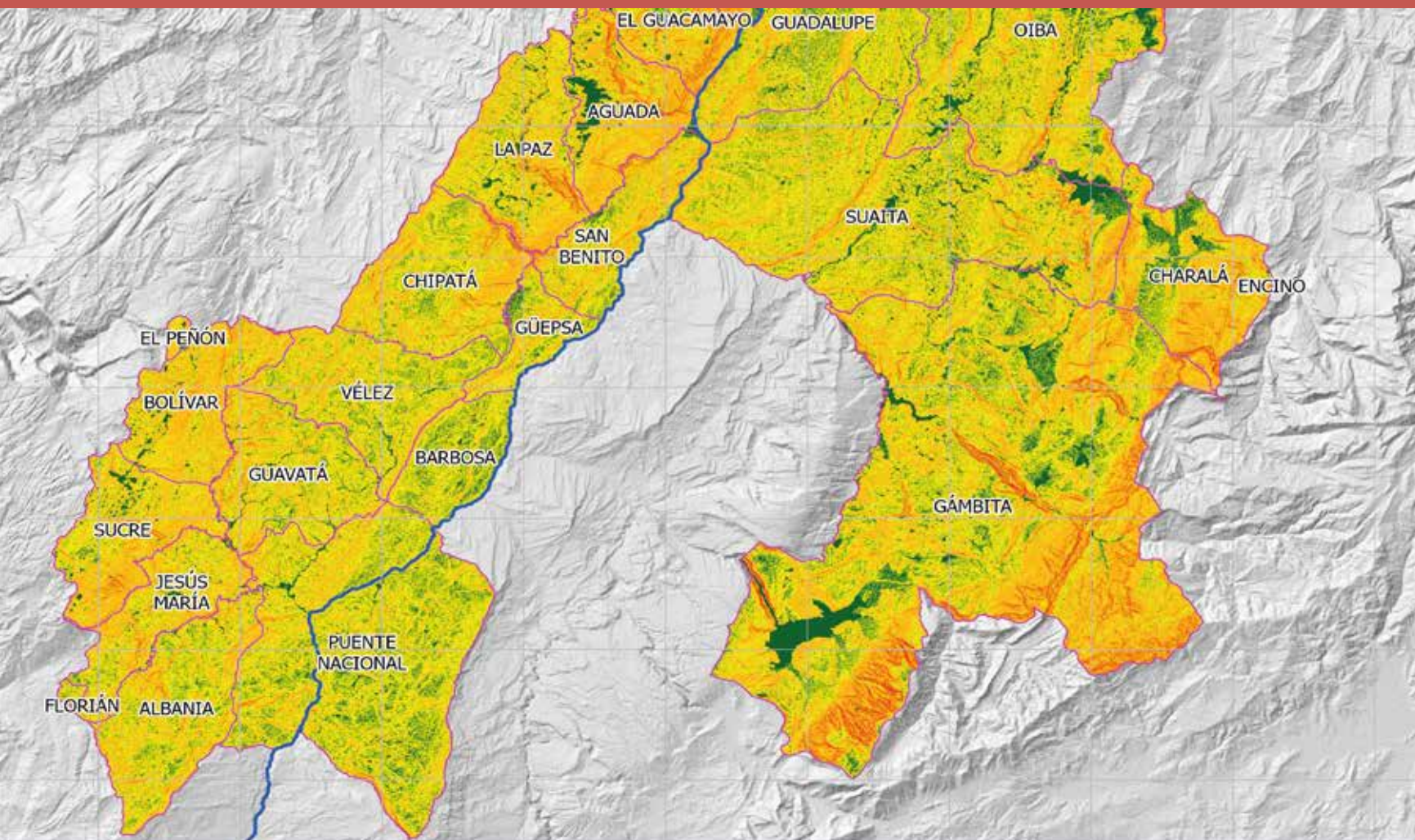


BOLETÍN DE CIENCIAS DE LA TIERRA

No. 58, Julio - Diciembre de 2025

ISSN 0120 - 3630



Mapa de pendiente de la cuenca baja del río Suárez, del artículo: Resiliencia al fenómeno de remoción en masa, factores condicionantes de la cuenca baja del Río Suárez (Santander) frente al cambio climático

Facultad de Minas
Sede Medellín



UNIVERSIDAD
NACIONAL
DE COLOMBIA

BOLETÍN DE CIENCIAS DE LA TIERRA

<https://revistas.unal.edu.co/index.php/rbct>

Número 58, Julio - Diciembre de 2025

Publicación de la Facultad de Minas
Universidad Nacional de Colombia
ISSN 0120 - 3630

Boletín de Ciencias de la Tierra es una publicación creada en 1978, en el Programa Curricular de Ingeniería Geológica, Departamento de Geociencias y Medio Ambiente de la Facultad de Minas, Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín. La revista publicará artículos originales resultados de investigación en las diferentes áreas de las geociencias y pretende dinamizar la discusión científica en torno al conocimiento del territorio colombiano, sus recursos y restricciones. Se publicaran tanto artículos de análisis específicos como de interés regional, que promuevan el desarrollo de las Ciencias de la Tierra.

Boletín de Ciencias de la Tierra es una publicación dirigida a investigadores e interesados en las áreas de las geociencias y la ingeniería. Publica artículos sobre las siguientes áreas:

• Estratigrafía, sedimentología, estructura y evolución de cuencas	• Geología económica, metalogénesis, génesis y reservorios de hidrocarburos	• Geoquímica
• Geoquímica y geofísica	• Minería, mineralogía, metalurgia y extracción de recursos minerales	• Minería
• Vulcanología, petrología ígnea y metamórfica	• Paleontología, paleoclimatología, geología del Cuaternario y geoarqueología	• Metalurgia y extracción de recursos minerales
• Tectónica, modelamiento sísmico -tectónico y geodinámico	• Aplicaciones de software e inteligencia artificial en ciencias de la Tierra	• Recursos naturales y sostenibilidad
• Geomorfología, amenazas geológicas, geología ambiental, investigación de suelos, cambio climático y patrimonio geológico		• Recursos naturales y sostenibilidad
• Aprovechamiento y explotación de recursos minerales		• Hidrogeología, oceanografía y geotermia

Boletín de Ciencias de la Tierra publicará dos números en el año con editorial, artículos de investigación, ensayos, comunicaciones breves e imágenes diagnósticas. Los artículos enviados deberán ser siempre originales y no estar sometidos a otra publicación; todos los artículos se someten a revisión por pares o árbitros académicos de conocida idoneidad en el tema.

La orientación general para la presentación de artículos e información interesante se puede encontrar en la dirección electrónica:

<https://revistas.unal.edu.co/index.php/rbct/about/submissions#authorGuidelines>.

El correo electrónico de la revista es: rbct_med@unal.edu.co, Teléfono y Fax: (57-4) 425 53 43

Imagen de la carátula:

Mapa de pendiente de la cuenca baja del río Suárez. (elaboración propia de autores empleando DEM Alos Palsar)

Artículo: Resiliencia al fenómeno de remoción en masa, factores condicionantes de la cuenca baja del río Suárez (Santander) frente al cambio climático.

Autores: Iván Darío Camacho-Puerto, Johan Eduardo Craig-Santos & Javier Damián León-Ruiz

BOLETÍN DE CIENCIAS DE LA TIERRA

Número 58, Julio - Diciembre de 2025

Facultad de Minas

Universidad Nacional de Colombia

ISSN impreso: 0120 - 3630 ISSN en línea: 2357-3740

Periodicidad semestral: Enero - Junio y Julio - Diciembre

Tarifa Postal Reducida No. 2015-456 .

4-72 La Red Postal de Colombia, vence 31 de Dic. 2025

Carrera 80 No. 65 - 223

Facultad de Minas - Bloque M9 - Of.: 107

Medellín - Colombia

Teléfono: (57+4) 425 53 43

e-mail: rbct_med@unal.edu.co

Versión electrónica disponible en:

<https://revistas.unal.edu.co/index.php/rbct>

<http://www.scielo.org.co/scielo.php>

Grupo Centro Editorial - Facultad de Minas

Universidad Nacional de Colombia - Sede Medellín

Néstor Ricardo Rojas Reyes, PhD, Director

Mónica del Pilar Rada T., Coordinación Editorial

Catalina Cardona A., Asistente editorial

Manuela González C., Asistente editorial

Todográficas Ltda, Diagramación

© Copyright 2025. Universidad Nacional de Colombia

Se permite la reproducción total o parcial de textos con fines didácticos, siempre que se cite debidamente la fuente. A menos que se indique lo contrario.

Nota:

Todas las declaraciones, métodos, instrucciones e ideas son responsabilidad exclusiva de los autores y no necesariamente representan la visión de la Universidad Nacional de Colombia. El editor no se hace responsable de ninguna lesión y / o daño por el uso del contenido de esta revista.

Los conceptos y opiniones expresados en los artículos son responsabilidad exclusiva de los autores.

BOLETÍN DE CIENCIAS DE LA TIERRA Número 58, Julio - Diciembre de 2025

Es una edición de 100 ejemplares en papel y se terminó de imprimir en el mes de Diciembre de 2025
En Todográficas Ltda. Medellín - Colombia

Revista indexada en:

SCOPUS

Georef

SciELO - Scientific Electronic Library Online

Índice Actualidad Iberoamericana, del Instituto Iberoamericano de Información en Ciencia y Tecnología de Chile.

Base de Datos Periódica de La Universidad Nacional Autónoma de México.

Redalyc, Red de Revistas Científicas de América Latina y el Caribe, España y Portugal.

Emerging Sources Citation Index (ESCI) - Journal Citation Reports, Clarivate.

SE SOLICITA CANJE - EXCHANGE SOLICITED

Los pedidos de esta serie de publicaciones en Suscripción y/o Canje, pueden ser solicitados a:

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

Biblioteca Facultad de Minas - Bloque M5

Carrera 80 No. 64 - 223

Teléfonos: (57+4) 425 53 43, 430 97 86 Medellín - Colombia

Correo Electrónico: canje@unal.edu.co



UNIVERSIDAD
NACIONAL
DE COLOMBIA

BOLETÍN
DE
CIENCIAS DE LA TIERRA

CONSEJO DE LA FACULTAD DE MINAS

Decana

Eva Cristina Manotas, PhD

Vicedecano Académico

Juan Carlos Maya López, PhD

Vicedecano de Investigación y Extensión

Jorge Eliécer Córdoba Maquilón, PhD

Director de Bienestar Universitario

Elizabeth Carvajal Florez, PhD

Secretaría Académica

María Constanza Torres Madroñero, PhD

Representante de Directores de Áreas

Curriculares

Gladys rocío Bernal Franco, PhD

Representante de Directores de Áreas

Curriculares

Camilo Andrés Franco Ariza, PhD

Representante de Unidades Académicas

Básicas

Javier de Jesús González Ocampo, PhD

Representante de Unidades Académicas

Básicas

John Jairo Blandón Valencia PhD

Representante Profesores

Luis Hernán Sánchez Arredondo, PhD

Representante de estudiantes al Consejo de

Facultad

Javier Andrés Rodríguez Franco

COMITÉ EDITORIAL DE FACULTAD

Decana

Eva Cristina Manotas, PhD

Vicedecano de Investigación y Extensión

Jorge Eliécer Córdoba Maquilón, PhD

Miembros

Luz Alexandra Montoya Restrepo, PhD

Néstor Ricardo Rojas Reyes, PhD

Enrique Posada Restrepo, MSc

Mónica del Pilar Rada Tobón, MSc

Miembros de apoyo

Francisco Montaña Ibáñez, MSc

Director Editorial UN

Andrés Pavas Martínez, PhD

Director Nacional de Bibliotecas UN

COMITÉ EDITORIAL

Editor

Néstor Ricardo Rojas Reyes, PhD

Departamento de Materiales y Minerales

Universidad Nacional de Colombia, Colombia

Editores

Gladys Bernal Franco. PhD.

Departamento de Geociencias y Medio Ambiente

Universidad Nacional de Colombia, Colombia

Carles Sanchis-Ibor, PhD.

Universitat Politècnica de València, España

Umberto Cordani, PhD.

Instituto de Geociências

Universidade de São Paulo, Brazil

Diego Villagómez Díaz, PhD.

Tectonic Analysis Ltd. Switzerland

Teresa Orozco Esquivel, PhD.

Centro de Geociencias

Universidad Nacional Autónoma de México, México

Gretchen T. Lapidus Lavine, PhD.

Dpto. de Ingeniería de Procesos e Hidráulica

Universidad Autónoma Metropolitana Iztapalapa, México

Hugo Alfonso Rojas Sarmiento, PhD.

Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia -

UPTC, Colombia

Vanesa Bazán, PhD.

Departamento de Estudios de Postgrado de la Facultad

de Ingeniería, Universidad Nacional de San Juan,

Argentina

Asieh Hekmat

Departamento de Ingeniería Metalúrgica, PhD.

Universidad de Concepción, Chile

Juan María Menéndez Aguado, PhD.

Departamento de Explotación y Prospección de Minas,

Universidad de Oviedo, España

CONTENIDO

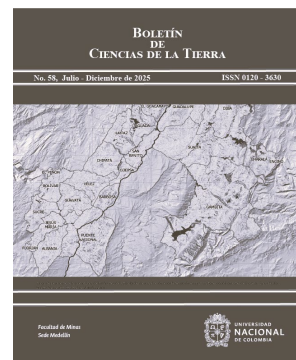
Resiliencia al fenómeno de remoción en masa, factores condicionantes de la cuenca baja del río Suárez (Santander) frente al cambio climático. Iván Darío Camacho-Puerto, Johan Eduardo Craig-Santos & Javier Damian Leon-Ruiz	7
Desafíos de la industria extractiva del cobre en Chile. Orlando Gahona-Flores	18
Aplicación del Índice de Perturbación del Karst como estrategia de geoconservación en el Geoparque Mundial de la UNESCO Mixteca Alta (México). José Luis Sánchez-Cortez, Norma López-Castañeda, Kathleen Vélez-Macías & Oscar Bernardo Ortega-Díaz	28
Análisis y comparación de las transformadas de Fourier y Wavelet: aplicación para el estudio de parámetros de la fuente sísmica del Terremoto de Arequipa del 2001 Marilyn Katia Paredes-Huanca & Edgard Gonzales-Zenteno	41
Área óptima para zapatas combinadas en forma de T asumiendo que el área en contacto con el suelo trabaja parcialmente en compresión. Arnulfo Luévanos-Rojas, Blanca Lucia Estrada-Mendoza & Mónico Juárez-Ramírez	51
Viabilidad y riesgos de la inyección de aguas residuales tratadas en el acuífero cárstico de Yucatán: revisión técnica, normativa e hidrogeológica. Roger Amílcar González-Herrera, Jesús Azael Suverbiel-González, Alejandro Canul-Chuil & Mario Humberto Cortazar-Cepeda	72

Nuestra carátula:

Mapa de pendiente de la cuenca baja del río Suárez.
Del artículo *Resiliencia al fenómeno de remoción en masa, factores condicionantes de la cuenca baja del río Suárez (Santander) frente al cambio climático*

Autores:

Iván Darío Camacho-Puerto, Johan Eduardo Craig-Santos
& Javier Damián León-Ruiz



CONTENT

Resilience to mass movement phenomena: conditioning factors in the lower Suárez River Basin (Santander) in the face of climate change. Iván Darío Camacho-Puerto, Johan Eduardo Craig-Santos & Javier Damian Leon-Ruiz	7
Challenges of the copper extractive industry in Chile. Orlando Gahona-Flores	18
Application of the Karst Disturbance Index as a geoconservation strategy in the Mixteca Alta UNESCO Global Geopark (Mexico). José Luis Sánchez-Cortez, Norma López-Castañeda, Kathleen Vélez-Macías & Oscar Bernardo Ortega-Díaz	28
Analysis and comparison of Fourier and Wavelet transforms: application to the study of seismic source parameters of the 2001 Arequipa Earthquake. Marilyn Katia Paredes-Huanca & Edgard Gonzales-Zenteno	41
Optimal area for T-shaped combined footing assuming that the contact area with the soil works partially in compression. Amulfo Luévanos-Rojas, Blanca Lucia Estrada-Mendoza & Mónico Juárez-Ramírez	51
Feasibility and risks of injecting treated wastewater into the Yucatan karst aquifer: technical, regulatory, and hydrogeological review. Roger Amílcar González-Herrera, Jesús Azael Suverbiel-González, Alejandro Canul-Chuil & Mario Humberto Cortazar-Cepeda	72

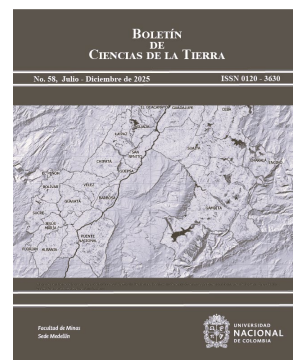
Our cover:

Slope map of the lower basin of the Suarez River.

From the article: *Resilience to mass movement phenomena: conditioning factors in the lower Suárez River Basin (Santander) in the face of climate change*

Authors:

Iván Darío Camacho-Puerto, Johan Eduardo Craig-Santos
& Javier Damián León-Ruiz





Resiliencia al fenómeno de remoción en masa: factores condicionantes de la cuenca baja del Río Suárez (Santander) frente al cambio climático

Iván Darío Camacho-Puerto, Johan Eduardo Craig-Santos & Javier Damian Leon-Ruiz

Dirección de Investigación y prospectiva, Instituto Geográfico Agustín Codazzi, Bogotá, Colombia. Ivan.camacho@igac.gov.co, Johan.craig@igac.gov.co, Javier.leon@igac.gov.co

Recibido: 31 marzo 2025. Recibido en formato revisado: 24 junio 2025. Aceptado: 25 junio 2025.

Resumen

La cuenca baja del río Suárez presenta alta susceptibilidad a movimientos en masa, agravada por factores geológicos, climáticos y topográficos; el cambio climático, con lluvias intensas y mayor temperatura, aumenta este riesgo, exigiendo estrategias de mitigación en los municipios afectados; no obstante, persisten deficiencias en la integración de la gestión del riesgo en los instrumentos de ordenamiento territorial, lo que lleva a cuestionar: ¿cómo su caracterización e inclusión en los POT fortalecen la resiliencia municipal? Para responder, se aplicó una metodología en dos fases: 1) caracterización físico - geográfica (geología, topografía, precipitaciones y cobertura del suelo) con datos oficiales; y 2) análisis de la gestión del riesgo en, planes, planes básicos y esquemas de ordenamiento territorial, evaluando estrategias de adaptación y mitigación. Los resultados muestran heterogeneidad: algunos municipios tienen estrategias detalladas, mientras otros carecen de identificación de zonas vulnerables y acciones concretas, evidenciando vacíos críticos en la planificación.

Palabras clave: ordenamiento territorial; condicionantes; clima; cambio climático; resiliencia; remoción en masa.

Resilience to mass movement phenomena: conditioning factors in the lower Suárez River Basin (Santander) in the face of climate change

Abstract

The lower basin of the Suárez River is highly susceptible to mass movements, exacerbated by geological, climatic, and topographic factors. Climate change, with increased rainfall intensity and higher temperatures, elevates this risk, necessitating mitigation strategies in affected municipalities. However, deficiencies persist in integrating risk management into land-use planning instruments, raising the question: How does risk characterization and its inclusion in Land-Use Plans (POTs) strengthen municipal resilience? To address this, a two-phase methodology was applied: 1) a physical-geographic characterization (geology, topography, rainfall, and land cover) using official data, and 2) an analysis of risk management in municipal planning documents, including Land-Use Plans, development plans, and risk management plans, assessing adaptation and mitigation strategies. Results reveal heterogeneity: some municipalities have detailed strategies, while others lack vulnerability mapping and concrete actions, highlighting critical gaps in planning.

Keywords: land-use planning; constraints; climate; climate change; resilience; mass movement.

1 Introducción

Los fenómenos de remoción en masa representan una amenaza significativa para la estabilidad territorial, especialmente en regiones donde las condiciones geológicas, topográficas y climáticas favorecen su ocurrencia; la cuenca baja del río Suárez, ubicada en el departamento de Santander, Colombia, es un territorio altamente susceptible a estos eventos, cuya frecuencia e intensidad pueden verse incrementadas por los efectos del cambio climático.

El aumento en la intensidad y variabilidad de las lluvias, junto con el ascenso progresivo de la temperatura, no solo incrementa la saturación de los suelos y la probabilidad de deslizamientos, sino que también acelera el intemperismo de las rocas y la degradación del suelo, afectando la estabilidad de las laderas; en este contexto, la resiliencia de los municipios de la cuenca baja del río Suárez frente a estos eventos depende en gran medida de su capacidad para caracterizar el riesgo y aplicar estrategias de mitigación y adaptación efectivas dentro de sus herramientas de planificación territorial.

How to cite: Camacho-Puerto, I.D., Craig-Santos, J.E., y Leon-Ruiz, J.D., (2025). Resiliencia al fenómeno de remoción en masa, factores condicionantes de la cuenca baja del río Suárez (Santander) frente al cambio climático.. BOLETÍN DE CIENCIAS DE LA TIERRA. 58, pp. 7-17. DOI:<https://doi.org/10.15446/rbct.n58.119607>

Este estudio analiza la importancia de la caracterización del riesgo en el área de estudio y su relación con la resiliencia ante los fenómenos de remoción en masa; se parte del reconocimiento de que estos procesos están condicionados por múltiples factores, entre ellos la cobertura del suelo, las unidades geológicas, los elementos geomorfológicos y el inventario de movimientos en masa, a través de una revisión detallada de los instrumentos de ordenamiento territorial de los municipios de la cuenca baja del río Suárez, se busca evaluar en qué medida la gestión del riesgo ha sido integrada en la planificación territorial, identificando fortalezas, debilidades y vacíos en la formulación de estrategias preventivas y adaptativas.

El análisis permitirá obtener una visión integral de la percepción del riesgo en el territorio, así como de las estrategias implementadas para su reducción; en última instancia, este estudio pretende aportar insumos que fortalezcan la gestión del riesgo en la región, promoviendo una planificación territorial más resiliente ante la creciente amenaza de las remociones en masa exacerbadas por el cambio climático.

2 Área de estudio

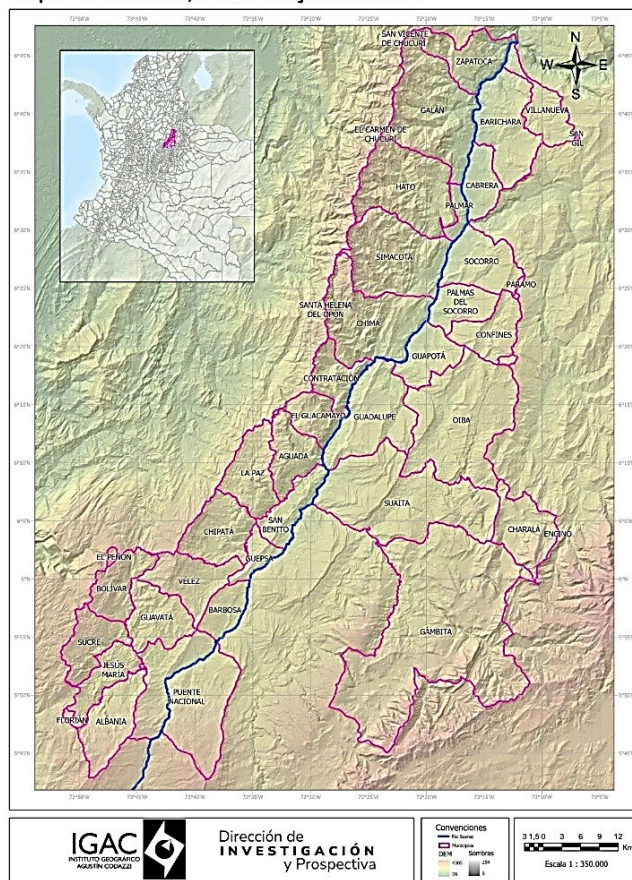
La cuenca baja del río Suárez se encuentra sobre la cordillera Oriental, en el departamento de Santander, Colombia. Propiamente son 50 municipios de las provincias Comunera, Guanentá y Vélez en su gran mayoría. Sus coordenadas extremas son: al norte, $6^{\circ} 47' 22.540''$; al sur, $5^{\circ} 42' 45.040''$; al este, $-72^{\circ} 51' 31.937''$ y al oeste $-73^{\circ} 51' 38.770''$.

A una escala regional la cuenca del río Suárez es realmente extensa, naciendo en el altiplano cundiboyacense en el valle de Ubaté, terminando sus aguas en el río Sogamoso [1]. En este artículo, nos enfocamos en la sección de la cuenca que corresponde al departamento de Santander, con el objetivo de analizar la importancia de la caracterización del riesgo en el área de estudio y su relación con la resiliencia ante los fenómenos de remoción en masa [2].

El cambio climático juega un papel crucial en este contexto, ya que el aumento de la temperatura promedio global, impulsado por la concentración creciente de gases de efecto invernadero en la atmósfera puede intensificar los procesos de erosión e intemperismo [3], estos cambios incrementan la susceptibilidad del territorio a desplazamientos y otros eventos de remoción en masa, lo que resalta la necesidad de estrategias de adaptación y mitigación en la región [4].

Los habitantes que hacen parte del área de estudio se ubica dentro de la jurisdicción de los municipios de Güepsa, Gámbita, Chipatá, San Benito, Suaita, Aguada, Bolívar, Guadalupe, El Guacamayo, Oiba, Contratación, La Paz, Charalá, Confines, Palmas Del Socorro, Chima, Páramo, Santa Helena del Opón, Socorro, Vélez, Palmar, Cabrera, Hato, San Gil, Curití, Barichara, Jordán, Villanueva, Galán, Los Santos, Simacota, Zapatoca, Florián, Jesús María, Puente Nacional, Barbosa, San Vicente De Chucurí, Sucre, El Peñón, Encino, Guapotá, El Carmen, Albania, y Guavatá. (Mapa 1).

Mapa de ubicación, Cuenca Baja Rio Suarez



Mapa 1. Ubicación de cuenca baja del río Suárez.

Fuente: Elaboración propia con datos del Instituto Geográfico Colombiano Agustín Codazzi (2018)

En el Mapa 1, podemos ver todos los municipios que se encuentran dentro de la cuenca baja del río Suárez en el departamento de Santander, junto con el cauce principal y un mapa de sombras. La cuenca se extiende sur a norte, delimitada al occidente por un marcado ambiente estructural y al oriente por zonas de denudación, su superficie total abarca 398.812,8 hectáreas.

3 Marco teórico

3.1 Movimiento en masa, clima

En el estudio del fenómeno de remociones en masa, diversas disciplinas coinciden en que su dinámica es altamente compleja, lo que ha dado lugar a múltiples definiciones y enfoques; según el servicio geológico colombiano [5], los movimientos en masa abarcan todos aquellos desplazamientos ladera abajo de materiales como roca, detritos o tierra, impulsados por la gravedad. No obstante, a pesar de la diversidad de tipos de deslizamientos existen patrones clave que permiten su caracterización.

Por ejemplo, la caída de rocas se presenta cuando una

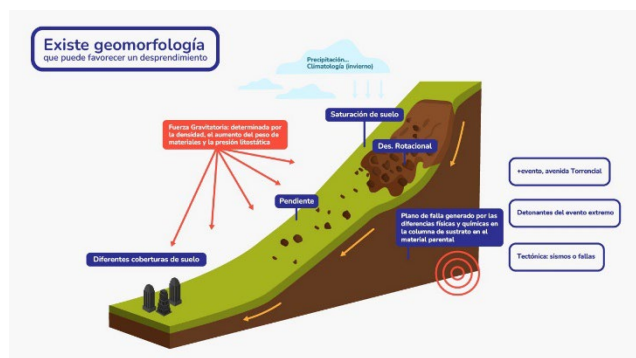


Figura 1. Esquema simple de los movimientos de remoción en masa.
Fuente: Elaboración propia.

cantidad considerable de detritos, como tierra, piedras y otros materiales, se desplazan desde una posición elevada hacia niveles más bajos debido a diversas causas. Estas causas pueden ser inherentes, como la presencia de material colapsable que debilita la estabilidad del terreno, o detonantes, como la influencia de condiciones climáticas adversas como lluvias intensas. Cuando estas condiciones se combinan, pueden desencadenar una repentina liberación de material. Se consideran 3 casos: Caída libre, si la inclinación de taludes o laderas desde donde se desprende la masa excede los 75° . Si este ángulo es menor, el material desprendido desciende en brincos y en el caso de taludes con inclinaciones menores a 45° , los materiales desalojados descienden predominantemente rodando [6].

En el caso específico de la Fig. 1 se presenta caída de roca en masa en Suaita, Santander el 4 de abril de 2013, se trató de un incidente donde una cantidad significativa de detritos, incluida roca, se desprendió de una ladera estructural de cuesta cerca de la vía Jericó-Socotá. Esta caída fue influenciada por la dualidad de causas. Por un lado, la presencia de material colapsable en la zona debilitó la estabilidad del terreno, contribuyendo a la acumulación de los detritos. Por otro lado, Las intensas temporadas de lluvia y los eventos extremos, actuando como detonante, de infiltración, erosión y saturaron el suelo, aumentando su peso y disminuyendo la cohesión entre partículas, lo que culminó en el desprendimiento repentino y masivo de rocas y detritos desde la ladera.

La definición de clima varía según los enfoques y los intereses institucionales. Sin embargo, en términos estrictos, el clima se define comúnmente como el ‘tiempo medio’, es decir, la media y la variabilidad de las condiciones atmosféricas relevantes en un periodo que puede ir desde meses hasta miles o incluso millones de años.

En el área de estudio las condiciones climáticas están fuertemente influenciadas por factores como la altitud, la topografía y la interacción entre los regímenes de precipitación y temperatura. Uno de los principales factores desencadenantes de los fenómenos de remoción en masa en esta zona es el aumento en la intensidad y variabilidad de las lluvias, asociado al cambio climático. Las precipitaciones extremas pueden saturar los suelos, reduciendo su cohesión y estabilidad, lo que incrementa la probabilidad de deslizamientos y otros procesos erosivos. Además, el aumento progresivo de la temperatura podría intensificar el

intemperismo de las rocas y la degradación del suelo, afectando la estabilidad de las laderas y la resiliencia del territorio frente a estos eventos.

Existen diversas causas para el cambio climático, influencias externas como son las variaciones solares, cambios orbitales, impactos de meteoritos e influencias internas, la deriva continental, la composición atmosférica y el campo electromagnético, aun así la más relevante son la de cambios astronómicos que causan variaciones en la distribución espacial de la energía solar que alcanza la superficie de la Tierra, como son Los ciclos de Milankovich como responsables de los periodos glacial-interglacial registrados en el pasado.

Si bien hay procesos que generen ciclos de largo período en la cantidad de energía según Milankovich se presentan tres según los cambios en la geometría de la órbita terrestre, cambios por la excentricidad donde La órbita de La Tierra alrededor del Sol no siempre es elíptica, sino que varía de elíptica a casi circular y viceversa en un período de cerca de 80.000-90.000 años. Cambios en la oblicuidad donde la tierra rota alrededor de un eje inclinado demorando cerca de 42.000 años para completar un ciclo, es decir en ir del mínimo al máximo y regresar al mínimo y el movimiento de precesión del eje de rotación un movimiento cónico que es más amplio en el polo norte que completa en un lapso de 22.000 años. Lo anterior servirá como pautas para la discusión.

Ya el cambio climático entorno a la modificación de las variables como la temperatura, precipitación y el aumento del nivel del mar, el cual se expresa disminución o aumento en promedios y distribución espacial y temporal que se puede categorizar en una fase de enfriamiento o en una fase de aumento de temperatura la cual se relaciona con los eventos anóxicos. Un evento que no se considera causante de cambio climático, aun si, un ejemplo moderno interacción del clima, la erupción de Tambora de 1815 que emitió una cantidad de gas (SO_2), capa de aerosol, gotas de ácido sulfúrico determina la afectación del clima al enfriar troposfera.

3.2 Marco del amenaza y vulnerabilidad

El riesgo se define como la condición de un sistema frente a la posibilidad de enfrentar un desastre. Este se produce dentro del espacio geográfico a partir de la interacción entre la sociedad y la naturaleza en un periodo determinado [7]. No se limita únicamente a la magnitud o severidad de un evento natural, sino que depende de los elementos expuestos al fenómeno, su nivel de vulnerabilidad y la capacidad del sistema para afrontar el impacto y recuperarse.

La amenaza se entiende como la condición en la que un fenómeno puede afectar negativamente los elementos de un sistema. En este caso, los movimientos en masa representan la amenaza principal, mientras que los elementos expuestos incluyen la población, la cobertura del suelo y la infraestructura de la cuenca, tanto en áreas urbanas como rurales. Esto comprende viviendas, obras públicas, carreteras, redes eléctricas y alcantarillado, entre otros [8].

Las causas de los deslizamientos pueden clasificarse en dos grandes categorías: factores naturales y aquellos derivados de la actividad humana. En algunos casos, los deslizamientos ocurren o se agravan por una combinación de

ambos; dentro de las causas naturales, se identifican tres agentes desencadenantes principales: el agua, la actividad sísmica y la actividad volcánica [9], los efectos de estos factores dependen de condiciones como la inclinación de la pendiente, la morfología del terreno, el tipo de suelo, la geología subyacente y la presencia de población o estructuras en la zona afectada. Por otro lado, dentro de las acciones humanas que propician el colapso de laderas, se encuentran el aumento de carga debido a construcciones, la deforestación y la alteración de los patrones de infiltración y drenaje [10].

