{M^2}{D_x}. \quad (51)$$

On these relations and Eq. (58), we immediately identify the generalized brackets as follow:

$$\begin{aligned} \{A_i(\mathbf{x}), \pi^j(\mathbf{y})\} &= \left(\delta_{ij} - \frac{\partial_i^x \partial_j^x}{D_x} \right) \delta^3(\mathbf{x} - \mathbf{y}), \\ \{\theta(\mathbf{x}), p_\theta(\mathbf{y})\} &= \left(1 + \frac{M^2}{D_x} \right) \delta^3(\mathbf{x} - \mathbf{y}), \\ \{A_i(\mathbf{x}), p_\theta(\mathbf{y})\} &= -\frac{M^2}{e} \frac{\partial_i^x}{D_x} \delta^3(\mathbf{x} - \mathbf{y}), \\ \{\pi^k(\mathbf{x}), \theta(\mathbf{y})\} &= -e \frac{\partial_k^x}{D_x} \delta^3(\mathbf{x} - \mathbf{y}). \end{aligned} \quad (52)$$

which are equivalents with (29) and (30).

Remarks and conclusions

In this paper we have analyzed the canonical structure of the gauge invariance Proca's electrodynamics. We have recover the gauge invariance adding a mass term with the help of an auxiliary field which has an appropriated gauge transformation.

We constructed a consistent Hamiltonian formulation for the theory that includes the constraints and their algebra. The Hamiltonian that generates the evolution of the system and considers the full gauge freedom is determined. We studied the problem of gauge fixing for the theory, determining the appropriated gauge condition which result of the motion equations.

The fundamental Dirac brackets for the dynamical variables have been constructed and are compatible with the constraints.

In this paper we have studied Proca electrodynamics gauge invariance with the symplectic quantization method. We have shown that the symplectic approach is more intuitive in the sense that the constraints are related to the generalized canonical momenta and the Lagrange multipliers to the symplectic variables in the enlarged symplectic structure of the constrained manifold. For the Proca electrodynamics we have shown that the number of the constraints is fewer and the structure of these constraints is very simple because we do not need to distinguish first or second class constraints, primary or secondary constraints, etc. We have easily obtained the Dirac brackets by reading directly from the inverse matrix $[f^{AB(2)}]^{-1}$ of the symplectic two form matrix. Finally, we can observe that the potential symplectic obtained at the final stage of iterations is exactly the Hamiltonian which is obtained through several steps with the usual Dirac formulation of the constrained systems.

Acknowledgements

BMP thanks CNPq for partial support. GERZ thanks VIPRI-UDENAR for full support.

A. Faddeev Jackiw formalism

We start by reviewing very briefly the Faddeev-Jackiw (FJ) quantization method [12, 13] in field theories A general first order Lagrangian in time derivative is described by the symplectic variables ξ^A is given by

$$\mathcal{L}^{(0)} = a_A^{(0)}(\xi) \xi^{(0)A} - \mathcal{H}^{(0)}(\xi), \quad (53)$$

where $\xi^i = \xi^i(x) = \xi^i(\mathbf{x}, t)$ are the field variables. Based on the canonical one-form $a_A(\xi)$ the symplectic matrix $f_{AB}(x, y)$ is defined by

$$f_{AB}^{(0)}(x, y) = \frac{\delta a_B^{(0)}(\mathbf{y})}{\delta \xi^{(0)A}(\mathbf{x})} - \frac{\delta a_A^{(0)}(\mathbf{x})}{\delta \xi^{(0)B}(\mathbf{y})}, \quad (54)$$

which is called the symplectic two-form. Generally, the geometric structure of the theory is fully described by the canonical generalized canonical momenta $a_A^{(0)}(\xi)$, and the symplectic matrix $f_{AB}^{(0)}$ gives the geometric structure of the phase space. Using variational principle, we obtain the dynamical equations of motion:

$$f_{AB}^{(0)}(\xi) \dot{\xi}^{(0)B} = \frac{\delta \mathcal{H}^{(0)}(\xi)}{\delta \xi^{(0)A}}. \quad (55)$$

Theories are classified as unconstrained and constrained depending on whether $f_{AB}^{(0)}$ has an inverse or not, respectively. In the unconstrained case, when $f_{AB}^{(0)}$ has an inverse, we can obtain the equations of motion such as

$$\dot{\xi}^{(0)A}(\mathbf{x}) = \int d^3y [f^{(0)AB}(\mathbf{x}, \mathbf{y})]^{-1} \frac{\delta \mathcal{H}^{(0)}(\xi)}{\delta \xi^{(0)B}(\mathbf{y})}, \quad (56)$$

In this case, we can obtain the generalized symplectic brackets as

$$\begin{aligned} \dot{\xi}^{(0)A}(\mathbf{x}) &= \left\{ \xi^{(0)A}(\mathbf{x}), \mathcal{H}^{(0)}(\xi) \right\} = \left\{ \xi^{(0)A}(\mathbf{x}), \xi^{(0)B}(\mathbf{y}) \right\} \frac{\partial \mathcal{H}^{(0)}(\xi)}{\partial \xi^{(0)B}(\mathbf{y})} \\ &= [f^{(0)AB}(\mathbf{x}, \mathbf{y})]^{-1} \frac{\partial \mathcal{H}^{(0)}(\xi)}{\partial \xi^{(0)B}(\mathbf{y})}. \end{aligned} \quad (57)$$

Compared (55) with (57) we have the relations between the symplectic two-form matrix and the generalized symplectic bracket

$$\left\{ \xi^{(0)A}(\mathbf{x}), \xi^{(0)B}(\mathbf{y}) \right\} = [f^{(0)AB}(\mathbf{x}, \mathbf{y})]^{-1}, \quad (58)$$

which correspond to the Dirac brackets [18].

When the symplectic matrix is singular leads us to constraints [14–16], which can be expressed as

$$\Omega_\alpha \equiv \int d^3x v_\alpha^A(\mathbf{x}) \frac{\delta}{\delta \xi^{(0)A}(\mathbf{x})} \int d^3y \mathcal{H}^{(0)}(\xi) = 0, \quad \alpha = 1, 2, \dots, m \quad (59)$$

where $v_\alpha^A(\mathbf{x})$ are the zero-modes associated to the matrix $f_{AB}^{(0)}$ and α denotes the the number of constraints. The quantities $\Omega_{(\alpha)}$ are

the constraints in the FJ symplectic formalism, and are introduced in the Lagrangian by using Lagrange multipliers:

$$\mathcal{L}^{(1)}(\xi, \dot{\xi}) = a_A^{(0)}(\xi) \xi^{(0)A} - \lambda^\alpha \Omega_\alpha - \mathcal{H}(\xi). \quad (60)$$

In this point one can run the symplectic algorithm once again. Enlarging the configuration space by considering the set of variables $\xi^{A(1)} = (\xi, \lambda^{(\alpha)})$, by redefining the $\lambda^{(\alpha)}$ variables, relating to $\dot{\zeta}$ we can set

$$\Lambda^\alpha \rightarrow -\dot{\zeta}^\alpha,$$

therefore, the first iterated lagrangian is written as

$$\mathcal{L}^{(1)} = a_A^{(0)}(\xi) \dot{\xi}^{(0)A} + \Omega_\alpha \dot{\zeta}^\alpha - \mathcal{H}^{(1)}(\xi) = a_A^{(1)}(\xi) \dot{\xi}^{A(1)} - \mathcal{H}^{(1)}(\xi), \quad (61)$$

where

$$\mathcal{H}^{(1)}(\xi) = \mathcal{H}(\xi) \Big|_{\Omega_{(\alpha)}=0}. \quad (62)$$

In terms of the new set of dynamical variables $\xi^{A(1)}$ one can now introduce a new symplectic matrix as,

$$f_{AB}^{(1)}(x, y) = \frac{\delta a_B^{(1)}(\mathbf{y})}{\delta \xi^{A(1)}(\mathbf{x})} - \frac{\delta a_A^{(1)}(\mathbf{x})}{\delta \xi^{B(1)}(\mathbf{y})}. \quad (63)$$

If the matrix $f_{AB}^{(1)}$ is regular, then we have succeeded in eliminating the constraints. If not, one should repeat the procedure above as many times as necessary. If we get the nonsingular f_{AB} after a finite number of iterations, we stop the iterations and obtain the generalized symplectic brackets from the inverse of f_{AB} , the brackets are exactly those the Dirac brackets. On the other hand, in some cases the iterations are repeated infinitely. In such a case, the zero mode plays an important role, generating a gauge symmetry. Then, we need some gauge fixing conditions Φ_σ with $\sigma = 1, 2, \dots$ number of gauge conditions. Now, the basic spirit of the method is maintained exactly the same because the gauge fixing conditions are nothing but a kind of constraints. We may write the gauge fixed Lagrangian as follows:

$$\mathcal{L}^{(k)} = a_A^{(k)}(\xi) \dot{\xi}^{A(k)} + \Phi_\sigma \dot{\chi}^\sigma - \mathcal{H}^{(k)}(\xi), \quad (64)$$

where the subscript (k) denotes the iterations numbers the generate the modified symplectic matrix and the potential symplectic at the (k) iteration

$$\mathcal{H}^{(k)}(\xi) = \mathcal{H}^{(k-1)}(\xi) \Big|_{\Omega_{\alpha}^{(k-1)}=0}. \quad (65)$$

The relation (64) is most general form of the first order Lagrangian. Note that the constraints and the gauge fixing conditions are considered as the generalized canonical momenta, while the Lagrangian multipliers are as their conjugated variables in the symplectic formalism. After following the procedure as above, we obtain the generalized symplectic brackets, which are the bridge to the quantum commutators.

Referencias

- [1] A. Y. Ignatiev and G. C. Joshi, Phys. Rev. D **53**, 984 (1996).
- [2] A. S. Goldhaber and M. M. Nieto, Rev. Mod. Phys. **43**, 277 (1971).
- [3] E. R. Williams, J. E. Faller, and H. A. Hill, Phys. Rev. Lett. **26**, 721 (1971).
- [4] M. A. Chernikov, C. J. Gerber, H. R. Ott, and H.-J. Gerber, Phys. Rev. Lett. **68**, 3383 (1992).
- [5] L. Bass and E. Schrödinger, Proc. R Soc. Lon. Ser. A **232**, 1 (1955).
- [6] E. Fischbach, H. Kloor, R. A. Langel, A. T. Y. Lui, and M. Peredo, Phys. Rev. Lett. **73**, 514 (1994).
- [7] J. D. Barrow and R. R. Burman, Nature **307**, 14 (1984).
- [8] J. M. Cornwall, Phys. Rev. D **10**, 500 (1974).
- [9] R. Jackiw and K. Johnson, Phys. Rev. D **8**, 2386 (1973).
- [10] P. Dirac, *Lectures on Quantum Mechanics*, Belfer Graduate School of Science Monographs Series (Belfer Graduate School of Science, Yeshiva University, 1964).
- [11] K. Sundermeyer, *Constrained Dynamics*, Lecture Notes in Physics, Vol. 169 (Springer, Berlin, Heidelberg, 1982).
- [12] L. Faddeev and R. Jackiw, Phys. Rev. Lett. **60**, 1692 (1988).

- [13] R. Jackiw, arXiv:hep-th/9306075 (1993), 10.1142/S0217732392001439.
- [14] J. Barcelos-Neto and C. Wotzasek, Mod. Phys. Lett. A **07**, 1737 (1992).
- [15] J. Barcelos-Neto and C. Wotzasek, Int. J. Mod. Phys. A **07**, 4981 (1992).
- [16] C. Wotzasek, Mod. Phys. Lett. A **08**, 2509 (1993).
- [17] A. Hanson, T. Regge, and C. Teitelboim, *Constrained Hamiltonian Systems* (Acc. Naz. dei Lincei, Roma, 1976).
- [18] A. Foussats, C. Repetto, O. P. Zandron, and O. S. Zandron, Int. J. Theor. Phys. **36**, 2923 (1997).

DISEÑO Y CALIBRACIÓN DE UN MAGNETÓMETRO DE MUESTRA VIBRANTE: CARACTERIZACIÓN DE MATERIALES MAGNÉTICOS

DESIGN AND CALIBRATION OF A VIBRANT SAMPLE MAGNETOMETER: CHARACTERIZATION OF MAGNETIC MATERIALS

Freddy P. Guachún¹, Víctor J. Raposo²

¹ Carrera de Matemáticas y Física, Universidad de Cuenca, Ecuador.

² Departamento de Física Aplicada, Universidad de Salamanca, España.

(Recibido: 07/2017. Aceptado: 09/2017)

Resumen

En este trabajo se presenta el proceso seguido en la implementación de un magnetómetro de muestra vibrante (MMV), construido con materiales comúnmente encontrados en un laboratorio de electromagnetismo. Se describe el diseño, construcción, calibración y utilización en la caracterización de algunos materiales magnéticos. Un MMV mide el momento magnético de una muestra cuando se la hace vibrar perpendicularmente a un campo magnético uniforme; a partir de estas lecturas se puede determinar la magnetización y la susceptibilidad magnética. Este instrumento sobresale por su simplicidad, versatilidad y bajo costo, pero es muy sensible y capaz de eliminar o minimizar muchas fuentes de error que se encuentran en otros métodos de medición, permitiendo así obtener resultados muy precisos y confiables. Su funcionamiento se basa en la ley de inducción magnética de Lenz-Faraday que consiste en medir el voltaje inducido en unas bobinas de detección producido por la variación del flujo magnético que las atraviesa. La calibración del MMV se realizó mediante una muestra patrón (Magnetita) y se verificó mediante una muestra de comprobación (Níquel).

Palabras clave: Magnetómetro de Muestra Vibrante, Caracterización Magnética, MMV, Ley de Lenz-Faraday, Equipo de laboratorio.

Abstract

This paper presents the process followed in the implementation of a vibrating sample magnetometer (VSM), constructed with materials commonly found in an electromagnetism laboratory. It describes the design, construction, calibration and use in the characterization of some magnetic materials. A VSM measures the magnetic moment of a sample when it is vibrated perpendicular to a uniform magnetic field; Magnetization and magnetic susceptibility can be determined from these readings. This instrument stands out for its simplicity, versatility and low cost, but it is very sensitive and capable of eliminating or minimizing many sources of error that are found in other methods of measurement, allowing to obtain very accurate and reliable results. Its operation is based on the law of magnetic induction of Lenz-Faraday that consists in measuring the induced voltage in coils of detection produced by the variation of the magnetic flux that crosses them. The calibration of the VSM was performed by means of a standard sample (Magnetite) and verified by means of a test sample (Nickel).

Keywords: Vibrating simple magnetometer, Magnetic characterization, VSM, Lenz-Faradays law, Laboratory equipment.

Introducción

Los materiales magnéticos están presentes de manera esencial en muchos campos de la ciencia; en el área de la informática, electrónica, industria, equipos experimentales, etc [1]. Esto conlleva a que los materiales magnéticos formen parte fundamental del avance de la sociedad actual, siendo necesario su estudio detallado con el fin de caracterizarlos y conocer sus posibles aplicaciones. Caracterizar un material significa identificarlo a partir del estudio de sus propiedades físicas o químicas; actualmente existen varias técnicas de caracterización de acuerdo al equipo utilizado y al

interés de los investigadores; una vez caracterizado un material, se puede establecer la naturaleza del mismo y definir sus posibles aplicaciones. Las características que definen a los materiales magnéticos están descritas en términos de curvas de magnetización en función del campo magnético aplicado (M vs H); esta curva nos describe la forma en la que se va magnetizando el material en función del campo magnético aplicado y, dependiendo de la forma de la curva de histéresis, se puede clasificar a los materiales magnéticos.

Las técnicas de caracterización magnética se pueden agrupar principalmente en tres tipos:

1) Medición de la fuerza sobre un material en un campo magnético no uniforme: Este tipo de técnicas se ha empleado en los laboratorios de física por muchos años, la balanza de Faraday ha sido la más utilizada; sin embargo, estas técnicas no permiten la observación de la magnetización en un campo uniforme, debido a que el gradiente del campo es fundamental para la producción de la fuerza. A más de ello, estas técnicas son difícilmente adaptables a procesos de medición de magnetización en función del campo aplicado.

2) Mediciones indirectas de fenómenos que implican las propiedades magnéticas: Estas técnicas incluyen medidas del efecto Faraday, análisis de efectos galvanomagnéticos y mediciones de resonancia ferromagnética en microondas; en casos particulares tiene una sensibilidad muy alta; sin embargo, poseen muchas limitaciones, pues sólo son aplicables a casos muy particulares de los cuales se requiere tener a priori un alto conocimiento.

3) Medición de inducción magnética en la vecindad de la muestra: Este tipo de técnicas se enfoca en la medición de un voltaje inducido en una bobina detectora originada por la variación de un flujo magnético; esta variación se puede generar de diferentes formas, ya sea variando el campo externo aplicado, la posición de la bobina detectora, o la posición de la muestra a caracterizar. Dentro de este tipo, la técnica de medición más utilizada para la determinación de curvas M vs. H (ciclo de histéresis) es el Magnetómetro de Muestra Vibrante (MMV); este instrumento fue inventado en 1959 por Simón Foner [2] y desde entonces se ha convertido en la técnica

más usada en laboratorios de investigación; pues, con el avance de la tecnología y con la fabricación de los amplificadores lock-in [3], se pudo optimizar esta técnica mejorando considerablemente la relación señal-ruido durante las mediciones.

1. Fundamentos teóricos

En el MMV, la muestra a caracterizar es fijada en un extremo de la varilla no magnética, mientras el otro extremo es ajustado verticalmente a un elemento que produzca la oscilación, en nuestro caso, un parlante conectado al generador de funciones del lock-in; de esta manera el flujo magnético producido por la muestra sobre el sistema de bobinas de detección varía temporalmente con la frecuencia de oscilación.

La muestra se puede considerar como un dipolo magnético de momento dipolar (m), que oscila periódicamente a lo largo del eje z y perpendicular al campo magnético. Al variar el campo magnético se produce un cambio en el momento magnético de la muestra y por ende en el voltaje inducido.

En la figura 1 se observa a la muestra con su dirección de oscilación, dos bobinas de detección y el sentido del campo externo aplicado.