Finalmente, la vulnerabilidad se refiere a la magnitud del daño que un elemento del sistema puede sufrir ante una amenaza; esta depende del grado en que el elemento es afectado por el evento extremo y de su capacidad de recuperación. La vulnerabilidad varía según las condiciones socioeconómicas de la comunidad afectada; por ejemplo, un barrio de invasión ubicado en una zona de alta pendiente es altamente susceptible a los efectos de un deslizamiento, debido a la precariedad de los materiales de construcción, la dificultad de acceso y la limitada capacidad de respuesta de los organismos de socorro, además, la falta de recursos para la reubicación o reconstrucción aumenta la vulnerabilidad de sus habitantes. Si la vulnerabilidad se entiende como la diferencia entre la susceptibilidad y la resiliencia [20], este tipo de asentamiento presentan un alto grado de vulnerabilidad ante los deslizamientos.

4 Metodología

El artículo se divide en dos fases principales, la primera corresponde a la caracterización físico - geográfica de los factores condicionantes en el área de estudio y del detonante principal, la precipitación. Para ello, se recurrirá a diversas fuentes de información, como las bases de datos del IDEAM, SGC y SIMMI, usando la herramienta ArcGIS pro que permitirán analizar la distribución espacial de las variables climáticas en la zona, y la información de cobertura del suelo proporcionada por Corine Land Cover, con el fin de visualizar los diferentes elementos expuestos. Adicionalmente, se empleará el Atlas Geológico de Colombia a escala 1:100.000 y la información de los POMCA a escala 1:25.000 de la cuenca media y baja de la CAR y Corpoboyacá, con el propósito de caracterizar los factores condicionantes de manera general y comprender las condiciones del subsuelo. Asimismo, se utilizará un modelo de elevación digital para analizar la morfología del terreno y se hará una aproximación a la geotecnia y a las fallas geológicas de la zona, considerando que el área de estudio se encuentra en un sector tectónicamente activo, además, se incluirá una caracterización detallada del detonante precipitación en el área de estudio, dado su papel fundamental en la activación de procesos de remoción en masa.

La segunda fase se enfocará en el análisis y revisión de herramientas de ordenamiento territorial desde una caracterización cualitativa de la resiliencia, con el objetivo de evaluar las medidas de mitigación y adaptación implementadas por los municipios de Santander en la cuenca baja del río Suárez (Tabla 1). En este sentido, se examinará los planes de gestión de desastres, planes de ordenamiento territorial y los planes de desarrollo municipal, con el

propósito de caracterizar la capacidad adaptativa de los municipios y comprender como han incorporado estrategias de reducción del riesgo por remociones en masa en su planificación. A partir de esta revisión, se obtendrá una visión preliminar sobre la percepción del riesgo en el territorio, así como sobre las estrategias de gestión del riesgo implementadas en la cuenca baja del río Suárez. Es importante resaltar que no se pretende realizar una cuantificación del riesgo por remoción en masa solo evidenciar municipios con poca resiliencia a un probable aumento en frecuencia del fenómeno.

5 Caracterización de factores condicionantes

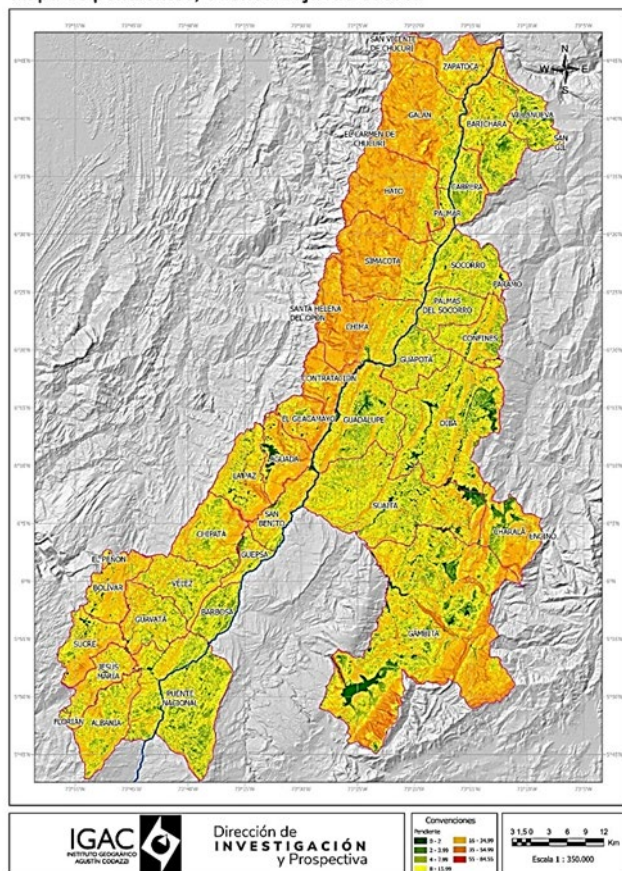
Los procesos de remoción en masa están condicionados por factores que determinan su desarrollo en tiempo y espacio, los cuales varían en función de la escala del estudio y del enfoque determinístico adoptado, para la mayoría de los estudios, los principales condicionantes incluyen la cobertura del suelo, las unidades geológicas, los elementos geomorfológicos y el inventario de movimientos en masa, información que en el caso de Colombia es proporcionada por el Sistema de Información de Movimientos en Masa (SIMMA) y complementada con registros secundarios provenientes de repositorios como DesInventar [22] y fuentes de medios de comunicación [11]. A continuación, se caracterizarán de manera descriptiva estos factores condicionantes, así como el detonante principal, la precipitación, cuyo papel es crucial en la morfodinámica del área de análisis.

La clasificación general de la pendiente se basa en un modelo digital de elevación (DEM) con una resolución espacial de 12,5 x 12,5 m procesado con la herramienta "Slope" de ArcGIS Pro (Mapa 2), el cual permite analizar la distribución del relieve a nivel regional, este análisis evidencia que el ambiente morfodinámico dominante en el occidente del área de estudio es de tipo estructural, mientras que en el oriente predomina un ambiente denudacional, en términos generales, hacia el noreste del área de estudio, las pendientes son entre moderadas y bajas, mientras que en la parte central y hacia el oeste presentan valores entre moderados y altos, particularmente en las formaciones geológicas Cumbre, Rosablanca, Ritoque y Paja [12,19] La clasificación de las pendientes se realizó en cinco categorías, siguiendo los criterios del estudio geomorfológico del IDEAM (2014) y los aportes metodológicos de Medina (2017).

5.1 Coberturas

La zona con mayor pendiente y donde afloran las formaciones geológicas más antiguas coincide en gran medida con las coberturas de bosque, lo que sugiere una relación entre la estabilidad del suelo y la preservación de la vegetación natural como se ve en el Mapa 3, en contraste, las áreas con menor pendiente y una mayor presencia de unidades geológicas más recientes presentan un alto grado de intervención antrópica, caracterizado por coberturas de pastos cultivados y zonas urbanizadas. Esta distribución de

Mapa de pendientes, Cuenca Baja Río Suarez



Mapa 2. Mapa de pendiente de la cuenca baja del río Suarez.
Fuente: Elaboración propia empleando DEM Alos Palsar.

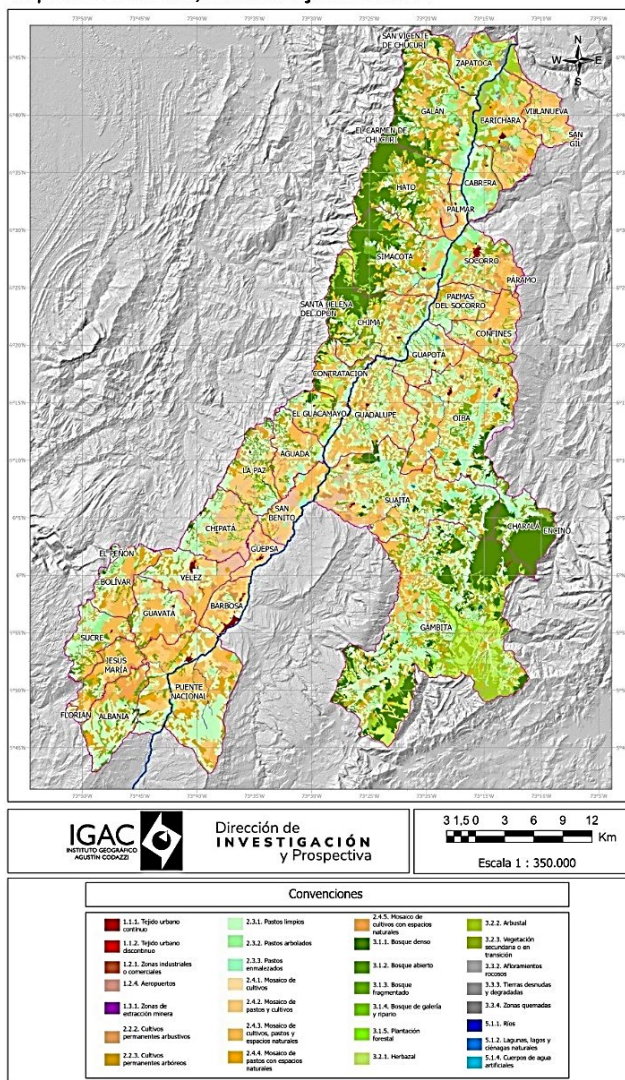
coberturas refleja la influencia de factores geomorfológicos y geológicos en los patrones de uso de suelo, donde las condiciones topográficas y la composición del sustrato condiciona la ocupación del territorio y la dinámica de transformación del paisaje [13].

5.2 Geología y geomorfología

El departamento de Santander se encuentra en una zona de alta complejidad geotécnica debido a la confluencia de las placas Caribe y suramericana, lo que ha generado una intensa fracturación del territorio [24], este fracturamiento constituye un parámetro estructural clave que se orienta predominantemente de suroeste a noreste, donde los pliegues y fallas ejercen un fuerte centro geológico, especialmente en la región occidental del departamento, al mayoría de estas fallas son de tipo inversos o de cabalgamiento [23], destacándose entre ellas la falla de Suarez y la zona de los anticlinales de Arcabuco, Oiba, Barbosa y Confines, entre otras.

En términos de geología superficial, varias zonas urbanas dentro de la cuenca del río Suarez están emplazadas sobre terrazas de origen aluvial y coluvial, estas unidades sedimentarias se encuentran en contacto con formaciones del Cretácico, Triásico y Jurásico, lo que influye directamente en

Mapa de coberturas, Cuenca Baja Río Suarez



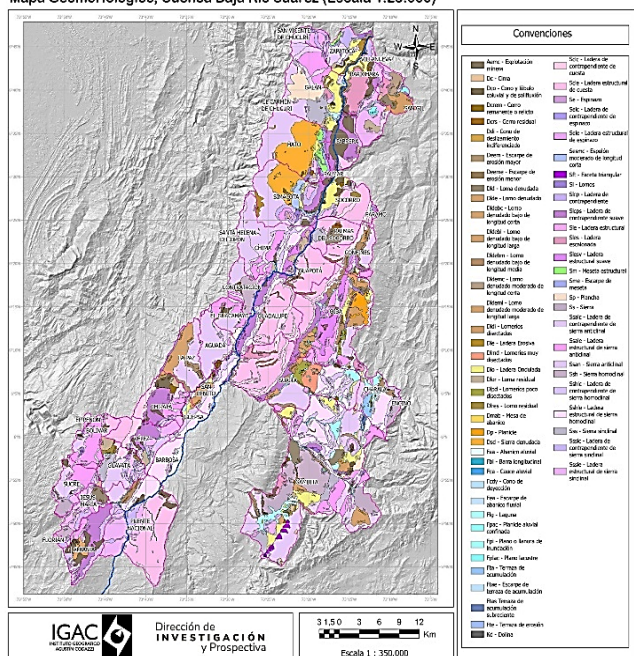
Mapa 3. Mapa de coberturas de la cuenca baja del río Suarez.

Fuente: Elaboración propia a partir de datos de la Unidad de Planeación Rural Agropecuaria

la estabilidad del terreno y en la susceptibilidad a fenómenos de remoción en masa, las características litológicas y estructurales de estas formaciones condicionan a los procesos de erosión y la respuesta geotécnica del suelo, frente a eventos climáticos extremos como precipitaciones intensas y sismos.

La cuenca presenta dos tipos principales de procesos geomorfológicos: uno degradacional, evidente en las zonas montañosas por la acción de la denudación y la remoción en masa; y otro agradacional, presente en los piedemontes y planicies, caracterizado por la acumulación de materiales aluviales y coluviales. Además, se identifican tres grandes geoformas (Mapa 4): montaña (relieve abrupto y escarpado, afectado por procesos degradacionales), piedemonte (zonas de transición con depósitos coluvio-aluviales y pendientes moderadas)

Mapa Geomorfológico, Cuenca Baja Rio Suarez (Escala 1:25.000)



Mapa 4. Mapa geomorfológico de la cuenca baja del río Suarez.

Fuente: Elaboración propia a partir de datos del servicio geológico colombiano.

5.3 Climatología detonante precipitación

La cuenca del río Suárez presenta una temperatura media anual que varía según la altitud, en las zonas más elevadas, la temperatura media es de aproximadamente 15°C, mientras que en las áreas más bajas, cercanas al cauce del río, alcanza los 23°C, este comportamiento térmico está condicionado por la altitud y los cambios de presión atmosférica, influenciados por el efecto Foehn y la circulación Valle - Montaña, la temperatura disminuye a una tasa aproximada de 0,55°C por cada 100 metros de altitud, lo que implica que en las elevaciones máximas de 1.600 msnm la temperatura media anual ronda los 20°C, esto genera un gradiente térmico con dirección este, donde el ambiente se torna más seco [14].

Hacia el oeste, las formaciones orográficas actúan como barreras que retienen la humedad, generando altos índices de precipitación que afectan a los municipios aledaños, las precipitaciones anuales oscilan entre 1.600 y 4.000 mm como se evidencia en los mapas de Precipitaciones Multianual Promedio mensual 1980 - 2023 de la Fig. 2, con un comportamiento bimodal caracterizado por dos picos lluviosos en los meses de abril y septiembre-octubre. De acuerdo con la clasificación de biomas, la región debería estar dominada por bosques húmedos tropicales; sin embargo, la transformación del paisaje debido al uso agroindustrial del suelo ha reducido notablemente la cobertura vegetal, en la cuenca predominan cultivos de caña, café y frutales, así como la ganadería. No obstante, aún se conservan relictos de bosque en zonas de alta pendiente y en las laderas del valle, siendo el Parque Nacional Natural Serranía de los Yariquies y el Páramo de Rusia las principales áreas de preservación [15].

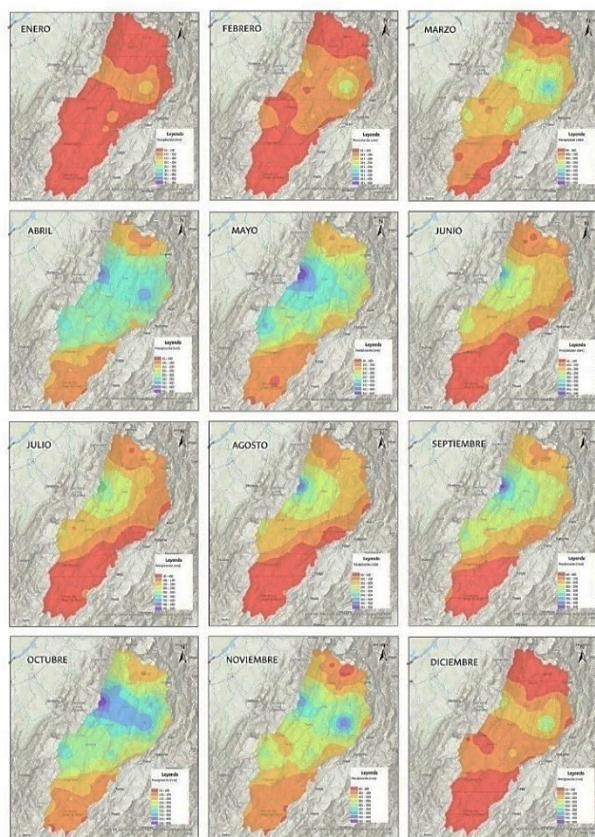


Figura 2. Precipitaciones Multianual Promedio mensual 1980 - 2023, cuenca baja del río Suarez.

Fuente: Elaboración propia con datos del IDEAM.

En cuanto a la variabilidad climática asociada al fenómeno de El Niño-Oscilación (ENSO) en el caso de Colombia [21], se observa en los registros de precipitación que la media móvil de la estación con mayor pluviosidad no representa grandes fluctuaciones, lo que indica que la precipitación en la región no varía drásticamente en respuesta a los cambios de temperatura superficial del océano Pacífico (Fig. 3), no obstante, los mapas de precipitación mensual multianual revelan fuertes variaciones espaciales promedio entre los meses (Fig. 2), lo que resalta la importancia de la región en términos de morfodinámica y procesos de remoción en masa. [16].

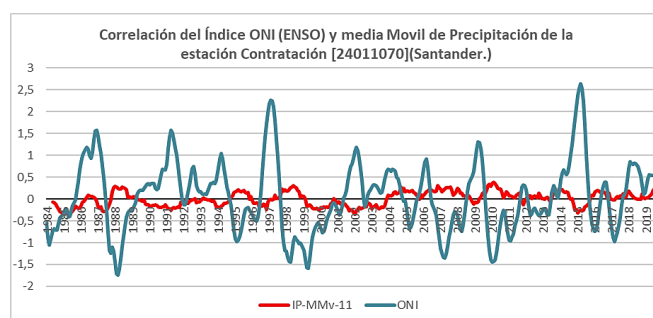


Figura 3. Correlación del índice ONI y la media móvil de precipitación de la estación contratación.

Fuente: Elaboración propia con datos de precipitación del IDEAM

Según el escenario de cambio climático proyectado por el IDEAM para la región, se espera un aumento en la temperatura media anual de entre 1°C y 1.5°C, acompañado de un incremento del 20% en precipitaciones, considerando estos factores, es previsible que para el año 2040 y en adelante los procesos de meteorización y erosión se intensifiquen, lo que podría traducirse en un aumento en la frecuencia y magnitud de los fenómenos de remoción en masa y deslizamientos, asimismo, se anticipa una reducción en el periodo de retorno de eventos avenidas torrenciales, incrementando el riesgo asociado a la inestabilidad del terreno y la afectación a las infraestructuras y comunidades en la región [17].

6 Identificación de medidas de adaptación y mitigación mediante herramientas de ordenamiento Territorial

Uno de los métodos indirectos para evidenciar las condiciones de preparación de un territorio frente a los fenómenos extremos son las herramientas de ordenamiento territorial, ya que desde metodologías multidisciplinarias (geólogos, sociólogos, economistas, físicos, e ingenieros) evidencian y planifican las diversas alternativas para afrontar la complejidad de municipios, cuencas y departamentos. La resiliencia juega un papel importante ya que es una de las variables del riesgo donde la sociedad puede intervenir para disminuir la vulnerabilidad del territorio.

"La resiliencia es la capacidad de una comunidad, sociedad o sistema para resistir, absorber, adaptarse y recuperarse." [18]. La resiliencia es un indicador de que tan fácil o difícil resulta para un elemento del sistema, generalmente una comunidad, resistir y sobreponerse a un desastre. En la búsqueda de fortalezas y políticas públicas que impacten al sistema económico y social, tanto al nivel de educación, presupuesto para obras de mitigación, políticas de suelos o directamente comprensión de los programas de mitigación y prevención de desastres.

Las herramientas de ordenamiento territorial por lo tanto, se destacan por su utilidad como insumo en investigaciones orientadas a determinar los factores intervinientes en la gestión del riesgo de desastres, dado el nivel de detalle que ofrecen en sus características a nivel de unidad básica territorial (municipio), en el presente estudio, se llevó a cabo la revisión de documentos de ordenamiento territorial correspondientes a los municipios de la cuenca baja del río Suárez (50 municipios), incluyendo Planes de Ordenamiento Territorial (POT), Planes Básicos de Ordenamiento Territorial (PBOT) y Esquemas de Ordenamiento Territorial (EOT), así como sus respectivos planes de desarrollo en dos periodos de gobierno: 2016-2019 y 2020-2023

En algunos municipios, solo se encontró disponible uno de los tres documentos de ordenamiento territorial, como es el caso de Confines, Suaita, Oiba, Paramo, Puente Nacional, Galán y Guapota. Además, en los municipios de El Peñón, Guavatá y Jesús María no se obtuvo ningún resultado en la búsqueda de documentación.

El siguiente paso en el análisis consiste en asignar una calificación cualitativa a los hallazgos extraídos de los documentos revisados, esta evaluación se realizará en una

escala de 1 a 5, como se muestra en la Tabla 1, y permite valorar el nivel de detalle con el que se aborda el componente de riesgo en los diferentes instrumentos de ordenamiento territorial.

Tabla 1.

Escala de calificación cualitativa del componente de gestión del riesgo en los documentos de ordenamiento territorial.

1	INSUFICIENTE	Calificación otorgada cuando el documento no puede ser consultado o pese a ser consultado la información sobre la gestión del riesgo no es tenida en cuenta en los contenidos.
2	BÁSICO	Calificación otorgada cuando el documento contiene los parámetros básicos de la gestión del riesgo, pero no presenta detalle sobre medidas de mitigación y adaptación ante el fenómeno extremo.
3	ACEPTABLE	Calificación otorgada cuando el documento contiene los parámetros básicos de la gestión del riesgo y además presenta detalle sobre las medidas de mitigación y adaptación ante el fenómeno extremo.
4	SUFICIENTE	Calificación obtenida cuando el documento contiene parámetros de la gestión del riesgo, presenta detalle sobre las medidas de mitigación y adaptación y además contiene información de las zonas afectadas (lugares puntuales, veredas, barrios, sitios).
5	ÓPTIMO	Calificación otorgada cuando el documento contiene parámetros de la gestión del riesgo, presenta detalle sobre las medidas de mitigación y adaptación, contiene información de las zonas afectadas (lugares puntuales, veredas, barrios, sitios) y además ofrece más información (presupuesto, censos, etc)

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 2.

Matriz de distribución de municipios según calificación en herramientas de ordenamiento territorial.

Número y Porcentaje de municipios según calificación											
	Nº Municipios por calificación					Total	% de Municipios por calificación				
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
POT-PBOT-EOT	13	22	11	3	1	50	26	44	22	6	2
PND 2016-2019	25	8	11	5	1	50	50	16	22	10	2
PND 2020-2023	16	20	8	6	0	50	32	40	16	12	0

Fuente: Elaboración propia.

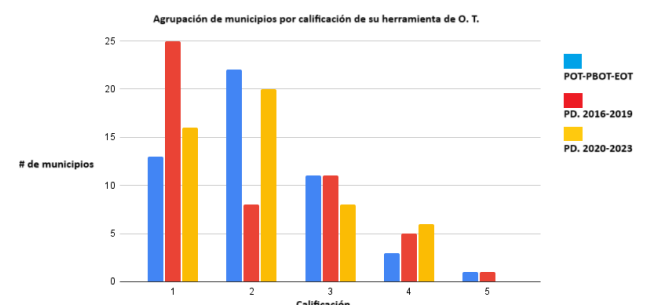


Figura 4. Gráfica de distribución de municipios según calificación en herramientas de ordenamiento territorial.

Fuente: Elaboración propia.

Después de realizar el ejercicio de valorización, se agruparon las calificaciones de los municipios según la herramienta de ordenamiento territorial y la puntuación obtenida, cuyos resultados se ilustran en las Tablas 2 y 3, este análisis pone en evidencia las deficiencias presentes en la cuenca baja del río Suarez en cuanto a estrategias de mitigación y adaptación frente a los fenómenos de remoción en masa, no obstante, es importante resaltar que algunos municipios han demostrado una gestión destacada,

alcanzando valoraciones suficientes u óptimas, al menos en términos de normatividad.

De manera ilustrativa, este documento presenta algunos ejemplos obtenidos durante el proceso de revisión documental, los cuales evidencian el estado de diversos municipios de la cuenca baja de río Suarez en relación con las medidas de mitigación y adaptación ante el fenómeno de remoción en masa. (Fig. 4)

Tabla 3.

Matriz de evaluación para las medidas de mitigación y adaptación ante el fenómeno extremo de remoción en masa

Municipio	Herramienta o.t.	Medidas de adaptación	Calificación	Comentarios
Aguada		Artículo 14 EOT 2001.		
	POT-PBOT-EOT	- Construcción de obras civiles para estabilización de taludes. - Implementación de estudios geotécnicos en vías secundarias y terciarias.	3	Las medidas a tomar no se encuentran descritas de forma detallada, lo cual dificulta el análisis de estas y deja dudas amplias acerca de la especificidad de las medidas de adaptación; hace falta el contenido del plan de desarrollo de 2016-2019 y las acciones mencionadas en el plan 2020-2023 no permiten saber en detalle qué se busca con la implementación del SIGAM.
		- Implementación de prácticas de reforestación, recuperación y protección de áreas susceptibles.		
		- Desarrollo de campañas de educación ambiental para prevenir la pérdida de cobertura vegetal. Artículo 22 EOT.		
	Plan de desarrollo 2016-2019	- Caracterización de zonas con susceptibilidad media y alta.	1	
		- No se encuentra disponible		
	Plan de desarrollo 2020-2023	Artículo 14 - Desarrollo del sistema de gestión ambiental municipal SIGAM	2	
Albania	POT-PBOT-EOT	Artículo 14 EOT 2002.	5	Las medidas de adaptación conservan un nivel de detalle adecuado, indicando zonas puntuales en las que se van a enfocar las acciones, esto permite tener una idea acerca de los análisis de riesgo y el conocimiento que se tiene del municipio al respecto. De igual forma, ambos planes de desarrollo describen las acciones que se quieren implementar para atender las situaciones de gestión de riesgo.
		- Desarrollo de campañas de educación ambiental para sensibilizar a la población civil urbana y rural del papel que desempeñan en la prevención de un desastre y su influencia en los problemas a través del uso racional de los recursos naturales, sin causar un impacto al medio ambiente.		
		- Implementar en el corto plazo un programa de adecuación de suelos:		
		restauración morfodinámica, revegetalización, control de erosión, corrección torrencial y fluvial.		
		- Mitigación de riesgos por remoción en masa y deslizamientos especialmente en la red carretable a través de la construcción de obras civiles, estabilización de taludes, manejo y control de escorrentía superficial, obras de arte, terracedo, algunos disipadores de energía en fuentes hídricas, gaviones para proteger la erosión lateral.		
		- Implementar estudios geotécnicos en las vías secundarias, así como en las		
		terciarias, que sirvan de base para los proyectos de mejoramiento, ampliación, prolongación de la vías y construcción de obras civiles.		
		- Realización un estudio geotécnico detallado de la Microcuenca de la quebrada Toroba, su afluente la Salud y el área del casco urbano que permita recomendar el manejo y las obras civiles que permitan controlar el avance del fenómeno de remoción en masa e infiltración de agua.		
		- Seguimiento en edificaciones urbanas en el sector occidental con agrietamientos, hundimientos y deslizamientos con el fin de evaluar el grado de avance de los fenómenos y dirección preferencial de sus movimientos o por lo contrario determinar que no han continuado.		
		- Implementar todas las prácticas de recuperación, reforestación y protección		
		de áreas susceptibles que mitiguen el avance de los procesos de erosión laminar, terracetos y movimientos de remoción en masa.		
		- Disminuir los procesos de inestabilidad de los terrenos originados principalmente por la pérdida de cobertura vegetal por el uso inadecuado del suelo.		
		- Generar acciones de control y protección para mitigar riesgos por torrencialidad, represamiento e inundación especialmente en		

	el área de influencia de las quebradas Fray Diego, Curitos, Río Negro.		
	Línea estratégica 3.		
Plan de desarrollo 2016-2019	<ul style="list-style-type: none"> - Realizar el estudio para mitigación del riesgo en el municipio de Albania. - Crear el fondo de gestión del riesgo para la atención y prevención de desastres. - Realizar tres (3) obras para atención y/o mitigación en zonas de riesgo en el municipio durante el cuatrienio. - Realizar el apoyo y/o convenios con entidades que apoyan la prevención y/o atención de riesgos en el municipio. 	4	
Plan de desarrollo 2020-2023	<ul style="list-style-type: none"> - Elaborar estudios que permitan identificar las zonas de alto riesgo para así evitar la edificación de construcciones. - Gestionar apoyo y/o convenios con entidades que promuevan la prevención y/o atención de riesgos en el municipio. - Capacitación para prevención de riesgos para toda la población madres cabeza de familia, campesinos, víctimas del conflicto armado, estudiantes, etc - Fortalecer el cuerpo de bomberos voluntarios del municipio. - Gestionar la realización de convenios con un cuerpo especializado de bomberos para atender situaciones de gestión del riesgo. 	4	
	EOT 2000-2009.		
POT-PBOT-EOT	- Caracterización y zonificación de la amenaza en el municipio, área afectada equivalente a 47, 52 ha.	2	La descripción de medidas adaptativas ante el fenómeno es muy limitada; el EOT pese a que menciona las áreas susceptibles al fenómeno, no plantea la forma de mitigar los impactos de este, lo cual sí está plasmado en el documento del plan de desarrollo 2016-2019.
Plan de desarrollo 2016-2019	<ul style="list-style-type: none"> - Caracterización de la ocurrencia del fenómeno correspondiente al 9% de emergencias atendidas en el lapso 2010-2017. - Presupuesto de 211.115.000 para obras de mitigación y diseño del plan municipal de gestión de riesgo de desastres. 	2	
Plan de desarrollo 2020-2023		1	
	POT-PBOT-EOT		
Plan de desarrollo 2016-2019	No acceso.	1	Poca información sobre las medidas de mitigación y adaptación. La información encontrada en el documento del plan de desarrollo 2020-2023 no ofrece mayores detalles.
Puente Nacional	Fortalecimiento institucional. Realización de censo de población en riesgo. Realización de simulacros. Jornadas de capacitación en torno al riesgo. Atención de la población afectada.	2	

Fuente: Elaboración propia

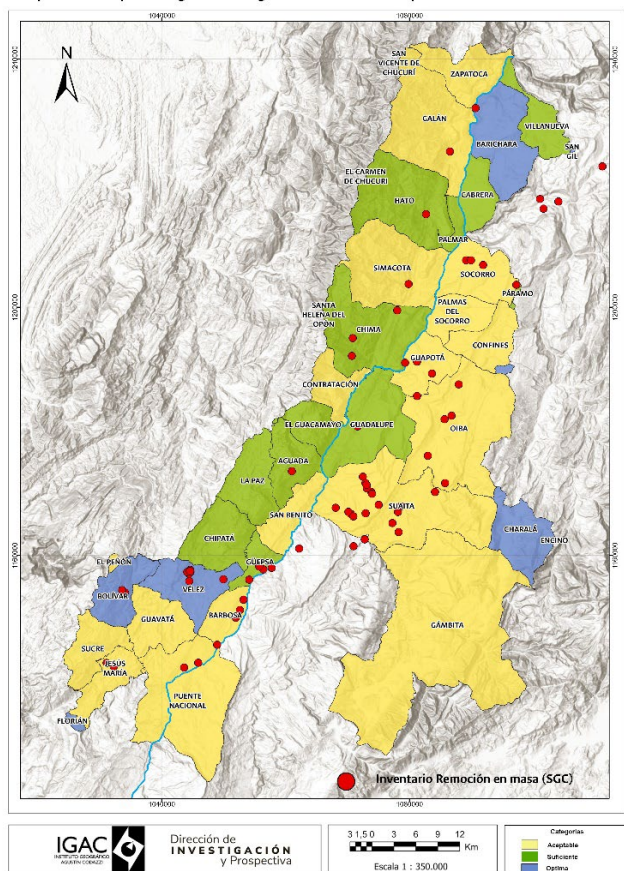
En este ejemplo se presentan las particularidades de cuatro municipios con valoraciones distintas en cada segmento evaluado, en los casos de Aguada, Barbosa y Puente Nacional el nivel de detalle sobre las medidas de mitigación y adaptación es limitado, lo que dificulta la caracterización espacial del fenómeno en cada una de estas entidades territoriales e impide identificar con precisión los sectores sociales y económicos involucrados. No obstante, estos municipios presentan diferencias en la disponibilidad de información, lo que se refleja en sus calificaciones diferenciadas. Adicionalmente, el Mapa 5 muestra la categorización de los municipios del área de estudio según sus medidas de adaptación contempladas en las herramientas de O.T. y permite ver que aquellos municipios de menor adaptación (amarillo) son los que revisten mayor ocurrencia del fenómeno extremo; especialmente aquellos que se encuentran al sur y oriente de la cuenca, distinto a aquellos mejor adaptados (azul y verde) en los que el fenómeno se presenta un número menor de veces.

En contraste, la revisión documental del municipio de Albania evidencia una situación distinta, ya que cuenta con un nivel de detalle suficiente en sus tres documentos de ordenamiento territorial y planificación, estos permiten identificar y caracterizar espacialmente el fenómeno, describir las

medidas implementadas y por implementar, y señalar los sectores económicos y sociales involucrados. Además, ofrecen una visión más integradora que considera la interacción del fenómeno con distintos actores, tanto su esquema de ordenamiento como sus planes de desarrollo mantienen coherencia en sus estrategias, lo que indica una mayor preparación para enfrentar los impactos de la remoción en masa.

La capacidad diferenciada de los municipios para integrar el riesgo en sus procesos de planificación y para implementar estrategias concretas de adaptación se relaciona directamente con los principios establecidos en el Artículo 7 del Acuerdo de París, el cual promueve la formulación o mejora de planes y políticas de adaptación al cambio climático, así como la evaluación de sus efectos y vulnerabilidades; la falta de medidas claras en municipios como Aguada, Barbosa y Puente Nacional refleja los desafíos persistentes en la implementación de estas directrices globales a escala subnacional, afectando la efectividad de la acción climática territorial.

Mapa de Municipios categorizados según sus medidas de adaptación OT



Mapa 5. Mapa municipal de categorías según sus medidas de adaptación por ordenamiento territorial de la cuenca baja del río Suárez. Con el Inventario de remoción en masa del SGC.

Fuente: Elaboración propia a partir de datos del servicio geológico colombiano e información OT.

Si bien la matriz de valoración esta discriminada por unidad territorial, es fundamental comprender que la cuenca baja del río Suárez funciona como una unidad integrada, donde los municipios son interdependientes y establecen relaciones espaciales, en este contexto los aciertos y desaciertos en la gestión territorial de un municipio pueden generar impactos en toda la cuenca, por lo tanto, aunque un municipio obtenga una valoración favorable de manera individual, esto no lo exime de las afectaciones derivadas de la deficiente formulación y aplicación de medidas de mitigación y adaptación en otros municipios de la cuenca.

Esta realidad refuerza la necesidad de fomentar la cooperación intermunicipal y de fortalecer las capacidades técnicas y administrativas de aquellos municipios con desempeños insuficientes, tal como lo establece el Artículo 11 del Acuerdo de París, que enfatiza la importancia de mejorar las capacidades institucionales de los países en desarrollo para implementar medidas de adaptación y mitigación, mediante cooperación, apoyo financiero y transferencia tecnológica; la articulación regional en torno a la gestión del riesgo no solo responde a una lógica funcional del territorio, sino que también permite avanzar en el cumplimiento de compromisos globales, alineando la

planificación local con los objetivos internacionales de resiliencia frente al cambio climático.

7 Conclusiones y recomendaciones

El análisis de las herramientas de ordenamiento territorial en la cuenca baja del río Suárez evidencia una marcada heterogeneidad en la gestión del riesgo por remociones en masa, mientras algunos municipios han incorporado parámetros adecuados de gestión del riesgo, identificando zonas afectadas u actores involucrados, una proporción significativa aun presenta deficiencias en la planificación y en la formulación de acciones concretas para mitigar y adaptarse a este fenómeno, esta situación es preocupante dado el alto grado de vulnerabilidad de la región, condicionado por los factores geológicos, topográficos y climáticos, los cuales pueden verse intensificados por el cambio climático; la interdependencia entre los municipios dentro de la cuenca refuerza la necesidad de una gestión territorial coordinada, pues las deficiencias en un municipio pueden generar impactos en toda la región.

En este sentido, es fundamental fortalecer las capacidades técnicas y administrativas de los municipios con clasificaciones bajas o insuficientes en sus instrumentos de ordenamiento territorial, facilitando la asistencia técnica y financiera para la actualización y formulación de planes de gestión del riesgo, estos planes deben incluir medidas detalladas de mitigación y adaptación, sustentadas en estudios técnicos rigurosos y en el conocimiento específico de las zonas vulnerables, asimismo es crucial que dichos planes vayan más allá de la identificación de amenazadas y vulnerabilidades, estableciendo acciones concretas con presupuestos asignados y responsables claramente definidos para garantizar su implementación efectiva.

Además, se recomienda fomentar la articulación y cooperación intermunicipal en la gestión del riesgo, entendiendo la cuenca baja del río Suárez como una unidad territorial funcional donde las estrategias implementadas en un municipio pueden afectar a los demás; finalmente, considerando las proyecciones de aumento en la intensidad de las precipitaciones y temperaturas debido al cambio climático, resulta imperativo integrar criterios de adaptación climática en todos los instrumentos de planificación territorial; enfoque que no solo responde a las dinámicas locales, sino también a compromisos internacionales como los establecidos en los Acuerdos de París, los cuales reconocen la urgencia de fortalecer la resiliencia y la capacidad adaptativa de las comunidades frente a los efectos adversos del cambio climático, incorporar estos lineamientos en los planes de gestión del riesgo permite alinear las políticas locales con los objetivos globales de sostenibilidad y reducción de riesgos, asegurando así una respuesta integral frente a impactos climáticos tanto presentes como futuros.

Bibliografía

- [1] IDEAM. Atlas climatológico de Colombia, Instituto de Hidrología, Meteorología y Estudios Ambientales, 2019.
- [2] Carvajal, Y., Ramírez, J., y Gómez, P., Evaluación de riesgos geológicos en la cuenca del río Suárez, Universidad Nacional de Colombia, 2020.

- [3] IPCC. Climate Change 1992: the supplementary report to the IPCC scientific assessment, Cambridge University Press, 1992.
 - [4] Restrepo, J.D. Y Vargas, C.A., Erosión y deslizamientos en Colombia: factores y tendencias, *Revista de Geociencias Aplicadas*, 25(3), pp. 45-63, 2018.
 - [5] Servicio Geológico Colombiano (SGC). Zonificación de amenazas por movimientos en masa en Colombia, SGC, 2020.
 - [6] INGEOMINAS. Mapa Geológico de Colombia: estructuras y fallas geológicas, Instituto Colombiano de Geología y Minería, 2007.
 - [7] Cardona, O.D., La necesidad de repensar de manera holística los conceptos de vulnerabilidad y riesgo: una crítica y una revisión necesaria para la gestión, Universidad Nacional de Colombia, 2001.
 - [8] Pabón, J.D., Cambio climático y gestión del riesgo en Colombia, Universidad de los Andes, Colombia, 2018.
 - [9] Modesto, L., Deslizamientos de tierra y vulnerabilidad en comunidades rurales: evaluación y estrategias de mitigación, Editorial Académica Española, 2017.
 - [10] Aguirre, J. y Hoyos, N., Factores desencadenantes de movimientos en masa en zonas tropicales: una aproximación geoespacial, Universidad Nacional de Colombia, 2015.
 - [11] IDEAM. Atlas de procesos morfodinámicos de Colombia: movimientos en masa y erosión, Instituto de Hidrología, Meteorología y Estudios Ambientales, 2014.
 - [12] Etayo, S., Geología de las formaciones Cumbre, Rosablanca, Ritoque y Paja en Colombia, Universidad Nacional de Colombia, 2022.
 - [13] Medina, J., Análisis geomorfológico y su relación con la susceptibilidad a deslizamientos en Colombia, Pontificia Universidad Javeriana, 2017.
 - [14] Poveda, G. y Álvarez, D.M., Variabilidad climática y sus efectos en la hidrología colombiana, *Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales*, 36(139), pp. 13-29, 2012.
 - [15] Cárdenas, C. y Pinilla, G., Impacto del cambio de cobertura vegetal en la cuenca del río Suárez, Santander, Colombia, *Revista Geográfica Colombiana*, 22(1), pp. 45-60, 2017.
 - [16] Poveda, G., Mesa, O.J., and Hoyos, C.D., Hydro-climatic variability over the Andes of Colombia associated with ENSO: a review of climatic processes and their impact on ecosystems, *Advances in Geosciences*, 28, pp. 3-9, 2011.
 - [17] IDEAM. Escenarios de Cambio Climático para Colombia 2011-2100, Instituto de Hidrología, Meteorología y Estudios Ambientales, 2015.
 - [18] UNGRD, Ley N° 1523, Por el cual se adopta la política Nacional de gestión del riesgo de desastres y establece el Sistema nacional de gestión de gestión del riesgo de desastres y se dictan otras disposiciones, 2012
 - [19] Clavijo, J. y Royero, J., Mapa geológico generalizado del Departamento de Santander – Memoria explicativa, Instituto de investigación e información geo científica, minero-ambiental y nuclear, 2001.
 - [20] Blaikie, P., Cannon, T., Davis, I., and Wisner, B., At risk: natural hazards, people's vulnerability and disasters, Routledge, 1994.
 - [21] Hoyos, C.D., Mesa, O.J. y Poveda, G., Interacciones entre el ENSO y la precipitación en Colombia: un análisis multiescala, *Revista de Climatología*, 13(2), pp. 123-145, 2013.
 - [22] Sistema de Inventario de Efectos de Desastres (DESINVENTAR). [en línea]. [Consulta: 30/08/2018]. Disponible en: https://online.desinventar.org/desinventar/#COL-1250694506-colombia_inventario_historico_de_desastres
 - [23] Paris, G., Taboada, A. y Villegas, L., Geodinámica y fallamiento activo en la región Andina colombiana, *Geofísica Internacional*, 39(2), pp. 125-139, 2000.
 - [24] Brideau, M.A., Yan, M., and Stead, D., The role of tectonic damage and brittle rock fracture in the development of large rock slope failures, Simon Fraser University, Burnaby, BC, Canada, 2009.
- I.D. Camacho-Puerto**, recibió su título en Geografía en el año 2021, actualmente cursa la maestría en geología de la Universidad Nacional de Colombia; dentro de su trayectoria profesional se encuentra experiencia en la oficina de gestión ambiental de la Universidad Nacional de Colombia. OGA, el IDEAM y la Dirección de Investigación y Prospectiva del IGAC. ORCID: 0009-0008-1486-2716
- J.E. Craig-Santos**, recibió su título en Geografía en el año 2023, actualmente desde su grado ejerce como investigador en el IGAC. ORCID: 0009-0004-7211-4274
- J.D. León-Ruiz**, recibió su título en Ingeniería Catastral y Geodesia en el año 2025, previamente tomo diplomados en levantamientos agrologicos del suelo y teledetección, ejerce en la Dirección de Investigación y Prospectiva del IGAC desde el año 2023. ORCID: 0009-0008-4372-1955



Desafíos de la industria extractiva del cobre en Chile

Orlando Gahona-Flores

Escuela de Ingeniería Comercial, Facultad de Economía y Negocios, Universidad Santo Tomás, Chile. orlandogahona@santotomas.cl

Recibido: 13 mayo 2025. Recibido en formato revisado: 2 julio 2025. Aceptado: 3 julio 2025.

Resumen

El propósito de esta investigación es identificar los desafíos de la industria extractiva del cobre en Chile, a través de la información obtenida en la aplicación de una encuesta a directivos de las compañías mineras en el año 2024. El primer hallazgo identifica que los desafíos se agrupan en los criterios organizacionales, laborales, desarrollo minero, sostenibilidad, operacionales y capital humano. El segundo hallazgo de la investigación es la valoración cualitativa y cuantitativa que hacen los directivos de las empresas mineras consultadas, quienes valoran en primer lugar los criterios de desafíos organizacional y sostenibilidad; en segundo lugar, los criterios operacionales y desarrollo minero; y en tercer lugar, los criterios laboral y capital humano. El tercer hallazgo, lo constituye el hecho que los criterios laboral y capital humano ocupan las posiciones inferiores de menor importancia en el ranking de jerarquización de los desafíos. Este hallazgo genera una discusión sobre la importancia del capital humano en la industria extractiva del cobre en Chile.

Palabras clave: industria extractiva; desarrollo económico; minería; cobre; Chile.

Challenges of the copper extractive industry in Chile

Abstract

The purpose of this research is to identify the challenges of the copper extractive industry in Chile, through the information obtained in the application of a survey of executives of mining companies in 2024. The first finding identifies that the challenges are grouped in organizational, labor, mining development, sustainability, operational and human capital criteria. The second finding of the research is the qualitative and quantitative assessment made by the managers of the mining companies consulted, who first value the criteria of organizational challenges and sustainability; second, the operational criteria and mining development; and thirdly, the labor and human capital criteria. The third finding is made up of the fact that the labor and human capital criteria occupy the lowest positions of less importance in the ranking of the hierarchy of challenges. This finding generates a discussion about the importance of human capital in the extractive industry of copper in Chile.

Keywords: extractive industry; economic development; mining; copper; Chile.

1 Introducción

La industria extractiva del cobre es uno de los pilares de la economía chilena. Desde 2000 a 2024 ha contribuido un 14% de los ingresos fiscales totales. De igual forma, ha representado durante el periodo de forma directa el 10% del PIB y el 50% de las exportaciones nacionales, incluyendo años de precios altos como 2006 y 2007 donde llegó a aportar el 20% del PIB y el 57% de las exportaciones. Más aún, entre 2008 y 2024 se estima que el efecto anual inducido considerando compras intermedias e inversión en capital alcanzó entre 0,28 y 0,62 pesos adicionales por cada peso de PIB directo generado por el sector [23]. Chile es un país minero por excelencia, con una industria que aporta significativamente al Producto Interno Bruto (PIB) nacional

y regional, especialmente en Antofagasta y Atacama, donde representa el 69% y 41%, respectivamente. Además, este sector no sólo aporta a la economía por su producción, si no que también impulsa el empleo, el desarrollo de servicios y de infraestructura, generando un ecosistema económico vital [23].

El propósito de esta investigación es identificar los desafíos de la industria extractiva del cobre en Chile, a través de la información obtenida en la aplicación de una encuesta a directivos de las compañías mineras en el año 2024. Actualmente, de acuerdo a la revisión del estado del arte, no existen investigaciones sobre los desafíos de la industria extractiva del cobre, y especialmente en la industria minera del cobre en Chile. El estudio se divide en cuatro partes: en la primera se presenta la importancia de esta investigación en

el contexto de la literatura existente; en segundo lugar, se presenta la metodología que se sustenta como un estudio de caso; en el tercer apartado se muestran los resultados obtenidos y su discusión; y finalmente se presentan las conclusiones que incluyen las limitaciones del estudio.

2 Revisión de la literatura

Chile mantiene un gran atractivo para realizar proyectos mineros, ubicándose dentro de los 10 países que concentran las mayores inversiones en exploración. Sin embargo, enfrenta importantes desafíos en cuanto a reducción de costos, acceso a los recursos hídricos y energéticos, crecientes regulaciones ambientales y escasez de recurso humano capacitado, lo que es especialmente significativo en un escenario caracterizado por una fuerte demanda debido a la transición a las energías renovables, el auge de los vehículos eléctricos y el desarrollo de la inteligencia artificial [15]. Para alcanzar el verdadero y tan anhelado estatus de país desarrollado, Chile debe diversificar su matriz productiva generando una economía menos concentrada y menos propensa a la volatilidad de los mercados internacionales. Sin lugar a dudas, la minería es una industria tractora que atrae importantes volúmenes de inversión extranjera, y permite apalancar el desarrollo de otras industrias, tales como; construcción, tecnologías, puertos y logística. Por lo tanto, el desafío central es mejorar los niveles de productividad para ser cada vez más competitivos en los exigentes mercados mundiales de los metales base. El modelo de negocios de la actividad minera está centrado en gestionar eficientemente los procesos productivos y los costos operacionales, y de esa forma lograr una alta productividad en los factores totales de producción [23]. La minería del cobre ha cambiado su escala en las últimas seis décadas (Fig. 1) y la producción de cobre en el año 2024 fue de 5.505,9 toneladas métricas de cobre fino [4]. En 2023 la exportación de cobre alcanzó los US\$ FOB de cada año 42.984,5 millones, representando un 45,3% del valor exportado y un 12,4% del PIB. La producción de cobre se distribuye entre cátodos y concentrados, y en los últimos años los concentrados han aumentado su volumen en las exportaciones, especialmente a fundiciones y refinería por su alto contenido de otros minerales [4]. En 2024 China concentró el 42,4% de las exportaciones de cobre chileno. Siguen Estados Unidos (14,5%), Corea del Sur (6,4%) e India (1,4%) [4].



Figura 1. Producción de cobre mina Chile período 1960 a 2024

Fuente: COCHILCO, 2024.

El cobre se utiliza para fabricar de todo; desde tubos y cables hasta monedas y baterías de automóviles, además de su creciente empleo en la producción de energía verde. Por tal motivo los organismos internacionales, como el Consejo Internacional de la Minería y los Metales (ICMM) y el Fraser Institute [12], han manifestado su profundo sentido de urgencia de enfrentar los desafíos de la minería extractiva del cobre. Desde 2012 las condiciones para el desarrollo de proyectos de producción minera de cobre estuvieron lejos de ser óptimas en Chile y se estima altamente improbable que esta situación se revierta en los próximos años. La potencialidad de la minería chilena del cobre en el largo plazo sigue intacta, sin embargo, y es por ello que es relevante analizarla identificando los desafíos que esta tendría si pudiese desarrollarse en su totalidad [15]. En los últimos años los países productores de metales base – especialmente el cobre, han experimentado una progresiva disminución de su eficiencia productiva y operacional, provocando un impacto negativo en el Producto Interno Bruto (PIB) y niveles de ingreso, consumo e inversión en sus respectivas economías. [8]. Por supuesto Chile, no ha sido la excepción a esta tendencia mundial y también ha registrado una importante disminución de la productividad total de factores, especialmente la productividad del factor trabajo. El análisis y diagnóstico que ha realizado la industria minera, plantea varias razones. No obstante, la explicación más consensuada es la reacción de las compañías mineras durante el súper ciclo de los precios globales del cobre. El aumento extraordinario de la demanda por cobre y por consiguiente, el aumento de la libra de cobre durante este súper ciclo, priorizó las metas de producción por sobre otras metas, tales como: eficiencia operacional y contención de costos. Además de lo anterior, hizo rentable operar yacimientos con baja ley, contratar capital humano menos calificado y acelerar fases de expansión para beneficiarse de los extraordinarios niveles de precio. Debido a lo anterior, el súper ciclo aumentó la rentabilidad en el corto plazo, pero disminuyó drásticamente la productividad en el largo plazo deteriorando el negocio minero [5]. En términos organizacionales, al comparar la industria extractiva del cobre en Chile con otras faenas mineras a lo largo del mundo se identifican importantes diferencias, tales como; mayores niveles jerárquicos, baja movilidad entre los niveles organizacionales y compensaciones económicas basadas en el cumplimiento de metas de producción y no en eficiencia y productividad. Por supuesto que estas condiciones de administración organizacional, difieren claramente de las mejores prácticas internacionales [19]. Chile ya no es el destino preferido para las inversiones mineras, tal como lo fue en años anteriores. Debido principalmente a la escasa y rudimentaria información pública geológica y la baja disponibilidad de predios para explorar [12]. La participación de la industria minera chilena ha ido disminuyendo sistemáticamente en el tiempo, hasta alcanzar un 18% en el caso del cobre, lo cual es muy inferior con respecto a su participación en la producción y reservas mundiales que alcanza un 30%. La competitividad de la industria minera chilena, sin lugar a dudas se basa en su potencial de reservas mineras de buena ley y procesos productivos de alta eficiencia. Por lo tanto, el potencial para generar riqueza en el largo plazo para el país, dependerá del esfuerzo que se hagan para descubrir y desarrollar nuevos yacimientos [23]. Otro desafío importante en esta misma línea, es modernizar el actual sistema de concesiones mineras tomando como ejemplo las mejores

prácticas internacionales. Hoy día, las concesiones mineras se utilizan para fines especulativos más que para desarrollar la minería nacional. A mayor escala, se detecta que no existen espacios disponibles para explorar en las principales franjas metalogénicas del país, lo que constituye una importante barrera de entrada para el descubrimiento de nuevos yacimientos [15]. Esto se agrava por el bajo costo de la obligación de amparo del sistema chileno, consistente en una patente de baja cuantía que no requiere ni incentiva la ejecución de labores de exploración o explotación. En países referentes se impone el amparo mixto, incluyendo una patente y la realización efectiva de trabajos mineros [21]. Sin lugar a dudas, la competitividad y sostenibilidad de la industria minera chilena, depende del desarrollo de las inversiones mineras que permitirán desarrollar proyectos de expansión de operaciones ya existentes o de nuevos proyectos. No obstante lo anterior, estos proyectos mineros deben desarrollarse en un marco institucional, con altos estándares medioambientales, sociales, económicos, reglas claras y certeza jurídica. [15]. Ello requiere de mayor eficiencia en la gestión pública de varias agencias del Estado, y de mayor coordinación público-privada, para ganar eficiencia y disminuir los tiempos de aprobación o rechazo de los nuevos proyectos. El repertorio de permisos y obligaciones normativas para un proyecto minero lista unos 2.067 artículos normativos de aplicación sobre proyectos mineros, los que a su vez dan origen a 220 permisos sectoriales necesarios para un proyecto minero [17]. Desde hace algunos años atrás, la industria minera implementó la modalidad de externalización de servicios en su cadena de valor. Esta definición estratégica en su modelo de negocios, le permitió generar mayor eficiencia en sus procesos productivos y organizacionales, concentrando sus esfuerzos en el núcleo del negocio, es decir; la propiedad, operación y gestión de los yacimientos [11]. Korinek [14] conceptualiza la oportunidad como “el efecto multiplicador de la minería”. Un caso que ilustra la idea es el desarrollo de proveedores de la minería en Australia, considerado un ejemplo para el caso chileno [16]. En los factores críticos de éxito para el desarrollo de la industria minera nacional, sin duda está el relacionamiento con las comunidades y grupos de interés en los diferentes territorios. La nueva visión estratégica que se ha instalado en las empresas mineras globales, es la sostenibilidad del negocio en el largo plazo. Esta visión supone diseñar una estrategia basada en tres dimensiones; una dimensión económica – que ha sido la más tradicional; una dimensión medioambiental y por último, una dimensión social. Gracias a la instalación de esta nueva visión estratégica, las compañías mineras globales han logrado disminuir los niveles de tensión y conflictividad en los territorios donde operan, generando mayores niveles de confianza y compromiso para construir una alianza estratégica de largo plazo, traducida en una licencia social robusta [7]. Según la Superintendencia de Seguridad Social [26] la industria extractiva del cobre registra un importante mejoramiento en el desempeño de sus indicadores de seguridad y salud ocupacional, no obstante, los índices de accidentabilidad, fatalidad y enfermedades profesionales muestran tendencias negativas. Esto señala que en los últimos años, la minería chilena ha realizado importantes avances en la dimensión social de su visión estratégica. Por supuesto, aún queda mucho por mejorar, especialmente en la salud mental de los trabajadores mineros debido a la permanente exposición de exigentes turnos laborales.

De acuerdo a la Dirección del Trabajo de Chile [9], más del 80% de los trabajadores mineros, tiene jornadas extraordinarias de 12 horas por día. Las actividades mineras exponen a los trabajadores a diversas condiciones de trabajo y turnos de rotación lo cual tiene un impacto negativo para la salud de los mineros. [22] analizaron los efectos de la exposición al turno de trabajo rotacional sola o en combinación con hipoxia hiperbárica intermitente crónica relacionada con la altitud sobre marcadores cardio metabólicos, relacionados con la actividad física y la calidad del sueño en mineros de cobre de la mina Los Pelambres en Chile. La exposición a la altitud exacerbó los efectos perjudiciales del turno de trabajo rotacional, reducción de la actividad física en el trabajo y empeoramiento de la calidad del sueño. Existe amplio consenso en la idea de que la educación, entendida como proceso continuo de adquirir habilidades y/o capacidades, determina la productividad de los trabajadores, sus niveles de ingreso y, en definitiva, el bienestar de la sociedad. Una población mejor formada potencia la capacidad innovadora de una economía y favorece la adopción de nuevas tecnologías y productos. De este modo, el desarrollo del capital humano estimula el crecimiento económico y beneficia al país como un todo [6]. La estructura educacional en Chile, tiene un fuerte sesgo hacia la educación universitaria en desmedro de la educación técnico profesional. Los liceos técnicos no ofrecen una oferta instruccional actualizada y pertinente a las necesidades de la industria minera. Esta característica en el sistema educacional, provoca que las mineras deban asumir mayores costos en los procesos de reclutamiento, selección y capacitación, los cuales suben aún más en periodos de expansión de la producción. Debido a esto, las compañías mineras globales han generado estrategias de formación de capital humano que incluyen el desarrollo e implementación de sus propios centros de entrenamiento con la finalidad de desarrollar las habilidades, competencias técnicas y de empleabilidad, para asegurar el capital humano en cantidad y calidad para sus operaciones y futuros proyectos de expansión [11].

3 Materiales y métodos

La investigación se desarrolló en la región de Antofagasta en Chile, donde se localizan los principales distritos mineros. El enfoque se sustenta como un estudio de caso, con el propósito de identificar los desafíos de la industria extractiva del cobre en Chile. Para tal efecto se elaboró una encuesta que fue aplicada en el año 2024 a 41 directivos de las empresas mineras productoras de cobre de la región de Antofagasta, según la base de datos suministrada por Corporación Chilena del Cobre (COCHILCO). Se elaboró un cuestionario con preguntas estructuradas en el cual los desafíos determinados en base a la revisión de la literatura, se agruparon en desafíos: organizacionales, laborales, desarrollo minero, sustentabilidad, operacionales y capital humano. El cuestionario está dividido en cuatro secciones: la primera sección es sobre la caracterización de las compañías mineras y el objetivo es conocer su distribución espacial en la región de Antofagasta; La segunda sección es sobre la caracterización de los directivos que respondieron la encuesta con el objetivo de conocer a que área organizacional pertenecen, antigüedad en la empresa y en el cargo. La tercera

Tabla 1.

Caracterización de las compañías mineras

Comuna	Concentración
Antofagasta	24%
Mejillones	6%
Sierra Gorda	24%
Taltal	6%
Calama	34%
Tocopilla	6%

Fuente: El Autor

sección se aplican preguntas de escala Likert y tiene el objetivo de conocer la valoración cualitativa que hacen los directivos mineros acerca de los desafíos planteados en la encuesta. La cuarta y última sección, se realiza una jerarquización de los desafíos asignando el numeral 1 al más importante y así sucesivamente hasta el final y tiene por objetivo conocer la valoración cuantitativa que hacen los directivos mineros de los desafíos planteados en la encuesta.

4 Resultados y discusión

4.1 Caracterización de las compañías mineras

Las compañías mineras de la región de Antofagasta, se encuentran ubicadas mayoritariamente en la comuna de Calama con un 34%, seguido por las comunas de Antofagasta y Sierra Gorda con un 24% y por último, por las comunas de Mejillones, Taltal y Tocopilla con un 6% respectivamente. Esto se debe a que en esos territorios se concentran los mayores yacimientos de mineral de cobre, y esas comunas son conocidas como distritos mineros (Tabla 1).

La presencia de nuevos capitales foráneos ha impulsado fuertemente el desarrollo de la industria minera, transformando a la región de Antofagasta en la capital mundial de la minería del Cobre. Por ello, no es de extrañar la incidencia que esta actividad tiene en todo el quehacer de esta zona. Según [4] la región de Antofagasta aportó 3,1 millones de toneladas de cobre a la producción nacional, es decir el 56% (Fig. 2).

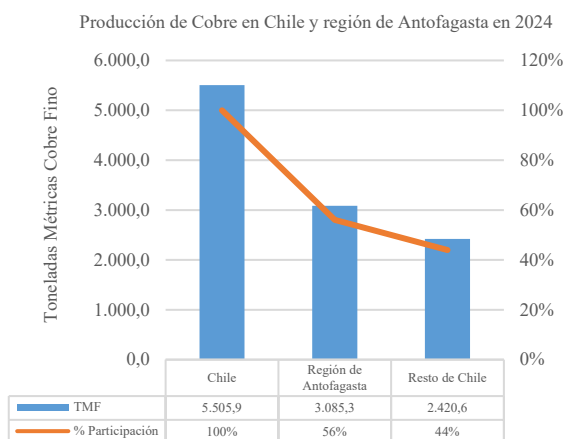


Figura 2. Producción de cobre en Chile y región de Antofagasta

Fuente: El Autor

Tabla 2.

Caracterización de los directivos de las empresas mineras

¿Cuánto tiempo trabaja en la compañía?			
1 - 3 años	4 - 5 años	6 - 10 años	Sobre 10 años
7%	27%	27%	39%
¿Cuál es el área organizacional de su cargo?			
Abastecimiento y Contratos	Recursos Humanos	Seguridad y Medioambiente	Operaciones y Mantenimiento
51%	3%	7%	39%
¿Cuál es su cargo?			
Superintendente	Jefe de Departamento	Ingeniero y Analista	Otro
46%	27%	27%	0%
¿Cuánto tiempo está en ese cargo?			
1 - 3 años	4 - 5 años	6 - 10 años	Sobre 10 años
19%	54%	27%	0%

Fuente: El Autor

4.2 Caracterización de los directivos de las empresas mineras que respondieron la encuesta

Esta información fue muy relevante, ya que permitió concluir qué quienes respondieron la encuesta conocen bien la industria extractiva del cobre y cómo funciona la organización interna de la compañía minera, poseen los conocimientos necesarios y tienen la experiencia suficiente tanto en la empresa como en el cargo, para ser considerados como informantes válidos en calidad, pertinencia y relevancia (Tabla 2).

La minería del cobre en Chile se considera una industria estable, conservadora, madura y un empleador preferido donde desarrollar una carrera profesional debido a los altos ingresos que perciben. Por lo tanto, es común que las personas que trabajan en minería tengan en promedio sobre 6 años de antigüedad en la empresa y al menos 4 años de permanencia en un cargo. Los directivos que contestaron la encuesta provienen de las áreas de abastecimiento, contratos, recursos humanos, seguridad y medioambiente, operaciones y mantenimiento que son altamente representativas en la industria extractiva del cobre.

4.3 Evaluación cualitativa de los desafíos de la industria minera del cobre

En base a la revisión de la literatura, se evaluaron cualitativamente los siguientes sub criterios de desafíos para la industria extractiva del cobre, los cuales están agrupados en los criterios organizacionales, laborales, desarrollo minero, sustentabilidad, operacionales y capital humano (Tabla 3).

4.3.1 Desafíos organizacionales

En general los directivos de las compañías mineras declaran una alta valoración por los desafíos organizacionales, tal como se aprecia en la Tabla 3. La industria extractiva del cobre en Chile es altamente conservadora, tradicional y desconfiada, con una cultura organizacional de “enclave minero” muy arraigada por más de 100 años de historia. Esto ha generado una subcultura

Tabla 3.
Evaluación cualitativa de los desafíos

Sub-criterio	Completamente en desacuerdo	En desacuerdo	Indiferente	De acuerdo	Completamente de acuerdo
Criterio Desafío Organizacional					
Cultura organizacional	0%	0%	0%	83%	17%
Estructura organizacional	0%	0%	0%	0%	100%
Compensación económica	0%	0%	0%	0%	100%
Criterio Desafío Laboral					
Negociación colectiva	0%	0%	15%	56%	29%
Jornadas de trabajo	0%	0%	10%	46%	44%
Movilidad y empleabilidad	0%	56%	20%	24%	0%
Criterio Desafío Desarrollo Minero					
Inversión en exploraciones	0%	0%	0%	10%	90%
Concesiones mineras	0%	0%	0%	83%	17%
Aprobación de nuevos proyectos	0%	0%	15%	59%	27%
Criterio Desafío Sustentabilidad					
Licencia social	0%	0%	0%	0%	100%
Seguridad y salud ocupacional	0%	0%	0%	0%	100%
Desarrollo proveedores sostenibles	0%	0%	7%	54%	39%
Criterio Desafío Operacional					
Productividad	0%	0%	0%	0%	100%
Integración tecnológica	0%	0%	15%	59%	27%
Innovación	0%	0%	20%	44%	37%
Criterio Desafío Capital Humano					
Desarrollo de habilidades técnicas	0%	0%	15%	37%	48%
Certificación de habilidades	0%	0%	17%	61%	22%
Desarrollo de habilidades profesionales	0%	0%	7%	61%	32%

Fuente: El Autor

por el control que ha reducido la capacidad de iniciativa e innovación, como también a diluir responsabilidades sustentado en la burocracia de llenar formularios o cumplir procedimientos administrativos que en la mayoría de los casos son redundantes y generan aumentos significativos en los costos transaccionales y por supuesto laborales. Por lo tanto, la cultura del control administrativo en la industria minera chilena provoca una excesiva supervisión sobre los procesos operacionales y organizacionales, muy distinto al estándar que existe en la minería global. Al existir un excesivo control se establece una organización poco flexible, en el sentido que para la mayoría de las acciones se requieren doble control y validaciones por parte de los niveles superiores y reduciendo la capacidad de reacción y toma de decisiones de los trabajadores en sus actividades y funciones cotidianas [11]. La industria extractiva del cobre muestra siete niveles organizacionales, los cuales son: gerente general, gerente de operaciones, gerentes de área, superintendentes, jefes de área, jefe de turno y en el mismo nivel operadores y mantenedores. Esto es relevante en la dinámica operacional de las operaciones mineras, debido a que esto genera mayores costos organizacionales, principalmente por dificultades de coordinación y comunicación inter áreas. Esta falta de capacidad de planificación y delegación de responsabilidades por parte de los niveles medios y altos (compuesto mayoritariamente por

profesionales universitarios). Como también en los niveles organizacionales bajos, especialmente en el área de mantenimiento [19]. La estructura de remuneraciones en la industria extractiva del cobre usualmente considera una remuneración fija y un bono variable mensual asociado al cumplimiento de las metas de producción. En los últimos años, además de las metas de producción se han incorporado indicadores de desempeño en costos, seguridad, medioambiente tanto a nivel individual, grupal y al resultado completo de la operación. En general, el componente variable de las compensaciones se determina por metas de producción, metas de seguridad y en un menor grado por metas de productividad. Por lo tanto, es claro que la industria extractiva del cobre sigue incentivando la producción por sobre la productividad, arriesgando con esta estrategia la sustentabilidad del negocio minero en el largo plazo y más aún en los ciclos de altos precios del cobre. Cambiar esta práctica en el colectivo de los trabajadores mineros chilenos es un tremendo desafío, aún más en períodos de precios altos y expansión de la producción.