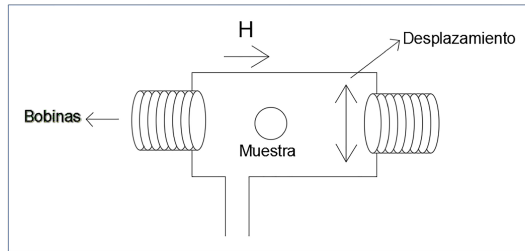


FIGURA 1. Desplazamiento de la muestra y ubicación de las bobinas de detección del MMV

La amplitud del voltaje inducido se puede representar mediante la siguiente ecuación:

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = mAfb \quad (1)$$

Donde A es la amplitud de oscilación, f la frecuencia de oscilación y b un factor que depende del número de espiras, área de las bobinas y posición con respecto a la muestra. El voltaje ε es medido

mediante la técnica de detección síncrona, usando un amplificador “lock-in”; de esta manera se podrá detectar señales muy pequeñas conservando una buena relación de señal-ruido.

En el extremo superior de la varilla no magnética se fija un imán permanente, cerca de una bobina llamada bobina de calibración de la oscilación. El voltaje inducido por el imán permanente sobre esta bobina se suele emplear para mantener la amplitud y la frecuencia de oscilación constante; de esta forma, la señal medida sólo depende del momento magnético de la muestra. Sin embargo, nosotros la utilizaremos como método de calibración de la medida, mas no para mantener constantes la amplitud y frecuencia. Las constantes de calibración se obtienen mediante la medida de una muestra patrón con momento magnético conocido. El campo magnético uniforme es aplicado mediante un electroimán que está conectado a una fuente de corriente que permite variar el valor del campo. El campo magnético generado por el electroimán se mide mediante un gaussímetro que posee un mecanismo de control por realimentación de bucle cerrado llamado PID (Proporcional, Integrativo, Derivativo) [4]. Todos los elementos están interconectados con el PC mediante un interfaz GPIB y con ayuda del software de programación gráfico, diseñado específicamente para aplicaciones de prueba y medición Agilent VEE Pro (Visual Engineering Environment) [5], se ajusta para ejecutar el proceso especificado anteriormente. En la figura 2, se muestran las conexiones y el lugar de colocación de los elementos del MMV.

2. Diseño de las bobinas de detección

Las bobinas de detección son una parte fundamental de medida, pues de ellas depende en gran parte la sensibilidad y estabilidad de la señal percibida por el MMV.

Existen algunos tipos de configuraciones, vamos a estudiar las más sencillas y que podamos realizar para nuestro sistema de medida. Estudiaremos la configuración propuesta por Foner [2] que consiste en dos bobinas en el eje x, con sus espiras enrolladas en sentido contrario y la configuración propuesta por Mallison [6] que consiste

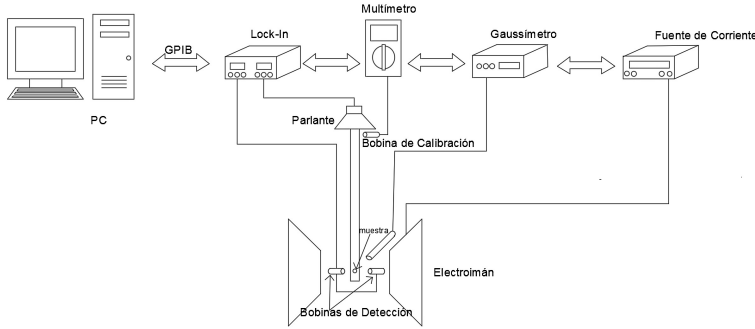


FIGURA 2. Conexiones del MMV.

en cuatro bobinas colocadas simétricamente al eje x . Se emplean pares de bobinas para minimizar los efectos de la posición de la muestra o las variaciones de campo externo. Figura 3.

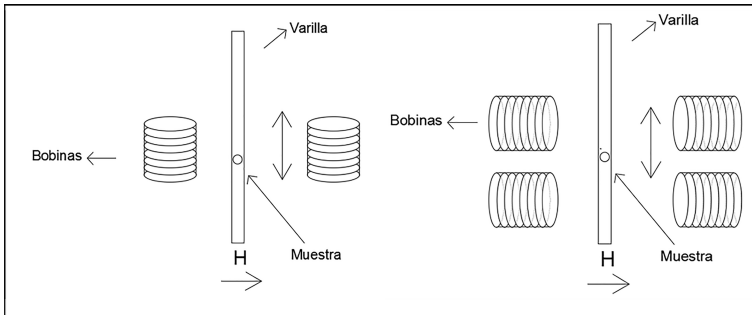


FIGURA 3. Configuración Foner y Configuración Mallison.

Para ello, estudiaremos la señal recibida por las dos configuraciones de bobinas de detección. Para el análisis supondremos que la muestra se comporta como un dipolo magnético puntual, oscilando en presencia de las bobinas de detección. Para un dipolo puntual, la ecuación 2 muestra el campo magnético producido cuando su momento magnético es m y \vec{r} muestra la distancia al mismo [7].

$$\vec{B}(r) = \frac{\mu_0}{4\pi} \left[-\frac{\vec{m}}{r^3} + \frac{3(\vec{m} \cdot \vec{r}) \vec{r}}{r^5} \right] \quad (2)$$

El flujo magnético se define como la cantidad de líneas de campo magnético que atraviesan una determinada superficie S en el espacio y se representa mediante la siguiente ecuación.

$$\phi = \int_{ds} \vec{B} \cdot d\vec{S} \quad (3)$$

La fuerza electromotriz en un circuito cerrado es igual a la variación del flujo de inducción Φ del campo magnético que lo atraviesa por unidad de tiempo.

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} \quad (4)$$

Para utilizar las ecuaciones 2,3 y 4, estimar los valores de inducción y fuerza electromotriz, se utilizaron datos referenciales, que nos darán una estimación razonable del voltaje inducido para una muestra típica.

2.1. Configuración de Foner y Mallison

Una característica de la configuración de Foner es que las dos bobinas están conectadas en serie y opuestas para obtener una señal de salida neta. Además de eliminar en gran medida los efectos del ruido de fondo debido a la inestabilidad del campo magnético o vibraciones mecánicas de los sistemas de imán y bobina [2]. La configuración de Mallison cuenta con cuatro bobinas, con sus ejes paralelos al eje x . La máxima señal obtenida en esta configuración se obtiene juntando las bobinas que se encuentran a los lados de la muestra y ubicando los extremos de las bobinas en un ángulo de 45° [8].

La figura 4 presenta el análisis de la posición y la distancia entre la muestra en un punto durante la oscilación y una de las bobinas de detección; este análisis será similar con el resto bobinas, pues están colocadas simétricamente a la muestra.

Con las ecuaciones 2, 3 y 4 representamos el valor de la fuerza electromotriz en ambas configuraciones. Figura 5 con las bobinas alineadas en los ejes x o z .

Observamos en la figura 5a que es mayor la fuerza electromotriz producida en el eje z , siendo además de la misma frecuencia que

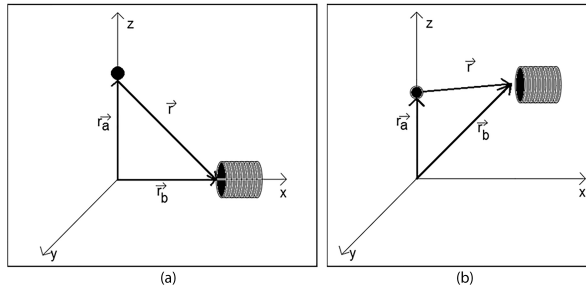


FIGURA 4. (a) Configuración Foner. (b) Configuración Mallison.

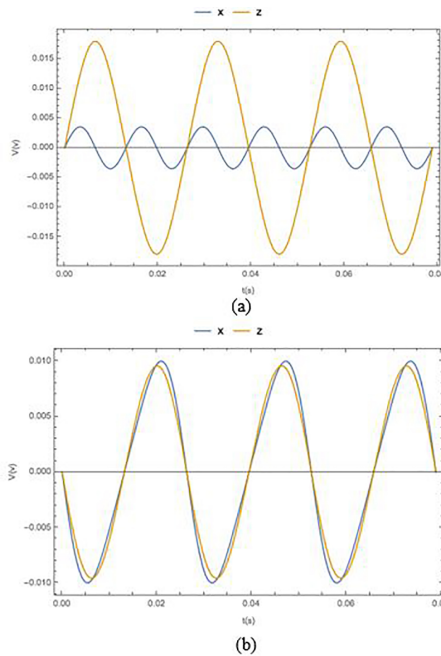


FIGURA 5. Fuerza electromotriz inducida en las bobinas de detección con orientaciones en el eje x y el eje z (a) Configuración Foner (b) Configuración Mallison.

la de oscilación. Este resultado indica que las bobinas de detección se deben colocar en forma vertical, puesto que es en esa forma que se obtiene mayor fuerza electromotriz inducida. Por otra parte, observamos en la figura 5b que la fuerza electromotriz producida en el eje z y en el eje x son similares. Este resultado indica que

las bobinas de detección se podrían colocar de forma vertical o de forma horizontal, puesto que se obtiene aproximadamente el mismo voltaje inducido de las dos formas.

Debe destacarse además que para la obtención de estas figuras se han escogido las conexiones adecuadas entre las cuatro bobinas en serie-antiserie para que la variación del flujo sea máxima; si en una bobina el flujo aumenta y en otra disminuye, se colocan en antiserie para que ambas contribuyan con el mismo signo al voltaje inducido.

2.2. Comparación y selección

Para la comparación seleccionamos los valores de la fuerza electromotriz producida en el eje z de la configuración de Foner y los valores de la fuerza electromotriz producida en el eje z de la configuración de Mallison. Figura 6.

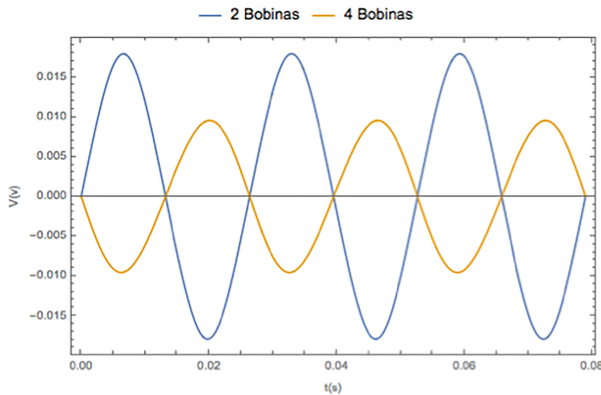


FIGURA 6. Comparación entre 2 Bobinas y 4 Bobinas.

Se observa en la figura 6, que la configuración de dos bobinas brinda mayor voltaje inducido que el de cuatro bobinas. Este resultado es consecuencia de la mayor proximidad de las bobinas a la muestra. Para la elección final se debe considerar la repetitividad de la medición a la hora de colocar la muestra, esto es, debido a que la muestra se coloca manualmente en la varilla no magnética, por lo que es posible que exista cierta variación entre la posición donde se realizó la calibración y la posición en el momento de la medición; se

estaría cometiendo un error de calibración. Para ello, analizamos una situación suponiendo que la muestra es colocada a 2 mm hacia arriba de la posición inicial de calibración y observamos qué ocurre con los valores de la fuerza electromotriz inducida en ambas configuraciones. Figura 7.

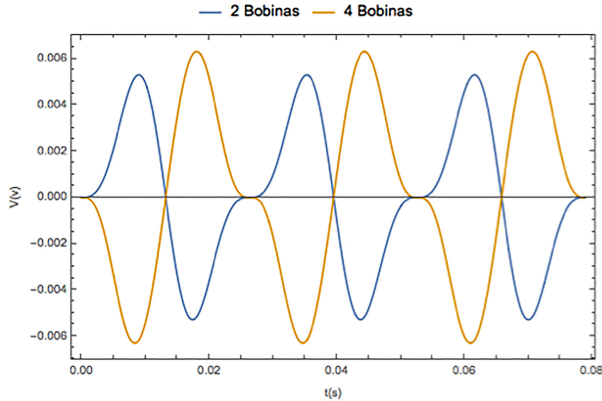


FIGURA 7. Señal producida por la muestra desplazada 2 mm.

La figura 7 muestra que el valor del voltaje inducido en las bobinas de detección ha disminuido, siendo la configuración de dos bobinas el que más lo ha hecho, incluso teniendo un valor menor que el de cuatro bobinas; además de ello se observa que la señal producida en la configuración de dos bobinas tiene un comportamiento cada vez menos sinusoidal. Con este análisis se puede concretar que es más factible la configuración de 4 bobinas, ya que permite minimizar el error que se comete por el desplazamiento de la muestra con respecto a la posición referencial, por lo que en este MMV se utilizará la configuración de Mallison; pues, aunque implique menos señal detectada, será mucho menos sensible a la colocación de la muestra, lo que mejorará la repetitividad de la medida.

3. Montaje experimental

En esta sección explicaremos el montaje experimental y programación realizada en la implementación del MMV. El proceso se puede dividir en las siguientes fases:

3.1. Configuración de Equipos

Mediante el lenguaje de programación correspondiente a cada equipo, se realizan las configuraciones en el software Agilent VEE Pro: El multímetro es ajustado para medir voltios en CA. En el lock-in se ha configurado: una amplitud de oscilación de 5 V para el generador de funciones, una sensibilidad a $100\mu V$, una constante de tiempo de 300 ms, la pendiente del filtro pasa baja de 24 dB/oct y el estado del filtro síncrono menor a 200 Hz. En el gaussímetro se han ajustado las constantes del controlador PID y modo control a la fuente de corriente. En la fuente de corriente se limita por seguridad la $I_{\text{máx}}$ a 12 A, se pone en modo control por entrada analógica (controlado por el gaussímetro).

3.2. Frecuencia de Resonancia

En esta sección analizamos la condición en la que el sistema nos brinda una mayor amplitud de oscilación, puesto que el sistema oscilante no sólo depende de la amplitud que se asigne, sino también de la frecuencia, pues habrá un momento donde el sistema entrará en resonancia y por ende tendrá una mayor amplitud de oscilación. Para ello, en el software programamos para que el generador de funciones del lock-in realice un barrido de frecuencia y el multímetro mida el voltaje inducido producido por el imán de calibración de oscilación para cada frecuencia. Luego de ello el programa determine el valor máximo de voltaje medido con su respectiva frecuencia y se ajuste automáticamente a esa frecuencia para el proceso de caracterización de la muestra.

3.3. Ajuste de Campo

En esta sección realizamos la programación para que la fuente de corriente y el gaussímetro trabajen conjuntamente. El gaussímetro, mediante el mecanismo PID, controla directamente la salida de la fuente de corriente para ajustarla hasta que se alcance el valor deseado de campo magnético. Para ello se debe programar en el modo indicado en el manual y tener precaución de dar tiempo al sistema hasta alcanzar el valor deseado de campo magnético.

3.4. Medición de Magnetización

En esta sección programamos el lock-in para que mida la señal percibida en las bobinas de detección; para cada valor del campo ajustado. Se realiza un bucle de campo magnético para la medida de la magnetización y que en el primer punto se realice un ajuste automático de ganancia en el lock-in.

3.5. Finalizar

Finalmente se programa todo el sistema para que después de realizar la respectiva medición, los equipos regresen a su condición inicial y la muestra deje de vibrar.

3.6. Pantalla principal

Se crea un panel frontal de manipulación donde aparecen visibles únicamente los comandos importantes para la caracterización, como el valor de campo máximo aplicado, el valor de la variación entre cada punto del campo y el valor de la masa de la muestra a caracterizar. Figura 8.

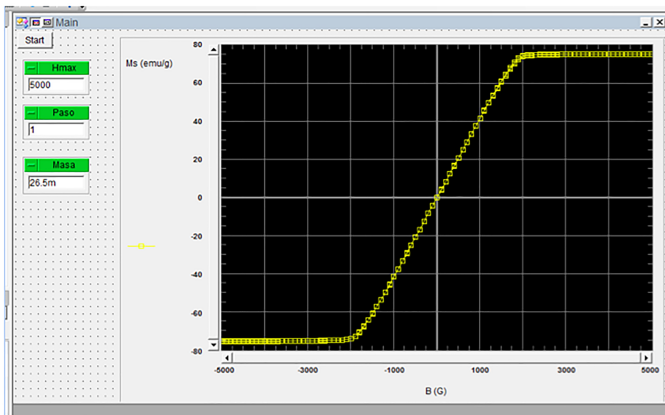


FIGURA 8. *Pantalla frontal principal.*

4. Calibración del sistema de medida

La calibración de la medida es la parte más esencial del MMV, pues de esto depende la utilidad y eficacia de su utilización al momento de caracterizar los materiales magnéticos.

4.1. Varilla no magnética

Para comenzar la calibración debemos tener en cuenta que la varilla no es completamente no magnética, pues presenta un pequeño momento magnético que puede ser captado por las bobinas de detección; para ello, ponemos a oscilar solamente la varilla, por lo que las bobinas de detección captaran únicamente su señal magnética; este proceso lo repetimos varias veces para obtener un promedio de las lecturas y minimizar el error. Con estos datos determinamos su línea de tendencia y su ecuación, Figura 9.

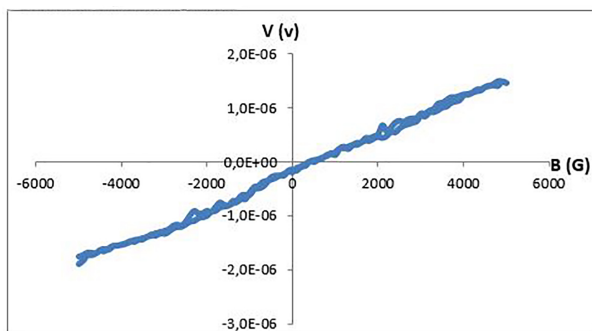


FIGURA 9. Señal de la varilla no magnética.