4.3.2 Desafíos laborales

En general, en el subcriterio de Negociación Colectiva existe consenso que este es un desafío relevante (85% del total de encuestados), no obstante, llama la atención que un

15% esté indiferente. Los procesos de negociación colectiva en la industria extractiva del Cobre en Chile han sido usualmente conflictivos y generan mucha tensión en la relación de las compañías mineras y los sindicatos de trabajadores, principalmente por el nivel de desconfianza que ha existido históricamente y los recursos económicos involucrados. Los elementos que considera la negociación colectiva son: la vigencia del contrato colectivo, el incremento real de las remuneraciones base y el bono de término de negociación que es un pago por única vez al momento de firmar el contrato colectivo [1]. A partir del año 2017, todas las negociaciones colectivas de las empresas mineras consideraron 36 meses de vigencia del contrato colectivo, incremento real promedio del 2% de los sueldos base y un bono de término de negociación proporcionalmente superior a los años anteriores. Esto debido al aumento del precio del cobre, disminución del costo de producción y menor volatilidad de los mercados internacionales de los metales. El éxito en los procesos de negociación colectiva impacta directamente en la continuidad operacional de las compañías mineras y por lo tanto en la sustentabilidad del negocio minero a largo plazo. El fracaso puede llevar a la paralización de los trabajadores y provocar pérdidas por cientos de millones de dólares en pocos días, lo cual se ve agravado cuando existen ciclos de precios altos por el costo de oportunidad de perder producción [25]. En el subcriterio de jornadas de trabajo también existe consenso que este es un desafío relevante (90%), no obstante, un 10% de los encuestados declara estar indiferente. A nivel mundial, las mejores prácticas en la industria extractiva adoptan principalmente jornadas que permiten mantener la continuidad operacional. Las empresas mineras chilenas funcionan en jornadas laborales extraordinarias autorizadas por la Dirección del Trabajo de los territorios donde operan. Estas jornadas implican turnos de trabajo de hasta 12 horas por día y se diferencian por las operaciones en la mina y las operaciones en las plantas procesadoras de minerales. Estas jornadas de trabajo extraordinarias o excepcionales permite a los trabajadores mineros vivir en ciudades alejadas a los centros de producción minera, lo cual fomenta el fenómeno de la conmutación poblacional – que se define cuando trabajadores residen en una región distinta a la que efectivamente prestan sus servicios y reciben un ingreso monetario. Este fenómeno se ha hecho cada vez más frecuente en todas las regiones mineras de Chile [2]. En el subcriterio de movilidad y empleabilidad hay una baja valoración, porque se compone de un 56% que no está de acuerdo y un 20% de los encuestados que está indiferente. Solamente un 24% está de acuerdo. A la industria extractiva del cobre no le interesa incentivar la movilidad y empleabilidad de sus trabajadores, ya que impacta negativamente sus estrategias de retención y aumenta su índice de rotación de personal. Sumado a esto, todavía sigue instalado en la cultura organizacional de las compañías mineras la premisa que mientras más entrenamiento recibe el trabajador, más competente y valioso se hace para la empresa lo que resultará en una mayor presión por subir sus remuneraciones y más apetecido por las otras compañías mineras. Esta visión es más fuerte en aquellas compañías mineras con una cultura organizacional latina, siendo muy

distinto en aquellas con una cultura o influencia anglosajona donde se estimula la cultura de meritocracia.

4.3.3 Desafíos en desarrollo minero

En general los directivos de las compañías mineras declaran una alta valoración por los desafíos en desarrollo minero, concentrando sus preferencias en las opciones “de acuerdo” y “completamente de acuerdo”, tal como se aprecia en la Tabla 3. Tradicionalmente Chile ha concentrado las inversiones en exploraciones, debido a sus grandes reservas de metales base, principalmente el cobre, oro y la plata. No obstante, lo anterior, la inversión en exploraciones de cobre sólo es cercano a la mitad de su participación en el mercado mundial durante los últimos veinte años [4]. Sin lugar a dudas está tendencia de explotar las reservas actuales a un ritmo mayor que la exploración y descubrimiento de nuevos yacimientos, pone en riesgo la sostenibilidad del negocio minero en el largo plazo. La explicación a esta situación radica en la alta concentración de la propiedad minera, debido a factores intrínsecos a la minería, como requerimiento de capital y niveles de conocimiento geológico. Sin embargo, dado el nivel de gasto necesario para la realización de las campañas de exploración y el alto riesgo de la actividad de exploración, es improbable que los titulares tengan la intención de prospectar todo el territorio. Lo anterior redundaría en que exista mínimo espacio en el territorio para la entrada de nuevos actores en exploración o explotación [24]. Los procesos de evaluación de grandes proyectos de inversión - incluidos los de minería - en Chile toman cuatro o más años. Dichos procesos no necesariamente tienen plazos definidos para cada una de sus etapas o se desarrollan en un período de duración predecible; también adolecen de superposición de facultades, redundancia y repetición en las solicitudes, y exigen la participación de varias instituciones públicas. Por último, existe una alta incertidumbre respecto a sus resultados [17]. Otros países con importante participación del sector minero en su economía, como Canadá o Australia, han establecido mecanismos que aseguren, tanto a la sociedad como a las empresas, maximizar el número de proyectos y acelerar su implementación, asegurándose el estricto cumplimiento a las normas ambientales, de seguridad y de sano relacionamiento con las comunidades y grupos de interés existentes en los territorios donde se ubican los distritos mineros. Para lograr esto, se requiere una nueva institucionalidad de parte de la autoridad gubernamental que asegure un marco de actuación con reglas claras, estándares de evaluación, plazos razonables y certeza jurídica que otorgue a los inversionistas seguridad sobre los retornos futuros a su capital invertido.

4.3.4 Desafíos en sostenibilidad

En general los directivos de las compañías mineras declaran una alta valoración por los desafíos en sostenibilidad, concentrando sus preferencias en las opciones “de acuerdo” y “completamente de acuerdo”, tal como se aprecia en la Tabla 3. Históricamente las relaciones entre las empresas mineras y las comunidades cercanas a sus yacimientos, han estado marcadas por altos grados de tensión

y conflictividad. Esta situación se ha transformado en uno de los principales desafíos, para lograr una alianza estratégica que permita obtener y mantener una licencia social para operar, donde los objetivos de las empresas mineras se alineen con los objetivos sociales y medioambientales de las comunidades y los grupos de interés [18]. La sociedad reconoce la relevancia e importancia de la industria extractiva del cobre y aún más, valora su aporte al desarrollo y crecimiento económico y social en los territorios donde despliega su actividad productiva. No obstante, décadas de malas experiencias de promesas incumplidas, abusos en el uso de los recursos hídricos, escasa participación de las comunidades en los beneficios obtenidos por las compañías mineras y bajo empleo local han generado mucha desconfianza en el verdadero aporte de la actividad minera y por lo tanto, escasa legitimidad para otorgarle la licencia social para operar en sus territorios de dominio ancestral [27]. Sin duda, la falta de la licencia social para operar, como aval de legitimidad de la actividad minera es reconocido como uno de los riesgos más importantes que atenta contra el desarrollo de la industria [10]. El gigantismo en los equipamientos y procesos que se desarrollan en la minería, determina que los accidentes que ocurren en sus instalaciones por lo general son de alta gravedad o en algunos casos fatales. Según estadísticas de la Superintendencia de Seguridad Social [26], la industria minera registra la tasa anual de mortalidad por accidentes del trabajo más alta del país, en el período 2013 a 2023. Otro desafío importante para la industria minera del cobre es eliminar o al menos mitigar los efectos nocivos del trabajo en altura, especialmente para aquellos yacimientos que operan sobre los 3.000 metros sobre el nivel del mar [13]. Según los registros de la Superintendencia de Seguridad Social [26], el número de patologías profesionales durante el período 2013 – 2023 se han incrementado proporcionalmente más en la minería que en las otras actividades económicas. El desarrollo de proveedores sostenibles para la industria extractiva del cobre requiere desarrollar una visión compartida y basada en una estrategia de sostenibilidad fundamentada en las dimensiones económicas, sociales y medioambientales. Esta visión compartida debe reconocer el significativo aporte y contribución que hacen los proveedores al desarrollo y crecimiento de la industria minera a nivel global, y en forma particular a la minería chilena. En esta línea, es fundamental impulsar programas de creación y desarrollo de empresas y proveedores locales que generen fuentes de empleo local, priorizando la contratación de profesionales y técnicos residentes en los territorios donde operan. Esto no es sólo un buen deseo, sino que es una justa y válida aspiración de las comunidades y grupos de interés que evidentemente apoyará el desarrollo de una licencia social para operar robusta y sostenible en el largo plazo. La industria minera ha sido tradicionalmente muy conservadora y reticente a los cambios debido al gran impacto que estos pueden provocar en el negocio. Por tal motivo, los proveedores juegan un rol clave en incorporar mayores capacidades tecnológicas e innovación en los procesos industriales y de gestión, para aumentar la competitividad de la minería del cobre. La transición hacia una minería sostenible, responsable ambientalmente y generando bienestar y valor social,

requiere la formación de un ecosistema virtuoso e inclusivo donde participen la industria minera, el sector público, la academia y la sociedad civil todos alineados bajo el mismo objetivo [11].

4.3.5 Desafíos operacionales

En general los directivos de las compañías mineras declaran una alta valoración por los desafíos operacionales, concentrando sus preferencias en las opciones “de acuerdo” y “completamente de acuerdo”, tal como se aprecia en la Tabla 3.

La minería en Chile ha tenido un impacto ambiental significativo debido a la emisión de gases de efecto invernadero, la contaminación del agua y del aire, la degradación del suelo y la generación de desechos tóxicos [10]. Buscando minimizar las afectaciones, existen algunas medidas que se han implementado, tales como: regulaciones ambientales estrictas y los proyectos deben pasar por un proceso de evaluación de impacto para evaluar los efectos en el medio ambiente y la salud humana [17]. Las empresas mineras han adoptado tecnologías más limpias y eficientes para reducir su impacto. Por ejemplo, las emisiones de gases de efecto invernadero pueden ser reducidas mediante el uso de energía renovable y la adopción de tecnologías de procesamiento de minerales más eficientes. Curiosamente, esto se está volviendo posible gracias a la producción minera chilena de cobre principalmente, debido a que es un componente muy importante para la creación de tecnologías que reducen el impacto del cambio climático. Las empresas mineras están buscando formas de reutilizar y reciclar los desechos y subproductos para reducir su impacto ambiental. Por ejemplo, la reutilización de agua puede reducir la demanda de agua fresca en las operaciones mineras. Hablando de digitalización, la disrupción global del comercio está afectando al sector con especial dureza, y en 2024 los mineros se están viendo presionados para acelerar la transformación. El sector está respondiendo con cambios agresivos en los modelos empresariales y operativos que ofrecen oportunidades para que las mineras se reposicionen para un futuro cambiante [23]. Hablar del uso de tecnología en el sector minero no solo se trata de actualización en maquinaria, sino en la importante inversión en capacidades de datos que impulsen mejores y más rápidas decisiones. Un ejemplo son aquellas mineras que están implementando nuevas tecnologías, como los drones y los centros integrados de operación remota.

4.3.6 Desafíos en capital humano

En general los directivos de las compañías mineras declaran una valoración media por los desafíos en capital humano, concentrando sus preferencias en las opciones “indiferente”, “de acuerdo” y “completamente de acuerdo”, tal como se aprecia en la Tabla 3. La formación de capital humano es la base para el desarrollo y crecimiento de los países, y por supuesto para el desarrollo y crecimiento de industrias tan especializadas como la minería. El sistema educacional chileno tiene una estructura de formación obsoleta, desactualizada y no pertinente a las necesidades y

desafíos que enfrenta la industria minera. La minería a nivel global y en especial la minera chilena está inserta en la nueva industria 4.0, que demanda capacidades y habilidades en áreas de automatización, digitalización, interoperabilidad, robótica por señalar sólo algunas. No obstante lo anterior, también requiere capacidades y habilidades superiores en pensamiento estratégico, resolución de problemas complejos, creatividad, gestión de personas, coordinación, inteligencia emocional, juicio y toma de decisiones, orientación al servicio, negociación y flexibilidad cognitiva [19]. El diagnóstico sobre la base educacional que contempla los establecimientos de educación técnico profesional y centros de formación técnica, muestra grandes brechas con respecto a las capacidades y habilidades de la industria 4.0 [11]. Los motivos de estas brechas son fundamentalmente tres; en primer lugar, son los programas curriculares que están desactualizados con respecto a las competencias técnicas y conductuales que requiere la industria minera para enfrentar sus desafíos de transformación tecnológica. En segundo lugar, los docentes quiénes son los responsables de formar a los nuevos técnicos y profesionales también están desactualizados y no conocen las nuevas tecnologías que utilizan las empresas mineras. Y por último, el tercer motivo, es la precaria infraestructura educacional que poseen los establecimientos educacionales para desarrollar las nuevas habilidades y capacidades [11]. Es evidente que estas brechas en el capital humano existente hoy en Chile, genera mayores costos para la industria minera en términos de reclutamiento, selección, inducción y capacitación de los nuevos trabajadores en tiempo y disponibilidad del despliegue de sus competencias en sus respectivas funciones laborales. Otro costo importante a considerar, es la rotación de personal por el descalce entre las competencias reales del trabajador y el perfil de competencias requerido para el puesto. Estas brechas claramente atentan contra la productividad de la actividad minera y por supuesto, de la competitividad en los mercados globales de los metales base. Una herramienta de mitigación de estas brechas que están utilizando las empresas mineras, es la certificación de competencias a través de centros de evaluación de competencias especializados en minería, con subsidios del Estado de Chile a través de fondos del Servicio Nacional de Capacitación y Empleo [11]. No obstante, estos procesos de certificación tienen un alto costo debido a la especialización de las funciones laborales en la actividad minera, principalmente en perfiles ocupacionales en mecánica, electricidad, mecatrónica y operación de equipos mineros.

4.4 Evaluación cuantitativa de los desafíos de la industria minera del cobre

A continuación, en la Tabla 4, se muestra la jerarquización de los sub criterios de los desafíos que hicieron los directivos de la industria extractiva del cobre en Chile. El promedio del sub criterio más cercano a 1 significa el desafío más importante, y el promedio del sub criterio más alejado de 1 significa el desafío menos importante.

Tabla 4.
Evaluación cuantitativa de los desafíos

Ranking	Desafío		Promedio
	Criterio	Subcriterio	
1	Organizacional	Estructura organizacional	2.9
2	Sustentabilidad	Seguridad y salud laboral	4.8
3	Organizacional	Compensaciones económicas	5.5
4	Sustentabilidad	Licencia social para operar	6.8
5	Sustentabilidad	Desarrollo de proveedores sostenibles	7.8
6	Organizacional	Cultura organizacional	8.0
7	Operacional	Productividad	8.2
8	Desarrollo minero	Aprobación de nuevos proyectos	8.3
9	Desarrollo minero	Concesiones mineras	9.7
10	Operacional	Innovación	9.8
11	Desarrollo minero	Inversión en exploraciones	10.3
12	Operacional	Integración de tecnologías	10.6
13	Laboral	Turnos de trabajo	11.3
14	Capital humano	Desarrollo competencias técnicas	11.8
15	Capital humano	Certificación de competencias	12.8
16	Capital humano	Desarrollo habilidades profesionales	13.6
17	Laboral	Movilidad y empleabilidad	14.3
18	Laboral	Negociación colectiva	14.6

Fuente: El Autor

Los resultados de la jerarquización muestran que los sub criterios del 1 al 6 están concentrados en los criterios Organizacional y Sostenibilidad. Los sub criterios del 7 al 12 están concentrados en los criterios Operacional y Desarrollo Minero; y, por último, los sub criterios del 13 al 18 están concentrados en los criterios Laboral y Capital Humano. Los sub criterios con promedio más cercano a 1 y por lo tanto los más importantes, son en primer lugar, Estructura Organizacional; en segundo lugar, Seguridad y Salud Laboral; en tercer lugar, Compensaciones económicas; en cuarto lugar, Licencia Social para Operar; en quinto lugar, Desarrollo de Proveedores Sostenibles; en sexto lugar, Cultura Organizacional; y así sucesivamente. Estos resultados son consistentes con los obtenidos en la valoración cualitativa, donde los criterios Organizacional y Sostenibilidad se concentraron en las preferencias “De acuerdo” y “Completamente de acuerdo”; los criterios Operacional y Desarrollo Minero se concentraron en las preferencias “Indiferente”, “De acuerdo” y “Completamente de acuerdo”. Por último, los criterios Laboral y Capital Humano se concentraron en las preferencias “En desacuerdo”, “Indiferente”, “De acuerdo” y “Completamente de acuerdo”.

5 Conclusiones

Los resultados de la investigación permiten identificar los desafíos de la industria extractiva del cobre en Chile, los cuales se agrupan según su naturaleza y vinculación en criterios de desafíos. El primer criterio es Organizacional y

considera los sub criterios de cultura y estructura organizacional, y compensaciones económicas. El segundo criterio es Laboral y considera los sub criterios de negociación colectiva, jornadas de trabajo y movilidad, y empleabilidad de los trabajadores de la industria. El tercer criterio es Desarrollo Minero y considera los sub criterios de inversión en exploraciones, concesiones mineras y aprobación de nuevos proyectos. El cuarto criterio es Sostenibilidad y considera los sub criterios de licencia social para operar, seguridad y salud laboral, y desarrollo de proveedores sostenibles. El quinto criterio es Operacional y considera los sub criterios de productividad, integración de tecnologías e innovación. El sexto y último criterio es Capital Humano y considera los sub criterios de desarrollo de habilidades técnicas, certificación de habilidades y desarrollo de habilidades profesionales. Un segundo hallazgo de la investigación es la valoración cualitativa y cuantitativa que hacen los directivos de las empresas mineras consultadas, quienes valoran en primer lugar los criterios de desafíos organizacional y sostenibilidad; en segundo lugar, los criterios operacionales y desarrollo minero; y, en tercer lugar, los criterios laborales y capital humano. Un tercer y último hallazgo, pero no menos importante, lo constituye el hecho que los sub criterios de jornadas de trabajo, desarrollo de habilidades técnicas, certificación de habilidades, desarrollo de habilidades profesionales, movilidad y empleabilidad, y, por último, negociación colectiva; ocupen en el ranking de jerarquización de los desafíos, las posiciones de menor importancia. Este hallazgo genera una discusión sobre la importancia del capital humano en la industria extractiva del cobre en Chile, ya que como lo señala Crespi, Fernández y Stein [6] “el desarrollo del capital humano estimula el crecimiento económico y beneficia al país como un todo”; y también lo mencionado la OCDE [19] “la disponibilidad de capital humano es un factor estratégico para la minería, y a futuro lo será aún más con los cambios asociados a la tecnología y automatización”. Una limitación a esta investigación es que no hay estudios similares en la industria minera y menos en la industria extractiva del cobre en Chile, para poder usar de referencia y hacer un análisis comparativo. Una futura investigación es determinar la valoración del capital humano en la industria extractiva del cobre.

Referencias

- [1] Cárcamo, P., Contratos colectivos en la gran minería del cobre en Chile: un análisis comparado de indicadores relevantes. [en línea]. 2018. Disponible en: https://www.researchgate.net/profile/pablocarcamo/publication/324826397_contratos_colectivos_en_la_gran_mineria_del_cobre_en_chile_un_analisis_comparado_de_indicadores_relevantes/links/5ae50d64aca272ba50803f72/contratos-colectivos-en-la-gran-mineria-del-cobre-en-chile-un-analisis-comparado-de-indicadores-relevantes.pdf
- [2] Carrasco, C. y Vega, P., Una aproximación a las condiciones de trabajo en la gran minería de altura. Cuaderno de investigación N°40, departamento de estudios de la dirección del trabajo. [en línea]. 2011. Disponible en: https://www.dt.gob.cl/portal/1629/articles-100032_recurso_1.pdf
- [3] COCHILCO, Producción cobre de mina mundial y Chile. [en línea]. 2025. Disponible en: <https://www.cochilco.cl/Paginas/Estadisticas/BasesdeDatos/Producción-Minera.aspx>
- [4] COCHILCO, Exportaciones mineras. [en línea]. 2025. Disponible en: <https://www.cochilco.cl/Paginas/Estadisticas/BasesdeDatos/Exportaciones-Mineras.aspx>
- [5] COCHILCO, Caracterización de la mediana minería nacional. [en línea]. 2016. Disponible en: <http://biblioteca.digital.gob.cl/bitstream/handle/123456789/985/Informe%20Caracterizaci%C3%B3n%20Mediana%20Miner%C3%ADa%20%28junio%202016%29.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- [6] Crespi, G., Fernández-Arias, E. y Stein, E., ¿Cómo repensar el desarrollo productivo? Políticas e instituciones sólidas para la transformación económica. Banco Interamericano de Desarrollo, Washington D.C., [en línea]. 2014. Disponible en: <https://publications.iadb.org/publications/spanish/document/%C2%BFC%C3%B3mo-repensar-el-desarrollo-productivo-Pol%C3%ADticas-e-instituciones-s%C3%B3lidas-para-la-transformaci%C3%B3n-econ%C3%B3mica.pdf>
- [7] Davis, R., and Franks, D., Costs of company community conflict in the extractive sector. Corporate social responsibility initiative, Harvard Kennedy School, Cambridge, USA, 66. [online]. 2014. Available at: https://www.csr.m.uq.edu.au/media/docs/603/Costs_of_Conflict_Davis-Franks.pdf
- [8] Dabla-Norris, E., Ho, G., and Kyobe, A., Structural reforms and productivity growth in emerging market and developing economies. International Monetary Fund. 2016. DOI: <https://doi.org/10.5089/9781498306560.001>
- [9] Dirección del Trabajo. Art. 184 del Código del Trabajo. [en línea]. 2020. Disponible en: <https://www.dt.gob.cl/portal/1628/w3-article-60448.html>
- [10] EY., Los 10 principales riesgos y oportunidades de la industria minera. [en línea]. 2020. Disponible en: https://www.ey.com/es_cl/mining-metals/10-business-risks-facing-mining-and-metals
- [11] Fundación Chile. Estudio fuerza laboral de la gran minería chilena 2023-2032, [en línea]. 2024. Disponible en: <https://fch.cl/wp-content/uploads/2024/12/fuerzalaboral2024-2028.pdf>
- [12] Fraser Institute Annual Survey of Mining Companies 2016-2017. [online]. Available at: <http://www.fraserinstitute.org/studies/annual-survey-of-mining-companies-2016>
- [13] Instituto de Salud Pública de Chile. Trabajo en altura geográfica en Chile. [en línea]. 2015. Disponible en: <https://www.ispch.cl/?s=Trabajo+en+altura+geográfica+en+Chile>
- [14] Korinek, J., Minerals resource trade in Chile: contribution to development and policy implications, OCDE Trade Policy Papers, 145, 2013. DOI: <https://doi.org/10.1787/5k4bw6twpf24-en>
- [15] Lagos, G., Peters, D. y Jara, J.J., Potencialidades y desafíos para la minería del cobre chileno a 2035. [en línea]. 2015. Disponible en: http://www.gustavolagos.cl/uploads/1/2/4/2/12428079/potencialidades_y_desafios%20de_la_miner%C3%ADa_chilena_del_cobre_a_2035_v22_6-7-15.pdf
- [16] Meller, P. y Gana, J., El desarrollo de proveedores mineros en Australia: implicancias para Chile. CIEPLAN, Santiago de Chile. [en línea]. 2015. Disponible en: https://www.cieplan.org/wp-content/uploads/2019/02/El_desarrollo_de_proveedores_mineros_en_Australia_Implicancias_para_Chile.pdf
- [17] Ministerio de Minería. Repertorio de permisos y obligaciones normativas para un proyecto minero. [en línea]. 2020. Disponible en: <http://sisnor.minmineria.cl/>
- [18] Moffat, K., and Zhang, A., The paths of social licence to operate: an integrative model explaining community acceptance of mining. Resource Policy, 61(70), art. 003, 2014. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.resourpol.2013.11.003>
- [19] OCDE Skills Outlook 2017., Skills and global value chains, OCDE publishing, France, [online]. 2017. Available at: https://www.oecd-ilibrary.org/education/oecd-skills-outlook-2017_9789264273351-en
- [20] Ortiz, I., Burke, S., Berredá, M., and Cortés, H., World protest 2006-2013. Initiative for policy dialogue. [en línea]. 2013. Disponible en: https://policydialogue.org/files/publications/papers/World_Protests_2006-2013-Complete_and_Final_4282014.pdf
- [21] España, A., Uso efectivo de las concesiones mineras. Centro de Estudios Horizontal. [en línea]. 2019. Disponible en: <https://horizontalchile.cl/assets/uploads/2022/03/Uso-efectivo-de-las-concesiones-mineras.pdf>

- [22] Pizarro-Montaner, C., Cancino-Lopez, J., Reyes-Ponce, A., and Flores-Opazo, M., Interplay between rotational work shift and high altitude-related chronic intermittent hypobaric hypoxia on cardiovascular health and sleep quality in Chilean miners, *ergonomics*, 63(10), pp. 1281-1292, 2020. DOI: <https://doi.org/10.1080/00140139.2020.1774079>
 - [23] SONAMI, Distritos productivos para el desarrollo de la minería chilena. [en línea]. 2025. Disponible en: <https://www.sonami.cl/v2/wp-content/uploads/2025/04/Estudio-Distritos-Productivos-SONAMI.pdf>
 - [24] SONAMI, Fundamentos y desafíos para el desarrollo minero. [en línea]. 2017. Disponible en: <https://www.sonami.cl/v2/wp-content/uploads/2017/06/Fundamentos-y-Desaf%C3%ADos-para-el-Desarrollo-Minero-2017.pdf>
 - [25] Sturla, G., Los costos oficiales de corto plazo de las mineras y sus implicancias en las negociaciones colectivas, [en línea]. 2018. Disponible en: https://www.researchgate.net/profile/Gino-Sturla-Zerene/publication/324217061_Mineria_Costo_C1_a_la_chilena_Los_costos_oficiales_de_corto_plazo_de_las_mineras_y_sus_implicancias_en_las_negociaciones_colectivas/links/5ac561b0a6fdcc051daf2419/Mineria-Costo-C1-a-la-chilena-Los-costos-oficiales-de-corto-plazo-de-las-mineras-y-sus-implicancias-en-las-negociaciones-colectivas.pdf
 - [26] SUSESO, Estadísticas de la seguridad social. Superintendencia de Seguridad Social, [en línea]. 2024. Disponible en: <https://www.suseso.cl/>
 - [27] Sutherland, N., Priestly, S., and Hinson, S., Shale gas and fracking. House of Commons Library. UK parliament. [en línea]. 2020. Disponible en: <https://commonslibrary.parliament.uk/research-briefings/sn06073/>
- O. Gahona-Flores**, es profesor jerarquía asociado de la Escuela de Ingeniería Comercial de la Facultad de Economía y Negocios de la Universidad Santo Tomás en Chile. Además, es profesor invitado en la Escuela de Negocios Mineros de la Universidad Católica del Norte en Chile y profesor invitado en la Escuela de Postgrado de la Facultad de Ingeniería Geológica, Minera y Metalúrgica de la Universidad Nacional de Ingeniería en Perú. Obtuvo su título de Ingeniero Comercial en 1995 en la Universidad Católica del Norte, Chile, y los grados académicos de MSc. en Administración en 2002 y MSc. en Finanzas en 2007 en la Universidad de Chile, Chile. Posteriormente, obtuvo el Máster en Dirección y Organización de Empresas en 2009, y el grado de Dr. en Derecho y Administración de Empresas en 2022 en la Universitat de Lleida, España.
ORCID: 0000-0002-6749-4522



Aplicación del Índice de Perturbación del Karst como estrategia de geoconservación en el Geoparque Mundial de la UNESCO Mixteca Alta (México)

José Luis Sánchez-Cortez ^a, Norma López-Castañeda ^a, Kathleen Vélez-Macías ^b & Oscar Bernardo Ortega-Díaz ^c

^a Unidad Académica de Estudios Territoriales Oaxaca, Instituto de Geografía, UNAM. Oaxaca, México. jossancor@gmail.com, jsanchez@geografia.unam.mx, normalc@geografia.unam.mx

^b Posgrado en Geografía, Universidad Nacional Autónoma de México, Ciudad Universitaria, Ciudad de México, México. kathleen_311297@hotmail.com

^c Geoparque Mundial UNESCO Mixteca Alta. Yanhuatlán, Oaxaca, México. berort.medios@gmail.com

Recibido: 28 mayo 2025. Recibido en formato revisado: 17 julio 2025. Aceptado: 18 julio 2025.

Resumen

Los sistemas Kársticos ofrecen valiosos servicios ambientales, resultado de la interacción de variados procesos geológicos y fisicoquímicos que les dan origen y estructura. Además de su valor geológico, los sistemas Kársticos ofrecen recursos con aplicaciones en turismo, agricultura, abastecimiento de agua, conservación biológica y patrimonio cultural. Sin embargo, la presión antropogénica y el uso intensivo de estos espacios generan impactos que comprometen su conservación. En este ámbito, el presente estudio es el resultado de una evaluación sistemática del estado de conservación de los sistemas kársticos del Geoparque Mundial UNESCO Mixteca Alta (GMUMA), utilizando el Índice de Perturbación del Karst como herramienta de evaluación cualitativa, ya que se consideró un método afín a los objetivos de la geoconservación como estrategia para la preservación de estos ecosistemas. La aplicación de este índice permitió identificar los factores de presión que actúan sobre el karst y además permitió zonificar las áreas con mayores niveles de perturbación relativa dentro del área de estudio. Los factores de presión fueron relacionados con actividades antrópicas, tales como la agricultura y extracción de agua subterránea, estando presentes justo en los sitios con mayor grado de perturbación. Los resultados obtenidos constituyen una base fundamental para la toma de decisiones en la administración de recursos naturales, el ordenamiento territorial y el desarrollo de actividades sostenibles.

Palabras clave: geoconservación; geodiversidad; Índice de Perturbación del Karst; Geoparque Mixteca Alta; México.

Application of the Karst Disturbance Index as a geoconservation strategy in the Mixteca Alta UNESCO Global Geopark (Mexico)

Abstract

Karst systems provide valuable environmental services, stemming from the interaction of diverse geological and physicochemical processes that shape and define them. In addition to their geological value, karst systems offer resources with applications in tourism, agriculture, water supply, biological conservation and cultural heritage. However, anthropogenic pressure and intensive use of these spaces generate impacts that compromise their conservation. In this context, the present study is the result of a systematic assessment of the conservation status of the karst systems of the Mixteca Alta UNESCO Global Geopark (GMUMA), using the Karst Disturbance Index as a qualitative evaluation tool, since it was considered to be a method related to the objectives of geoconservation as a strategy for the preservation of these ecosystems. The application of this index made it possible to identify the pressure factors affecting karst systems and also allowed for the zoning of the areas with the highest levels of relative disturbance within the study area. The pressure factors were associated with anthropogenic activities, such as agricultural activities and groundwater extraction, being present precisely in the areas with the highest degree of disturbance. The results obtained constitute a fundamental basis for decision making in natural resource management, land use planning and the development of sustainable activities.

Keywords: geoconservation; geodiversity; Karst Disturbance Index; Mixteca Alta Geopark; Mexico.

How to cite: Sánchez-Cortez, J.L., López-Castañeda, N., Vélez-Macías, K., y Ortega-Díaz, O.B., (2025). Aplicación del Índice de Perturbación del Karst como estrategia de geoconservación en el Geoparque Mundial de la UNESCO Mixteca Alta (México). BOLETÍN DE CIENCIAS DE LA TIERRA. 58, pp. 28-40. DOI:<https://doi.org/10.15446/rbct.n58.120636>

1 Introducción

En términos generales, el concepto de karst involucra paisajes y ambientes caracterizados por formaciones geológicas únicas, derivados de la disolución de rocas solubles; este proceso da lugar a una gran diversidad de estructuras con distintos tamaños y formas [1-3]. Debido a su composición química y los efectos de disolución, los sistemas kársticos suelen desarrollar cavidades subterráneas, que pueden presentarse como conductos largos y estrechos, muchos de los cuales logran extenderse y formar complejas redes subterráneas de varias decenas de kilómetros. Estas redes pueden incluir diversas estructuras internas (cascadas, pozos, sifones, entre otros) que se conectan entre sí desde un punto de ingreso del agua subterránea hasta múltiples puntos de salida, supeditado a factores físicos y químicos, así como a los diversos gradientes, particulares para cada territorio [4,5].

Los sistemas kársticos ofrecen una amplia variedad de recursos con múltiples aplicaciones, tales como usos turísticos, culturales, energéticos, de saneamiento, e incluso científicas, considerando su alto valor como ecosistemas prístinos y singulares [6]. De entre las cuales, el turismo es una de las principales actividades que se beneficia de los sistemas kársticos, ya que estos paisajes ofrecen entornos que muestran la dinámica de la vida, la conexión entre diversos ecosistemas y la huella de acontecimientos históricos, manifestando procesos de movimiento, flujo e interacción a lo largo del tiempo [7]. Por otro lado, los recursos hídricos subterráneos de ambientes kársticos tienen un importante valor económico y cultural, de hecho, cerca de una cuarta parte de la población mundial obtiene su suministro de agua potable a partir de fuentes kársticas. Así mismo, es conocido que los sistemas kársticos proveen suelos altamente fértiles, ideales para la agricultura, tanto convencional como especializada.