La ecuación $V = 3,43E-10 B - 1,89E-7$, corresponde a la línea de tendencia central de los datos; esta ecuación la incluiremos dentro de la programación de medida de magnetización, de manera que se elimine la interferencia de la varilla durante las mediciones, es decir, $V_{vacío} = V_{medido} - V_{varilla}$

4.2. Dependencia de la amplitud

La señal percibida por las bobinas de detección depende de la amplitud de oscilación de la muestra. Cada vez que se cambie de muestra, frecuencia o amplitud, la señal será diferente, para eliminar esta dependencia debemos calibrar la medida de la señal de salida mediante la amplitud de oscilación con la muestra patrón (Magnetita). En la figura 10(a) se observa que, si la muestra oscila con menor amplitud, la señal percibida por las bobinas de detección también es menor. Para eliminar esta dependencia, a la señal medida por el lock-in la multiplicamos por la amplitud de calibración ($A_{calibración}$) que será la amplitud de oscilación con la

muestra de magnetita y la dividimos por la amplitud de oscilación que se tenga en cada medición ($A_{\text{medición}}$), es decir, la amplitud que medirá el multímetro, de forma que si se cambia la muestra y/o se varía la amplitud, se compensa esa variación.

Se observa en la figura 10(b) que la señal ya no depende de la amplitud de oscilación, de esta manera las futuras mediciones de las muestras a caracterizar podrán oscilar a diferentes amplitudes sin que esto afecte a la calibración. $V_{\text{muestra}} = V_{\text{medido}} * (A_{\text{calibración}}/A_{\text{medición}})$

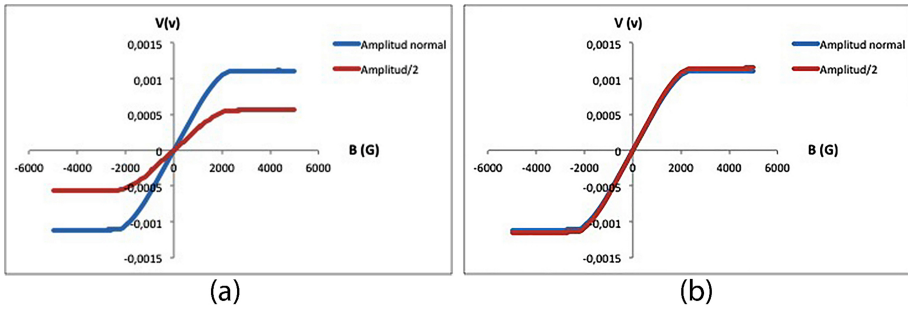


FIGURA 10. Señal con dependencia de la amplitud (a). Señal sin dependencia de amplitud (b).

4.3. Calibración con una muestra patrón.

Para obtener como resultado las curvas de histéresis en emu/g se necesita calibrar nuevamente el MMV; para ello usamos una muestra patrón de composición Fe_3O_4 (magnetita) de 26,5 mg, y con un momento magnético de 92 emu/g [9]. Primero se obtuvo el ciclo de histéresis de la muestra patrón con el MMV, luego se ajustó mediante cálculos numéricos las mediciones de forma que el momento magnético final sea de 92 emu/g ($M_{\text{s calibración}}$). También se ajustó la medida con la masa de calibración ($m_{\text{calibración}}$), que es la masa de la magnetita. La ecuación de calibración es la siguiente:

$$M_{\text{muestra}} = \left(\left(V_{\text{medido}} \frac{A_{\text{calibración}}}{A_{\text{medición}}} * \frac{m_{\text{calibración}}}{m_{\text{medición}}} - V_{\text{varilla}} \right) \frac{M_{\text{s calibración}}}{V_{\text{saturación}}} \right) \quad (5)$$

El ciclo de histéresis de la muestra patrón sin y con calibración se presenta en la figura 11.

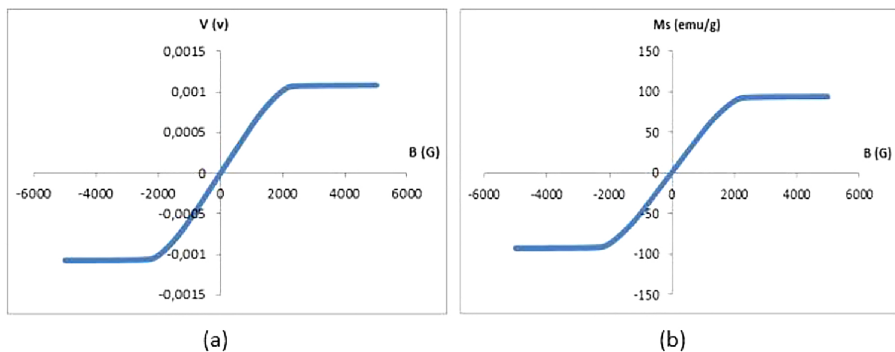


FIGURA 11. Señal sin calibración (a). Señal calibrada con la muestra patrón (b).

4.4. Comprobación de calibración.

Para verificar que el anterior procedimiento funciona adecuadamente y que la calibración es correcta, mediremos una muestra de níquel de 46 mg. Figura 12.

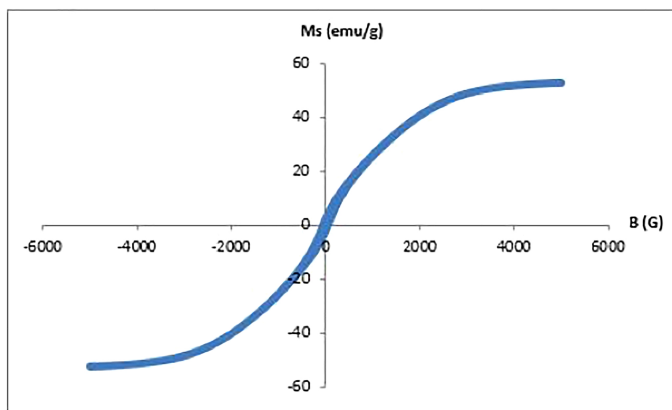


FIGURA 12. Ciclo de histéresis de la muestra de calibración.

Se verifica que tiene un momento magnético de 52,52 emu/g, este valor es muy similar a los 54,7 emu/g [10], lo que indica que la calibración ha sido correcta.

4.5. Límite de sensibilidad

Para determinar la sensibilidad del MMV se caracterizaron materiales con masas muy pequeñas para ver hasta qué punto el MMV detecta la señal de la muestra y que ésta sea mayor que el ruido generado. Se realizaron mediciones con muestras de permalloy de diferentes masas: 10,73 mg, 0,1128 mg, 0,04657 mg y 0,02784 mg, figura 13.

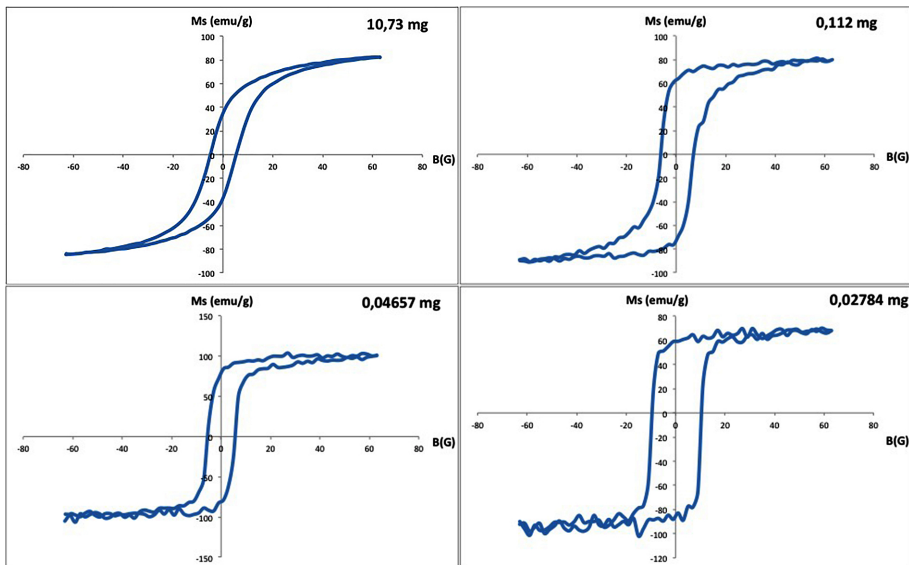


FIGURA 13. Ciclo de histéresis de la muestra de calibración.

Se observa en la figura 13 que, para una muestra de permalloy de masa mayor a 10 mg, se tiene un ciclo de histéresis muy bien definido, sin ruido importante y con un momento magnético de 84 emu/g, valor dentro del intervalo esperado comparado con los datos encontrados en la bibliografía [11]. Para la muestra de 0,1 mg, el ciclo de histéresis comienza a perder su forma, siendo el ruido apreciable, aunque el ciclo aún es reconocible. Para la muestra de 0,04657 mg, el ciclo de histéresis se deforma, aunque todavía tenga forma apreciable; los valores de Ms distan mucho de los comparados con la bibliografía. Finalmente, para muestras de 0,02784 mg, existe mucho ruido y el ciclo de histéresis está muy deformado, variando

en gran cantidad la medida del momento magnético en comparación con las anteriores mediciones. De las anteriores medidas estimamos que el ruido presente en ellas es del orden de 0.05 emu en cualquiera de ellas, por lo que resulta razonable requerir que la mínima señal que podemos medir deber ser un orden de magnitud mayor, por tanto de 0.5 emu.

Conclusiones

Se construyó un magnetómetro de muestra vibrante de gran sensibilidad y de bajo costo, utilizando materiales encontrados en un laboratorio de electromagnetismo. El MMV construido permite analizar el momento magnético de muestras, con un error menor al 3%; los resultados obtenidos están en concordancia con los encontrados en la literatura.

La sensibilidad del MMV depende en gran parte de las bobinas de detección: ellas son las encargadas de detectar la señal de la muestra, por lo que es necesario tener una adecuada configuración de las mismas. La configuración Mallison resultó ser la más favorable para nuestro caso.

Se puede realizar las configuraciones para que la señal de la muestra sólo dependa de su masa, obviando el aporte de la amplitud y de la frecuencia.

Para tener una medida coherente y óptima de la señal, la constante de tiempo del lock-in debe ser de 300 ms.

El magnetómetro de muestra vibrante construido detecta señales coherentes para muestras mayores a 800 emu.

En las medidas presentadas anteriormente se muestra la versatilidad del dispositivo, pudiendo medir muestras con campo coercitivos y de saturación muy bajos, como en las muestras de permaloy, y ciclos casi anhisteréticos, como la magnetita, con campo de saturación de miles de Gauss.

Referencias

- [1] J. Dorantes, *Ciencia*, 18 (2003).
- [2] S. Foner, *Rev. Sci. Instrums.* **30**, 548 (1959).

-
- [3] Stanford Research systems, “Model sr850 dsp lock-in amplifier,” (1992).
 - [4] W. Coba, *Control Pid un Enfoque Descriptivo* (Universidad Tecnológica Nacional, 2005).
 - [5] Agilent, “Vee pro 9.3 quick start guide,” (2011).
 - [6] J. Mallinson, *App. Phys.* **37**, 2514 (1966).
 - [7] M. Barral and J. Ruso, *Introducción al electromagnetismo*, Manuais universitarios (Universidade de Santiago de Compostela, Servizo de Publicacións e Intercambio Científico, 2008).
 - [8] L. Avilés, *Implementación de un magnetómetro de muestra vibrante para la caracterización de materiales magnéticos* (Universidad Nacional de Ingeniería, Perú, 2010).
 - [9] K. Lu, N. Manjooran, M. Radovic, G. Pickrell, E. Medvedovski, E. Olevsky, C. Li, G. Singh, and N. Chopra, *Advances in Nanomaterials and Nanostructures*, Ceramic Transactions Series (Wiley, 2011).
 - [10] B. Cullity and C. Graham, *Introduction to Magnetic Materials* (Wiley, 2011).
 - [11] J. Mallinson, *Magneto-Resistive and Spin Valve Heads: Fundamentals and Applications*, Electromagnetism (Elsevier Science, 2001).

CARACTERIZACIÓN MAGNÉTICA E HIPERFINA DE LA TRANSFORMACIÓN TÉRMICA $\text{CuO} - \text{Fe}_2\text{O}_3$ A Fe_3O_4

MAGNETIC AND HYPERFINE CHARACTERIZATION OF THE THERMAL TRANSFORMATION $\text{CuO} - \text{Fe}_2\text{O}_3$ TO Fe_3O_4

Juan D. Betancur¹, Johans Restrepo², Jhon J. Fernández³,
Oswaldo Pérez³

¹ Departamento de Ciencias Naturales, Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito, AK.45 No.205-59 (Autopista Norte), Bogotá, Colombia.

² Grupo de Magnetismo y Simulación, Instituto de Física, Universidad de Antioquia, A. A. 1226, Medellín, Colombia.

³ Instituto de Química, Grupo de Recursos Energéticos, Universidad de Antioquia, A. A. 1226, Medellín, Colombia.

(Recibido: 07/2017. Aceptado: 11/2017)

Resumen

Se presenta un estudio magnético acerca de la transformación térmica de hematita dopada con CuO ($\text{Fe}_2\text{O}_3 + \text{CuO}$). El tratamiento térmico se realizó a una temperatura de 375 ± 1 °C, en una atmósfera controlada compuesta por 20% de hidrógeno y 80% de nitrógeno. Las muestras fueron caracterizadas por espectroscopía Mössbauer a temperatura ambiente, magnetización en función de la temperatura y ciclos de histéresis a 10K. Los resultados sugieren que los campos hiperfinos y los anchos de línea A y B permanecen esencialmente constantes con el aumento de la concentración de CuO , mientras que a la vez surge una componente paramagnética, lo cual es indicativo de la aparición de un precipitado o nueva fase de $\text{Fe} - \text{Cu}$, i.e. no hay una incorporación efectiva del cobre en la estructura de la magnetita. La magnetización de saturación cae aproximadamente de 87 emu/g a 78 emu/g, consistente con la presencia de dicha fase paramagnética.

Se presenta también un aumento de la coercitividad desde ~ 576 Oe hasta ~ 621 Oe con el aumento del %*CuO* desde 2% hasta 20%. Tal aumento se atribuye también a dicha fase paramagnética actuando como centro de anclaje de las paredes de dominio, sumado al efecto de anclaje de las posibles vacancias inducidas por el tratamiento térmico. Finalmente, se observa una inversión de la magnetización en la temperatura de Verwey. Los datos sugieren que mediante el método de síntesis empleado se obtienen partículas de magnetita Fe_3O_4 coexistiendo con precipitados de $Fe - Cu$, lo cual modifica las propiedades magnéticas y genera un efecto interesante en la magnetización a la temperatura de Verwey.

Palabras clave: Magnetita, Hematita, Espectroscopia Mössbauer, Temperatura de Verwey.

Abstract

A magnetic study about the thermal transformation of hematite doped with *CuO* ($Fe_2O_3 + CuO$) is presented. The heat treatment was carried out at a temperature of 375 ± 1 °C, in a controlled atmosphere composed by 20% hydrogen and 80% nitrogen. Samples were characterized by Mössbauer spectroscopy at room temperature, magnetization as a function of temperature and hysteresis loops at 10K. Our results suggest that both the hyperfine fields and linewidths of the A and B sites remain essentially constant with increasing the *CuO* concentration, while at the same time a paramagnetic component arises, which is indicative of the appearance of a precipitate or a new phase of $Fe - Cu$, i.e. there is not an effective incorporation of the copper into the structure of the magnetite. The saturation magnetization falls from approximately 87 emu/g to 78 emu/g, consistent with such a paramagnetic phase. Also, an increase in the coercivity from ~ 576 Oe up to ~ 621 Oe by increasing the percentage of *CuO* from 2% up to 20% is observed. Such increase is also attributed to the paramagnetic phase acting as pinning center for domain walls, besides also de pinning effect due to vacancies induced by the thermal treatment. Finally, an

inversion of the magnetization in the Verwey temperature is observed. The data suggest that by means of the synthesis method employed, it is possible to obtain Fe_3O_4 magnetite particles coexisting with precipitates of $Fe-Cu$, giving rise to a modification in the magnetic properties and generating an interesting effect in the magnetization at the Verwey temperature.

Keywords: Magnetite, Hematite, Mössbauer Spectroscopy, Verwey Temperature.

Introducción

La magnetita, Fe_3O_4 , es uno de los óxidos con mayor contenido de hierro en la naturaleza, además es uno de los productos más importantes de la corrosión del hierro y del acero. Desde el punto de vista magnético, es un óxido de hierro ferrimagnético con estructura de espinela inversa. El espectro Mössbauer a temperatura ambiente se caracteriza por tener dos sitios cristalinos, uno tetraédrico (sitio A) ocupado por Fe^{3+} y otro octaédrico (sitio B) ocupado por Fe^{3+} y Fe^{2+} en igual proporción, para una valencia efectiva de $Fe^{2.5+}$ [1]. La magnetita experimenta una transición de fase metal-aislante por debajo de la denominada temperatura de Verwey (T_V) a aproximadamente 120 K, caracterizada por un decrecimiento en la conductividad (en dos órdenes de magnitud), en la capacidad calorífica y en la magnetización. Adicionalmente, la estructura cristalina pasa de cúbica a monocónica, aumentando la anisotropía cristalina del material. La transición de Verwey es explicada como el ordenamiento en los sitios octaédricos de los cationes Fe^{2+} y Fe^{3+} por debajo de dicha temperatura; sin embargo, actualmente se continúan realizando estudios en la materia para explicar en detalle el mecanismo [2-5]. Más concretamente, dependiendo de la estequiometría, se ha reportado que la temperatura de transición ocurre en el rango 119 – 124 K, y que tanto vacancias como impurezas tienen el efecto de disminuir la temperatura de la transición [6].

La magnetita tiene gran relevancia tecnológica, dado su uso en diferentes industrias. Por ejemplo, se utiliza en dispositivos para

almacenamiento magnético de información; como protector de la parte interna de los tubos usados en calderas (debido a su estabilidad a altas temperaturas); se usa como micronutriente en algunos fertilizantes, como agregado en hormigón de alta densidad; también en el corte por chorro de agua como agente abrasivo; en biomedicina como agente de contraste para obtener imágenes por resonancia magnética; debido a su alta temperatura de Curie (850 K) y a una polarización de espín casi completa a temperatura ambiente, tiene gran potencial para aplicaciones en dispositivos magnetoelectrónicos, espintrónicos y válvulas de espín basados en películas delgadas de magnetita, entre otras aplicaciones [7–11]. Por tal motivo, su estudio y sobre todo los métodos de fabricación que optimicen su uso es cada día más relevante.

Uno de los métodos más comunes para obtener magnetita consiste en la realización de una síntesis química, usando como precursores cloruros o sulfatos, donde normalmente son muchas las variables por controlar. Existen también tratamientos térmicos en atmósferas controladas que permiten obtener magnetita altamente estequiométrica, así como molienda mecánica, entre otros [1].

El mejoramiento de las propiedades magnéticas (magnetización de saturación), eléctricas, ópticas y estructurales (tamaño, forma de las nanopartículas) de la magnetita, así como el control de su crecimiento y estabilidad térmica, ha sido de extenso estudio. Una de las alternativas ha sido dopar la magnetita con elementos como *Co*, *Mn*, *Gd*, *Ni* y *Zn*, entre otros [12–15]. También se ha investigado el efecto en tales propiedades de dopar con *Cu* y con *CuO*, a través de diferentes métodos de fabricación, por ejemplo por síntesis hidrotermal [16]. Se ha encontrado que los iones Cu^{2+} se localizan principalmente en el sitio octaédrico B de la estructura tipo espinela [17, 18] y que la magnetización de saturación decrece con el incremento en el contenido de *Cu* [19]. Se han realizado estudios en nanofluidos de Fe_3O_4/CuO , para determinar la influencia de un campo magnético en la conductividad térmica del compuesto obtenido para posibles aplicaciones biomédicas [20].

En este trabajo se obtuvo magnetita dopada con *Cu* usando como precursor hematita comercial mezclada con *CuO* mediante

molienda mecánica, utilizando diferentes porcentajes en peso nominal de óxido de cobre. Luego, se realizó un tratamiento térmico en atmósfera controlada, para finalmente realizar una caracterización de las propiedades magnéticas e hiperfinas de la magnetita obtenida.

Experimental

Para preparar las muestras, se usaron como precursores hematita comercial y óxido de cobre (Merck) con pureza grado analítico. Estos se mezclaron en un molino de una bola (frecuencia de 60 Hz) durante un minuto, para asegurar la homogeneidad de la mezcla. Se usaron los siguientes porcentajes en peso nominal para controlar la cantidad de CuO : 2 %, 4 %, 6 %, 8 %, 10 %, y 20 %. Posteriormente, la mezcla se distribuyó uniformemente en el interior de un tubo de cuarzo y el conjunto se colocó en el interior de un horno (Heatech), se sometió la mezcla a un flujo constante ($100 \text{ cm}^3/\text{min}$) de N_2 , proceso que se realizó a manera de purga, durante 40 minutos. Luego se calentó el horno hasta alcanzar una temperatura de $375 \pm 1^\circ C$. En este instante, se implementó una atmósfera de 20 % de hidrógeno y 80 % de nitrógeno, mediante controladores de flujo másico, la cual se mantuvo constante durante 15 minutos [1]. Luego de este tiempo, se retiró la atmósfera, el horno se dejó enfriar a temperatura ambiente, se recopiló y preparó la muestra.

Para realizar la caracterización hiperfina, se usó espectroscopía Mössbauer de ^{57}Fe a temperatura ambiente, mediante un espectrómetro convencional de transmisión, utilizando una fuente de $^{57}Co/Rh$. Para el ajuste de los espectros se usó el programa Normos - Distri. Los datos de magnetización fueron tomados en un magnetómetro SQUID comercial hasta 10 K. Los ciclos de histéresis a 10 K se recolectaron variando el campo hasta $H = \pm 70 \text{ kOe}$.

Resultados y Discusión

En la Figura 1 se muestran los espectros Mössbauer, para las diferentes concentraciones nominales de CuO empleadas. Se observa claramente la presencia de una componente magnética y una componente paramagnética adicional. El ajuste de la

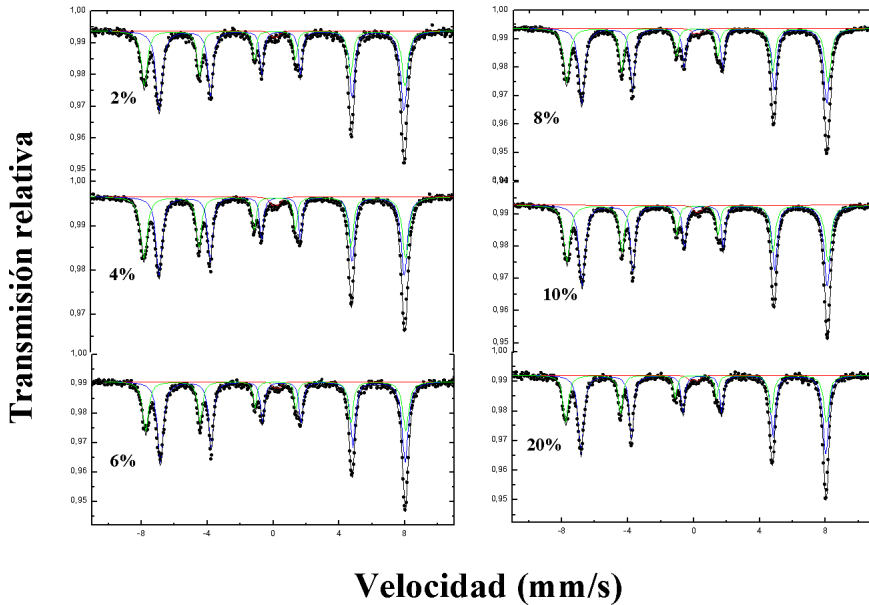


FIGURA 1. Espectros Mössbauer a temperatura ambiente. Se observa el ajuste correspondiente tanto a los sitios cristalinos A y B de la magnetita como la presencia de una fase paramagnética.

componente magnética se realizó con dos sextetos, cada uno correspondiente a cada sitio cristalino de la magnetita por encima de la temperatura de Verwey, es decir correspondientes a iones de Fe en sitios tetrahédricos y octahédricos. Por otro lado, si bien la componente paramagnética es claramente evidente y su área espectral medible, fue necesario fijar el ancho de línea del doblete a 0.38 mm/s debido a la poca profundidad del mismo y para evitar divergencias en el ajuste que comprometieran el área espectral de los picos internos de los sextetos. Con dicha elección no se pierde generalidad; tampoco se afectan las conclusiones del presente trabajo además de mantener la bondad del ajuste obtenido. Valores similares de ancho han sido reportados para precipitados $\gamma - Fe$ en matrices de Cu [21].

En la Tabla 1 se resumen los parámetros hiperfinos obtenidos a partir del ajuste de los espectros Mössbauer a temperatura ambiente. Se puede observar que el área de la componente

%CuO	A_A	A_B	A_P	$B_{hf(A)}$ ($\pm 0.2T$)	$B_{hf(B)}$ ($\pm 0.2T$)	Γ_A (mm/s)	Γ_B (mm/s)	Γ_P (mm/s)	A_B/A_A
2	38.90	59.60	1.51	49.1	46.1	0.27	0.28	0.38	1.53
4	44.65	53.17	2.17	49.3	46.1	0.29	0.27	0.38	1.19
6	36.91	61.40	1.60	49.0	46.1	0.26	0.28	0.38	1.66
8	41.45	56.99	1.55	49.2	46.1	0.28	0.27	0.38	1.37
10	41.00	57.37	1.62	49.2	46.1	0.28	0.28	0.38	1.40
20	36.35	61.68	1.96	49.0	46.1	0.26	0.28	0.38	1.70

%CuO: % wt de CuO

A_A , A_B : área de las componentes magnéticas.

A_P área de la componente paramagnética.

B_{hf} : campo hiperfino B_{hf} .

Γ : ancho de línea.

A_B/A_A : área relativa de los sitios cristalinos de la magnetita.

TABLA 1. *Parámetros hiperfinos obtenidos a partir del ajuste de los espectros Mössbauer a temperatura ambiente.*

paramagnética (A_P) no aumenta en forma sistemática al incrementar el % CuO , lo cual si bien sugiere que tiene lugar la formación de una nueva fase debida a la presencia de átomos de Fe con átomos de Cu en su entorno, no es posible afirmar que ocurra una incorporación efectiva del Cu en sitios particulares de la estructura de la magnetita. Dicha afirmación se ve soportada tanto por los anchos de línea, como por los campos hiperfinos de los sitios A y B, los cuales permanecen esencialmente constantes dentro del error asociado.

Los datos permiten plantear que tiene lugar la formación de un precipitado o nueva fase, de carácter paramagnético, con presencia de átomos de Cu en el entorno de algunos átomos de Fe , y que tal fracción es proporcional al área espectral encontrada, la cual representa entre el 1.51% y el 2.17% del total. Vale la pena anotar que dicha fase no aumenta con el % CuO , y que por el contrario presenta un máximo en 4% CuO y luego cae a valores que permanecen prácticamente constantes para 6%, 8% y 10% y parece repuntar de nuevo a 20% CuO , donde podría estar teniendo lugar una sobresaturación en la solubilidad.

Esta fase paramagnética es consistente con el carácter magnéticamente diluidor del cobre, y el hecho de no evidenciar un

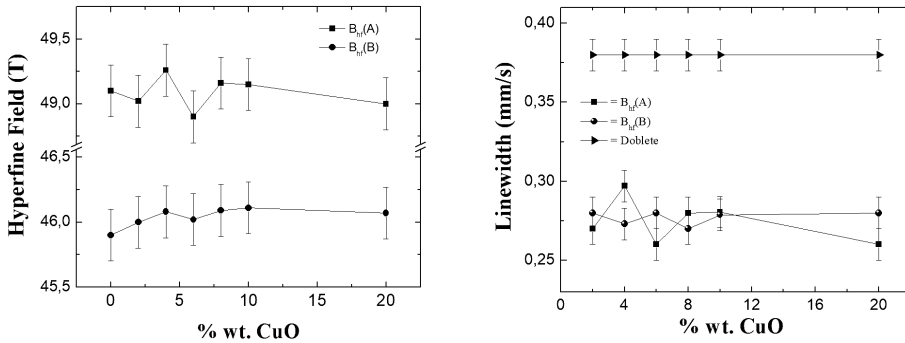


FIGURA 2. Gráficas del campo hiperfino y anchos de línea de los sextetos A y B.

aumento del área espectral con el %CuO es consistente con el grado de inmiscibilidad característico del *Fe* y el *Cu* alrededor del 4%, de acuerdo con su correspondiente diagrama de fases en equilibrio. No obstante, por encima de dicho valor pueden tener lugar fases metaestables como las que se presume podrían estar presentándose por encima del 4% *CuO*, donde se alcanza el máximo de área espectral.

En la Figura 2, y teniendo en cuenta el error en las medidas, se puede apreciar que los campos hiperfinos de los sitios A y B permanecen esencialmente constantes con el contenido de *CuO*: 49.1 T para el sitio A y 46.0 T para el sitio B. Se observa además que el ancho de línea para el sitio B es mayor que el del sitio A y, dentro del error experimental, ambos permanecen esencialmente constantes.

En cuanto al comportamiento magnético, en la Figura 3 se muestra un par de ciclos de histéresis, específicamente los tomados a las muestras con 6% y 20% de *CuO* a 10 K. En la Figura 4 se muestra la variación tanto de las magnetizaciones de saturación y remanencia como del campo coercitivo en función de la concentración de *CuO*. Los datos sugieren que mientras la remanencia disminuye levemente con el contenido de *Cu*, la magnetización de saturación cae de ~ 87 emu/g a ~ 78 emu/g, lo cual es consistente con el surgimiento de la componente paramagnética *Fe* – *Cu*, evidenciando el carácter magnéticamente

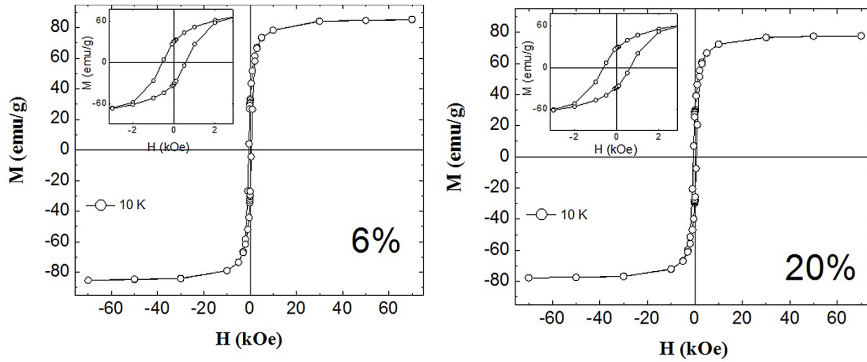


FIGURA 3. Ciclos de histéresis tomados a las muestras con 6 y 20 %wt CuO , a $T = 10 K$.

diluidor del Cu . Es de resaltar que el valor de 87 emu/g es superior al que se ha encontrado en la literatura para nanopartículas de magnetita, el cual está entre 30 – 50 emu/g [22, 23].

También se observa un aumento aproximadamente lineal de la coercitividad desde ~ 576 Oe hasta ~ 621 Oe con el aumento del % CuO desde 2 % hasta 20 %. Tal aumento se atribuye también al precipitado paramagnético de la fase $Fe - Cu$ actuando como centro de anclaje de las paredes de dominio de la magnetita, aparte también del efecto de anclaje de las posibles vacancias inducidas por el tratamiento térmico. El ajuste lineal de los datos con coeficiente de correlación de $R^2 = 0.87$, da lugar a la siguiente relación para el campo coercitivo:

$$H_c(\text{Oe}) = 576.09 + 2.27\%CuO \quad (1)$$

El error en el intercepto es de ± 5.01 Oe y en la pendiente de $\pm 0.43\text{Oe}/\%Cu$.

Por otra parte, se obtuvieron curvas de magnetización en función de la temperatura, las cuales se muestran en la Figura 5, para determinar posibles cambios en la temperatura de Verwey T_v de la magnetita (120K) como resultado de la presencia de la fase paramagnética $Fe - Cu$. Se observa que para las muestras con 6% y 10% CuO hay una inversión en la magnetización a la temperatura de Verwey, T_V . Para verificar estos resultados, la

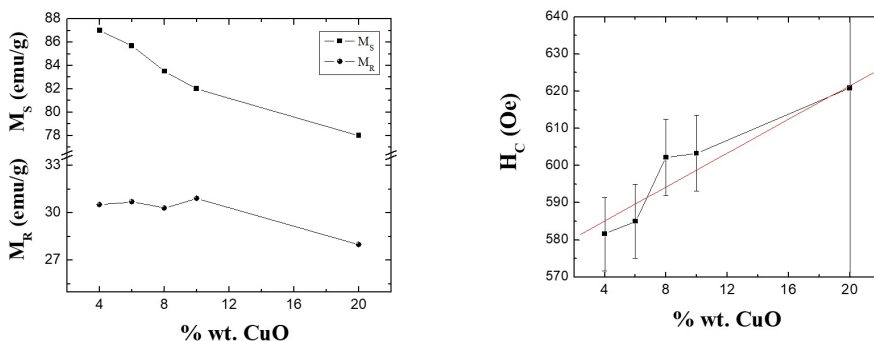


FIGURA 4. Magnetización de saturación, magnetización remanente (izquierda) y campo coercitivo (derecha) en función de la concentración de CuO . La línea continua es el ajuste realizado mediante regresión lineal.

medida fue repetida para la muestra dopada con 6% de CuO , y el resultado fue que la inversión de la magnetización se registró nuevamente. Hasta donde sabemos, este efecto no ha sido reportado en la literatura.

Usando el criterio de punto de inflexión, se pudo establecer que la temperatura de Verwey inicia en 118 K para 4% CuO , pasa por un máximo de 124 K para 10% CuO y luego decrece a 120 K para un 20% CuO . Estos valores están dentro de lo reportado, pero no se puede asegurar una tendencia clara de disminución o aumento de dicha temperatura de transición a medida que se aumenta el % CuO , indicando cierto grado de insensibilidad [6].

Conclusiones

Mediante la ruta de síntesis empleada, se ha registrado el surgimiento de una componente paramagnética conteniendo Fe y Cu en forma de precipitado, coexistiendo con la magnetita. Se plantea que la baja inmiscibilidad del Fe y el Cu no permite que el área espectral asociada aumente en forma proporcional con el % CuO . Así mismo, es importante indicar que no es posible afirmar que tiene lugar una incorporación efectiva del Cu en la estructura íntima de la magnetita; aspecto corroborado por los valores esencialmente constantes de los campos hiperfinos y anchos de línea de los sitios A y B.

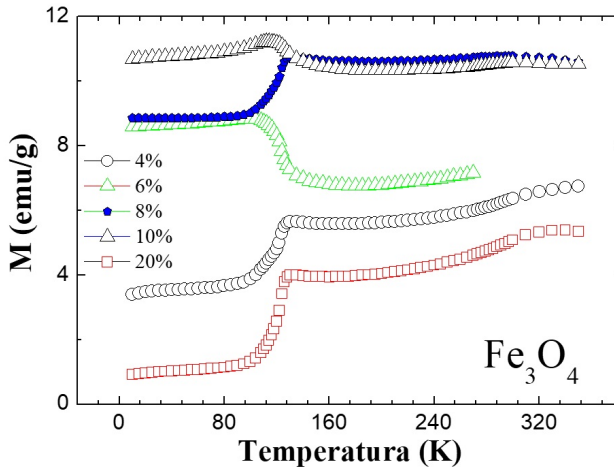


FIGURA 5. Curvas de magnetización en función de la temperatura.

En cuanto a las propiedades magnéticas, se concluye que la magnetización de saturación disminuye con el incremento de la concentración de CuO , lo cual es consistente con el surgimiento de la componente paramagnética y el carácter magnéticamente diluidor del Cu .

Se observó también el aumento de la coercitividad con dicha concentración, lo cual se atribuye al efecto de anclaje de las paredes de dominio generado por la presencia del precipitado paramagnético $Fe-Cu$ y adicionalmente a la presencia de vacancias inducidas por el tratamiento térmico.

Finalmente, no fue posible evidenciar una modificación importante del valor de la temperatura de Verwey, salvo una inversión de la magnetización asociada a dicha transición en la curva de magnetización en función de la temperatura. Aspecto este último todavía por aclarar.