Desde una perspectiva biológica, los sistemas kársticos, especialmente las cavernas, representan nichos ecológicos con niveles únicos y excepcionales de biodiversidad animal. Y es que las cuevas y cavernas no solo albergan una gran diversidad de especies, sino que también presentan una variedad de organismos especializados, que se adaptan a las condiciones particulares de estos entornos [8]. Sin embargo, es en las zonas tropicales en donde se destaca la una mayor riqueza de especies y abundancia de organismos en comparación con otras partes del mundo [9]. En este contexto, estas características subrayan la importancia de preservar el karst y sus componentes asociados, que en conjunto integran el amplio dominio de la geodiversidad.

En este contexto, el análisis y la evaluación del estado de conservación de los sistemas kársticos es un tema complejo y de naturaleza multidisciplinaria, que aborda aspectos de preservación de la fauna, los recursos hídricos, el patrimonio cultural, el paisaje y las áreas protegidas, entre otros [10,11]. Dentro de esta variedad de procesos y valoraciones, el uso de índices matriciales para evaluación cualitativa ha demostrado ser una herramienta versátil y eficaz para valorar el estado de conservación del karst, proporcionando una visión integral sobre los procesos que influyen en los elementos kársticos en diversas escalas. La implementación del Índice de Perturbación del Karst, desarrollado por van Beynen y Townsend [12], destaca por su versatilidad y capacidad de adaptación a territorios con diversas condiciones particulares, siendo aplicado en diferentes contextos geográficos [13-15], incluso

en otros territorios que ostentan la denominación de Geoparque [16]. Además, su diseño contempla variables de distintas escalas espaciales, lo que permite su aplicación tanto en áreas extensas como en zonas de menor superficie.

Todos estos conceptos van de la mano con los enfoques aplicados a la geoconservación, la cual se establece como el conjunto de acciones orientadas a la preservación y mejora de los elementos geológicos, geomorfológicos y edáficos, incluyendo la protección de procesos, sitios y especímenes, así como iniciativas de divulgación y concienciación. Aunado a lo antes dicho, la geoconservación abarca el registro y la recuperación de datos o muestras de características y lugares que enfrentan riesgos de deterioro o desaparición [17,18].

Los sistemas kársticos de la Mixteca Alta, ubicados en el estado de Oaxaca, México, están expuestos a múltiples factores de presión, principalmente derivados de prácticas agrícolas intensivas, procesos de erosión acelerada y cambios en el uso del suelo. La interacción entre las condiciones geológicas locales y las actividades humanas ha generado una dinámica compleja que compromete la conservación del geopatrimonio kárstico, haciendo necesaria la implementación de estrategias de monitoreo para su gestión sostenible. Este estudio tiene como finalidad evaluar el estado de conservación de las áreas kársticas localizadas en el Geoparque Mundial UNESCO Mixteca Alta (GMUMA), y desarrollar una zonificación de los espacios con mayor perturbación relativa, identificando los principales factores que ejercen presión sobre los recursos derivados del karst. Todo lo anterior se enmarca en el reconocimiento de que la geoconservación involucra procesos de monitoreo del geopatrimonio [19], y que los Geoparques Mundiales de UNESCO son estrategias que promueven la geoconservación a partir de estrategias innovadoras y participativas.

La información derivada de este trabajo constituye en un valioso insumo para la toma de decisiones, y brinda registros clave para la gestión de recursos, el ordenamiento territorial, la administración hídrica a nivel comunitario, así también contribuye en el desarrollo turístico y la creación de potenciales zonas de conservación.

2 Métodos

Entre los principales aspectos metodológicos de este estudio se destaca la aplicación de técnicas de análisis geoespacial y percepción remota para la determinación del área de trabajo (áreas kársticas dentro del Geoparque Mundial UNESCO Mixteca Alta), combinada con evaluaciones y observaciones in situ. Finalmente, se ejecutó una evaluación cuali-cuantitativa, mediante el uso de una matriz estructurada con indicadores específicos para valoración de las áreas kársticas previamente delimitadas; estas valoraciones permitieron establecer zonas con diferentes grados de perturbación. A continuación, se describen de forma detallada los elementos metodológicos fundamentales que sustentan el desarrollo de esta investigación.

2.1 Selección y descripción del área de estudio

2.1.1 Geoparque Mundial UNESCO Mixteca Alta

El presente trabajo se desarrolló en el Geoparque Mundial UNESCO Mixteca Alta, el cual se extiende en una superficie

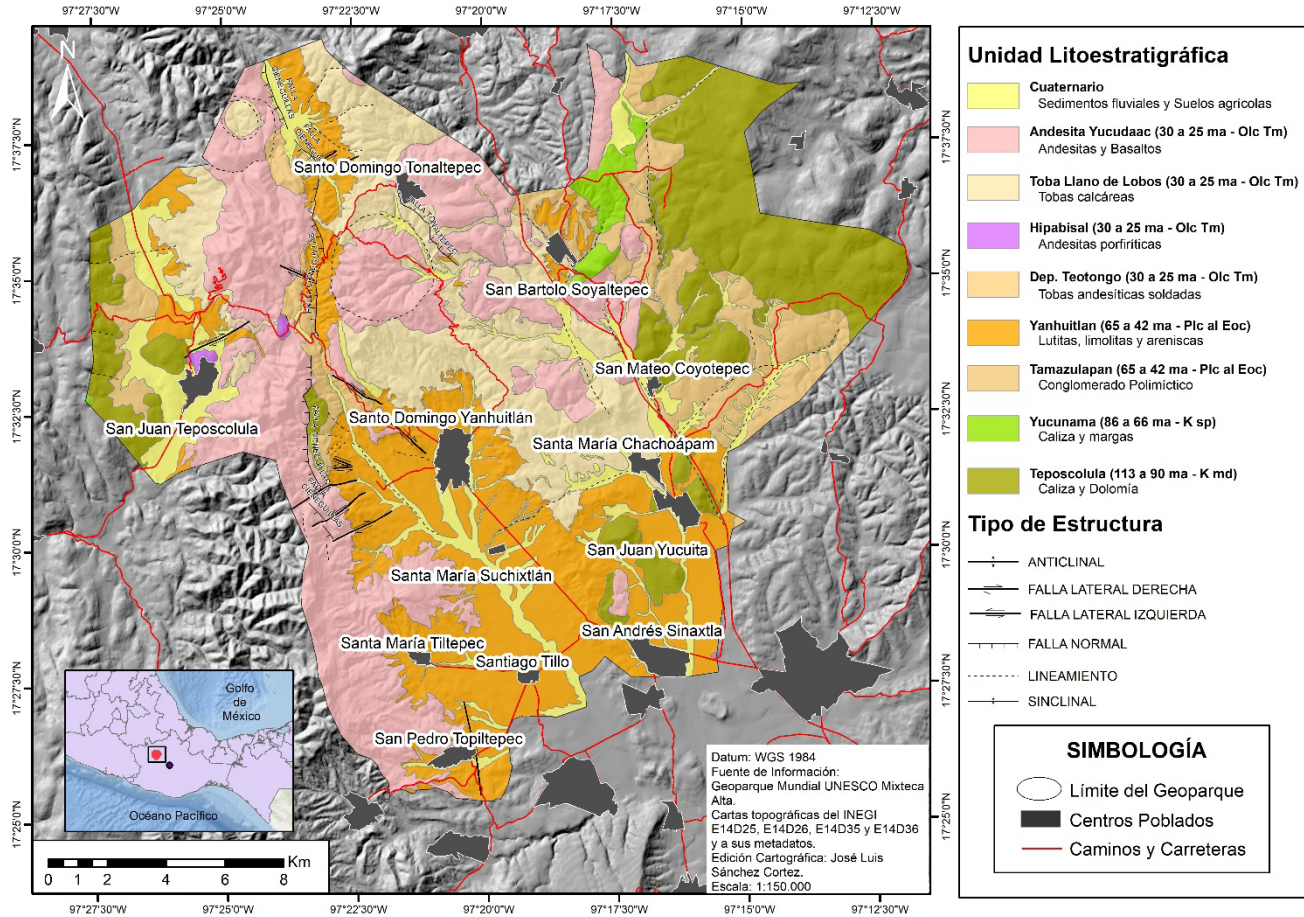


Figura 1. Mapa Geológico del área de estudio: Geoparque Mundial UNESCO Mixteca Alta.
Fuente: Elaborado por los autores.

de 415 km², e involucra un total de nueve municipios, ubicados en la región centro-oeste de la Mixteca Alta, estado de Oaxaca, México [20,21]. Su población aproximada es de 7.000 habitantes, mismos que moran junto a paisajes montañosos con valles y colinas, con altitudes que oscilan entre los 2.050 y 2.890 metros sobre el nivel del mar. El GMUMA se sitúa entre las provincias fisiográficas de la Sierra Madre del Sur y la Sierra Madre Oriental mexicana, posee una gran riqueza geológica, caracterizada por una variedad de rocas de distintas edades y condiciones, además de estructuras tectónicas tanto locales como regionales. En esta zona afloran formaciones de rocas sedimentarias mesozoicas de la cuenca Tlaxiaco, la cual descansa sobre un antiguo basamento metamórfico del Proterozoico, denominado como Complejo Oaxaqueño (Fig. 1). Dentro de la cuenca Tlaxiaco se encuentran depósitos marinos en plataforma continental, entre ellos la Formación Teposcolula (Albiense-Cenomaniense), seguidos por secuencias de rocas de origen fluvial y continental que datan del Cenozoico [22,23].

2.1.2 Determinación del área kárstica en el Geoparque Mundial UNESCO Mixteca Alta

La delimitación del área kárstica dentro del Geoparque Mundial UNESCO Mixteca Alta (GMUMA) se llevó a cabo

mediante teledetección, utilizando bandas espectrales para identificar las características mineralógicas de los carbonatos presentes en las rocas calcáreas. Se emplearon dos imágenes satelitales ASTER LIT, ajustadas para minimizar errores topográficos y con 14 bandas espectrales, lo que facilita la discriminación litológica [24,25]. Para garantizar la precisión del análisis, se seleccionaron imágenes satelitales sin nubosidad, tomadas en periodos de baja precipitación con el fin de reducir la interferencia de la vegetación. Dado que el sensor SWIR dejó de funcionar en 2008, se optó por imágenes de marzo de 2005, asegurando que esta elección no comprometiera la exactitud del análisis litológico.

El procesamiento de estas imágenes se realizó mediante el software ENVI 5.3, aplicando una corrección radiométrica a los sensores VNIR y SWIR. Luego, se generó un mosaico a partir de ambas imágenes y se implementó el proceso de apilamiento de capas (layer stacking) en los sensores VNIR y SWIR para realizar la corrección atmosférica con el método Internal Average Relative Reflectance (IAR). Se emplearon máscaras para eliminar elementos ajenos a la identificación litológica, incluyendo sombras, cuerpos de agua y vegetación. Para la eliminación de vegetación en zonas áridas y semiáridas, se utilizó el índice de vegetación ajustado al

suelo (SAVI), optimizando la precisión del estudio [26].

Las bandas espectrales relevantes fueron sometidas a un análisis matemático con el fin de detectar las variables mineralógicas del GMUMA. Se utilizó el índice de calcita (eq. 1) propuesto por Ninomiya [27], el cual es fundamental para identificar zonas con presencia de este mineral, relevante en estudios geológicos y de exploración minera. Este índice permite detectar alteraciones propilíticas vinculadas a la presencia de minerales como clorita, epidota, albita y carbonatos.

$$CI_{SWIR} = (b6 \cdot b9) / (b8 \cdot b8) \quad (1)$$

Tabla 1.
Sitios de monitoreo para delimitación del área kárstica.

Nº	Sitios	Altitud (msnm)	Litología
1	Montelobos	2.440	Calizas, Formación Teposcolula
2	El Sótano	2.487	Calizas, Formación Teposcolula
3	Yutoto	2.400	Calizas, Formación Teposcolula
4	Resumidero	2.330	Calizas, Formación Teposcolula
5	Teposcolula	2.301	Calizas, Formación Teposcolula
6	Perales	2.452	Calizas, Formación Teposcolula
7	El Arenal	2.471	Andesitas y areniscas calcáreas
8	San Pedro	2.394	Andesitas
9	Añañe	2.361	Andesitas
10	Tooxi	2.571	Andesitas
11	Cerro Yukunudahui	2.367	Andesitas

Fuente: Elaborado por los autores.

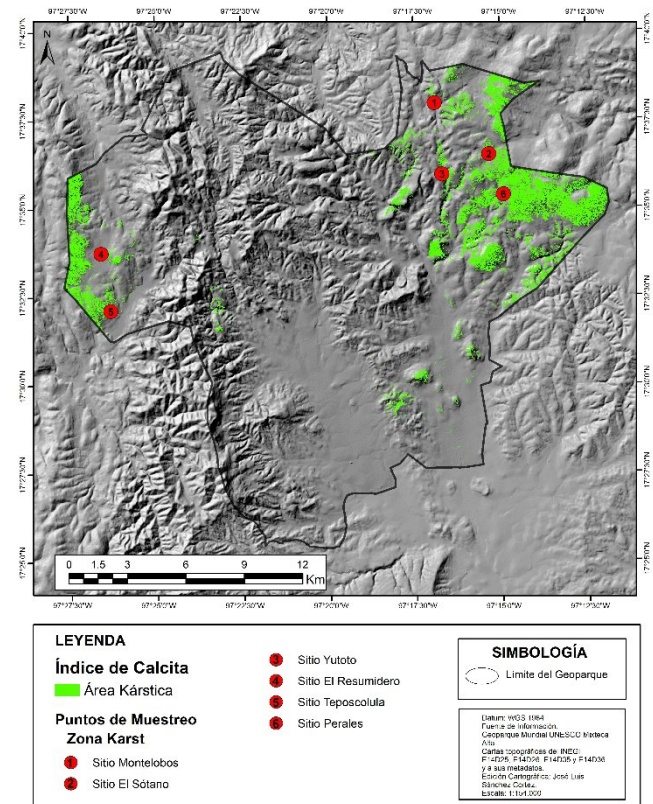


Figura 3. Mapa que muestra la ubicación de los puntos de muestreo, y la delimitación de las zonas kársticas en el Geoparque Mundial UNESCO Mixteca Alta.

Fuente: Elaborado por los autores.

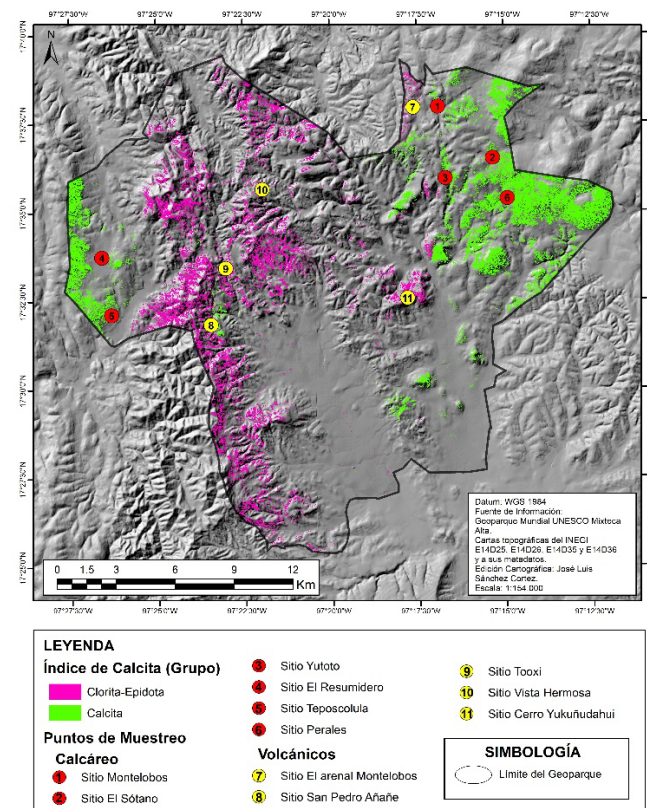


Figura 2. Representación cartográfica de la distribución de las zonas con alteración propilítica en el Geoparque Mundial UNESCO Mixteca Alta.

Fuente: Elaborado por los autores.

A partir de este análisis, se generó un mapa con la distribución de áreas afectadas por alteración propilítica (Fig. 2), incluyendo carbonatos, clorita, epidota y albita. Para identificar específicamente las zonas con mineralización de carbonatos (potenciales áreas kársticas), se tomó como base el mapa de distribución de alteraciones propilíticas, complementándolo con observaciones macroscópicas de rasgos litológicos y mineralógicos en once puntos de muestreo selectivo (Tabla 1). Además, se contrastó la información con el mapa geológico del Geoparque Mixteca Alta. Finalmente, tras la validación en campo, se obtuvo un mapa definitivo con la distribución de las zonas kársticas (Fig. 3).

2.2. Aplicación del Índice de Perturbación del Karst (KDI) y definición del grado de Perturbación y Sensibilidad

Después de definir las áreas kársticas dentro del GMUMA, se llevó a cabo una evaluación in situ del estado de geoconservación de los sistemas kársticos, mediante la aplicación del Índice de Perturbación del Karst (KDI, por sus siglas en inglés). Este índice, desarrollado por van Beynen y Townsend [12], corresponde a una matriz cuali-cuantitativa, compuesta por 30 indicadores, subdividido en cinco categorías: geomorfología, atmósfera, hidrología, biota y cultura (Tabla 2). Su uso ha sido ampliamente aceptado para determinar el grado de afectación y conservación de los sistemas kársticos a nivel municipal, por lo que se consideró pertinente para este estudio.

Tabla 2.

Indicadores de la Matriz del Índice de Perturbación del Karst.

Categoría	Atributo	Indicador
Geomorfología	Formaciones del relieve	Canteras/minería
		Inundación (estructura de superficie construida por el hombre)
		Drenaje de aguas pluviales (% del total de aguas pluviales canalizadas a sumideros)
		Relleno (% de cuevas/sumideros rellenos)
		Vertidos (% de sumideros afectados)
	Suelos	Erosión
		Compactación debida al ganado o a las personas
	Karst subterráneo	Inundación (inundación inducida por el hombre debido a la alteración de la superficie)
		Eliminación de decoración - vandalismo
		Mineral - eliminación de sedimentos
Atmósfera	Calidad del aire	Desecación
		Corrosión por condensación inducida por el hombre
	Calidad del agua - Prácticas de superficie	Plaguicidas y herbicidas
Hidrología	Calidad del agua - Manantiales	Vertidos industriales o de petróleo
		Concentraciones de componentes químicos nocivos en los manantiales
	Cantidad de agua	Cambios en el nivel freático (descenso en metros)
Biota	Perturbación de la vegetación	Cambios en las aguas de goteo de las cuevas
	Biota subterránea - Cueva	Eliminación de vegetación (% del total)
		Riqueza de especies (% de disminución)
	Subsuelo - Aguas subterráneas	Densidad de población
Cultural	Artefactos humanos	Riqueza de especies (% de disminución)
		Densidad de población
	Gestión de la región kárstica	Destrucción/eliminación de artefactos históricos (% tomado)
		Protección reglamentaria
	Construir infraestructuras	Aplicación de la normativa
		Educación pública
		Construcción de carreteras
		Construcción sobre elementos kársticos
		Construcción en cuevas

Fuente: van Beynen and Townsend [12].

Tabla 3.

Sitios para el monitoreo del Índice de Perturbación del Karst.

Nº	Sitios	Altitud (m.s.n.m.)	Área (Ha)	Litología
1	Montelobos	2.440	4,3	Calizas
2	El Sótano	2.487	4,59	Calizas
3	Yutoto	2.400	5,3	Calizas
4	Resumidero	2.330	4,88	Calizas
5	Teposcolula	2.301	3,23	Calizas
6	Perales	2.452	4,47	Calizas

Fuente: Elaborado por los autores.

Tabla 4.

Estandarización nominal, basada en rangos de afectación y sensibilidad.

Valoración	Afectación	Sensibilidad
0,81 – 1,00	Afectación Crítica	Sensibilidad Crítica
0,71 – 0,80	Afectación Severa	Sensibilidad Severa
0,61 – 0,70	Muy Afectado	Sensibilidad Considerada
0,51 – 0,60	Afectado	Sensible
0,40 – 0,50	Moderada Afectación	Sensibilidad Moderada
0,20 – 0,39	Menor Afectación	Ligeramente Sensible
0,00 – 0,19	Pristino	No Sensible

Fuente: van Beynen and Townsend [12].

Las matrices fueron aplicadas en seis sitios de monitoreo (Tabla 3), los cuales corresponden a las áreas de rocas calizas, ya que este tipo de litología fue el que presentó un mayor grado de morfologías por disolución. Durante la recolección de datos, hubo variables que no aplicaban o no correspondían a las características de los sistemas analizados, en estos casos, dichas variables fueron excluidas del cálculo total del índice (N/A), ajustando el resultado final en consecuencia. Los valores obtenidos se expresan en una escala de 0 a 1, calculada a partir de la proporción entre el valor máximo posible y la unidad. Los resultados derivados del KDI fueron estandarizados mediante rangos de afectación y sensibilidad (Tabla 4), siguiendo las metodologías propuestas [12,28,29]. Finalmente se realizó un mapa de distribución de las perturbaciones del karst en el área de estudio, a partir de los datos obtenidos y sus correlaciones espaciales, mediante interpolación.

3 Resultados y discusión

Alrededor del 20% del territorio mexicano está compuesto por rocas solubles, principalmente calizas y, en menor medida, yesos. Sin embargo, tan solo el 12.95% del área kárstica nacional se encuentra bajo alguna categoría de conservación [30]. Estas formaciones calcáreas se encuentran distribuidas principalmente en la Sierra Madre Oriental, la Sierra Madre del Sur, así como en el Estado de Chiapas, y la península de Yucatán. Las variaciones en la estructura geológica y las condiciones climáticas de estas regiones han dado lugar a una amplia diversidad de formaciones kársticas. Los primeros estudios sobre el karst en México han tenido como principal enfoque la península de Yucatán [31]. Esta distribución de sistemas kársticos a nivel nacional, generan una gran variedad de morfologías y tipologías kársticas (karst tropical, karst alpino, karst de la sierra, entre otros), controladas por el clima, las estructuras geológicas y la litología, dando como resultado una diversidad de ambientes y ecosistemas muy particulares.

Las variables sociales y demográficas a las cuales están expuestos los sistemas kársticos generan impactos ambientales severos y significativos, tanto en el karst como en sus componentes individuales. En el caso del Geoparque Mundial UNESCO Mixteca Alta, la densidad poblacional es bastante baja, considerando que en un área de 415 km² habitan cerca de 7.000 personas, generando un rango de 16,87 personas por cada km². Este rango se ubica muy por debajo de la media nacional de densidad poblacional, correspondiente a 64,3 habitantes por km², según el censo de población y vivienda de 2020 [32]. Esta situación influye positivamente en el estatus de conservación de los sitios estudiados. Dada estas condiciones, la aplicación del Índice de Perturbación del Karst (KDI) se vislumbró como una alternativa diagnóstica del estado de conservación de estos

elementos geológicos. Con la aplicación de este índice se obtuvieron resultados conservadores, lo que indica que las áreas analizadas no presentan un deterioro extremo ni una afectación

grave. En términos generales, los hallazgos reflejan un karst con afectación menor y sensibilidad leve, (Tablas 5 y 6).

Tabla 5.

Matriz del Índice de Perturbación del Karst, según la metodología de van Beynen and Townsend [12].

Categoría	Atributo	Indicador	Descriptores de las opciones de nivel		Montelobos	El Sótano	Yutoto	Resumidero	Teposcolula	Perales
			Opciones	Nivel						
Geomorfología	Formaciones del relieve	Canteras/minería	Grandes minas a cielo abierto	3	0	1	1	0	0	0
			Pequeñas minas en explotación	2						
			Eliminación del pavimento a pequeña escala	1						
			Ninguno	0						
			Inundación total del valle por presas hidroeléctricas	3	0	0	1	0	0	0
		Inundación (estructura de superficie construida por el hombre)	Inundación de campos para riego	2						
			Pequeños embalses construidos para la agricultura	1						
			Inundaciones inducidas por precipitaciones naturales	0						
			Drenaje de aguas pluviales (% del total de aguas pluviales canalizadas a sumideros)	>66% 34-66% 1-34% Ninguno	0	1	0	1	0	0
		Relleno (% de cuevas/sumideros rellenos)	>66%	3						
			34-66%	2						
			1-34%	1						
			Ninguno	0						
	Suelos	Vertidos (% de sumideros afectados)	>66%	3	N/A	0	N/A	0	N/A	N/A
			34-66%	2						
			1-34%	1						
			Ninguno	0						
		Erosión	Grave	3	1	1	0	0	0	0
			Alta	2						
			Moderado	1						
			Tasa natural	0						
		Compactación debida al ganado o a las personas	Niveles generalizados y elevados	3	1	1	1	1	0	0
			Niveles generalizados pero bajos	2						
			Pocas zonas concentradas aisladas	1						
			Ninguno	0						
	Karst subterráneo	Inundación (inundación inducida por el hombre debido a la alteración de la superficie)	Inundación permanente de cuevas	3	N/A	0	N/A	0	N/A	N/A
			Aumento de la inundación intermitente y >50% de llenado	2						
			Aumento de la inundación	1						

Atmósfera	Calidad del aire		intermitente y <50% de llenado						
			Sólo inundaciones naturales debidas a fuertes precipitaciones	0					
			Destrución generalizada	3					
			~50% de espeleotemas eliminados	2	N/A	0	N/A	0	N/A
			Puntos aislados de eliminación	1					
			Pristina	0					
		Mineral - eliminación de sedimentos	Eliminación de la mayor parte del material	3					
			~50% de cueva afectada	2	0	0	N/A	0	N/A
			Algunos puntos aislados	1					
			Pristina	0					
		Compactación de sedimentos del suelo - destrucción	La mayoría de los sedimentos del suelo - decoraciones afectadas	3					
			~ 50% de los sedimentos del suelo - decoraciones afectadas	2	N/A	0	N/A	0	N/A
			Pequeño sendero a través de la cueva	1					
			Casi pristina, principalmente roca	0					
			superficie						
		Desección	Niveles generalizados y elevados	3					
			Niveles generalizados pero bajos	2	N/A	2	N/A	1	N/A
			Niveles aislados y muy bajos	1					
			Pristina	0					
		Corrosión por condensación inducida por el hombre	Niveles generalizados y elevados	3					
			Niveles generalizados pero bajos	2	N/A	N/A	N/A	1	N/A
			Niveles aislados y muy bajos	1					
			Pristina	0					
			Fuga de productos químicos concentrados en el acuífero	3					
		Plaguicidas y herbicidas	Fuerte fumigación de cultivos/maleza en superficie	2	0	0	0	0	0
			Poco uso de productos químicos	1					

Biot	Calidad del agua - Manantiales	Vertidos industriales o de petróleo	No se utiliza	0	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
			>20 terrenos baldíos	3						
			10-19 Parques industriales abandonados	2						
			1-9 Parques industriales abandonados	1						
			0 Terrenos baldíos	0						
			Nocivo todo el año	3						
	Cambio en el nivel freático (descenso en metros)	Concentración de componentes químicos nocivos en los manantiales	Nocivo durante periodos cortos	2	1	1	1	1	0	0
			Justo por encima de los niveles naturales	1						
			Agua prístina	0						
			>35	3						
	Cantidad de agua	Cambios en el nivel freático (descenso en metros)	15	2	0	0	0	0	0	0
			<5	1						
			Sólo la variabilidad natural	0						
			Abandono total	3						
			Largos periodos de sequía (no estacionales)	2						
			Ligera reducción	1						
Biot	Perturbación de la vegetación	Eliminación de vegetación (% del total)	Sin cambios	0	3	1	1	1	1	0
			>66%	3						
			34-66%	2						
			1-34%	1						
	Biota subterránea - Cueva	Riqueza de especies (% de disminución)	0	0	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
			50-75%	3						
			20-49%	2						
			1-19%	1						
			0	0						
			50-75%	3						
	Subsuelo - Aguas subterráneas	Riqueza de especies (% de disminución)	20-49%	2	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
			1-19%	1						
			0 o aumento del número	0						
			50-75%	3						
			20-49%	2						
			1-19%	1						
Cultural	Artefactos humanos	Destrucción/eliminación de artefactos históricos (% tomado)	0 o aumento del número	0	0	0	0	0	0	0
			>50%	3						
			20-49%	2						
			1-19%	1						
	Gestión de la región kárstica	Protección reglamentaria	0	0	1	1	1	1	1	1
			Sin regulación	3						
			Algunas normativas débiles	2						
			Estatutos en vigor, pero con lagunas	1						
			Región totalmente protegida	0						
			Aplicación de	3						

Construir infraestructuras	la normativa	generalizada/sin aplicación						
		Sin vigilancia policial, pero con pocos daños	2					
		Aplicación poco frecuente	1					
		Aplicación estricta	0					
	Educación pública	Ninguna, hostilidad pública	3					
		Ninguno, indiferencia pública	2	1	1	1	1	1
		Intentos a través de ONG	1					
		Programas gubernamentales bien financiados	0					
	Construcción de carreteras	Principales autopistas	3					
		Algunas carreteras de dos carriles	2	1	1	1	1	1
		Algunos caminos rurales	1					
		Senderos menores	0					
	Construcción sobre elementos kársticos	Grandes ciudades	3					
		Algunas carreteras de dos carriles	2	0	0	0	0	0
		Algunos caminos rurales	1					
		Sin desarrollo	0					
	Construcción en cuevas	Modificación importante	3					
		Gran cueva turística	2	N/A	0	N/A	0	N/A
		Sendero de la cueva señalado	1					
		Pristina	0					
Total			10	12	9	10	5	4

Fuente: Elaborado por los autores, aplicando la metodología de van Beynen and Townsend [12].

Tabla 6.

Matriz del Índice de Perturbación del Karst, según la metodología de van Beynen and Townsend [12]. Se realizó una adaptación en la cual se corrige el valor total, considerando el número total de indicadores evaluados, sin considerar los N/A. Es decir que si un sitio se evaluó con 15 indicadores (no con los 30 indicadores de la matriz), su valor máximo sería sobre 45 (3 puntos por cada indicador). Este valor de la calificación total se corrige mediante una regla de tres simple.

Sitios	Total	Numero de Indicadores Evaluados	Valor total Corregido	Afectación	Sensibilidad
Montelobos	10	17	17,64 (0,176)	Prístino	No Sensible
El Sótano	12	24	15 (0,15)	Prístino	No Sensible
Yutoto	9	16	16.78 (0,168)	Prístino	No Sensible
Resumidero	10	25	12 (0,12)	Prístino	No Sensible
Teposcolula	5	16	9,38 (0,9)	Prístino	No Sensible
Perales	4	16	7,5 (0,75)	Prístino	No Sensible

Fuente: Elaborado por los autores, adaptado de la metodología de van Beynen and Townsend [12].

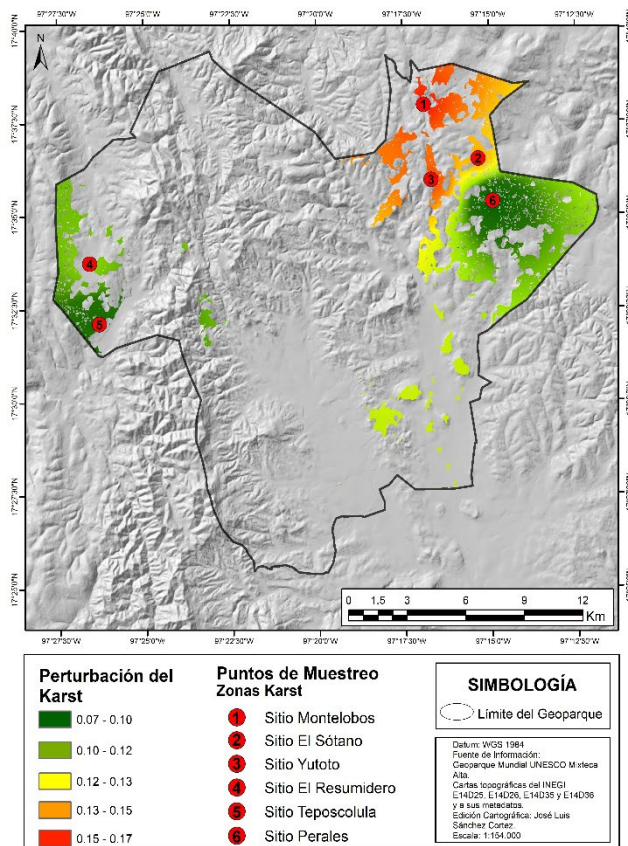


Figura 4. Mapa de distribución relativa de las perturbaciones del karst, a partir de la extrapolación de los datos obtenidos en los sitios de muestreo. Fuente: Elaborado por los autores.