Agradecimientos

Los autores agradecen la valiosa colaboración del profesor Gerardo Fabian Goya, por sus aportes en la realización de las medidas magnéticas y la discusión de los presentes resultados. Uno de los

autores (J.R.) agradece al programa de dedicación exclusiva de la Universidad de Antioquia y al proyecto CODI-UdeA 2016-10085.

Referencias

- [1] J. D. Betancur, O. A. J. Restrepo, J. Mazo-Zuluaga, A. L. Morales, C. A. Barrero, J. J. Fernández, O. Pérez, and A. Bohórquez, *Rev. Colomb. Fis.* **40**, 396 (2008).
- [2] J. de la Figuera, Z. Novotny, M. Setvin, T. Liu, Z. Mao, G. Chen, A. T. N'Diaye, M. Schmid, U. Diebold, A. K. Schmid, and G. S. Parkinson, *Phys. Rev. B* **88**, 161410 (2013).
- [3] M. Sorescu, A. Grabias, R. Brand, J. Voss, D. Tarabasanu-Mihaila, and L. Diamandescu, *J. Magn. Magn. Mater.* **246**, 399 (2002).
- [4] M. Bohra and S. Sahoo, *J. Alloy. Compd.* **699**, 1118 (2017).
- [5] J. de la Figuera and C. Tusche, *Appl. Surf. Sci.* , 66 (2017).
- [6] A. Kosterov, *Earth Planet. Sc. Lett.* **186**, 245 (2001).
- [7] C. Su, *J. Hazard. Mater.* **322**, 48 (2017).
- [8] N. Saxena and M. Singh, *J. Magn. Magn. Mater.* **429**, 166 (2017).
- [9] A. Velásquez, C. Marín, and J. Urquijo, *J. Magn. Magn. Mater.* **432**, 190 (2017).
- [10] L. Qu and S. Tie, *Micropor. Mesopor. Mat.* **117**, 402 (2009).
- [11] A. Ito and M. Kamihira, in *Nanoparticles in Translational Science and Medicine*, Progress in Molecular Biology and Translational Science, Vol. 104, edited by A. Villaverde (Academic Press, 2011) pp. 355 – 395.
- [12] H. Zhang, V. Malik, S. Mallapragada, and M. Akinc, *J. Magn. Magn. Mater.* **423**, 386 (2017).
- [13] X. Liang, Y. Zhong, S. Zhu, H. He, P. Yuan, J. Zhu, and Z. Jiang, *Solid. State Sci.* **15**, 115 (2013).
- [14] D. Varshney and A. Yogi, *Mater. Chem. Phys.* **128**, 489 (2011).
- [15] Z. R. Marand, M. H. R. Farimani, and N. Shahtahmasebi, *Nanomedicine J.* **1**, 238 (2013).

-
- [16] A. L. Morales, A. A. Velásquez, J. P. Urquijo, and E. Baggio, *Hyperfine Interact.* **203**, 75 (2011).
- [17] D. Varshney and A. Yogi, *Mater. Chem. Phys.* **123**, 434 (2010).
- [18] A. Velásquez and J. Urquijo, *Spectral Anal. Rev.* **1**, 11 (2013).
- [19] M. Amir, A. Baykal, S. Güner, H. Güngüne, and H. Sözeri, *Ceram. Int.* **42**, 5650 (2016).
- [20] S. Ebrahimi and S. F. Saghravani, *J. Magn. Magn. Mater.* **441**, 366 (2017).
- [21] J. Restrepo, J. Greneche, and J. González, *Physica B* **354**, 174 (2004).
- [22] B. Cullity and C. Graham, *Introduction to Magnetic Materials* (Wiley, 2011).
- [23] E. L. Jr., A. L. Brandl, A. D. Arelaro, and G. F. Goya, *J. Appl. Phys.* **99**, 083908 (2006).

CÁLCULO DE LA ACTIVIDAD DE UNA MUESTRA DE URANIO IRRADIADA POR NEUTRONES TÉRMICOS PARA EL ANÁLISIS INICIAL EN PROTECCIÓN RADIOLÓGICA USANDO SIMULACIÓN MONTE CARLO

CALCULATION OF THE ACTIVITY OF AN URANIUM SAMPLE IRRADIATED BY THERMAL NEUTRONS FOR THE INITIAL ANALYSIS IN RADIOLOGICAL PROTECTION USING MONTE CARLO SIMULATION

Andrés F. Porras

Laboratorio de Investigación en Comustibles y Energía - LICE, Universidad Nacional de Colombia, Colombia

(Recibido: 05/2017. Aceptado: 10/2017)

Resumen

Para efectuar el análisis de protección radiológica y grado de peligrosidad de una práctica en una instalación que utiliza radiación ionizante, se realiza un análisis proveniente de cálculos computacionales, tanto de radiación *gamma* como neutrónica, que son las de mayor alcance y penetración. El objetivo es determinar la dosis que produce la interacción de estas radiaciones con la materia en los diferentes puntos de una instalación para una práctica de interés consistente en irradiar un gramo de dióxido de uranio en un flujo neutrónico de $10^{11} \text{ n cm}^2 \text{ s}^{-1}$ durante 40 s.

Palabras clave: Neutrones, Protección radiológica, Uranio.

Abstract

To carry out the analysis of radiological protection and degree of danger of a practice in a facility that uses ionizing radiation, an analysis is made from computational

calculations, both of *gamma* and neutron radiation, which are those of greater reach and penetration. The objective is to determine the dose produced by the interaction of these radiations with matter at the different points of a facility for a practice of interest consisting in irradiating a gram of uranium dioxide in a neutron flux of 10^{11} n cm² s⁻¹ for 40 s.

Keywords: Neutrons, Radiological protection, Uranium.

Introducción

Los minerales son sustancias sólidas, naturales, de composición química definida, generalmente de origen inorgánico, pueden generar formas geométricas características [1] y tienen gran importancia por sus múltiples aplicaciones en los diversos campos de la actividad humana [2]. La industria moderna depende directa o indirectamente de los minerales para fabricar múltiples productos de la civilización moderna [3]; así, por ejemplo, de distintos tipos de cuarzo y silicatos, se produce el vidrio [4]; los nitratos y fosfatos se emplean como abono para la agricultura; ciertos materiales, como el yeso, se utilizan en la construcción y prácticamente todos los productos fabricados industrialmente contienen algún componente obtenido de los minerales [5].

El uranio en sus formas minerales más importantes como la pechblenda, uranita y cofinita [6] que con las debidas transformaciones físicas como la trituration y molienda y químicas como la concentración y enriquecimiento se convierte en mineral de interés estratégico de orden mundial a mediano y largo plazo con una creciente demanda [7].

El uranio se encuentra en la naturaleza como óxido con números de oxidación +4, +5 y +6, siendo el +4 y el +6 los más abundantes en la naturaleza [6], pero también se le puede encontrar como hidróxidos y sales.

A pesar que el uranio es un elemento escaso, su ocurrencia en la corteza terrestre es superior a la del bismuto, cadmio, mercurio y plata [8]; sin embargo, la relación entre la abundancia en

la corteza terrestre y la probabilidad de descubrir yacimientos económicamente importantes para su explotación es menos ocurrente por la dispersión y baja concentración en que está presente [9].

Para poder cuantificar las cantidades de éste elemento en un material existen diferentes técnicas analíticas [10]; sin embargo, las técnicas nucleares son mucho más confiables para su detección, esto implica, en algunos casos, irradiar la muestra con neutrones térmicos y convertirla en radiactiva. Para poder realizar una adecuada manipulación de dichas sustancias se debe hacer un análisis en protección radiológica para asegurar que el personal que realiza la manipulación se encuentra bajo los límites de radiación recibida permitidos [11].

Se puede realizar una comparación en protección radiológica de las medidas de tasa de dosis en un laboratorio con una simulación Monte Carlo que consiste en construir un modelo matemático de un problema físico en cuestión y tomar muestras modelo para obtener una respuesta aproximada del problema. El conjunto de eventos probabilísticos individuales que conforman un proceso se simulan en secuencia [12]. La herramienta más comúnmente utilizada para simular comportamientos de transporte de neutrones es el código GEANT4 que es un código de simulación mediante métodos de Monte Carlo del transporte de radiación para neutrones, fotones y electrones en una geometría definida por el usuario.

Cálculos para radiación γ incidente

La aproximación teórica al cálculo de la actividad de cada radionúclido durante el desarrollo del análisis de una muestra de uranio realizó tomando como base el análisis de diferentes muestras que ejemplifican la composición promedio en la corteza terrestre de matrices objeto de análisis como rocas, suelos y sedimentos. Para éste análisis se usaron las muestras de referencia certificadas IAEA 312 (muestra de suelo con altos contenidos de U, Th, y ^{226}Ra), CLB-1 (Carbón de la mina Lower Bakerstown, Estados Unidos) y NIST 950a (Óxido de uranio, 99.94% de pureza). Para la clasificación de la peligrosidad de la práctica,

se calculan las actividades de éstos materiales de referencia y se comparan con los niveles de exención aceptados internacionalmente [13]. Las actividades teóricas fueron calculadas a partir de la composición elemental certificada correspondiente a 1,0 g de muestra de referencia (masa a 1 g total), 40 segundos en una fuente de neutrones asumiendo valores de flujo neutrónico normales un reactor nuclear de investigación de baja potencia [14]. Para determinar la actividad teórica de cada radionúclido, se emplea la ecuación general de activación:

$$A = n_b N_A \Phi \sigma f (1 - e^{-\lambda t}) \quad (1)$$

donde A es la actividad producida, en Bq; n_b equivale al número de moles del núclido blanco; N_A es el número de Avogadro; σ es la sección eficaz del núclido blanco, en barns (10^{-24} cm²); Φ es el flujo de neutrones térmicos, en n cm⁻² s⁻¹; f es equivalente a la abundancia isotópica del núclido blanco; λ es la constante de desintegración del núclido radiactivo formado y es igual a $\ln 2/T$; t es el tiempo de irradiación, en horas y T es el período de semidesintegración del radionúclido producido, en horas [15].

La actividad calculada de acuerdo con la ecuación 1 para cada material de referencia y radionúclido con su nivel de exención (actividad mínima para que el material no cause daño) se muestra en las Tablas 1, 2 y 6.

Radioisótopo a analizar	Masa a 1 g total (mg)	Constante de dosis gamma (rem m ² h ⁻¹ Ci ⁻¹)	Actividad (Bq)	Valor D (TBq)	A/D
²²⁶ Ra	1,21*10 ⁻¹⁰	7,83*10 ⁻³	5,74*10 ⁻¹²	0,07	8,2*10 ⁻²³
²³² Th	0,0914	9,57*10 ⁻²	9,11*10 ⁻³	8,0	1,1*10 ⁻⁹
²³⁸ U	0,0165	1,34*10 ⁻¹	5,42*10 ²	0,06	9,0*10 ⁻⁹
Total	0,1079	–	9,65*10 ³	–	1,02*10 ⁻⁸

TABLA 1. Actividad calculada de la muestra IAEA-312. NR: No Reportado.

El análisis de categorización de las fuentes obtenidas se realizó de acuerdo con lo estipulado en el documento *Categorización de Fuentes* de la Resolución 9-0874 de 2014 expedida por el Ministerio de Minas y Energía [11], en la cual se establece que para "prácticas

Radioisótopo a analizar	Masa a 1 g total (mg)	Constante de dosis gamma (rem m ² h ⁻¹ Ci ⁻¹)	Actividad (Bq)	Valor D (TBq)	A/D
²³⁸ U	999,4	1,34*10 ⁻¹	3,28*10 ⁷	0,06	5,5*10 ⁻⁴
Total	999,4	–	3,28*10 ⁷	–	5,5*10 ⁻⁴

TABLA 2. *Actividad calculada de la muestra NIST 950a.*

en donde existan varias fuentes que se encuentren muy próximas entre sí” (como ocurre en el caso de la práctica en cuestión), el conjunto de fuentes, para los fines de su categorización, será considerado como una sola fuente, utilizando la siguiente fórmula para su agregación”:

$$\left(\frac{A}{D}\right)_{Agregado} = \sum_{k=1}^m \frac{A_{i,k}}{D_k} \quad (2)$$

Donde $A_{i,k}$ es la actividad de cada fuente individual (i) de un radionúclido k, D_k es el valor D para el radionúclido k y m es el total de radionúclidos en la muestra a analizar.

La determinación de la categoría a la que pertenecería la práctica sigue los lineamientos establecidos en la Resolución 18-0052 de 2008 del Ministerio de Minas y Energía [11], teniendo en cuenta el cálculo de la razón entre la actividad del radionúclido (A) y el valor D (descrito anteriormente), lo cual permite establecer las cinco categorías relacionadas en la Tabla 3.

Categoría	Proporción de actividad
1	$A/D \geq 1000$
2	$1000 > A/D \geq 10$
3	$10 > A/D \geq 1$
4	$1 > A/D \geq 0,1$
5	$0,01 > A/D$ y $A > \text{Exención}$

TABLA 3. *Límites de A/D para clasificar prácticas radiactivas [11].*

La Tabla 4 muestra los resultados de las actividades de los 3 patrones a un flujo neutrónico de $2,5 \cdot 10^{11} \text{ n cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ apreciando que, a las condiciones de flujo, tiempo de irradiación y distancia

dadas, los 3 estándares analizados poseen la categoría más baja de peligrosidad de fuentes radiactivas (categoría 5). Es importante notar que las categorías 4 y 5 no necesitan licencia de manejo de material radiactivo por parte de la entidad reguladora (que es el Servicio Geológico Colombiano), únicamente una autorización para realizar la operación y la demostración que no existe riesgo que merezca una categorización más alta para la práctica.

Estándar	Valor A/D	Nivel de categorización
IAEA 312	$1,02 \cdot 10^{-8}$	5
CLB-1	$4,57 \cdot 10^{-10}$	5
NIST 950a	$5,5 \cdot 10^{-4}$	5

TABLA 4. Categorización de los estándares irradiados.

Cálculos Monte-Carlo para dosis de neutrones

Para realizar el cálculo de la dosis adquirida mediante neutrones debe conocerse su transporte en el sistema de interés aplicando el método de Monte Carlo para partículas con masa y encontrando su densidad (x) mediante la siguiente ecuación [16]:

$$x(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) = C(\vec{r}, E' \rightarrow E, \vec{\Omega} \rightarrow \vec{\Omega}, t) T(\vec{r}' \rightarrow \vec{r}, E, \vec{\Omega}) x'(\vec{r}', E', \vec{\Omega}', t) \quad (3)$$

En donde $x(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t)$ es la densidad de partículas que abandonan una fuente o emergen de una colisión en las coordenadas \vec{r} , dirección $\vec{\Omega}$, a un tiempo t y una energía E ; $C(\vec{r}, E' \rightarrow E, \vec{\Omega} \rightarrow \vec{\Omega}, t)$ es un operador de colisión que indica que una partícula en las coordenadas \vec{r} , choca y cambia su dirección de $\vec{\Omega}'$ a $\vec{\Omega}$ y su energía de E' a E ; $T(\vec{r}' \rightarrow \vec{r}, E, \vec{\Omega})$ es el operador de transporte, que traslada una partícula desde una posición \vec{r}' hasta la nueva coordenada \vec{r} con una dirección $\vec{\Omega}$ a energía constante y el último término es la densidad de las partículas iniciales como se muestra esquemáticamente en la figura 1 [16].

El método comienza calculando mediante procesos aleatorios la probabilidad de que la partícula exista, consecuentemente se crea su energía, su posición y la dirección inicial de la trayectoria, tomando

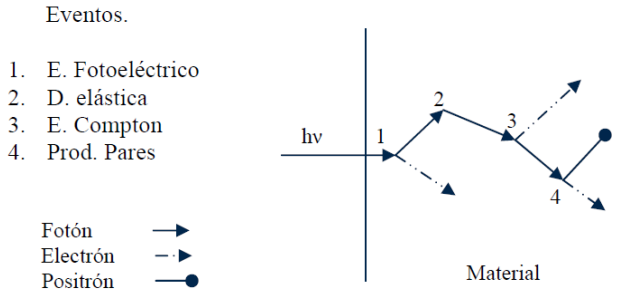


FIGURA 1. Esquema de la simulación de una secuencia de eventos neutrónicos.

en cuenta que las partículas son independientes entre sí. Posterior a ello, se simula la distancia libre media que recorre antes de interactuar y generar un tipo específico de colisión; la energía y la dirección de las partículas dispersadas también se simulan y se evalúa la totalidad del proceso hasta que alcanza una condición terminal depositando completamente la energía en el sistema.

Actualmente, existen muchos tipos de programas que realizan simulación de transporte de neutrones, uno de ellos es el código Geant4, el cual simula el mismo transporte de neutrones que MCNP, con la ventaja de que es software libre, a diferencia de MCNP que es licenciado. Estos programas permiten considerar distintos modos de simulación de transporte de partículas ya sea individuales o combinados. Las áreas específicas de aplicación incluyen protección radiológica y dosimetría, radiografía, física médica, seguridad nuclear, cálculos de flujos neutrónicos entre otros [17] calculándose numerosos parámetros de protección radiológica debido a la amplia variedad de análisis mundialmente reconocidos.

GAMOS es un ambiente de simulación basado en Geant4 el cual es fácil de usar ya que el lenguaje de secuencias de comandos integrales hace fácil poner en práctica los requisitos de una aplicación de física nuclear sin necesidad de codificación de C++ (que es el lenguaje madre de Geant4) [18]. El diseño modular simple, la documentación detallada y al conjunto de ejemplos y tutoriales facilitan la ampliación de las aplicaciones permitiendo explotar al máximo la flexibilidad de Geant4, mediante la creación de nuevo código de usuario [18].

Isótopo	Masa a 1 g total (mg)	Constante gamma (rem m ² h ⁻¹ Ci ⁻¹)	Actividad (Bq)	Valor D (TBq)	A/D
²³ Na	0,23	1,94	4,08*10 ²	20	2,0*10 ⁻¹¹
²⁶ Mg	0,47	0,54	5,47*10 ²	NR	-
²⁷ Al	15,1	0,88	3,62*10 ⁶	NR	-
³⁰ Si	25,1	4,8*10 ⁻⁴	1,22*10 ³	20	6,1*10 ⁻¹¹
⁴¹ K	0,76	0,14	1,71*10 ²	10	1,7*10 ⁻¹¹
⁴⁴ Ca	2,2	2,99*10 ⁻⁸	2,22*10 ⁻¹⁵	100	2,8*10 ⁻¹⁵
⁴⁵ Sc	0,002	1,17	6,95*10 ⁻¹	40	1,7*10 ⁻¹⁴
⁵⁰ Ti	0,78	2,64*10 ⁻¹	1,67*10 ³	NR	-
⁵¹ V	0,012	7,61*10 ⁻¹	2,01*10 ⁴	NR	-
⁵⁵ Mn	0,008	0,92	8,75*10 ²	20	4,4*10 ⁻¹¹
⁵⁸ Fe	12,5	0,92	7,57*10 ⁻¹	10	7,6*10 ⁻¹⁴
⁵⁹ Co	0,007	1,37	1,10*10 ⁻¹	30	3,7*10 ⁻¹⁵
⁶⁴ Ni	0,0002	0,30	1,68*10 ⁻²	20	8,4*10 ⁻¹⁶
⁶⁴ Zn	0,024	0,33	3,95*10 ⁻²	300	1,3*10 ⁻¹⁶
⁶⁸ Zn	0,009	4,32*10 ⁻⁶	2,39*10 ¹	30	8,0*10 ⁻¹³
⁷¹ Ga	0,003	1,46	6,55	20	3,3*10 ⁻¹³
⁸⁵ Rb	0,004	0,054	4,07*10 ⁻²	20	2,0*10 ⁻¹⁵
⁸⁷ Rb	0,0014	0,32	2,14	NR	-
⁹³ Nb	0,001	0,98	8,08*10 ⁻⁸	30	2,7*10 ⁻²¹
¹³⁰ Ba	3,6*10 ⁻⁵	0,46	1,07*10 ⁻⁵	100	1,1*10 ⁻¹⁹
¹³² Ba	3,4*10 ⁻⁵	0,45	5,16*10 ⁻⁷	70	7,4*10 ⁻²¹
¹³⁸ Ba	0,024	0,028	4,26*10 ¹	NR	-
¹³⁹ La	0,005	1,00	9,34	20	4,7*10 ⁻¹³
¹⁴⁰ Ce	0,008	0,073	4,79*10 ⁻²	20	2,45*10 ⁻¹⁵
¹⁴² Ce	0,001	0,25	2,94*10 ⁻²	20	2,9*10 ⁻¹⁵
¹⁴⁶ Nd	8,6*10 ⁻⁴	0,14	6,62*10 ⁻³	40	1,7*10 ⁻¹⁶
¹⁴⁸ Nd	2,8*10 ⁻⁴	0,30	0,193	10	1,9*10 ⁻¹⁴
²³² Th	0,0014	9,57*10 ⁻²	139	20	7,04*10 ⁻¹²
²³⁸ U	0,0005	1,34*10 ⁻¹	18,1	0.06	3,0*10 ⁻¹⁰
⁷⁵ As	0,013	274*10 ⁻¹	34,4	10	3,4*10 ⁻¹²
¹²¹ Sb	0,0015	3,04*10 ⁻¹	7,25*10 ⁻¹	70	1,0*10 ⁻¹⁴
Total	60,0	-	3.65*10 ⁶	-	4.57*10 ⁻¹⁰

TABLA 6. Actividad calculada de la muestra CLB-1. NR: No Reportado.

La simulación del blindaje para la determinación del contenido de uranio por detección de neutrones se realizó mediante diseño de blindaje para neutrones y se realizó con el software GAMOS. Para las condiciones generales del archivo de entrada se consideran los siguientes aspectos:

- Cilindro de radio 3,5 cm y altura 3 cm que abarca la totalidad de la muestra. La figura 2 muestra la geometría cilíndrica del material que equivale al cilindro formado por 1 gramo de óxido del estándar NIST 950a.
- Cubo de aire de 7 cm³ que abarca a la totalidad de la muestra.

- Cubo de parafina borada que contiene al cubo de aire de 80 cm³.
- Universo definido como las dimensiones de una habitación común.

Para verificar que las condiciones iniciales están bien establecidas, se realiza la simulación con 1 solo evento (1 neutrón) asegurando que el archivo de entrada no tiene problemas y confirmando la geometría del sistema (figura 2).

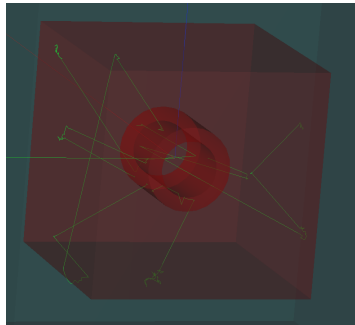


FIGURA 2. Verificación de geometría en GAMOS.

La simulación se realizó para distancia 0 (a contacto con el blindaje) y aumentando la medida cada 30 cm hasta llegar a la pared del cuarto. Los resultados de la simulación del proceso indican que la cantidad de neutrones simulada en el proceso (10000 con una energía inicial de 0,062 eV) no salen del blindaje de parafina borada como se muestra en la figura 3, lo que significa que un Trabajador Ocupacionalmente Expuesto (TOE) puede permanecer a poca distancia del blindaje y no recibir radiación proveniente de los neutrones emitidos por la muestra irradiada asegurando su protección lo cual es benéfico porque no se necesita programas de dosimetría de mayor categoría y complejidad.

Conclusión

La práctica tiene la menor peligrosidad radiactiva establecida por la autoridad reguladora dado que la parafina borada garantiza el blindaje para que ningún neutrón proveniente de la muestra irradiada salga del sistema asegurando al operador que realiza el análisis.

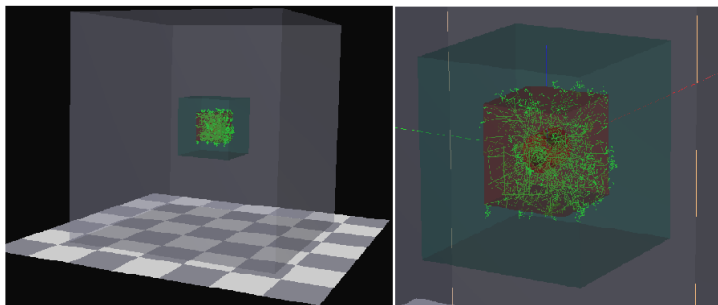


FIGURA 3. Resultados de la simulación.

El análisis de protección radiológica del sistema indica que la radiación γ y los neutrones emitidos de una muestra con contenidos altos y bajos de uranio (a las condiciones de irradiación y flujo de neutrones descritos en el artículo) están en la categorización 5 de peligrosidad de fuentes radiactivas que la hace inocua para su operación por sus bajos niveles de radiación γ ionizante.

Referencias

- [1] W. Phillips and N. Phillips, *Fundamentos de mineralogía para geólogos* (Limusa, 1986).
- [2] L. de Vallejo, *Ingeniería geológica*, Fuera de colección Out of series (Pearson Educación, 2002).
- [3] M. Rodríguez, J. Yélamos, and J. Robles, *Geología práctica: Introducción al reconocimiento de materiales y análisis de mapas*, Fuera de colección Out of series (Pearson Educación, 2007).
- [4] M. Groover, C. de la Peña Gómez, and M. Sarmiento, *Fundamentos de manufactura moderna: materiales, procesos y sistemas* (Pearson Educación, 1997).
- [5] E. Tarbuck and F. Lutgens, *Ciencias de la tierra: una introducción a la geología física*, Fuera de colección Out of series (Pearson Educación, 2005).
- [6] C. Álvaez Álvaez, M., *Yacimientos y Obtención de Uranio*, edited by S. de Publicaciones (Universidad de Oviedo, 1995).

- [7] J. Barquín and J. Gil, *Energía: técnica, economía y sociedad*, Colección Ingeniería (Universidad Pontificia Comillas, 2004).
- [8] A. Sanz and A. Onrubia, *Diccionario inglés-español sobre tecnología nuclear: glosario de términos* (TECNATOM, 2008).
- [9] A. J., *Informe de labores IAN 1989* (Instituto de Asuntos Nucleares, 1989).
- [10] A. F. P. Ríos, *Importancia de la adecuación de un laboratorio de neutrones retardados en Colombia para la exploración de uranio y protección radiológica en su manipulación y análisis*, Master's thesis, Universidad Nacional de Colombia - Sede Bogotá (2016), magister en Ciencias - Química. Línea de Investigación: Materiales y Energía.
- [11] M. de Minas y Energía, "Por medio de la cual se adopta el sistema de categorización de las fuentes radiactivas," (2008).
- [12] D. J. C. Mackay, "Introduction to monte carlo methods," in *Learning in Graphical Models*, edited by M. I. Jordan (Springer Netherlands, Dordrecht, 1998) pp. 175–204.
- [13] IAEA, *Aplicación de los conceptos de exclusión, exención y dispensa.*, Tech. Rep. (Guía de seguridad No. RS-G-1.7, 2007).
- [14] J. Sarta and L. Castiblanco, in *4th World TRIGA users Conference* (2008).
- [15] A. Travesi and Junta de Energía Nuclear (España) - Servicio de Publicaciones, *Análisis por activación neutrónica: teoría, práctica y aplicaciones*, Publicaciones Científicas (Servicio de Publicaciones de la J.E.N., 1975).
- [16] J. Gomez, *Diseño de un modelo digital en el programa MCNP para la simulación de la dosimetría de la fuente de cobalto-60 de la EPN y validación del mmodelo mediante dosimetría FRICKE*, Master's thesis, Escuela Politecnica Nacional (2013).
- [17] Los Alamos National Laboratory, "Monte carlo methods, codes, & applications group," (consultado en mayo del 2014).
- [18] CIEMAT, "Geant4-based architecture for medicine-oriented simulations," (Consultado en marzo de 2016.).

DETECTOR DE ENERGÍA DE PULSOS LASER INFRARROJO BASADO EN EL EFECTO FOTOACÚSTICO

INFRARED LASER PULSE ENERGY DETECTOR BASED ON PHOTOACOUSTIC EFFECT

Claver W. Aldama-Reyna, Jennifer D. Aldama-Guardia,
Jhenry F. Agreda-Delgado

Laboratorio de Óptica y Láseres, Departamento Académico de Física, Universidad Nacional
de Trujillo, Perú.

(Recibido: 10/2017. Aceptado: 12/2017)

Resumen

Se reporta la respuesta fotoacústica de un sensor piezoeléctrico que fue irradiado con pulsos láser de longitud de onda de 1064 nm y distinta energía emitidos por un láser Nd:YAG. La medida de la energía de los pulsos láser se hizo con un medidor, marca Newport modelo 1936-R con sensor piroeléctrico y las señales fotoacústicas con un osciloscopio Tektronix, modelo DPO3054 de 500 MHz. Experimentalmente se encontró una dependencia lineal entre la intensidad de la señal fotoacústica del sensor piezoeléctrico y la energía del pulso láser. La sensibilidad de la respuesta fotoacústica del sensor fue dependiente de la placa protectora. Para placas de aluminio y aluminio pintado de negro fueron $(6.52 \pm 0.06)mV/mJ$ y $(51.2 \pm 1.5)mV/mJ$ respectivamente. Se concluyó que este tipo de sensor piezoeléctrico es muy sensible a los cambios de energía de láseres pulsados de 1064 nm, su respuesta es directamente proporcional a la energía incidente, es apropiado para mediciones de energía de láseres pulsados en tiempo real y, no se ve afectado por ruidos acústicos ni condiciones de iluminación del laboratorio.

Palabras clave: Fotoacústica pulsada, Radiación infrarroja, Sensor piezoeléctrico.

Abstract

We report the photoacoustic response of a piezoelectric sensor that was irradiated with laser pulses of wavelength of 1064 nm and different energy emitted by an Nd: YAG laser. The measurement of laser pulse energy was done with a meter, Newport model 1936-R with pyroelectric sensor and the photoacoustic signals with a Tektronix oscilloscope, model DPO3054 of 500 MHz. Experimentally, we found a linear dependence between the intensity of the photoacoustic signal of the piezoelectric sensor and the energy of the laser pulse. The sensitivity of the photoacoustic response of the sensor was dependent on the protective plate. For aluminum and aluminum plates painted black were $(6.52 \pm 0.06)mV/mJ$ and $(51.2 \pm 1.5)mV/mJ$ respectively. It was concluded that this type of piezoelectric sensor is very sensitive to the energy changes of 1064 nm pulsed lasers, its response is directly proportional to the incident energy, it is suitable for energy measurements of lasers pulsed in real time and it is not seen affected by acoustic noises or lighting conditions of the laboratory.

Keywords: Pulsed photoacoustic, Infrared radiation, Piezoelectric sensor.

Introducción

En muchas aplicaciones e investigaciones relacionadas al uso de láseres es indispensable utilizar medidores de potencia o energía de la radiación láser. En el mercado es difícil encontrar un medidor para un propósito general, que presente un rango de respuesta espectral amplio, permita medidas directas de la energía y no se vea afectado por la luz externa. Los más sofisticados son muy costosos, como los que utilizan sensores piroeléctricos. Los más sencillos están basados en efectos calorimétricos, miden la radiación láser absorbida utilizando termopilas y termocuplas [1, 2]. Otros,

basándose en el efecto fotoacústico han construido sensores de energía o potencia de láseres continuos o pulsados denominados celdas fotoacústicas cerradas y abiertas, los cuales utilizan micrófonos tipo electroreto como receptores de ondas acústicas [3–7]. Además existen otros medidores que también se basan en el efecto fotoacústico pero utilizan como detector a sensores piezoeléctricos. Algunos trabajos relacionados se describen a continuación: Peralta y colaboradores, reportan la detección piezoeléctrica del efecto fotoacústico en materiales absorbentes y utiliza como fuente un láser continuo de ion-argón con chopper y un amplificador lock in [8]. Villagrán y Zaragoza trabajaron con un láser pulsado y un transductor piezoeléctrico unido a un espejo para obtener el espectro de absorción de muestras sólidas y líquidas [9]. Bielecki y colaboradores, presentan un método de medición de energía de radiación láser usando un convertidor fotoacústico que consiste de un elemento óptico hecho de cuarzo fundido y un detector piezoeléctrico de película delgada con un preamplificador [10]. Pérez Trejos y colaboradores, presentan los resultados obtenidos en la señal fotoacústica cuando se varía la longitud de los cristales piezoeléctricos (transductores) manteniendo constante los demás factores experimentales, encontrando que cuando la longitud del cristal piezoeléctrico crece, aumenta la sensibilidad del mismo y alcanza su máximo de sensibilidad aproximadamente cuando el cristal es de 6 mm de longitud, después la sensibilidad empieza a disminuir [11]. Mallidi y Emelianov utilizaron un transductor ultrasónico y una lámina negra de polidimetilsiloxano (PDMS) para medir el perfil del haz de un láser pulsado de 532 nm y 680 nm, además de determinar la relación entre la amplitud fotoacústica y la fluencia, encontrando una relación lineal [12]. Existen numerosos trabajos que tratan el problema de la generación de ondas acústicas en un medio, originada por la absorción de la luz [13–16]. Sin embargo, para el caso en que las muestras tienen baja absorción óptica y el pulso es suficientemente corto como para despreciar la difusión térmica, el modelo fenomenológico desarrollado por Patel y Tam [13] y Tam [14] es aplicable y actual pese a su generalidad. En el caso de excitación con láseres pulsados, el pulso del láser es generalmente menor a $1\mu s$ y la distancia de propagación acústica

durante el tiempo de excitación es típicamente mucho menor que las dimensiones de la muestra. De este modo la forma del pulso es en muchos casos, independiente de las reflexiones en los contornos y la muestra puede ser tratada como de dimensión infinita. Si se emplean transductores piezoeléctricos para la detección, la señal eléctrica generada V_s (voltaje de salida) en la muestra es proporcional a la onda de presión $p(r)$ de forma que:

$$V_s = \text{const} \cdot p(r) \quad (1)$$

así, la señal acústica registrada está dada por:

$$V_s = K\delta E_0(1 - 10^{-A}) \quad (2)$$

donde, K es una constante que incluyen las propiedades termoelásticas del medio y la respuesta del detector. La ecuación (2) representa la señal fotoacústica obtenida para una eficiencia calórica δ , energía de excitación E_0 y absorbancia A de la muestra.

En este trabajo definiremos como la responsividad del material a: $K\delta(1 - 10^{-A})$. En nuestro caso se consideró de interés explorar las ventajas del uso de un sensor piezoeléctrico como detector de energía de radiación láser pulsada de alta potencia, usando un arreglo simple sin la utilización de chopper ni amplificadores. Para esto se investigó la dependencia entre el voltaje de la señal obtenida con el sensor y la energía de la radiación láser incidente para la longitud de onda de 1064 nm.

Procedimiento experimental

Se estudió la respuesta fotoacústica de un sensor piezoeléctrico construido en base a una cerámica piezoeléctrica de titanato zirconato de plomo (PZT), con frecuencias de resonancia comprendidas en el rango de 17 KHz a 370 KHz con picos en 20 KHz y 220 KHz para radiación láser de 1064 nm; similar al diseñado por Patel y Tam [13]. Este sensor consta de una cerámica piezoeléctrica de forma cilíndrica (8 mm de diámetro y 3 mm de espesor) polarizada, pulida axialmente y plateado en sus extremos. La parte del sensor que hace contacto con el cilindro piezoeléctrico por su extremo interno está totalmente pulida para un mejor

contacto y transmisión de la señal acústica. La parte superior del cilindro piezoeléctrico está adherido a un cilindro de plomo soldado a un disco de cobre y a un resorte que va hacia el conector, el uso del plomo que tiene alta atenuación ultrasónica permite reducir las reflexiones posteriores en el sensor PZT y así reducir los efectos resonantes. Una delgada capa de grasa de silicona es aplicada entre el cilindro piezoeléctrico, el lado interior plano de la carcasa y el cilindro de plomo para un mejor acoplamiento. La señal acústica es transmitida mediante un resorte al punto del conector BNC. Una fotografía de las partes del sensor utilizado se muestra en la Figura 1. Al sensor piezoeléctrico se le adhirió una placa de aluminio de dimensiones 20×20 mm y espesor 1.60 ± 0.05 mm y en un segundo caso se usó una placa de aluminio pintada de color negro de dimensiones $15 \text{ mm} \times 12 \text{ mm}$ y espesor 1.35 ± 0.05 mm, para tener una mayor absorbancia. Se decidió adherir la placa de aluminio dado que al tener un amplio rango de respuesta espectral puede soportar altas energías del láser pulsado sin ser ablacionado y es fácil de conseguir [7].