En la recopilación de información en el campo, se identificó algunas actividades que se llevan a cabo en estas zonas, como la agricultura y la implementación de infraestructura asociada, como embalses para el almacenamiento de agua de pequeña escala, o el grabado de grafitis en algunas rocas. La influencia humana sobre los sistemas kársticos es notoria, sin embargo, no representan actividades con mayores perturbaciones. Los cambios en el entorno son leves, pero notorios, y las comunidades locales reconocen la existencia de un problema, cuando observan el deterioro y pérdida de los servicios ambientales año tras año. No obstante, pese a las acciones y presiones identificadas, los sistemas kársticos analizados aún no han alcanzado un punto crítico, según las evaluaciones realizadas. Sin embargo, esta tendencia sigue en aumento, y el ritmo de cambio, que muestra un crecimiento sostenido, podría modificarse o agravarse con el paso del tiempo.

El modelo de gestión territorial que poseen los gobiernos locales (municipios y agencias) en el estado de Oaxaca, es bastante particular, y la toma de decisiones se fragmenta según la jurisdicción de la autoridad, esta puede ser por regímenes de autoridades municipales y por autoridades agrarias (Bienes Comunales). En las comunidades del Geoparque Mundial UNESCO Mixteca Alta, los Comisariados de Bienes Comunales y sus

asambleas generales deciden qué hacer o no con sus recursos, y esas decisiones pueden traducirse en su protección, o en su aprovechamiento. De cierta forma, este modelo político de usos y costumbres ha sido una poderosa herramienta para ejercer la protección y conservación de los bienes comunitarios dentro del territorio municipal.

No obstante, a pesar del control en el uso de los recursos, existen necesidades básicas por satisfacer, y el agua y los alimentos son dos de las más básicas. Las actividades agrícolas y la extracción de agua subterránea despiertan como las potenciales amenazas del karst en el área. Los sitios El Sótano, Yutoto y Resumidero aparecen como las áreas con mayor presencia de estas actividades. Vale indicar que el uso de plaguicidas y pesticidas no es una constante en estos sitios de estudio, su uso se restringe a pocos municipios ubicados en las zonas bajas del valle de Yanhuatlán, cuyas planicies se caracterizan por el desarrollo de cultivos de regadío y agricultura extensiva. Por otra parte, el turismo masivo, la exploración espeleológica, las construcciones turísticas y la actividad minera son factores que amenazan y generan presión sobre el karst, no obstante, no son actividades que despiertan dentro del GMUMA.

De manera general, el área presenta zonas kársticas expuestas, que dan a lucir una gran diversidad de morfología, producto de los procesos de disolución (Fig. 5). Tal como se observa en la Fig. 4, los sectores correspondientes a los sitios de Montelobos, El Sótano y Yutoto, aparecen como los lugares con mayores perturbaciones relativas dentro del área kárstica del Geoparque, y estas áreas corresponden a espacios destinados para la agricultura y el pastoreo. Al contrario, los sitios de Perales y Teposcolula se caracterizan por la presencia de cubiertas boscosas de pinos y encinos (Fig. 6). Esta dicotomía muestra un derrotero claro, en el cual las actividades humanas delinean el potencial estado de afectación y sensibilidad de las áreas kársticas estudiadas. Afectaciones que no se evidencian a profundidad, sin embargo, marcan una clara tendencia hacia la perturbación antrópica.



Figura 5. Imágenes de morfologías kársticas presentes en el GMUMA. a, morfologías kársticas en el sitio Yutoto. b, morfologías kársticas en el sitio El Sótano. c, morfologías kársticas en el sitio Teposcolula. d, morfologías kársticas en el sitio El Resumidero.

Debido a sus diversos intereses estratégicos, científicos y estéticos, el karst es un fenómeno muy atractivo que es ampliamente considerado en los geoparques, ya sea como un recurso didáctico o geoturístico. Ruban [33] menciona que, hasta 2018, el 37% de los Geoparques Mundiales UNESCO alojaban en su territorio algún tipo de fenómeno kárstico, lo cual denota la importancia de estos sistemas para las estrategias de geoconservación. Los geoparques orientan el uso de los georecursos de manera simultánea, tanto a la conservación como a promulgar su uso sostenible, lo que permite de alguna manera, minimizar los impactos y presiones. En este contexto, Sánchez Cortez et al. [16], realizaron una valoración de los ecosistemas kársticos en el Municipio de Archidona, aplicando el Índice de Perturbación del Karst dentro del Geoparque Mundial UNESCO Napo Sumaco, y cuyos resultados muestran una afectación menor y sensibilidad leve en el territorio, lo cual confirma el papel sustancial de los geoparques en el proceso de conservación.

Para desarrollar estrategias efectivas de conservación del karst en el futuro, es fundamental adoptar un enfoque holístico que abarque todo el ecosistema kárstico y sus características específicas. La implementación de un Geoparque en este territorio, no solo conlleva la protección del geopatrimonio y geositios, sino que también sugiere la

creación de programas educativos que sensibilicen a la sociedad sobre la variabilidad de ecosistemas y recursos frágiles, involucrando a la población en los procesos de monitoreo de los cambios a los cuales son susceptibles los elementos ambientales (entre ellos los sistemas kársticos), garantizando así la sostenibilidad de los procesos de conservación.

4 Conclusiones

La presente investigación ha logrado alcanzar los objetivos propuestos, al evaluar de forma rigurosa el estado de conservación de los sistemas kársticos del Geoparque Mundial UNESCO Mixteca Alta, empleando metodologías cuali-cuantitativas aplicadas en puntos de observación seleccionados estratégicamente. Se debe puntualizar que la delimitación precisa de las áreas kársticas constituye uno de los principales desafíos en el estudio de estos sistemas, por lo cual es pertinente resaltar la relevancia de la teledetección como una herramienta versátil y eficaz para identificar y caracterizar dichas zonas.

Los sitios analizados en el presente trabajo no muestran un marcado estado de perturbación o deterioro según la aplicación del Índice de Perturbación del Karst (KDI), pero esto no significa que estos sistemas no sean vulnerables a los factores asociados con la afectación del karst. Las tendencias pueden ser favorables y alentadoras en la actualidad, no obstante, no es apropiado soslayar su importancia, y al contrario se debe perfilar estrategias sostenibles para coadyuvar la preservación del karst. La gestión adecuada del agua subterránea mediante políticas apropiadas que eviten su sobreexplotación, la protección de la biodiversidad local afín a los ecosistemas kársticos, el uso sostenible del suelo y las prácticas agrícolas, el desarrollo de actividades turísticas responsables, todo esto en el marco de actividades educativas y de sensibilización, son acciones que deben ser aplicadas a corto y mediano plazo como parte del campo de acción del Geoparque.

El uso de índices de conservación proporciona una visión integral de los factores que afectan la dinámica del karst, permitiendo una evaluación detallada de su estado actual. Aunque los resultados obtenidos no alcanzaron valores representativos dentro del rango de evaluación establecido, sí revelan la presencia de actividades que generan impactos significativos en las áreas estudiadas, que podrían ocasionar transformaciones irreversibles en los ecosistemas kársticos, comprometiendo su estabilidad a largo plazo.

Además, los datos obtenidos a partir de estos índices funcionan como un diagnóstico preciso y específico de la situación actual, proporcionando una herramienta valiosa para la formulación de estrategias de conservación y gestión territorial. Al contar con esta información, es posible diseñar acciones preventivas que ayuden a minimizar los efectos negativos y fomentar un uso sostenible de los recursos kársticos. La implementación de políticas adecuadas, la educación ambiental y la participación comunitaria son claves para garantizar la preservación de estas áreas en el futuro. Este enfoque holístico no solo fortalece la toma de decisiones, sino que también facilita la identificación de áreas prioritarias para la conservación.

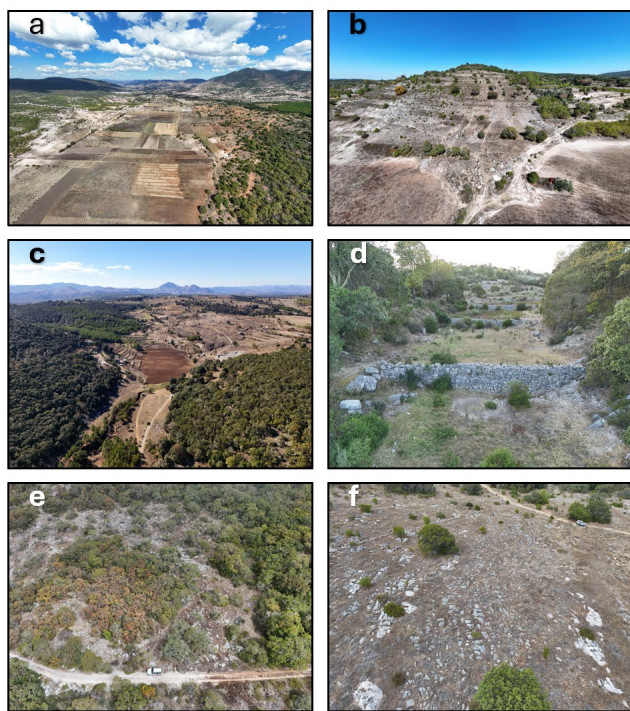


Figura 6. Imágenes de los sitios de estudio, con algunas de sus principales características. a, valle agrícola junto al sitio Resumidero. Los sedimentos generados por las labores agrícolas suelen ingresar dentro de las oquedades y causan enterramientos. b, vista aérea del sitio Montelobos. Nótese el alto grado de deforestación. c, imagen aérea del sitio El Sótano, donde también se aprecia los amplios espacios destinados para la agricultura. d, vista panorámica de las terrazas de cultivo, conocidas como *lamabordos*. Estas terrazas son construidas como estrategia que favorece la retención de sedimentos y humedad. e, vista aérea del sitio Perales, el cual se caracteriza por su importante cubierta boscosa. f, sitio Teposcolula, luce con espacios deforestados, junto con procesos activos de reforestación.

Fuente: Elaborado por los autores.

Agradecimientos

Los autores expresan su sincero agradecimiento a las comunidades locales que integran el Geoparque Mundial UNESCO Mixteca Alta por el respaldo brindado en este trabajo. En especial, se reconoce la colaboración de las autoridades municipales y agrarias de San Juan Teposcolula, San Bartolo Soyaltepec, San Juan Yucuita y Santa María Chachoapam, así como de las Agencias Municipales de San Agustín Montelobos, Guadalupe Gavillera y San Isidro Tejocotal.

Bibliografía

- [1] Palmer, A.N., Geología de cuevas. Dayton, sociedad espeleológica de Cuba, Estados Unidos, 2012.
- [2] Ford, D.C., and Williams, P., Karst hydrogeology and geomorphology. Art. 4986, John Wiley and Sons Ltd., Chichester, USA, 2007. DOI: <https://doi.org/10.1002/9781118684986>
- [3] De Waele, J., Karst Processes and Landforms, in: Richardson, D., Castree, N., Goodchild, M.F., Kobayashi, A., Liu, W., and Marston, R.A., Eds., The International encyclopedia of geography. John Wiley and Sons, Hoboken. 2017, pp. 1–13. DOI: <https://doi.org/10.1002/9781118786352.wbieg0968>
- [4] Ford, D., Characteristics of dissolution cave systems in carbonate rocks, in: James, N.P., and Choquette, P.W., Eds., New York, Springer Verlag, Paleokarst, 1988, pp. 25–57. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-1-4612-3748-2>
- [5] Garay-Martín, P., Consideraciones sobre karst y cuevas hipogénicas, con referencias al ámbito valenciano, Sociedad Española de Espeleología y Ciencias del Karst. 9, pp. 16–29, 2013.
- [6] Sánchez-Cortez, J.L., Vélez-Macias, K., Simbaña-Tasiguan, M., Rodríguez-Calvopiña, M., Fuentes-Campuzano, O., and Freire-Guerrero, C., Morphological characterization of karst geodiversity in Municipality of Archidona (Ecuador), Napo Sumaco Aspiring UNESCO Global Geopark. Earth Sciences Research Journal, 28(3), pp. 305–323, 2024. DOI: <https://doi.org/10.15446/esrj.v28n3.113933>
- [7] Ramos-Donato, C., El eco de las cuevas: de la disolución a la vida. Editorial Appris e Livraria Eireli- ME. 2019.
- [8] Niemiller, M.L., and Zigler, K.S., Patterns of cave biodiversity and endemism in the appalachian sand interior plateau of tennessee, USA. PLOS ONE, 8(5), Art. 4177, 2013. DOI: <http://doi.org/10.1371/journal.pone.0064177>
- [9] Price, P.W., Diniz, I.R., Morais, H.C., and Marques, E.S.A., The abundance of insect herbivore species in the tropics: the high local richness of rare species. Biotropica, 27(4), pp. 468–478, 1998. DOI: <http://doi.org/10.2307/2388960>
- [10] Struebig, M.J., Kingston, T., Zubaid, A., Le Comber, S.C., Mohd-Adnan, A., Turner, A., Kelly, J., Božek, M., and Rossiter, S.J., Conservation importance of limestone karst outcrops for Palaeotropical bats in a fragmented landscape. Biological Conservation, 142(10), pp. 2089–2096, 2009. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.biocon.2009.04.005>
- [11] Bárány-Kevei, I., and Gunn, J., eds., Essays in the ecology and conservation Karst. International Geographical Union, commission sustainable development and management Karst Terrain. Szeged-Budapest-Miskolc, Hungary, 1999.
- [12] Van-Beynen, P.E., and Townsend, K.M., A disturbance index for karst environments. Environmental Management, 36, pp. 101–116, 2005. DOI: <https://doi.org/10.1007/s00267-004-0265-9>
- [13] De Waele, J., Evaluating disturbance on mediterranean karst areas: the example of Sardinia (Italy). Environmental Geology, 58, pp. 239–255, 2009. DOI: <https://doi.org/10.1007/s00254-008-1600-x>
- [14] Kovarik, J.L., and van Beynen, P.E., Application of the Karst Disturbance Index as a raster-based model in a developing country. Applied Geography, 63, pp. 396–407, 2015. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.apgeog.2015.07.007>
- [15] North, L.A., Van-Beynen P.E., and Parise, M., Interregional comparison of Karst Disturbance: west-central Florida and southeast Italy. Journal of Environmental Management, 90, pp. 1770–1781, 2009. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jenvman.2008.11.018>
- [16] Sánchez-Cortez, J.L., Fuentes-Campuzano, O., and Rosero-Lozano, J., Determination of disturbance levels in karstic areas with application of qualitative indicators: case studies in municipalities of Archidona and Pedro Carbo (Ecuador). International Journal of Geoheritage and Parks, 10(3), pp. 400–416, 2022. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijgeop.2022.08.005>
- [17] Prosser, C.D., Our rich and varied geoconservation portfolio: the foundation for the future. Proceedings of the Geologists' Association, 124, pp. 568–580, 2013. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.pgeola.2012.06.001>
- [18] Evans, D., Brown, E., Larwood, J., Prosser, C., Silva, B., Townley, H., and Wetherell, A., Geoconservation: principles and practice. Natural England General Publication NE802, Natural England. 2023.
- [19] Brilha, J.B., Património geológico e geoconservação: a conservação da Natureza na sua vertente geológica. Palimage Editores, Visu, Portugal, 2005.
- [20] Palacio-Prieto, J.L., Rosado-González, E., Ramírez-Miguel, X., Oropeza-Orozco, O., Cram-Heydrich, S., Ortiz-Pérez, M.A., Figueroa-Mah-Eng, J.M., and Fernández de Castro-Martínez, G., Erosion, culture and geoheritage, the case of Santo Domingo Yanhuitlán, Oaxaca, México. Geoheritage, 8, pp. 359–369, 2016. DOI: <https://doi.org/10.1007/s12371-016-0175-2>
- [21] Mixteca alta aspiring geopark. Application dossier for the global Geopark Network. Oaxaca, México, 2015, 50 P.
- [22] Santamaría-Díaz, A., Alaniz-Álvarez, S.A., y Nieto-Samaniego, A.F., Deformaciones cenozoicas en la cobertura de la falla Caltepec en la región de Tamazulapam, sur de México. Revista Mexicana de Ciencias Geológicas, 25(3), pp. 494–516, 2008.
- [23] Sánchez-Cortez, J.L., López-Castañeda, N., Orozco-Ramírez, Q., Palacio-Prieto, J.L., and Ramírez-Miguel, X., Updating the inventory of geosites in the mixteca alta UNESCO global geopark through the application of participatory strategies. Geoheritage, 17(74), 2025. DOI: <https://doi.org/10.1007/s12371-025-01120-6>
- [24] U.S., Geological Survey. Advanced spaceborne thermal emission and reflection radiometer (ASTER) Level 1 precision terrain corrected registered at-sensor radiance. Product (AST_L1T) [online]. Sioux Falls, Dakota del Sur: USGS EROS Data Center, [consulted: February 10th, 2025]. 2020. Available at: https://lpdaac.usgs.gov/products/ast_l1tv003/
- [25] Vargas-Gonzales, C., Identificación de depósitos utilizando el sensor Aster. Geología Colombiana, 38, pp. 179–157, 2013.
- [26] Hartz, D., Prasad, L., Hedquist, B., Golden, J., and Brazel, A., Linking satellite images and hand-held infrared thermography to observed neighborhood climate conditions. Remote Sensing of Environment, 104(02), pp. 190–200, 2006. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.rse.2005.12.019>
- [27] Ninomiya, Y., Lithologic mapping with multispectral ASTER TIR and SWIR data. Sensors, systems, and Next-Generation Satellites, VII 2004, pp. 180–190. DOI: <https://doi.org/10.1117/12.511902>
- [28] North, L.A., Application and refinement of the karst disturbance index in west central, Florida, MSc. Thesis, Department of Geography, College of Arts and Sciences, University of South Florida, USA. 2007.
- [29] Uasapud-Enriquez, N.V., Aplicación de índices de conservación para conocer el estado y las prioridades de conservación en algunos elementos del Karst del Oriente Antioqueño, Tesis de Maestría, Universidad Nacional de Colombia - Sede Medellín, Colombia, 2018.
- [30] Estrada-Medina, H., y Álvarez-Rivera, O., Distribución geográfica y características del medio físico natural de los ambientes Kársticos de México. Acta Universitaria, 34, pp. 1–26, 2024. DOI: <https://doi.org/10.15174/au.2024.3840>
- [31] Espinasa-Pereña, R., El Karst de México, mapa NA III 3. En: A. Coll-Hurtado (coord.), Nuevo atlas nacional de México [date of reference May 22th of 2025]. Instituto de Geografía, Universidad Nacional Autónoma de México. Available at: https://www.igeograf.unam.mx/Geodig/nvo_atlas/index.html/5_naturaleza/ambiente/3_geomorfologia/NA_III_3.jpg
- [32] INEGI, Densidad de población por entidad federativa, serie de años censales de 1990 a 2020 [Online]. 2025. [date of reference May 22th of 2025]. Available at:

- [33] https://www.inegi.org.mx/app/tabulados/interactivos/?pxq=Poblacion_Poblacion_07_fb7d5132-39f0-4a6c-b6f6-4cbe440e048d
 Ruban, D.A., Karst as important resource for Geopark-Based Tourism: current state and biases. *Resources*, 7(4), art. 82, 2018. DOI: <https://doi.org/10.3390/resources7040082>

J.L. Sánchez-Cortez, Ingeniero Geólogo por la Universidad de Guayaquil (2005), Máster en Ciencias con énfasis en Manejo Sustentable de Recursos Bio Acuáticos y Medio Ambiente por la Universidad de Guayaquil (2010), Doctor en Medio Ambiente y Desarrollo por la Universidad Autónoma de Baja California (2013). Investigador del Instituto de Geografía de la Universidad Nacional Autónoma de México, con más de 15 años de experiencia docente. Experto en patrimonio geológico, geoturismo, investigación del karst y geoconservación basado en estructuras de participación social comunitaria. Ha participado en talleres y proyectos sobre Geopatrimonio, Geodiversidad, Geoconservación y Geoparques en América Latina, Europa y Asia. Miembro del Comité Científico del Geoparque Mundial de UNESCO Mixteca Alta (México) y Coordinador Científico del Geoparque Mundial UNESCO Napo Sumaco (Ecuador) y Ex Coordinador del Comité Ecuatoriano de Geoparques.
 ORCID: 0000-0002-1236-2848

N. López-Castañeda, Licenciada en Geografía por la Universidad Nacional Autónoma de México (2016), Maestra en Geografía por la UNAM (2019). Profesora de asignatura en el Colegio de Geografía de la Facultad de Filosofía y Letras, UNAM (2019-2021), Asistente de profesor en la Escuela de Ciencias Geográficas y Planeación Urbana de la Universidad Estatal de Arizona (2021-2022), Técnica Académica de la Licenciatura en Geografía Aplicada de la Escuela Nacional de Ciencias de la Tierra, UNAM (2022-2023). Miembro del Comité Científico del Geoparque Mundial UNESCO Mixteca Alta.
 ORCID: 0009-0008-8488-1170

K. Vélez-Macías, Ingeniera Ambiental por la Universidad de Guayaquil (2023), actualmente cursa la Maestría en Geografía en el campo de Geografía Ambiental en la Universidad Nacional Autónoma de México. Sus intereses de investigación incluyen: Sistemas de Información Geográfica, Teledetección, Geoparques, Geodiversidad y Geoconservación.
 ORCID: 0009-0000-8732-3205

O.B. Ortega-Díaz, Licenciado en Artes Visuales por la UNAM (2024), especializado en realización audiovisual, comunicación y museografía. Encargado de Comunicación Social de la Escuela Nacional de Ciencias de la Tierra de la Universidad Nacional Autónoma de México (2022-2024), coordinando identidad gráfica y divulgación científica. Colaborador desde 2021 del Geoparque Mundial UNESCO Mixteca Alta en coordinación del área de Comunicación Social. Coautor de publicaciones sobre educación ambiental y patrimonio geológico, integrando enfoques artísticos en Geoconservación.
 ORCID: 0009-0000-7312-3085



Análisis y comparación de las transformadas de Fourier y Wavelet: aplicación para el estudio de parámetros de la fuente sísmica del Terremoto de Arequipa del 2001

Marilyn Katia Paredes-Huanca & Edgard Gonzales-Zenteno

Universidad Nacional de San Agustín de Arequipa, Perú. mparedeshua@unsa.edu.pe, hgonzalesz@unsa.edu.pe

Received: 20 febrero 2025. Received in revised form: 31 de julio de 2025. Accepted: 1 agosto 2025

Resumen

Este estudio se centra en la caracterización del terremoto de Arequipa del 23 de junio de 2001, aplicando conjuntamente la Transformada de Fourier (FFT) y la Transformada Wavelet (WT) para estimar los parámetros de fuente y la energía radiada, con el objetivo de mejorar la gestión del riesgo sísmico en el sur de Perú. Los resultados de FFT mostraron momentos sísmicos entre 3.55×10^{16} y 1.41×10^{18} N·m, caídas de estrés entre 0.46 y 3.99 MPa, y radios de fractura de 0.61 a 1.94 km. La WT permitió estimar frecuencias dominantes entre 0.18–0.24 Hz, energía radiada entre 24.52 y 32.19 J, y duraciones de ruptura entre 40.02 y 105.98 s. El uso combinado de FFT y WT permitió una caracterización más detallada del terremoto de 2001. La FFT resultó eficaz para el análisis espectral de los parámetros de fuente, mientras que la WT proporcionó estimaciones precisas de la energía radiada y la duración de la ruptura, factores clave para mejorar la evaluación del riesgo sísmico en la región.

Palabras clave: Transformada de Fourier (FFT); Transformada Wavelet (WT); energía radiada; parámetros fuente; terremoto de Arequipa.

Analysis and comparison of Fourier and Wavelet transforms: application to the study of seismic source parameters of the 2001 Arequipa Earthquake

Abstract

This study focuses on the characterization of the June 23, 2001, Arequipa earthquake by applying the Fourier Transform (FFT) and Wavelet Transform (WT) together to estimate source parameters and radiated energy, aiming to improve seismic risk management in southern Peru. FFT results showed seismic moments ranging from 3.55×10^{16} to 1.41×10^{18} N·m, stress drops between 0.46 and 3.99 MPa, and fracture radii from 0.61 to 1.94 km. WT enabled the estimation of dominant frequencies between 0.18–0.24 Hz, radiated energy ranging from 24.52 to 32.19 J, and rupture durations from 40.02 to 105.98 s. The combined use of FFT and WT allowed for a more detailed characterization of the 2001 Arequipa earthquake. FFT proved effective for spectral analysis of source parameters, while WT provided accurate estimates of radiated energy and rupture duration—key factors for enhancing seismic risk assessment in the region.

Keywords: Fourier Transform (FFT); Wavelet Transform (WT); radiated energy; source parameters; Arequipa earthquake.

1. Introduction

The characterization of seismic signals using spectral and time-frequency analysis techniques is essential for understanding earthquake rupture dynamics and improving early warning and hazard mitigation models. Due to their inherently non-stationary nature, seismic signals pose significant challenges to classical techniques such as the Fourier Transform

(FT), which, although effective in identifying dominant frequencies, loses information about the temporal evolution of the spectral content [1]

As an alternative, the Wavelet Transform (WT)—in both its continuous and discrete forms—offers a multiresolution representation in the time-frequency domain, enabling the analysis of signals with dynamic variations and abrupt transitions [2]. Its application has proven effective in studies

How to cite: Paredes-Huanca, M.K., and Gonzales-Zenteno, E., (2025). Analysis and comparison of Fourier and Wavelet Transforms: application to the study of seismic source parameters of the 2001 Arequipa Earthquake.. BOLETÍN DE CIENCIAS DE LA TIERRA. 58, pp. 41-50. DOI:<https://doi.org/10.15446/rbct.n58.118962>

such as the 2015 Kathmandu Valley earthquake, where the temporal distribution of seismic energy was evaluated [3], and in regional-scale source parameter estimation [4].

In various regions worldwide, FT has been employed to estimate seismic source parameters such as seismic moment, corner frequency, and radiated energy. For example, in Cuba [5], South Africa [6], and Colombia [7], these methods have contributed to regional seismic characterization. In California, [8] used WT and the Brune model to evaluate energy release across events of varying magnitude, while [9] established empirical relationships between seismic moment and stress drop that remain foundational in modern seismology.

In the Peruvian context, [10] applied FT and the Brune model to the aftershocks of the 2001 Arequipa earthquake, revealing patterns of rupture and energy release. Similarly, [11] used FT to estimate source parameters from the aftershocks of the 2018 Lomas earthquake (Mw 7.1), assessing interactions between the mainshock and its aftershocks.

Despite these advances, an important gap remains: integrated approaches that combine spectral (FT) and time-frequency (WT) techniques are still scarce, particularly for complex events such as the 2001 Arequipa earthquake. This earthquake, with a magnitude of Mw 8.4, prolonged duration, multiple moment release pulses, and unilateral rupture propagation, represents an ideal case for applying and comparing both techniques jointly.

This study proposes the simultaneous application of FT and WT to seismic records from the 2001 Arequipa earthquake and its ten main aftershocks, to estimate source parameters such as seismic moment, stress drop, fracture radius, and radiated

energy. By comparing the results from both transforms, the study seeks to demonstrate how the integration of these approaches enables a more complete and dynamic characterization of the seismic source, thereby enhancing seismic hazard assessment capabilities in southern Peru.

1.1 Study area

The study area is located in southern Peru, spanning from 15.6° to 18.2° south latitude, and from 68.7° to 76.2° west longitude. This region was affected by the 2001 earthquake, which had 134 aftershocks distributed southeastward, suggesting that the rupture propagated in that direction [12]. Fig. 1 illustrates the location of the study area and the distribution of aftershocks according to their magnitude. Blue circles correspond to aftershocks with Mw between 5 and 5.5, green circles from 5.5 to 6.5, and red circles from 6.5 to 7.5.

The main Arequipa 2001 earthquake is represented by a yellow star, while the rupture zone is marked with a green rectangle.

The 2001 earthquake in southern Peru caused numerous fatalities and severe damage in Tacna, Arequipa, Ayacucho, and Moquegua, as well as in Arica and Iquique (Chile), with an intensity of VII-VIII on the Modified Mercalli scale [13]. The aftershock analysis identified a rupture area of 370 x 150 km², with propagation towards the southeast [14]. More than 80 localities were affected, with 217,400 people impacted and 17,580 houses destroyed [15]. Key seismic source parameters were determined through advanced studies, as reflected in Table 1, while Fig. 2 illustrates its focal mechanism and intensities.

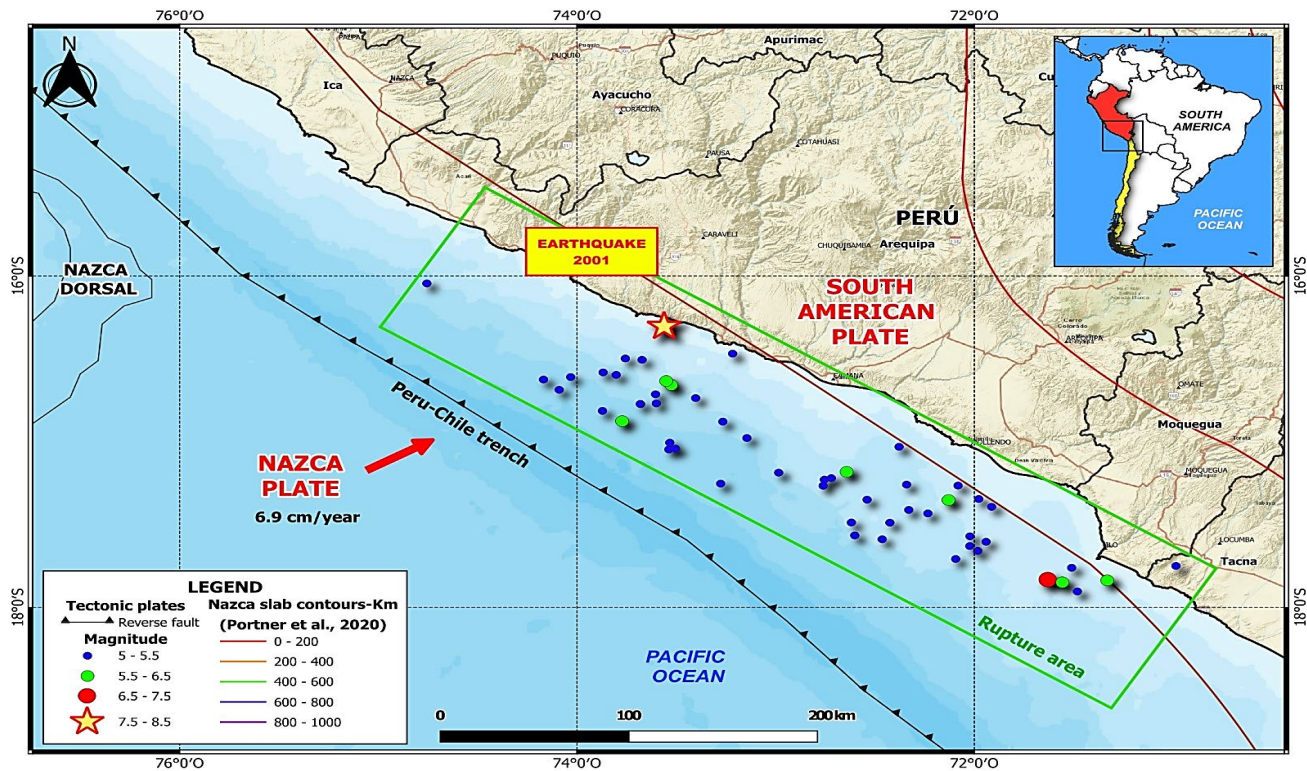


Figure 1. Geographic distribution of the study area, 2001 Arequipa earthquake epicenter, and spatial pattern of aftershocks by magnitude
Source: Adapted from Tavera, H. and Antayhua, 2022.

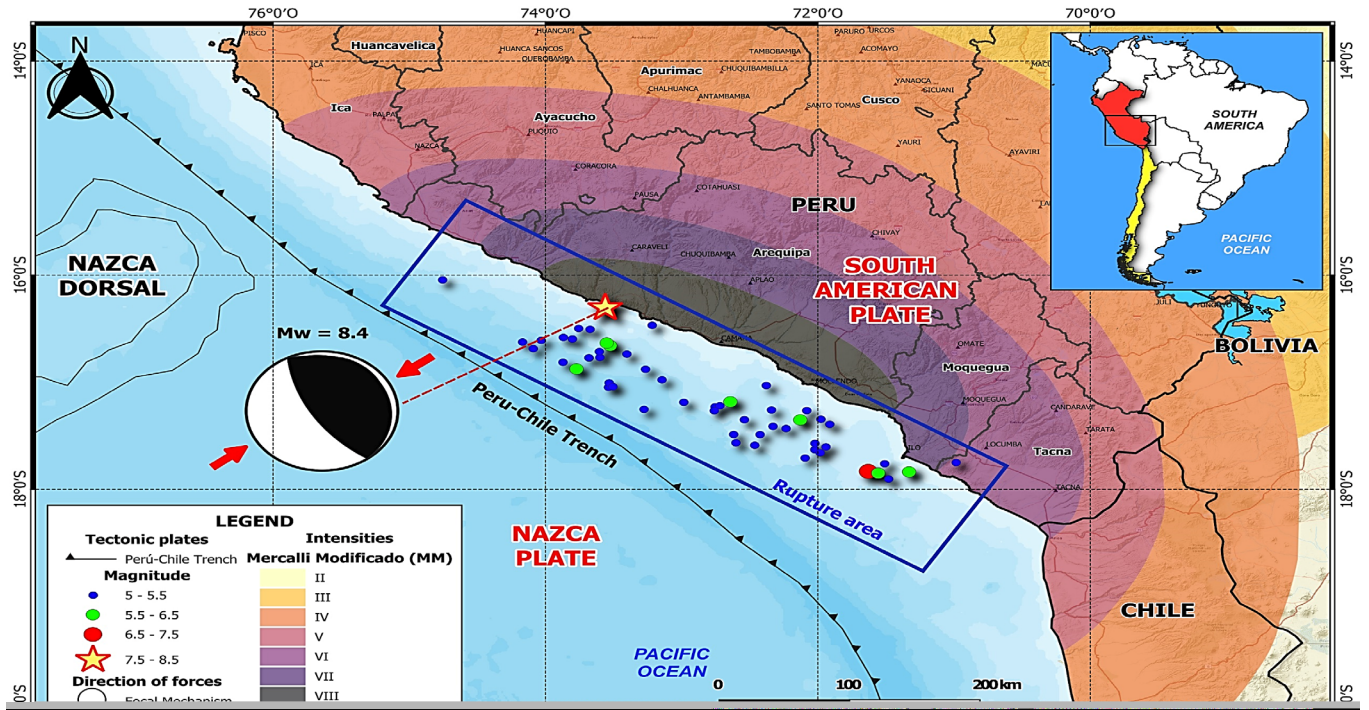


Figure 2. Focal mechanism and tectonic context of the 2011 Arequipa earthquake (Mw 8.4). The beach ball symbol illustrates a reverse fault mechanism. Red arrows indicate compressive forces from the Nazca Plate subducting beneath the South American Plate at ~6.9 cm/year. The rupture zone, aftershock distribution (colored by magnitude), and Modified Mercalli intensities across southern Peru are also depicted, highlighting the regional seismic impact Source: Adapted from Tavera et al., 2020.