FIGURA 1. Fotografía de las partes del sensor piezoeléctrico utilizado: 1. cilindro piezoeléctrico, 2. cilindro de plomo soldado a un disco de cobre, 3. resorte, 4. conector BNC, 5. carcasa de acero inoxidable.

La Figura 2 muestra el esquema experimental utilizado para obtener la respuesta fotoacústica del sensor piezoeléctrico. La placa de aluminio adherida al sensor PZT fue irradiada por pulsos del láser Nd:YAG (Quantel tipo Brilliant) operando con su armónico principal ($\lambda=1064$ nm); la señal resultante fue adquirida por un osciloscopio digital (DPO 3054, 500 MHz, 2.5 GS/s) y los datos exportados a una computadora para su posterior análisis. Se utilizó

un fotodiodo como mecanismo de disparo del osciloscopio para que este pueda registrar las señales detectadas por el sensor PZT. Para medir la energía de los pulsos del láser incidentes sobre la placa de aluminio se utilizó un medidor de energía (Newport, 1936-R con detector piroeléctrico 818E-03-12-F); se ubicó un divisor de haz (previamente caracterizado: transmitancia y reflectancia para $\lambda=1064\text{nm}$) en el camino de la radiación láser incidente sobre la placa de aluminio adherida al SP, y se midió la energía del pulso láser reflejado por el divisor de haz que llega al detector piroeléctrico del medidor de energía y de manera indirecta se obtuvo la medida de la energía del pulso láser sobre la placa de aluminio. Para cada pulso diferente del láser se midió la señal del sensor piezoeléctrico y la energía del láser. Se obtuvo diferentes valores de energía por pulso del láser variando el tiempo de retraso del Q-switch (delay) del láser. Para el alineamiento del sensor piroeléctrico del medidor de energía se usó una cámara fotográfica digital que era enfocada hacia el lugar de incidencia de la radiación láser sobre el sensor, haciéndose visible el spot IR.

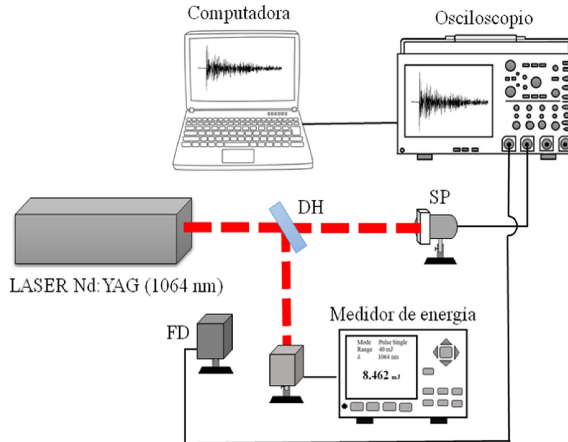


FIGURA 2. Arreglo experimental usado para la determinación de la respuesta fotoacústica del SP con placa de aluminio irradiada con pulsos láser IR. Donde; DH: divisor de haz, FD: fotodiodo, SP: sensor piezoeléctrico.

Resultados

Se reportan diversas señales fotoacústicas (voltaje vs tiempo) en oscilogramas; además gráficos del voltaje rms, voltaje pico y voltaje pico-pico de las señales fotoacústicas en función de la energía incidente sobre el sensor. De estos gráficos se obtiene a partir de la pendiente la responsividad del sensor (en mV/mJ), definida como la capacidad de respuesta fotoacústica frente a la energía del pulso láser incidente.

Para fines prácticos es más útil conocer el factor de calibración del sensor (en mJ/mV) que podemos obtener a partir de la pendiente de la curva experimental de la energía incidente sobre el sensor versus el voltaje de la señal fotoacústica (voltaje rms, voltaje pico o voltaje pico-pico). En esta investigación se ha puesto mayor atención al factor de calibración del sensor. El sensor piezoeléctrico tuvo dos variantes de estudio: en el primero el sensor fue protegido con una placa de aluminio con su color natural y en el segundo el sensor fue protegido con una placa de aluminio pintada de negro.

En la figura 3, se muestran las señales fotoacústicas para diferentes energías del pulso láser IR incidente sobre la cubierta de aluminio sin pintar del sensor. Se puede apreciar un incremento en la intensidad de la señal fotoacústica conforme aumenta la energía incidente sobre la placa de aluminio adherida al sensor. Con respecto a la forma de la señal, no se observan cambios para energías menores a 28.7 mJ (régimen termoelástico), a partir de 28.7 mJ se observa una pequeña modificación en la forma de la señal (aparece un pequeño pico al inicio de la señal) lo cual es un indicio que la placa de aluminio estaría sufriendo algún cambio físico (umbral de ablación); esto es corroborado en las gráficas de la Figura 4.

En la Figura 4 se reporta la relación entre la energía del pulso láser IR incidente ($\lambda=1064$ nm) sobre la cubierta de aluminio sin pintar del sensor y la intensidad de la señal fotoacústica (voltaje rms (a), voltaje pico (b) y voltaje pico-pico (c)). En las tres gráficas se observan una dependencia lineal entre la energía y la intensidad de la señal. Los cambios en la forma de la señal mostrados en la figura 3 se pueden relacionar en las figuras 5(b) y 5(c) con los puntos

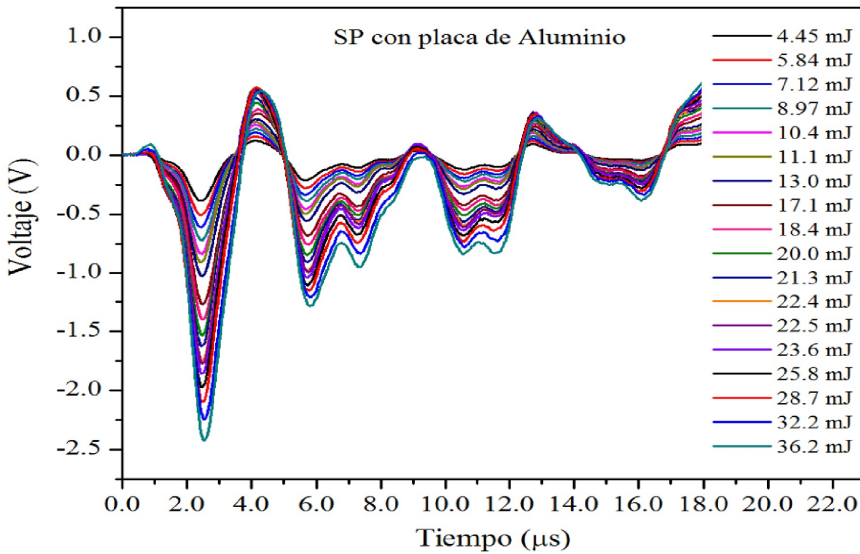


FIGURA 3. Oscilogramas, que muestran como varía la intensidad de la señal fotoacústica para cada energía del pulso láser IR incidente sobre la cubierta de aluminio del SP.

para energías mayores a 28.7 mJ que están fuera de la curva de ajuste lineal. En la Figura 5(a) no se observa el cambio en el ajuste lineal, esto se debe a que el voltaje pico y voltaje pico-pico son más sensibles a cambios en la muestra, mientras que el voltaje rms analiza la señal completa, mostrando un promedio total (incluye ruido externo).

En la figura 5 se muestran las señales fotoacústicas para diferentes energías del pulso láser IR incidente sobre la cubierta de aluminio pintada de negro del sensor. Se observa un incremento en la intensidad de la señal fotoacústica conforme aumenta la energía incidente sobre la placa de aluminio adherida al sensor. Además se aprecia como la forma de la señal no cambia para energías menores a 16.4 mJ (régimen termoelástico) y apartir de 16.4 mJ se observan cambios en la forma de la señal (régimen de ablación).

Como se muestra en la figura 6, los datos registrados sobrepasaron el régimen termoelástico del aluminio pintado de negro. Se observa una dependencia lineal entre la energía y la intensidad de la señal (voltaje rms (a), voltaje pico (b) y voltaje pico-pico (c)) para

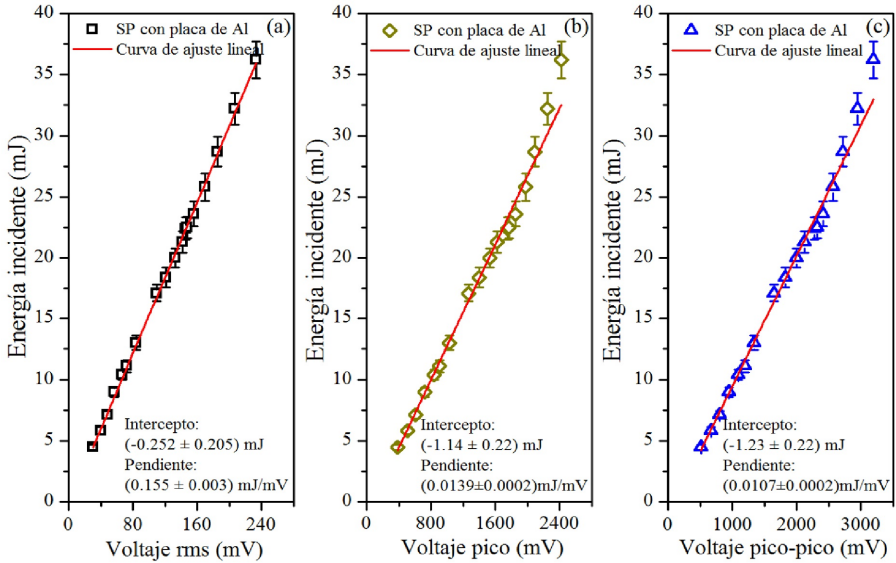


FIGURA 4. Correlación lineal entre el (a) voltaje rms, (b) voltaje pico y (c) voltaje pico-pico y la energía del pulso láser IR incidente sobre la cubierta de aluminio del SP.

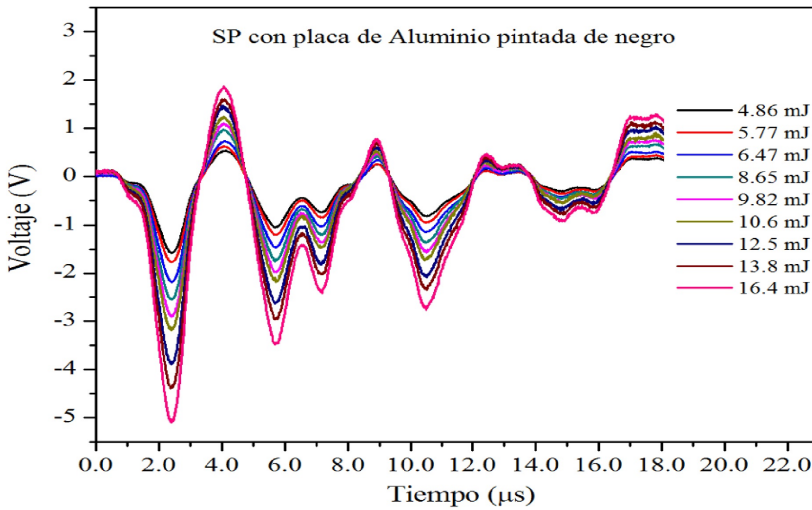


FIGURA 5. Oscilograma, que muestra como varía la intensidad de la señal fotoacústica para cada energía de pulso láser IR incidente sobre la cubierta de aluminio pintada de negro del sensor.

energías menores a 16.4 mJ. Luego crece de manera exponencial, lo cual indica que se está en el régimen de ablación de la placa de aluminio pintada de negro. El régimen de ablación de la placa de aluminio es un tema de investigación bastante amplio que esta fuera del alcance de los objetivos del presente trabajo, por lo tanto no será discutido y queda como tema abierto para futuras investigaciones.

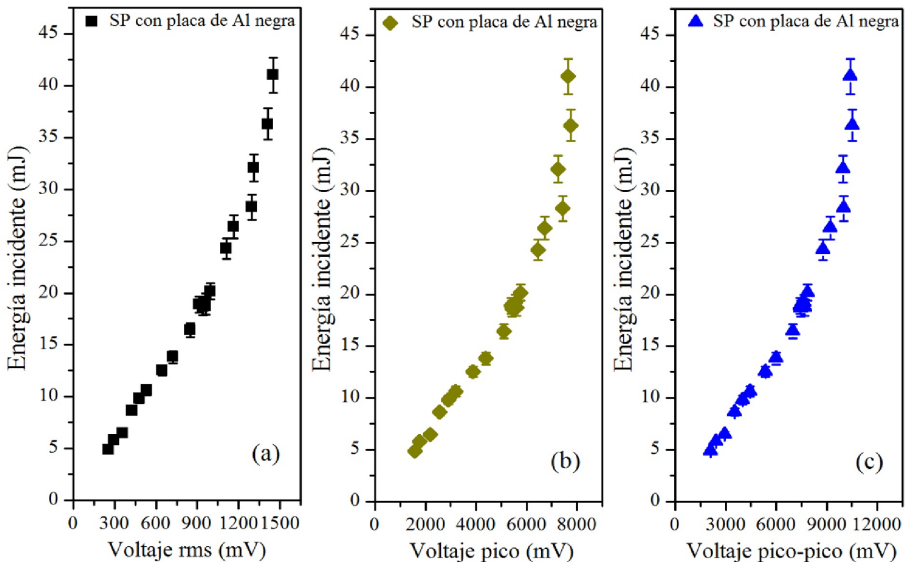


FIGURA 6. Curvas experimentales de la dependencia entre el (a) voltaje rms, (b) voltaje pico y (c) voltaje pico-pico y la energía del pulso láser IR incidente sobre la cubierta de aluminio negra del SP.

La figura 7 muestra la dependencia lineal entre la energía del pulso láser IR incidente sobre la cubierta de aluminio pintada de negro del sensor y la intensidad de la señal (régimen termoelástico de la figura 6), lo cual concuerda con lo indicado en la ecuación 2. De los resultados de estas gráficas se observa que las curvas de ajuste lineal están levemente desplazadas del origen, las cuales se encuentran dentro del margen de error experimental y, con respecto a las pendientes, la figura 7(a) (energía incidente vs voltaje rms) presenta mayor pendiente que las otras dos graficas. Esto también se observó en el caso del sensor cubierto con la placa de aluminio sin pintar (Figura 4).

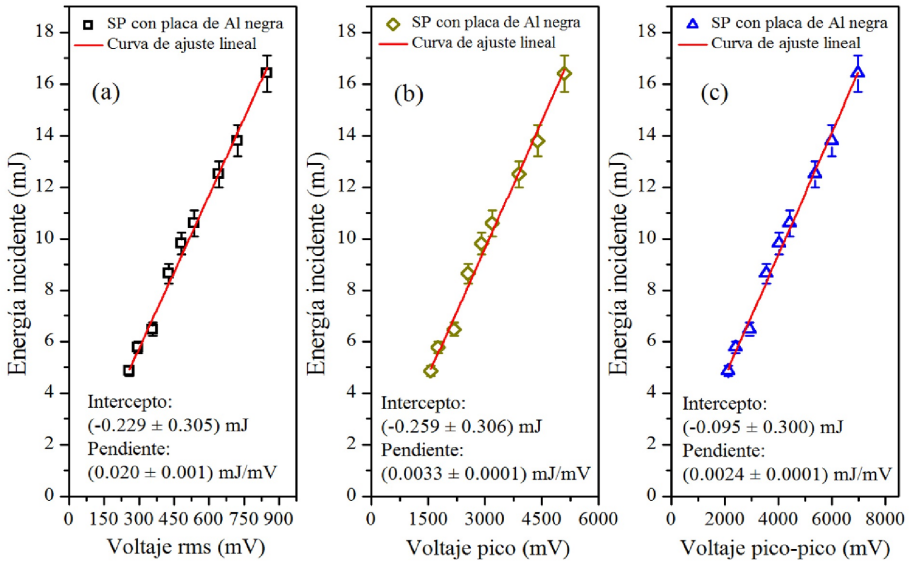


FIGURA 7. Correlación lineal entre el (a) voltaje rms, (b) voltaje pico y (c) voltaje pico-pico y la energía del pulso láser IR incidente sobre la cubierta de aluminio pintada de negro del SP, correspondiente al régimen termoelástico.

En la figura 8 se observa la superposición de las curvas experimentales de la 4 y 7, en donde a una energía determinada la curva del SP con placa de aluminio tiene una intensidad de señal menor que la del SP con placa de aluminio pintada de negro, debido a que la placa de aluminio pintada de negro tiene una absorbancia mayor que la placa de aluminio sin pintar. Esto concuerda con lo reportado en la ecuación 2, que indica que a una energía determinada cuanto mayor sea la absorbancia del material mayor será el voltaje de la señal fotoacústica. De estas curvas también se observa que el umbral de ablación de la placa de aluminio (28.7 mJ) es mayor que el de la placa de aluminio pintada de negro (16.4 mJ). De lo anterior se deduce que para energías IR menores a 16.4 mJ es mejor trabajar con el SP cubierto con la placa de aluminio pintada de negro puesto que se tiene una mayor sensibilidad (responsividad) a los cambios de energía, lo cual se manifiesta en la pendiente de cada gráfica, así por ejemplo para obtener un V_{rms} de 1 mV con la cubierta de aluminio sin pintar

se requiere $155 \mu\text{J}$ y con la cubierta de aluminio pintada de negro se requiere sólo $20 \mu\text{J}$.

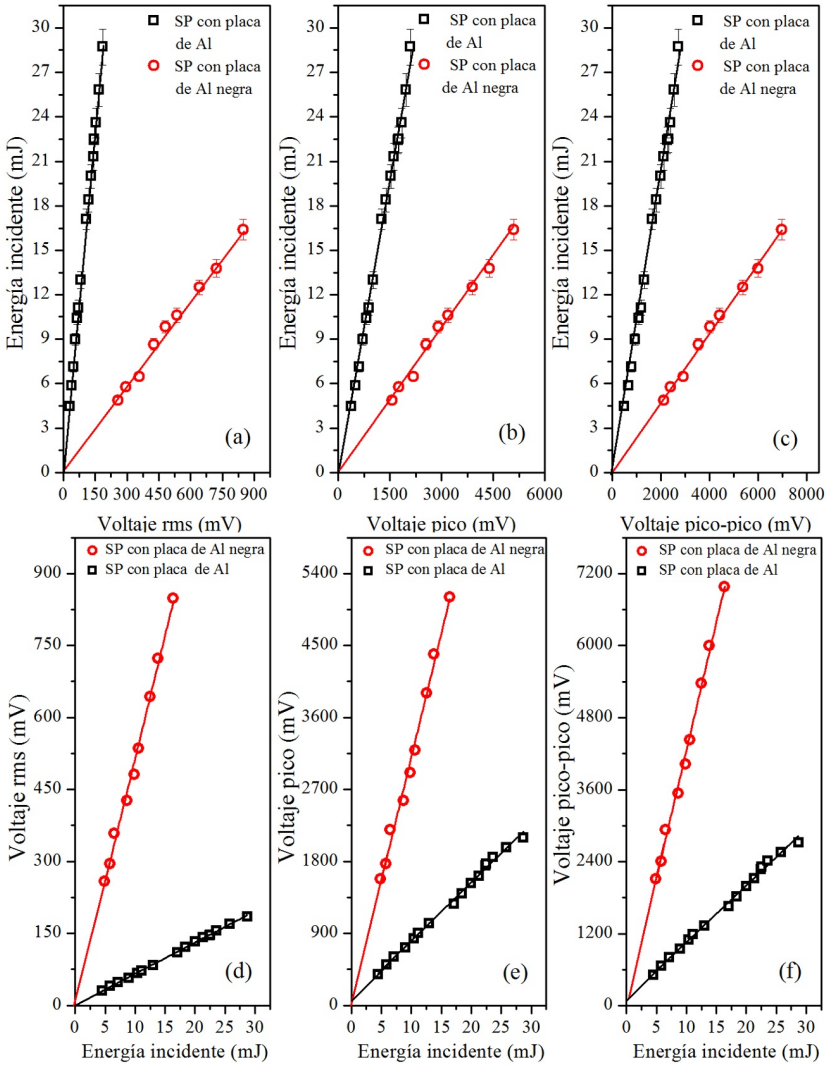


FIGURA 8. Curvas experimentales de la energía de la radiación láser pulsada de 1064 nm incidente sobre el SP versus (a) voltaje rms, (b) voltaje pico, (c) voltaje pico-pico de las señal fotoacústicas del SP. En (d), (e) y (f) se tienen las graficas (a), (b) y (c) respectivamente con los ejes invertidos, es decir voltaje rms, voltaje pico y voltaje pico-pico versus energía.

Longitud de onda de la radiación láser incidente:		1064 nm	
Cubierta del sensor:		Al	Al-negro
Responsividad (mV/mJ)	Vrms vs E	6.52±0.06	51.2±1.5
	Vp vs E	72.9±1.2	309±11
	Vpp vs E	94.4±1.6	427±11
Intercepto (mV)	Vrms vs E	0.70±0.99	1.80±15.87
	Vp vs E	78.4±21.8	19.9±112.6
	Vpp vs E	113±29	-12.8±118.0
Coeficiente de correlación lineal	Vrms vs E	0.999	0.993
	Vp vs E	0.996	0.990
	Vpp vs E	0.996	0.994
Rango de energía incidente (mJ)		4.45-28.7	4.86-16.4
Régimen termoelástico:			

TABLA 1. Cuadro resumen de los principales resultados experimentales obtenidos de las gráficas de la intensidad de la señal fotoacústica en función de la energía del pulso láser incidente sobre el SP cubierto con aluminio sin pintar y aluminio pintado de negro para la longitud de onda de 1064 nm. (Responsividad)

Longitud de onda de la radiación láser incidente:		1064 nm	
Cubierta del sensor:		Al	Al-negro
Factor de calibración (mJ/mV)	E vs Vrms	0.155±0.003	0.020±0.001
	E vs Vp	0.0139±0.0002	0.0033±0.0001
	E vs Vpp	0.0107±0.0002	0.0024±0.0001
Intercepto (mJ)	E vs Vrms	-0.252±0.205	0.229±0.305
	E vs Vp	-1.14±0.22	-0.259±0.306
	E vs Vpp	1.23±0.22	-0.095±0.300
Coeficiente de correlación lineal	E vs Vrms	0.999	0.990
	E vs Vp	0.995	0.986
	E vs Vpp	0.995	0.992
Rango de energía incidente (mJ)		4.45-28.7	4.86-16.4
Régimen termoelástico:			

TABLA 2. Cuadro resumen de los principales resultados experimentales obtenidos de las gráficas de la energía del pulso láser en función de la intensidad de la señal fotoacústica para cada cubierta del sensor piezoeléctrico utilizado. (Factor de calibración)

En las Tablas 1 y 2 se presentan los parámetros obtenidos de las curvas experimentales reportadas (responsividad y factor de calibración) para el sensor piezoeléctrico con la cubierta de aluminio sin pintar y con la cubierta de aluminio pintada de negro, que fueron irradiadas con pulsos láser de longitud de onda de 1064 nm a diferentes energías.

De las pendientes de las gráficas de voltaje versus energía se obtienen las responsividades en mV/mJ y de las pendientes de las gráficas de energía versus voltaje se obtienen los factores de calibración en mJ/mV. Teóricamente si la entrada de la energía láser es cero no debería generarse ninguna señal fotoacústica por lo tanto es de esperarse un voltaje cero, sin embargo extrapolando las curvas experimentales (líneas rectas) no pasan exactamente por el origen de coordenadas sino que tienen un ligero desplazamiento. Estos valores de intercepto distintos de cero son debido al ruido eléctrico inherente al receptor electrónico y sistema de adquisición de datos [12].

En el régimen termoelástico del material irradiado que cubre al sensor piezoeléctrico todas las curvas experimentales presentan una relación lineal; esto se deduce por los altos coeficientes de correlación lineal obtenidos, comprendidos entre 0.986 y 0.999. Los más altos coeficientes de correlación lineal corresponden a las gráficas de voltaje rms versus energía o viceversa y están comprendidos entre 0.990 y 0.999. Cuando la energía del pulso láser está por encima del umbral de ablación del material irradiado entonces se pasa al régimen de ablación y la dependencia entre voltaje rms y energía ya no es lineal, además esto causa modificaciones físicas en la cubierta del sensor y ello conduciría a un deterioro del sensor. Para medidas más exactas de la energía usando el factor de calibración hay que usar un factor de corrección que corresponde al intercepto con el eje vertical de las gráficas de energía versus voltaje rms.

Las intensidades de las señales fotoacústicas obtenidas son lo suficientemente grandes como para ser detectadas por el osciloscopio y por lo tanto no se requiere de amplificadores de señales, con la consiguiente ventaja de reducir al mínimo los componentes del sistema de medición de energía. Otra de las

grandes ventajas de este tipo de sensor es que no se ve afectado por algún ruido acústico o iluminación del ambiente de trabajo puesto que la respuesta del sensor es a los pulsos láser y son estos los que generan la señal fotoacústica. La mayor dificultad para una reproducibilidad de las mediciones con este tipo de sensor es un buen alineamiento entre la radiación incidente y el eje del sensor lo cual requiere de personal con un buen entrenamiento en el manejo de esta técnica. Por otro lado respecto al uso de la placa de aluminio como cubierta del sensor los resultados demuestran que es una alternativa aceptable lo cual coincide con la propuesta de Huang y colaboradores [7] quienes afirman que hay tres ventajas para escoger el aluminio como material absorbente: i) las características metálicas proveen un amplio rango de respuesta espectral, ii) no debería ser dañado por pulsos láser de alta energía y iii) la placa de aluminio es fácil de adquirir y muy barata. En cuanto al espesor de la cubierta de aluminio no es crítica puesto que al estar en contacto con el sensor las señales ultrasónicas viajan en la dirección de la radiación incidente y tan solo influiría en el tiempo de arribo de la señal al PZT siendo un parámetro que se incluye en la constante de calibración del detector. Los resultados también demuestran que al pintar de negro a la placa de aluminio la responsabilidad del sensor aumenta por un factor mayor a 4 lo cual facilita la medida del voltaje y el tipo de pintura negra usada debería ser aquella que resista a las condiciones ambientales y no se deteriore con el uso.

Conclusiones

La dependencia entre el voltaje rms (también voltaje pico y voltaje pico pico) de la señal fotoacústica generada en el sensor piezoeléctrico y la energía del pulso láser para una longitud de onda 1064 nm es una función lineal en el rango de energías menores al umbral de ablación del material que cubre al sensor (régimen termoelástico). Esta dependencia lineal es consistente con la teoría de Tam. La magnitud de los valores de las amplitudes de las señales fotoacústicas obtenidas con el sensor piezoeléctrico son lo suficientemente grandes como para ser detectados por un osciloscopio, aun para energías de pulsos láser del orden de μJ , lo

cual nos da la ventaja de no requerir de ningún amplificador de señales y esto conlleva al montaje de un dispositivo sencillo con un mínimo de equipos y con un sensor de bajo costo. El tipo de sensor piezoeléctrico es muy apropiado para mediciones de energía de láseres pulsados en tiempo real por su respuesta rápida y además presenta la ventaja de no verse afectado por ruidos acústicos ni condiciones de iluminación del laboratorio.

Agradecimientos

Este trabajo fue financiado con fondos provenientes del Canon Minero -Región La Libertad-Perú mediante el Proyecto código PIC N° 11-2014 de la Universidad Nacional de Trujillo-Perú. Los autores agradecen a la Dra. Elsi Mejía Uriarte del CCADET-UNAM-México por haber proporcionado el sensor piezoeléctrico usado en esta investigación.

Referencias

- [1] R. Swanepoel, *J. Phys. E* **17**, 896 (1984).
- [2] B. B. Radak and B. B. Radak, *Rev. Sci. Instrum.* **62**, 318 (1991).
- [3] M. K. Satheeshkumar and C. P. G. Vallabhan, *J. Phys. E* **18**, 434 (1985).
- [4] V. N. Rai, S. N. Thakur, and D. K. Rai, *J. Phys. E* **20**, 1472 (1987).
- [5] M. D. da Silva, I. N. Bandeira, and L. C. M. Miranda, *J. Phys. E* **20**, 1476 (1987).
- [6] M. Duarte and M. Vieira, *Opt. Laser Eng.* **28**, 481 (1997).
- [7] X.-C. Huang, X.-Z. Guo, and Y.-X. Weng, *Rev. Sci. Instrum.* **82**, 046103 (2011).
- [8] S. B. Perelta, H. H. Al-Khafaji, and A. W. Williams, *J. Phys. E* **21**, 195 (1988).
- [9] M. Villagrán-Muniz and A. Zaragoza-Lemus, *Rev. Sci. Instrum.* **70**, 1 (1999).

- [10] Z. Bielecki, K. Jach, and M. Nowakowski, *Opto-Electron. Rev.* **13**, 221 (2005).
- [11] R. Pérez-Trejos, E. Mejía-Ospino, and R. Cabanzo-Hernández, *Rev. Colomb. Fis.* **40**, 396 (2008).
- [12] S. Mallidi and S. Emelianov, *Rev. Sci. Instrum.* **80**, 054901 (2009).
- [13] C. K. N. Patel and A. C. Tam, *Rev. Mod. Phys.* **53**, 517 (1981).
- [14] A. C. Tam, *Rev. Mod. Phys.* **58**, 381 (1986).
- [15] H. M. Lai and K. Young, *J. Acoust. Soc. Am.* **72**, 2000 (1982).
- [16] J.-M. Heritier, *Opt. Commun.* **44**, 267 (1983).

INSTRUCCIONES PARA LOS AUTORES

La revista MOMENTO publica semestralmente resultados originales inéditos de investigación básica y aplicada en diversas áreas de la física. El contenido de los artículos no debe haber sido publicado, total o parcialmente, en otra revista. Cada manuscrito será sometido a un proceso de evaluación por pares seleccionados por el Comité Editorial, y según su respuesta se decidirá o no su publicación o se sugerirán posibles modificaciones. El Comité Editorial podrá rechazar, sugerir cambios o llegado el caso, realizar modificaciones al estilo literario sin alterar el contenido científico. Los artículos aceptados para publicación serán revisados en su versión final por cada uno de los autores. El tiempo de evaluación es de al menos un mes. La precisión de la información en los manuscritos, incluyendo figuras, tablas y citas bibliográficas es responsabilidad completa del autor o autores.

MOMENTO publica artículos de investigación científica y tecnológica, de reflexión, de revisión y cortos. Se publican artículos en español e inglés y deben ser enviados preferiblemente en formato L^AT_EX o en Microsoft Word de acuerdo al formato momento.tex disponible en <http://revistas.unal.edu.co/index.php/momento/about/submissions#authorGuidelines>.

Los trabajos para publicar deben incluir la estructura generalmente aceptada para artículos de revistas científicas con los elementos básicos como:

- **Título del artículo.** Debe ir en español e inglés, en mayúsculas, no debe contener fórmulas ni abreviaturas. Debe ser preciso y coherente con el tema desarrollado y no debe exceder 130 caracteres incluyendo los espacios. Los títulos, resúmenes y palabras clave se organizan dependiendo del idioma en el que se escriba el artículo. Entonces, si el artículo se escribe en español se debe colocar primero el título en español y luego en inglés. Si el artículo se escribe en inglés se coloca primero el título en inglés y luego en español. Así mismo para el resumen y palabras clave.
- **Nombre de los autores.** Se debe incluir de cada autor el nombre, inicial del segundo nombre si lo tiene y el primer apellido. Relacionar la filiación de los autores con números superíndices y el correo electrónico del autor al que se le debe dirigir la correspondencia (un solo autor).
- **Resumen en español e inglés** Máximo 250 palabras. Debe contener el objetivo principal, hallazgos más importantes y conclusiones del trabajo. **Palabras Clave y Keywords.** Máximo 5 palabras. Usar tesauros específicos o disciplinares de acuerdo con el contenido del tema del manuscrito y que no se incluyan en el título del trabajo.
- **Desarrollo del artículo** El texto debe dividirse en secciones, cada una con un encabezado. Por ejemplo: Introducción, Parte Experimental y/o Desarrollo Teórico, Resultados y Discusión, Conclusiones. Los títulos se deben alinear a la izquierda y resaltarlos en negrilla. Se recomienda que estas secciones sean breves y equilibradas.
- **Referencias bibliográficas.** Sólo se deben citar aquellas referencias que figuren en la sección de bibliografía y deben ser numeradas en el texto en forma consecutiva (conforme vayan apareciendo) y en paréntesis cuadrados. No se deben citar referencias en el resumen. Las referencias bibliográficas deben seguir el formato de la American Physical Society (se recomienda el uso de BibTEX). Se deben escribir en abreviatura los títulos de las revistas o los títulos completos de no encontrarse en Journal Title

Abbreviations o en <http://www.ncbi.nlm.nih.gov/nlmcatalog/journals>. En general las citas deben contener: el apellido y las iniciales del nombre de todos los autores separados por coma, seguido del nombre de la revista, el año, el volumen y las páginas. Si la publicación cuenta con DOI, se debe incluir. Para los archivos enviados en Microsoft Word poner después del año, de ser posible, las direcciones web o el link de cada referencia citada (se sugiere usar la herramienta Endnote). El material no publicado se refiere a los trabajos aceptados para publicación pero que no han sido impresos. Algunos ejemplos de citas se muestran a continuación.

- **Artículo:** P. Hohenberg and W. Kohn, Phys. Rev. 136, B864 (1964).
- **Libro:** A. Bard and L. Faulkner, Electrochemical Methods: Fundamentals and Applications (Wiley, 2000). pp. 1010-1014.
- **Tesis (o similar):** K. Martínez. Producción y Caracterización de Nuevos Materiales (tesis de maestría). Bogotá, Departamento de Física, Facultad de Ciencias, Universidad Nacional de Colombia; 2015. p. 10-46.
- **Memorias de congreso:** J. D. Pabón and G. Hurtado, in Memorias del Congreso Mundial de Páramos (2002) p. 98.
- **Material no publicado:** T. Poon, Optical Scanning Holography With Matlab (Springer) En prensa. 2017.
- **Página Web:** NASA. Status of the Ozone Hole 2016.
<https://ozoneaq.gsfc.nasa.gov/omps/ozone-hole/>. Consultada el 10 de noviembre de 2016.

Requisitos:

- Las figuras y tablas deberán numerarse en forma consecutiva, y deben contener en la parte inferior un título o leyenda explicativa. Las figuras deben además ser enviadas por separado con buena resolución (300 pixeles por pulgada) en formato jpg, pgn, tif o gif. Al graficar diferentes series de datos usar en lo posible diferentes símbolos (marcadores de datos en Excel, ver ejemplo en los formatos de Latex o Word). Los ejemplares físicos serán impresos en blanco y negro, sin embargo en la página web se encontrarán los artículos con las figuras a color.
- Unidades, abreviaturas y símbolos: Se usará el Sistema internacional de Unidades (m, Kg, s, K), empleando sólo términos aceptados generalmente. Es necesario explicar las abreviaturas desconocidas cuando se usen por primera vez. Se debe poner especial cuidado al escribir los símbolos para que sean identificados claramente con el autor el uso de fórmulas, caracteres especiales u otros.
- Se recomienda reducir el número de notas de pie de página, especialmente las que hacen referencia a otras notas dentro del mismo documento y no utilizarlas para hacer referencias bibliográficas.
- Si se requieren agradecimientos, reconocimientos a entidades, permisos de publicación, etc., irán al terminar el texto y antes de las Referencias bibliográficas.
- Como requisito adicional es necesario llenar los formatos “Declaración originalidad responsabilidad de autoría y conflicto de intereses” y “Formato transferencia derechos de autor” y enviarlos por correo electrónico o adjuntarlos como documentos adicionales en el sistema OJS (ver página web).
- Las contribuciones no deben superar las 15 páginas.

El texto de las contribuciones debe ser enviado por medio de la página web y/o a **momento_fcobog@unal.edu.co**

Revista Momento 56
se terminó de imprimir
y encuadernar en Proceditor
en Bogotá, D. C., Colombia.