Table 1.
Source and impact parameters of the 2011 Arequipa earthquake (Mw 8.4).

Parameter	Value/Description
Date and time	June 23, 2001, at 15:33 (20:33 UTC)
Magnitude	8.4 Mw (Moment Magnitude Scale)
Epicenter	16.265°S, 73.641°W; 120km southwest
Focal Depth	33 km depth
Tsunami	Camaná, Peru
Duration	Between 60 and 120 seconds
Released Energy	Equivalent to 32 megatons of TNT
Focal Mechanism	Reverse Fault (Thrust Fault)
Strike	Approximately 308°
Dip	Around 20°
Rake	Around 72° (compressional movement)

Source: Adapted from Tavera, H. and Antayhua, 2022.

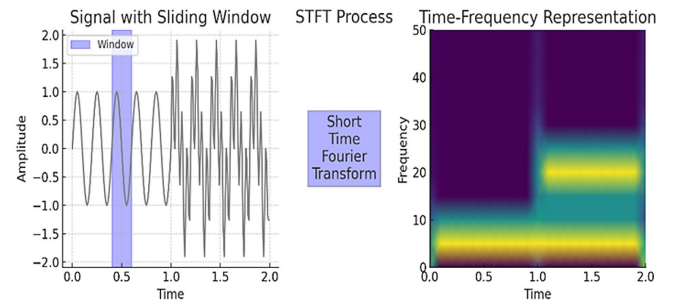


Figure 3. Schematic representation of the STFT for time-frequency analysis of seismic signals

Source: The authors

2. Theoretical framework

2.1 Fourier Transform (FFT)

The FFT is essential in seismology for analyzing seismic signals, decomposing them into their frequency components, and facilitating the interpretation of seismic phenomena [9]. The Fourier Series allows the representation of any periodic function as an infinite sum of sine and cosine functions at different frequencies. The coefficients a_k and b_k indicate the contribution of each frequency in the function [17].

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos(k\omega_0 t) + b_k \sin(k\omega_0 t)) \quad (1)$$

The Short-Time Fourier Transform (STFT) is essential for analyzing non-stationary signals, as it segments the signal into time windows to track changes in its frequency content [1]. The STFT enables a time-frequency analysis, where each window reveals the spectral distribution at that moment [18]. The result is a time-frequency graph, where the horizontal axis represents time and the vertical axis represents frequency, showing how frequencies evolve (Fig. 3).

2.2 Wavelet Transform (WT)

Unlike Fourier, the WT uses a mother wavelet, an oscillatory function localized in time and frequency, allowing the decomposition of signals into scaled and translated

Table 2.
Analysis and Comparison of Fourier Transform and Wavelet Transform - Seismology

Characteristic	Fourier Transform (FFT)	Wavelet Transform (WT)
Domain	Frequency	Time-Frequency
Transient Signal Analysis	Not suitable for transient signal analysis	Suitable for transient signal analysis
Temporal Resolution	Poor	Good temporal resolution
Frequency Resolution	High frequency resolution	Variable frequency resolution
High applicability in seismic signal analysis	Good for periodic or stationary signals	Ideal for non-stationary seismic signals, such as earthquakes and transient events
Fixed vs Variable Window	Fixed Window vs Variable Window	Use a variable window, shorter for high frequencies and longer for low frequencies.
Ability to detect local events.	It is not effective in detecting seismic events.	Very effective for detecting local events, such as earthquakes or seismic ruptures.
Computational Complexity	Less computationally expensive.	More computationally expensive.
Use in frequency identification	Good for identifying dominant frequencies throughout the signal.	Can identify frequencies that vary over time, useful for non-constant seismic events.
Common Applications in Seismology	Detection of fundamental frequency of seismic signals	Earthquake analysis and non-stationary signals. Identification of seismic phases.

Source: Adapted from Bessissi et al., 2009.

components [17]. This method enables concurrent analysis in both time and frequency domains, facilitating the identification of trends and oscillations [19]. CWT spectra, amplitudes are represented through a chromatic scale where warm colors (reds/oranges) indicate higher energy magnitudes, while cool colors (blues/greens) correspond to lower amplitudes [2]. Eq. (2) defines a scaled and translated wavelet used in the Continuous Wavelet Transform (CWT) [20].

$$\Psi_{a,b}^*(t) = |a|^{-\frac{1}{2}} \Psi^* \left[\frac{t-b}{a} \right] \quad a, b \in R \text{ y } a \neq 0 \quad (2)$$

Fig. 4 shows the process of the WT, a technique for analyzing signals in the time and scale domains [21]. The input signal represents a vibration that varies over time [22]. During the Wavelet Transform process, the signal is decomposed into different scales to identify its frequency content over time [23]. The analysis reveals that large scales correspond to low frequencies, while small scales capture high frequencies, enabling more detailed resolution than the Fourier Transform [2]. In Table 2, a comparison of FFT and WT in terms of seismology is presented.

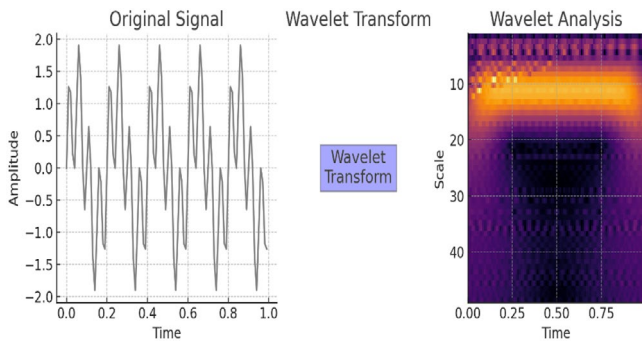


Figure 4. Conceptual diagram of the WT for multiscale time-frequency analysis of seismic signals

Source: The authors.

3 Data and methodology

3.1. Database download

The data were obtained from the IRIS seismic network, specifically from the Ñaña station (NNA), located at latitude -11.988° and longitude -76.842° , selected for its proximity to the earthquake epicenter.

Fig. 5 shows the flowchart of the process followed in this research. The diagram outlines a detailed and structured approach to analyzing seismic signals using two complementary techniques: FFT and WT. The results from both methods were used to determine fundamental parameters about the seismic source, allowing for a better understanding of the nature of earthquakes and their aftershocks. Once the data (10 aftershocks) were downloaded, two main programs were used to process the data.

The aftershock data were selected between June 23 and July 1, 2001, with magnitudes ranging from 5 to 10, and depths from 0 to 75 km. The selection of aftershocks was guided by the need to ensure waveform quality and consistency in depth and magnitude for reliable waveform analysis. Events with magnitudes ≥ 5.0 and depths ≤ 75 km were chosen to maintain a homogeneous dataset suitable for spectral and time-frequency analysis. This threshold also ensures that selected events generate records with a sufficient signal-to-noise ratio, essential for accurate estimation of source parameters. Although other events of lower magnitude exist, they were excluded due to limitations in data quality or lack of clear waveform characteristics. Table 3 shows the database of the 10 aftershocks, with their main characteristics (Date, time, latitude, longitude, depth, magnitude type, and location).

3.2. Determination of seismic source parameters with FFT

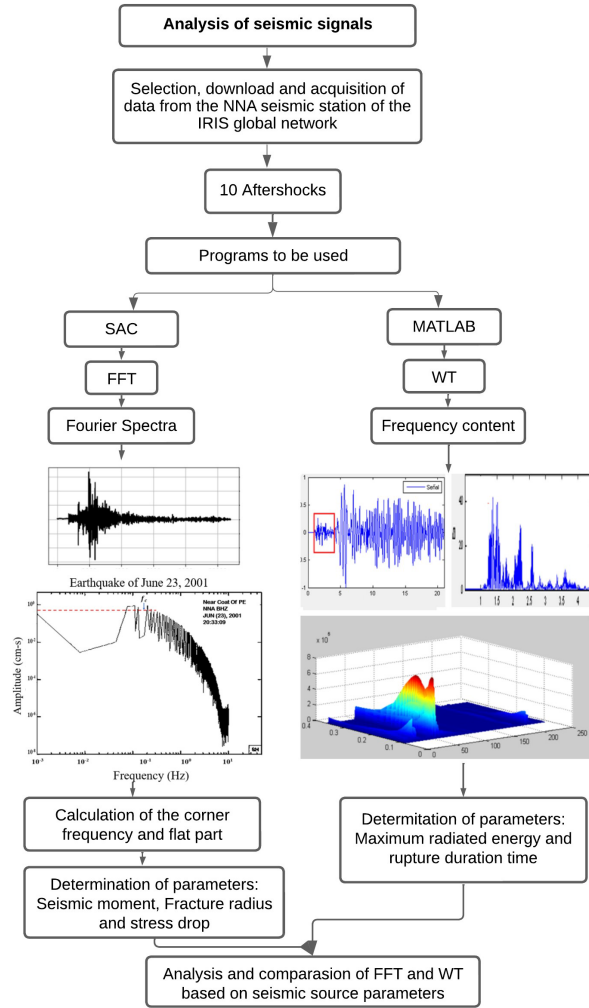


Figure 5. Flowchart of the methodological framework for seismic signal analysis using FFT and WT
Source: The authors

The Seismic Analysis Code (SAC) software is a widely used tool in seismology for the management and analysis of seismic data in time series [25]. It allows the application of FFT to calculate the spectrum of a signal and uses high-pass, low-pass, and band-pass filters to remove noise and enhance seismic detection [26].

SAC is essential for determining seismic source parameters such as M_0 , source radius, corner frequency f_c , and stress drop ($\Delta\sigma$), allowing the analysis of fault dynamics and potential damage.

For seismic signal processing, high-pass, low-pass, and band-pass filters were applied using SAC software to eliminate noise and enhance spectral detection. Signals were corrected to physical units suitable for calculating parameters such as M_0 and $\Delta\sigma$. In the Wavelet analysis, signals were bandpass filtered between 2 and 4 Hz, amplitudes were squared, absolute values were taken, then smoothed, and normalized to unity.

The f_c is related to the rupture size and earthquake duration, being lower in high-magnitude events and higher in smaller ones [27]. The flat part of the spectrum (Ω_0) is found at low frequencies, where the amplitude is constant, indicating a uniform distribution of energy [28] (Fig. 6).

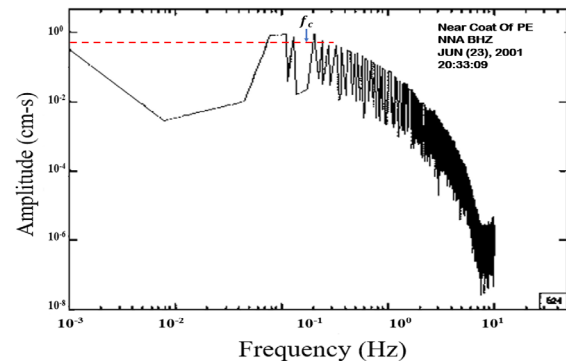


Figure 6. Fourier spectrum, calculating the corner frequency f_c and the flat part Ω_0 , of the 2001 Arequipa earthquake.
Source: The authors

Table 3.
Seismological parameters of the 2001 Arequipa earthquake and its ten selected aftershocks

Item	Date	Time	Latitude	Longitude	Depth	Mag.	Mag	Location
Earthquake	23/06/2001	20:33:09	-16.303	-73.561	33.0	8.4	Mw	Coast of Peru
Aftershocks 1	23/06/2001	21:27:35	-17.181	-72.642	33.0	6.1	Mw	Coast of Peru
Aftershocks 2	23/06/2001	23:09:57	-16.657	-73.525	10.0	5.9	Mw	Coast of Peru
Aftershocks 3	25/06/2001	3:48:58	-16.044	-74.755	33.0	5.3	Mw	Coast of Peru
Aftershocks 4	25/06/2001	6:38:48	-16.875	-73.772	38.0	5.7	Mw	Coast of Peru
Aftershocks 5	26/06/2001	4:18:32	-17.831	-71.63	33.0	6.7	Mw	Coast of Peru
Aftershocks 6	26/06/2001	8:47:09	-16.624	-74.168	33.0	5.4	Mw	Coast of Peru
Aftershocks 7	27/06/2001	0:21:06	-17.903	-71.480	33.0	5.4	Mw	Coast of Peru
Aftershocks 8	28/06/2001	21:35:24	-17.588	-72.463	33.0	5.3	Mw	Coast of Peru
Aftershocks 9	30/06/2001	8:57:19	-17.707	-72.093	33.0	5.3	Mw	Coast of Peru
Aftershocks 10	01/07/2001	11:06:30	-17.186	-72.984	33.0	5.4	Mw	Coast of Peru

Source: The authors

3.2.1. Calculation of seismic moment (M_o)

The M_o was calculated using the flat part of the displacement spectrum (Ω_0), following the classical formulation proposed by [28]. This equation relates the observed spectral amplitude to source parameters, accounting for density, wave velocity, epicentral distance, and radiation pattern, as expressed in Eq. (3):

$$M_o = \frac{4\pi\rho v^3}{2\psi_0} R\Omega_0 \quad (3)$$

Ω_0 = Flat part, calculated from the spectrum

M_o = Seismic moment.

ρ = Density of the medium; 2.8 gr/cm³

R = Epicentral distance

v = P-wave velocity; 5 Km/seg

ψ_0 = Radiation pattern, assumed as 0.4 based on a double-couple source model with isotropic take-off angle distribution [28] (Brune, 1970).

3.2.2. Calculation of the fracture radius

The fracture radius is a crucial parameter that defines the spatial extent of the rupture zone during an earthquake. Its estimation helps improve understanding of the fault's geometry and the energy release scale. Based on the f_c obtained from spectral analysis, the fracture radius (Eq. 4) can be calculated using standard formulations derived from source theory models.

$$r_0 = \frac{2.34\alpha}{2\pi f_c} \quad (4)$$

α = represents the speed of the P-wave

3.2.3. Calculation of stress drop ($\Delta\sigma$)

Stress drop indicates the difference in shear stress on a fault before and after rupture and is directly linked to the energy released during an earthquake. It is a key parameter for understanding rupture behavior and seismic efficiency. Using the previously estimated M_o and fracture radius, $\Delta\sigma$ (Eq. 5) can be calculated using classical source scaling relationships.

$$\Delta\sigma = 0.44(M_o/r^3) \quad (5)$$

3.3. Determination of seismic source parameters with WT

MATLAB is a key tool in technical scientific programming, enabling seismic signal analysis through digital processing, including the interpretation of phases, amplitude, and polarity [29]. Additionally, it facilitates the use of the Continuous Wavelet Transform (CWT) to represent non-stationary signals in the time-frequency domain [30].

The use of MATLAB and the Wavelet Transform allows for the analysis of non-stationary seismic signals,

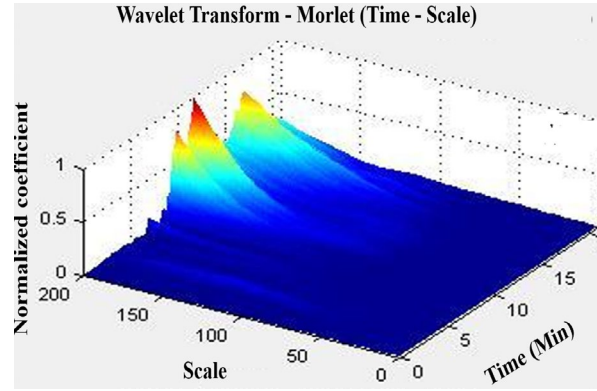


Figure 7. 3D wavelet spectrogram CWT of the 2001 Arequipa earthquake, generated in MATLAB
Source: The authors.

decomposing them into different frequency and time scales to characterize the dynamics of the seismic source [31]. The seismic signal shows energy variations over time, with higher energy at low frequencies (surface waves) in the first minutes, which decreases over time. In Fig. 7, high scales correspond to low frequencies, associated with surface waves, while low scales represent high frequencies of P or S waves. High intensity peaks indicate energy release, and the decrease towards the end reflects the reduction in seismic activity.

3.3.1. Calculation of rupture time

The rupture time was estimated following the methodologies of [32]. The vertical BHZ component was filtered between 2–4 Hz, squared, and normalized to enhance signal clarity. Rupture duration was then measured from the P-wave onset to the point where the amplitude decayed to 20% of its maximum, providing reliable results without the need for instrumental response correction.

The seismic record used for this analysis corresponds to a vertical BHZ component, with a velocity equivalent to that of a broadband station, allowing for a detailed study of the waveforms [33] (Fig. 8a). To enhance the clarity of the signal, a bandpass filter is applied to the record, restricting frequencies to a range of 2 to 4 Hz, which effectively isolates the relevant seismic frequencies while minimizing noise interference (Fig. 8b).

Once the filtered signal is obtained, its amplitude values are squared, making them proportional to the seismic energy radiation. Additionally, to facilitate further processing, the absolute values of the amplitudes are taken, smoothed, and normalized to unity, ensuring a consistent comparison across different signals [34]. This transformation allows a better understanding of the energy distribution and variations within the seismic event.

In terms of signal decay analysis, the duration of the pause is measured from the initial arrival of the P-wave until the amplitude reduces to 20% of its maximum value, providing insights into the dissipation of seismic energy over

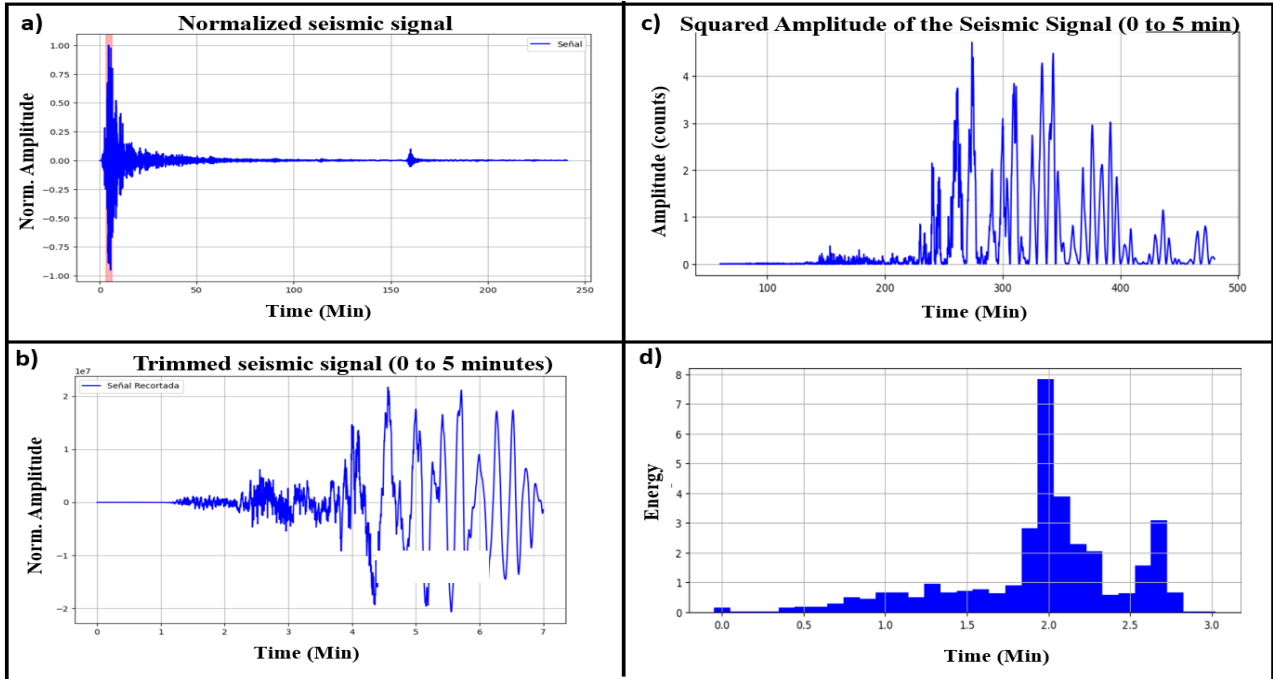


Figure 8. (a) Vertical component seismic signal of the Arequipa Earthquake of 2001, (b) Normalized seismic signal (P-wave), (c) Calculation of rupture duration, (d) Calculation of maximum radiated energy MaxEa (J)
Source: The authors.

time. This approach highlights the gradual attenuation of the seismic waves and their energy release patterns [35].

It is also crucial to emphasize that, since the analysis focuses only on the temporal component of the seismic signal, adjusting the instrumental response is not required. This simplifies the workflow while maintaining the integrity of the data, ensuring that the results remain reliable and representative of the actual seismic phenomenon under investigation. Since the analysis relies on the signal's temporal evolution rather than absolute amplitude, instrumental correction is unnecessary. The waveform shape remains intact, preserving data integrity and ensuring reliable, representative results of the seismic event (Fig. 8c).

3.3.2. Calculation of Maximum Radiated Energy (MaxEa)

The maximum radiated energy (MaxEa) is obtained by summing the amplitudes from the wavelet spectrogram in a specific frequency band (2–4 Hz in this study), following the energy integration method [36]. The temporal distribution of seismic energy, which is crucial for estimating M_0 and magnitude, shows a progressive decrease, indicating rapid dissipation of waves in events with high attenuation. The radiated energy can be obtained by calculating the sum of the amplitudes of the WT spectrogram in a specific frequency band (Fig. 8d).

4 Results and discussion

The Fourier spectra were plotted for the 10 aftershocks of the Arequipa earthquake of 2001, determining the flat part (Ω_0) and the f_c , essential for calculating the seismic

source parameters. The Wavelet analysis of the 10 aftershocks from the 2001 Arequipa earthquake was carried out using MATLAB, where the methodology was fully implemented.

4.1. Comparison of the parameters of the Arequipa 2001 earthquake and its aftershocks

Table 4 presents the main source parameters: M_0 , R , and $\Delta\sigma$ estimated using FFT; and F_c , MaxEa, and T_r obtained using WT. These values provide complementary information on the event's size, energy release, and rupture dynamics.

Table 5 summarizes the seismic source parameters obtained through FFT and WT transforms, comparing the mainshock (M_w 8.4) and its aftershocks (M_w 5.3–6.7), including M_0 , fracture radius, stress drop ($\Delta\sigma$), radiated energy (MaxEa), and rupture durations.

Table 4.
Seismic source parameters and corresponding estimation methods using FFT and WT

Parameter	Unit	Method
Seismic Moment (M_0)	N·m	FFT
Fracture Radius	km	FFT
Stress Drop ($\Delta\sigma$)	MPa	FFT
Frequency Content	Hz	WT
Maximum Radiated Energy (MaxEa)	J	WT
Rupture Duration	s	WT

Source: The authors.

Table 5.

Seismic source parameters derived from FFT (M_0 , fracture radius, $\Delta\sigma$) and WT (dominant frequency, MaxEa, duration) for the 2001 Arequipa mainshock and aftershocks.

Ítem	Depth (km)	M_w	FFT			WT		
			M_0 (N.m)	Radio (Km)	$\Delta\sigma$ (Mpa)	Frec (Hz)	MaxEa (J)	Dur Rupt. (s)
Earthquake	33.0	8.4	1.58×10^{21}	3.15	38.08	0.30	40.80	146.12
Aftershock 1	33.0	6.1	3.55×10^{17}	1.82	2.88	0.18	29.22	95.18
Aftershock 2	10.0	5.9	1.12×10^{17}	1.71	1.83	0.20	28.27	82.00
Aftershock 3	33.0	5.3	3.55×10^{16}	0.73	0.57	0.19	24.52	40.02
Aftershock 4	38.0	5.7	8.91×10^{16}	1.36	1.79	0.24	26.82	70.18
Aftershock 5	33.0	6.7	1.41×10^{18}	1.94	3.99	0.19	32.19	105.98
Aftershock 6	33.0	5.4	4.47×10^{16}	1.11	1.48	0.19	25.21	54.21
Aftershock 7	33.0	5.4	4.47×10^{16}	1.13	1.46	0.18	25.78	59.58
Aftershock 8	33.0	5.3	3.55×10^{16}	0.61	0.64	0.19	24.69	43.93
Aftershock 9	33.0	5.3	3.55×10^{16}	0.76	0.46	0.18	24.78	45.08
Aftershock 10	33.0	5.4	4.47×10^{16}	1.12	1.58	0.19	25.99	50.89

Source: The authors

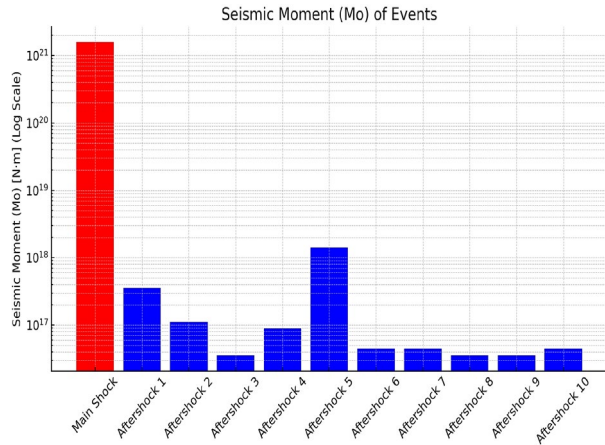


Figure 9. Seismic Moment Values for the Arequipa Earthquake (Main Shock) and its Aftershocks.

Source: The authors

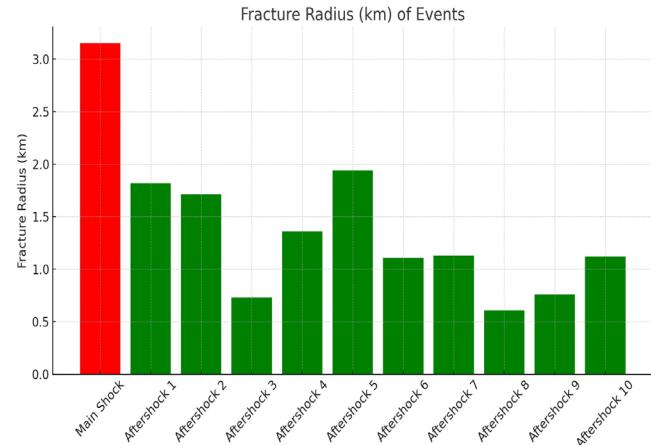


Figure 10. Fracture Radius for the Arequipa Earthquake (Main Shock) and its Aftershocks

Source: The authors

4.2. Seismic Moment (M_0)

Fig. 9 illustrates the seismic moment (M_0) of the main shock and aftershocks using a logarithmic scale on the vertical axis to capture the wide range of values. The main shock, represented in red, exhibits a seismic moment of 1.58×10^{21} N·m. This reflects the immense amount of energy released during the primary rupture. In contrast, the aftershocks, shown in blue, have significantly lower moments, ranging from 3.55×10^{16} N·m to 1.41×10^{18} N·m. These events mainly contributed to the release of residual stresses and had a much smaller impact on the overall deformation. The use of a logarithmic scale emphasizes the contrast in energy between the main event and the subsequent seismic.

4.3. Fracture Radius

Fig. 10 presents the fracture radius (in kilometers) for each seismic event. The main shock, again in red, displays

the largest fracture radius—3.15 km—indicating a much greater rupture area compared to the aftershocks, which are shown in green. The aftershocks generally range between 0.6 km and 2 km in radius. This graph clearly highlights the spatial extent of the main rupture compared to the more localized failures of the smaller seismic events. The use of contrasting colors once more helps differentiate the dominant main shock from the supporting seismic sequence.

Fig. 11 displays the log-log relationship between M_0 (N·m) and fracture radius (r), with lines representing different values of stress drop ($\Delta\sigma = 0.1, 1, 10$, and 100 MPa). The red star marks the mainshock, located above the 10 MPa line, while the aftershocks cluster near the same line, suggesting similar stress drop magnitudes. This graphical representation follows the scaling law $\Delta\sigma \propto M_0 / r^3$, allowing for visual interpretation of rupture mechanics.

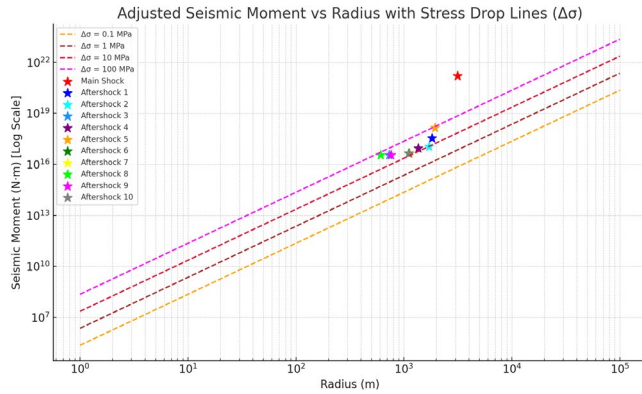


Figure 11. Log-Log Plot of Seismic Moment vs Fracture Radius with Stress Drop ($\Delta\sigma$) Iso-Lines
Source: The authors.

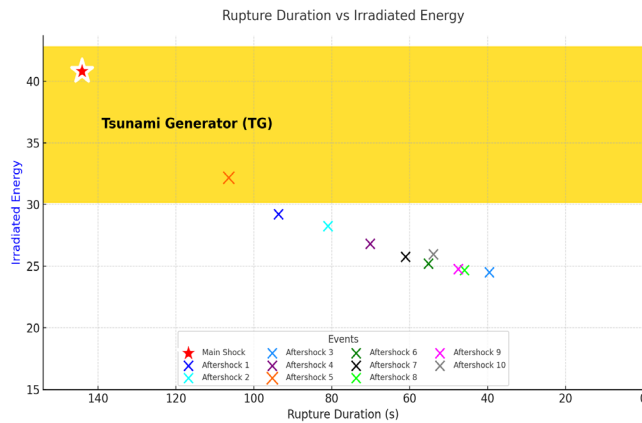


Figure 12. Relationship between rupture duration and radiated energy for the 2001 Arequipa mainshock and its aftershocks
Source: The authors.

4.4. Maximum radiated energy

The main earthquake radiated 40.80 J of energy, while the aftershocks had values ranging from 21.19 J to 26.29 J, according to analysis using the WT.

Fig. 12 shows the relationship between rupture duration (in seconds) and radiated energy in a seismic context, specifically for a Tsunami Generator (TG). The x-axis measures rupture duration, and the y-axis represents radiated energy (blue). Each point in the graph represents a seismic event, differentiated by colors and shapes. The main earthquake is highlighted with a red star, located in the upper left corner, indicating that it had the longest rupture duration and the highest radiated energy. The other points correspond to aftershocks, labeled in the legend as Aftershock 1, Aftershock 2, etc., with different colors and symbols. It is observed that as the rupture duration decreases, the radiated energy also decreases, suggesting a positive correlation between both variables. The aftershocks exhibit lower energy and shorter rupture durations compared to the main event, which is expected in a seismic sequence.

5. Conclusions

This study applied and compared the Fourier Transform (FFT) and the Wavelet Transform (WT) to analyze the seismic source parameters of the 2001 Arequipa earthquake and ten aftershocks, using SAC and MATLAB. The combined use of both methods enabled a comprehensive characterization of the mainshock and its associated events. The main earthquake (M_w 8.4) exhibited a seismic moment (M_o) of 1.58×10^{21} Nm, significantly higher than the aftershocks, which ranged from 1.12×10^{17} to 1.41×10^{18} N·m, confirming that the mainshock accounted for the majority of energy release along the fault.

The fracture radius for the mainshock was 3.15 km. In comparison, aftershock values ranged from 0.61 km to 1.94 km, indicating that the main rupture encompassed a substantially larger fault area, which triggered the subsequent events.

Stress drop ($\Delta\sigma$) for the main event reached 38.08 MPa, compared to 0.46–3.99 MPa for aftershocks, showing a direct correlation with M_o and supporting rupture mechanics scaling laws.

Radiated energy (MaxEa), estimated through WT, was 40.80 J for the mainshock and between 24.52 J and 32.19 J for aftershocks, highlighting the main event's dominance in energy dissipation across the seismic sequence.

Rupture duration was 146.12 s for the mainshock, versus 40.02–105.98 s for aftershocks, reflecting its greater magnitude and destructive potential.

FFT proved effective in extracting spectral parameters such as M_o , $\Delta\sigma$, and corner frequency, while WT enabled detailed time-frequency analysis, particularly for radiated energy and rupture duration.

Together, FFT and WT offer a complementary framework for seismic source analysis, improving the understanding of fault dynamics and enhancing regional seismic hazard assessment.

Acknowledgments

The authors would like to thank UNSA INVESTIGA (Project PTTMD-42 2023-UNSA) for funding this research work.

References

- [1] Gurley, K., and Kareem, A., Applications of wavelet transforms in earthquake, wind, and ocean engineering. Eng Struct. 21(2), pp. 149–167, 1999. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0141-0296\(98\)00085-5](https://doi.org/10.1016/S0141-0296(98)00085-5).
- [2] Sinha, S., Routh, P., Anno, P., and Castagna, J., Spectral decomposition of seismic data using continuous wavelet transform. Geophysics, 70(6), art. 27113, 2005. DOI: <https://doi.org/10.1190/1.2127113>
- [3] Rajbhandari, R., Acharya, I.P., and Adhikari, B.R., Application of wavelet transform for seismic wave analysis in Kathmandu. Geoenvironmental Disasters. 6(1), pp. 1–10, 2019. DOI: <https://doi.org/10.1186/s40677-019-0134-8>.
- [4] Hao, J., and Yao, Z., Determination of regional earthquake source parameters in the wavelet domain. Sci China Earth Sci. 55(5), pp. 802–810, 2012. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11430-011-4341-8>.
- [5] Longchamp, G., Clares, R., González, J., and Leyva, M., Seismic source parameters of earthquakes located on the eastern fault, in a

- sector southeast of Santiago de Cuba province. XI Congr Cubano Geol Simp Riesgo Geol Seismic. 2015.
- [6] Cichowicz, A., and Birch, D., Estimation of seismic source parameters. Council for Geoscience, SIM 11-02-01, 2012.
 - [7] Flórez, C., and Lozano, C., Analysis and processing of signals from seismogenic sources near San José de Cúcuta, Colombia. 2016. DOI: <https://doi.org/10.22463/0122820X.569>.
 - [8] Archuleta, R., Cranswick, C., Mueller, C., and Spudich, P., Source parameters of the 1980 Mammoth Lakes, California, earthquake sequence. *J. Geophys Res.* 87(B6), pp. 4595–4607, 1982. DOI: <https://doi.org/10.1029/JB087iB06p04595>.
 - [9] Kanamori, H., and Anderson, L., Theoretical basis of some empirical relations in seismology. *Bull Seismol Soc Am.* 65(5), pp. 1073–1095, 1975. DOI: <https://doi.org/10.1785/BSSA0650051073>.
 - [10] Delgado, M., Determination of seismic source parameters from spectral analysis: applied to the aftershocks of the 2001 Arequipa earthquake. Universidad Nacional de San Agustín, [online]. 2018. Available at: <https://repositorio.unsa.edu.pe/handle/UNSA/7045>.
 - [11] Hanco, J., Determination of seismic source parameters through spectral analysis of aftershocks from the January 14, 2018, Lomas earthquake in Arequipa. Universidad Nacional de San Agustín, [online]. 2022. Available at: <http://hdl.handle.net/20.500.12773/15610>.
 - [12] Ocola, L., Coseismic subsidence in southern Peru: Mw 8.4 earthquake of June 23, 2001. *Adv Geosci.* 14, pp. 79–83, 2008. DOI: <https://doi.org/10.5194/adgeo-14-79-2008>.
 - [13] Legrand, D., Delouis, B., Dorbath, L., David, C., Campos, J., Marqu ez, L., Thompson, J., and Comte, D., Source parameters of the Mw = 6.3 aromatic crustal earthquake of July 24, 2001 (northern Chile) and its aftershock sequence. *J South Am Earth Sci.* 24(1), pp. 58–68, 2007. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jsames.2007.02.004>.
 - [14] Malasavage, N., and Wartman, J., Spatial analysis of the damage distribution from the 2001 southern Peru earthquake. *Geotech Earth Eng Soil Dyn IV.*, 2008. DOI: [https://doi.org/10.1061/40975\(318\)24](https://doi.org/10.1061/40975(318)24).
 - [15] Kuroiwa, J., Sustainable cities, a regional seismic scenario, and the Arequipa, Peru earthquake of June 23, 2001, 2002. DOI: <https://doi.org/10.1061/ASCE1527-698820023:4158>.
 - [16] Tavera, H., and Antayhua, Y., Parameters of the Arequipa earthquake of June 23, 2001, and three major aftershocks deduced from spectral analysis of body waves. *Inst Geofisico Perú (IGP), Cent Nac Datos Geofis (CNDG)*, pp. 99–104, 2002.
 - [17] Fourier, J.B.J., *Th orie analytique de la chaleur*. Firmin Didot, Paris, 1822.
 - [18] Unser, M., Fast Gabor-like continuous wavelet transforms with windowed Fourier transforms. *IEEE Signal Process Lett.* 1(5), pp. 76–79, 1994. DOI: <https://doi.org/10.1109/97.294384>.
 - [19] Adhikari, B., Dahal, S., Karki, M., Mishra, R., Dahal, R., Sasmal, S., and Klausner, V., Application of Wavelet for seismic wave analysis in the Kathmandu Valley after the 2015 Gorkha earthquake, Nepal. *Geoenviron Disasters.* 7(1), art. 0134–8, 2020. DOI: <https://doi.org/10.1186/s40677-019-0134-8>.
 - [20] Daubechies, I., *Ten lectures on wavelets*. Society for Industrial and Applied Mathematics, 1992. DOI: <https://doi.org/10.1137/1.9781611970104>.
 - [21] Chen, J., Wald, D., and Helmberger, D., Source description of the 1999 Hector Mine earthquake, California, Part I: Wavelet domain inversion theory and resolution analysis. *Bull Seismol Soc Am.* 92(4), pp. 1192–1207, 2002. DOI: <https://doi.org/10.1785/0120000916>.
 - [22] Jindal, M., Priya, G., Jothilakshmi, R., Chithra, S., Ramasamy, V., and Kumar, D., Comprehensive study of Fourier and Wavelet transforms: features and applications, 2023. DOI: <https://doi.org/10.5281/zenodo.7766175>.
 - [23] Li, H., Yi, T., Gu, M., and Huo, L., Evaluation of earthquake-induced structural damage using wavelet transform. *Prog Nat Sci.* 19(4), pp. 461–470, 2009. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.pnsc.2008.09.002>.
 - [24] Chik, Z., Islam, T., Rosyidi, S.A., Sanusi, H., Taha, M.R., and Mustafa, M.M., Comparing the performance of Fourier decomposition and wavelet decomposition for seismic signal analysis. *Eur J Sci Res.* 32(3), pp. 314–328, 2009.
 - [25] Helffrich, G., Wookey, J., and Bastow, I., *The seismic analysis code: a primer and user's guide*. Cambridge University Press, Cambridge, 2013. DOI: <https://doi.org/10.1017/CBO9781139547260>.
 - [26] Boudouridis, A., and Zesta, E., Comparison of Fourier and Wavelet techniques in determining geomagnetic field line resonances. *J Geophys Res.* 112, art. 11922, 2007. DOI: <https://doi.org/10.1029/2006JA011922>.
 - [27] Thorsten, B., and Sedl, D., Spectrogram analysis of selected tremor signals using short-time Fourier transform and continuous wavelet transform. *Ann Geophys.* 42(3), art. 3733, 1999. DOI: <https://doi.org/10.4401/ag-3733>.
 - [28] Brune, J.B.J., Tectonic stress and spectra of shear waves from earthquakes. *J Geophys Res.* 75(26), pp. 4997–5009, 1970. DOI: <https://doi.org/10.1029/JB075i026p04997>.
 - [29] Hu, X.G., Liu, L., Hinderer, J., Hsu, H., and Sun, H., Analysis of atmospheric pressure effects in the long-period seismic modal band using wavelet filters. *Phys Earth Planet Inter.* 154(1), pp. 70–84, 2006. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.pepi.2005.09.003>.
 - [30] Lockwood, O., and Kanamori, H., Wavelet analysis of seismograms from the 2004 Sumatra-Andaman earthquake and its application to tsunami early warning. *Geochem Geophys Geosyst.* 7(9), art. 1272, 2006. DOI: <https://doi.org/10.1029/2006GC001272>.
 - [31] Mamadou, S., Michail, K., Holschneider, M., Scherbaum, F., and Adler, F., Characterization of seismic wave polarization attributes using continuous wavelet transforms. *Geophysics.* 71(3), art. 94511, 2006. DOI: <https://doi.org/10.1190/1.2194511>.
 - [32] Hartzell, S., and Liu, P.C., Calculation of earthquake rupture histories using a hybrid global search algorithm. *Bull Seismol Soc Am.* 86(2), pp. 525–538, 1996.
 - [33] McNamara, D.E., and Buland, R.P., Ambient noise levels in the continental United States. *Bull Seismol Soc Am.* 94(4), pp. 1517–1527, 2004.
 - [34] Iliescu, V., *Seismic signal enhancement using time-frequency transforms*. Master's thesis. University of Calgary, Calgary, [online]. 2002. Available at: <https://ucalgary.scholaris.ca>. DOI: <https://doi.org/10.11575/PRISM/15751>.
 - [35] Salmon, M.W., Short, S.A., and Kennedy, R.P., Strong motion duration and earthquake magnitude relationships (No. UCRL-CR-117769). Lawrence Livermore National Lab. 1992. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10009-008-0033-1>.
 - [36] Bessisi, Z., Terbeche, M., and Ghezali, B., Application of wavelets to the analysis of time series of DORIS station coordinates. *Comptes Rendus Geosci.* 341(6), pp. 446–461, 2009. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.crte.2009.03.010>.
- M.K. Paredes-Huanca**, received the BSc. Eng. in Geophysical Engineering in May 2025 from the National University of San Agustín in Arequipa, Peru. She holds diplomas in Occupational Health and Safety, Occupational Safety, Health, and Environment from the Ibero-American Institute of Professional Training. From 2020 to 2021, she volunteered at the Latin American Society for Natural Resources Research. In 2021, she completed her professional internship at the Faculty of Geology, Geophysics, and Mining at the National University of San Agustín. From 2022 to 2025, she worked in private companies providing services to the Las Bambas mine, holding positions as Planning Assistant, Operations Supervisor, Safety Supervisor, and Maintenance Planner. She is currently a Safety Supervisor at Myrc Contractors, providing services at the Las Bambas mining unit. ORCID: 0009-0002-6227-7278
- E. Gonzales-Zenteno**, holds a PhD. in Water Resources from the Universidad Nacional Agraria La Molina and a Dr. in Industrial Engineering from UNSA. He also holds a MSc. in Mining and Environmental Management from UNI and a BSc. Eng. in Geophysical Engineering from UNSA, where he currently serves as a full professor. He has held key academic leadership positions, including Dean of the Faculty of Geology, Geophysics, and Mining, School Director, and Head of Academic Coordination. He has completed specialized training in geosciences in the United States, France, and Germany, and has participated as a speaker at international conferences across the Americas, Europe, and Asia. He is an active member of professional institutions such as SEG, SME, SOM, PDAC, IIMP, CIP, and SGP. ORCID: 0000-0002-9235-9138



Área óptima para zapatas combinadas en forma de T asumiendo que el área en contacto con el suelo trabaja parcialmente en compresión

Arnulfo Luévanos-Rojas, Blanca Lucia Estrada-Mendoza & Mónico Juárez-Ramírez

Instituto de Investigaciones Multidisciplinaria, Universidad Autónoma de Coahuila, Torreón, Coahuila, México. arnulfol_2007@hotmail.com, b_estrada@uadec.edu.mx, juarezm57@yahoo.com

Recibido: 5 mayo 2012. Recibido en formato revisado: 4 septiembre 2024. Aceptado: 4 septiembre 2025.

Resumen

Este estudio muestra un modelo óptimo para determinar la superficie mínima en contacto con el suelo para zapatas combinadas en forma de T, tomando en cuenta que la superficie está parcialmente comprimida, es decir, una parte de la superficie debajo de la zapata en contacto con el suelo está a compresión y la otra parte la presión es cero (presión lineal sobre el suelo). Hay trabajos que muestran la superficie mínima para zapatas combinadas en forma de T, pero la superficie bajo la zapata en contacto con el suelo trabaja completamente a compresión. El modelo se desarrolla por integración y/o por las propiedades geométricas de una pirámide de base triangular para obtener las ecuaciones de la fuerza resultante y los dos momentos (ejes X e Y) para los quince casos de flexión biaxial y tres casos para flexión uniaxial (M_{y1} y M_{y2} son iguales a cero). Se presentan tres ejemplos numéricos con los mismos datos: El ejemplo 1 es para diferentes momentos; El ejemplo 2 es para momentos M_{x1} y M_{x2} iguales a cero; El ejemplo 3 es para momentos M_{y1} y M_{y2} iguales a cero. Además, se realiza una comparación con el modelo actual (área trabaja completamente bajo compresión) y el nuevo modelo (área trabaja parcialmente bajo compresión). Los resultados muestran que se puede lograr un ahorro de hasta un 31.40 % en el área de contacto con el suelo. De esta manera, el modelo de superficie mínima será de gran ayuda para los especialistas en ingeniería de cimentaciones.

Palabras clave: área óptima; zapatas combinadas en forma de T; superficie mínima; superficie está parcialmente comprimida.

Optimal area for T-shaped combined footing assuming that the contact area with the soil works partially in compression

Abstract

This study shows an optimal model to determine the minimum contact surface with the soil for T-shaped combined footings, assuming that the surface is partially compressed, this is, a part of the surface under the footing in contact with the soil is compressed and the other part the pressure is zero (linear pressure on the soil). There are works that show the minimum surface for T-shaped combined footings, but the surface beneath the footing in contact with the soil is fully compressed. The model is developed by integration and/or by the geometric properties of a pyramid with a triangular-based to obtain the equations of the resultant force and the two moments (X and Y axes) for the fifteen cases of biaxial bending and three cases for uniaxial bending (M_{y1} and M_{y2} are equals to zero). Three numerical examples are presented with the same data: Example 1 for different moments; Example 2 for moments M_{x1} and M_{x2} equals to zero; Example 3 for moments M_{y1} and M_{y2} equals to zero. Also, a comparison is made with the current model (area is fully compressed) and the new model (area is partially compressed). The results show that savings of up to 31.40% can be achieved in the area of contact with the soil. In this way, the minimum surface model will be of great help to foundation engineering specialists.

Keywords: optimal area; T-shaped combined footings; minimum surface; surface is partially compressed.

1 Introducción

La presión del suelo bajo una zapata se ve influenciada por diversos factores, como el tipo de suelo, la rigidez del suelo y de la zapata, y la profundidad de la cimentación. La

distribución de la presión depende de estos factores, y es fundamental considerarlos en el diseño y la construcción de las zapatas para garantizar su estabilidad y seguridad.

La Fig. 1 muestra la distribución de la presión del suelo bajo la superficie de contacto de una zapata, según el tipo de

How to cite: Luévanos-Rojas, A., Estrada-Mendoza, B.L., y Juárez-Ramírez, M., (2025). Área óptima para zapatas combinadas en forma de T asumiendo que el área en contacto con el suelo trabaja parcialmente en compresión. BOLETÍN DE CIENCIAS DE LA TIERRA. 58, pp. 51-71. DOI:<https://doi.org/10.15446/rbct.n58.120221>

suelo para una zapata rígida. La Fig. 1(a) presenta una zapata rígida sobre suelo arenoso. La Fig. 1(b) muestra una zapata rígida sobre suelo arcilloso. La Fig. 1(c) presenta la distribución uniforme utilizada en el diseño actual [1].

La industria de la construcción tiene una amplia variedad de usos para las zapatas combinadas; sin embargo, estas son algunas de las situaciones en las que se utilizan a menudo las zapatas combinadas en la industria de la construcción:

1. Cuando se construye una columna junto al límite de la propiedad, pero la zapata no se puede extender por delante de este.
2. Cuando dos zapatas tienden a traslaparse, y en este caso se utiliza la zapata combinada.
3. Cuando el peso de la edificación debe distribuirse uniformemente sobre el terreno.
4. Cuando la capacidad portante del terreno es baja y el área necesaria es mayor que la de cada zapata se puede utilizar una zapata combinada.

Los tipos más comunes de zapatas combinadas son: rectangulares, trapezoidales, de correa, en L y en T. Las zapatas rectangulares se utilizan cuando las cargas de las columnas son iguales. Las zapatas de correa son dos zapatas aisladas unidas por una viga de concreto. Las zapatas trapezoidales o en T se utilizan cuando la carga en una columna es mucho mayor que en la otra. Las zapatas en L se utilizan para zapatas en esquina.

El modelo propuesto considera que la distribución de la presión sobre el suelo es lineal para zapatas combinadas en forma de T sometidas a flexión biaxial en cada columna.

Los estudios de capacidad de carga mediante métodos analíticos y/o experimentales para diferentes tipos de cimentaciones han sido investigados por varios autores, tales como: Shahin and Cheung [2], Dixit and Patil [3], Erzİn and Gul [4], Colmenares *et al.* [5], Cure *et al.* [6], Fattah *et al.* [7], Uncuoğlu [8], Anil *et al.* [9], Khatri *et al.* [10], Mohebkah [11], Zhang [12], Turedi *et al.* [13], Gnananandarao [14], Gör [15]. El valor de la capacidad de carga última podría ser significativamente diferente dependiendo del método de equilibrio límite utilizado.

Las investigaciones más importantes sobre zapatas aisladas rectangulares para el manejo eficiente de problemas de interacción suelo-zapata se han llevado a cabo mediante el uso de métodos analíticos por Chaabani *et al.* [16], Vitone and Valsangkar [17], Michalowski [18], Özmen [19], Aydogdu [20], Girgin [21], Al-Gahtani and Adekunle [22],

Rawat *et al.* [23], López-Machado *et al.* [24], Lezgy-Nazargah *et al.* [25], para gráficos o ayudas de diseño como Teng [26], Highter and Anders [27], Galvis and Smith-Pardo [28], y para métodos analíticos y gráficos o ayudas de diseño por Rodríguez-Gutierrez and Aristizabal-Ochoa [29, 30]. Estos documentos se desarrollan para obtener la capacidad de carga axial y el momento biaxial de la zapata, o la distribución de presiones en el área de contacto de una zapata aislada rectangular rígida apoyada sobre el suelo, y las dimensiones de la zapata se obtienen mediante un procedimiento iterativo.

Las contribuciones más importantes en los estudios de zapatas combinadas han sido desarrolladas por varios investigadores, tales como: Para zapatas rectangulares por Maheshwari y Khatri [31], Konapure y Vivek [32], Vivek *et al.* [33], Reddy y Kumar [34], Kashani *et al.* [35]; Para zapatas trapezoidales por Al-Douri [36], Luévanos-Rojas *et al.* [37]; Zapatas en forma de T por Luévanos-Rojas *et al.* [38, 39], Moreno-Landeros *et al.* [40]; Para zapatas de esquina por Aishwarya y Balaji [41], Moreno-Hernández *et al.* [42]; Para zapatas de correa por Luévanos-Rojas *et al.* [43]. Estas investigaciones toman en cuenta que el área en contacto con el suelo trabaja completamente a compresión. Estos trabajos se desarrollan por diferentes métodos para diseños completos.

La capacidad portante ha sido investigada para zapatas aisladas sometidas a flexión biaxial, que toman en cuenta una distribución lineal de la presión del suelo y el área de contacto con el suelo trabajando parcialmente bajo compresión [19-23,25,28]. El área óptima para zapatas combinadas rectangulares asumiendo que la superficie de contacto con el suelo trabaja parcialmente en compresión ha sido investigada recientemente por Montes-Paramo *et al.* [44].

Las justificaciones de este trabajo son: 1) Algunos diseños se han desarrollado por el método de ensayo y error para determinar las dimensiones de las zapatas. 2) Otros autores muestran la superficie mínima para zapatas combinadas en forma de T, pero la superficie debajo de la zapata en contacto con el suelo está completamente comprimida. 3) Varios investigadores han desarrollado algoritmos para diferentes tipos de zapatas que están comprimidas parcialmente para determinar la capacidad portante del suelo, pero no para zapatas combinadas en forma de T.

Los artículos más relacionados al tema de zapatas combinadas en forma de T son: Luévanos-Rojas *et al.* [38] aportaron un modelo analítico para obtener las dimensiones de zapatas combinadas en forma de T en contacto con el suelo. Luévanos-Rojas *et al.* [39] desarrollaron un modelo matemático de diseño para determinar el espesor y el acero de refuerzo para zapatas combinadas en forma de T. Moreno-Landeros *et al.* [40] propusieron un diseño de costo óptimo para zapatas combinadas en forma de T de concreto armado. Todos estos trabajos se desarrollan bajo el criterio de que el área en contacto con el suelo de la zapata trabaja totalmente en compresión.

Así, la revisión de los estudios previos muestra que no existen trabajos con el nivel actual de conocimiento sobre el área mínima de zapatas combinadas en forma de T, considerando que el área está parcialmente comprimida.

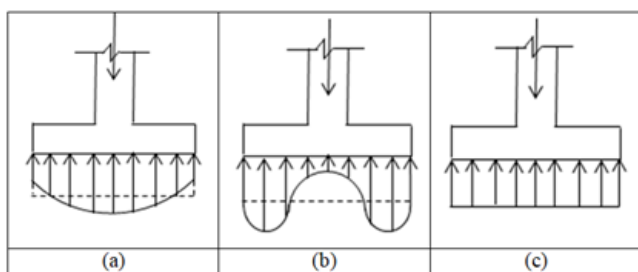


Figura 1. Distribución de la presión del suelo debajo de una zapata.
Fuente: Montes-Paramo *et al.*, 2023.

En este trabajo se muestra un modelo analítico para obtener el área mínima para zapatas combinadas en forma de T asumiendo que la zona en contacto con el suelo está parcialmente comprimida, es decir, una parte del área de contacto de la zapata está sometida a compresión y la otra parte sin presión (presión cero). Este artículo muestra los quince casos posibles de zapatas sometidas a flexión biaxial (caso I, asume que toda la superficie inferior de la zapata trabaja esta comprimida, y los casos II a XV, asumen que toda la superficie inferior de la zapata está parcialmente comprimida, lo cual constituye la principal contribución de esta investigación) y tres casos especiales de flexión uniaxial (M_{y1} y M_{y2} son iguales a cero). La fuerza resultante R y los momentos ortogonales en los ejes X e Y se obtienen por integración y se verifican mediante las propiedades de una pirámide de base triangular para flexión biaxial y las propiedades de un prisma triangular para flexión uniaxial. En este artículo se presentan tres ejemplos numéricos: El ejemplo 1 corresponde a flexión biaxial; el ejemplo 2 es el mismo ejemplo 1, pero M_{x1} y M_{x2} son iguales a cero; El ejemplo 3 es el mismo ejemplo 1, pero M_{y1} y M_{y2} son iguales a cero. Cada ejemplo presenta cuatro tipos de restricciones: la restricción 1 corresponde a una zapata con lados sin restricciones, la restricción 2 corresponde a una zapata con un lado restringido en la columna 1, la restricción 3 corresponde a una zapata con un lado restringido en la columna 2 y la restricción 4 corresponde a una zapata con dos lados restringidos (lados opuestos). Además, se realiza una comparación con el modelo actual (área trabaja completamente bajo compresión) y el nuevo modelo (área trabaja parcialmente bajo compresión) para observar las diferencias.

2 Formulación del modelo

En este trabajo se hacen las siguientes consideraciones: la zapata es completamente rígida y reposa sobre suelo elástico y homogéneo, es decir, la presión del suelo sobre la zapata se comporta linealmente según Bowles [1], Das *et al.* [45], McCormac y Brown [46].

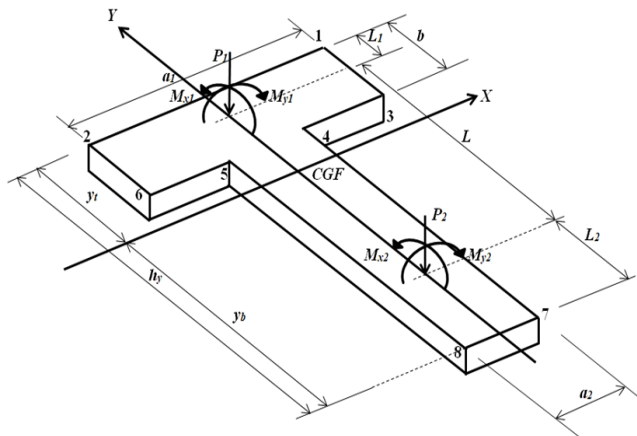


Figura 2. Zapata combinada en forma de T con extremos libres.
Fuente: Autores.

La Fig. 2 muestra una zapata combinada en forma de T (lados libres en sus extremos) que soporta dos columnas alineadas sobre un eje Y (eje longitudinal), y cada columna transfiere a la zapata una carga axial y dos momentos flectores en los ejes X e Y.

Las propiedades geométricas de la zapata combinada en forma de T vista en planta son:

$$A = (a_1 - a_2)b + a_2h_y \quad (1)$$

$$y_t = \frac{(a_1 - a_2)b^2 + a_2h_y^2}{2[(a_1 - a_2)b + a_2h_y]} \quad (2)$$

$$y_b = \frac{(2h_y - b)(a_1 - a_2)b + a_2h_y^2}{2[(a_1 - a_2)b + a_2h_y]} \quad (3)$$

$$I_x = \frac{a_2h_yb(a_1 - a_2)(h_y - b)^2[a_2h_y + b(a_1 - a_2)]}{4[(a_1 - a_2)b + a_2h_y]^2} + \frac{(a_1 - a_2)b^3 + a_2h_y^3}{12} \quad (4)$$

$$I_y = \frac{ba_1^3 + (h_y - b)a_2^3}{12} \quad (5)$$

donde: A = Área de la zapata en planta (m^2), y_t = Distancia del centro de la zapata al extremo positivo (m), y_b = Distancia del centro de la zapata al extremo negativo (m), I_x = Momento de inercia sobre el eje X (m^4), I_y = Momento de inercia sobre el eje Y (m^4).

2.1 Flexión biaxial

En esta subsección se presentan los quince casos posibles para una zapata combinada en forma de T sometida a carga axial y dos momentos ortogonales en cada columna.

Para el caso I, se asume que toda la superficie inferior de la zapata está comprimida. Las presiones generadas por el suelo sobre la zapata se determinan mediante la siguiente ecuación (ecuación de flexión biaxial) [31-42]:

$$\sigma = \frac{R}{A} + \frac{M_{xT}y}{I_x} + \frac{M_{yT}x}{I_y} \quad (6)$$

donde: σ = Presión admisible del suelo (kN/m^2), M_{xT} = Momento total respecto al eje X ($kN-m$), M_{yT} = Momento total respecto al eje Y ($kN-m$), x = Distancia en dirección X desde el centro de la zapata hasta el punto en estudio, y = Distancia en dirección Y desde el centro de la zapata hasta el punto en estudio.

Nota: R , M_{xT} y M_{yT} se pueden determinar mediante la suma de fuerzas y la suma de momentos de la siguiente manera:

$$R = P_1 + P_2 \quad (7)$$

$$M_{xT} = M_{x1} + M_{x2} + P_1(y_t - L_1) - P_2(h_y - y_t - L_2) \quad (8)$$

$$M_{yT} = M_{y1} + M_{y2} \quad (9)$$

Para los casos II al XV (Todos los casos posibles cuando la presión máxima se localiza en el vértice 1), se supone que toda la superficie inferior de la zapata está parcialmente comprimida, es decir, parte del área de contacto no hay presión, y por integración y/o por las propiedades geométricas de una pirámide de base triangular, se determinan la fuerza resultante R , el momento en el eje X M_{xT} y el momento en el eje Y M_{yT} (Estos casos se analizan porque en algunas condiciones el caso I no alcanza la presión máxima y en estos casos se garantiza la presencia de la presión máxima).

Las presiones generadas por el terreno sobre la zapata se determinan mediante la ecuación general del plano de presiones, a partir de tres puntos conocidos.

La ecuación general de un plano de presión tridimensional del suelo sobre la zapata es:

$$Ax + By + C\sigma_z + D = 0 \quad (10)$$

Para los casos II a XV, los tres puntos conocidos del plano de presión son:

$$p_1\left(\frac{a_1}{2}, y_t, \sigma_{max}\right); p_2\left(\frac{a_1}{2} - L_{x1}, y_t, 0\right); p_3\left(\frac{a_1}{2}, y_t - L_{y1}, 0\right) \quad (11)$$

donde: p_1 , p_2 y p_3 son las coordenadas de los tres puntos conocidos de la zapata (ver Fig. 4).

La ecuación general del plano de presión se determina de la siguiente manera (Tomando como pivote el punto 1 " p_1 "):

$$\begin{vmatrix} x - \left(\frac{a_1}{2}\right) & y - (y_t) & \sigma_z - \sigma_{max} \\ \frac{a_1}{2} - L_{x1} - \left(\frac{a_1}{2}\right) & y_t - (y_t) & 0 - \sigma_{max} \\ \frac{a_1}{2} - \left(\frac{a_1}{2}\right) & y_t - L_{y1} - (y_t) & 0 - \sigma_{max} \end{vmatrix} \quad (12)$$

Resolviendo el determinante de la Ec. (12) y aislando " σ_z " se obtiene la presión en cualquier punto de la base:

$$\sigma_z = \frac{\sigma_{max}[2L_{x1}(L_{y1} + y - y_t) + L_{y1}(2x - a_1)]}{2L_{x1}L_{y1}} \quad (13)$$

La ecuación de la recta que forma el eje neutro se obtiene suponiendo " σ_z " igual a cero en la Ecuación (13) (Esta es la definición del eje neutro):

$$2L_{x1}(L_{y1} + y - y_t) + L_{y1}(2x - a_1) = 0 \quad (14)$$

La Fig. 3 muestra el caso I asumiendo que toda la superficie inferior de la zapata está comprimida.

La Fig. 4 muestra los casos II a XV asumiendo que toda la superficie inferior de la zapata trabaja parcialmente bajo compresión.

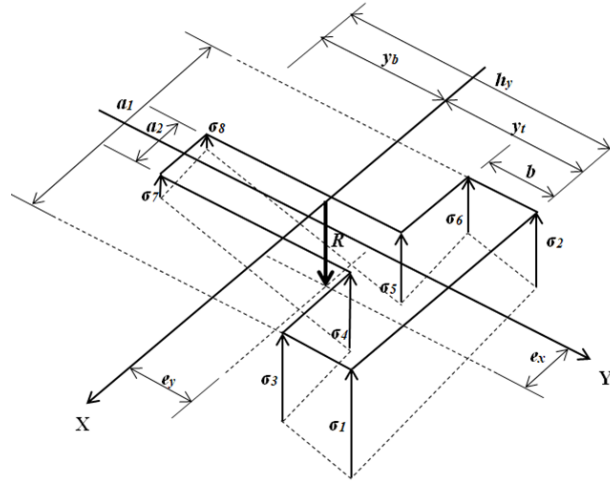


Figura 3. Área totalmente comprimida.
Fuente: Autores.

2.1.1 Caso I

Las ecuaciones generales para la presión del suelo en cada vértice de una zapata sometida a flexión biaxial se obtienen de la Ec. (6) de la siguiente manera:

$$\sigma_1 = \frac{R}{A} + \frac{M_{xT}y_t}{I_x} + \frac{M_{yT}a_1}{2I_y} \quad (15)$$

$$\sigma_2 = \frac{R}{A} + \frac{M_{xT}y_t}{I_x} - \frac{M_{yT}a_1}{2I_y} \quad (16)$$

$$\sigma_3 = \frac{R}{A} + \frac{M_{xT}(y_t - b)}{I_x} + \frac{M_{yT}a_1}{2I_y} \quad (17)$$

$$\sigma_4 = \frac{R}{A} + \frac{M_{xT}(y_t - b)}{I_x} + \frac{M_{yT}a_2}{2I_y} \quad (18)$$

$$\sigma_5 = \frac{R}{A} + \frac{M_{xT}(y_t - b)}{I_x} - \frac{M_{yT}a_2}{2I_y} \quad (19)$$

$$\sigma_6 = \frac{R}{A} + \frac{M_{xT}(y_t - b)}{I_x} - \frac{M_{yT}a_1}{2I_y} \quad (20)$$

$$\sigma_7 = \frac{R}{A} - \frac{M_{xT}(h_y - y_t)}{I_x} + \frac{M_{yT}a_2}{2I_y} \quad (21)$$

$$\sigma_8 = \frac{R}{A} - \frac{M_{xT}(h_y - y_t)}{I_x} - \frac{M_{yT}a_2}{2I_y} \quad (22)$$

A continuación, se presentan las ecuaciones generales de R , M_{xT} y M_{yT} para los casos II a XV.

2.1.2 Caso II

$$R = \int_{y_t - L_{y1}}^{y_t} \int_{\frac{a_1}{2} + \frac{(y_t - L_{y1} - y)L_{x1}}{L_{y1}}}^{\frac{a_1}{2}} \sigma_z dx dy \quad (23)$$

$$R = \frac{\sigma_{max} L_{x1} L_{y1}}{6} \quad (24)$$

$$M_{xT} = \int_{y_t-L_{y1}}^{y_t} \int_{\frac{a_1}{2} + \frac{(y_t-L_{y1}-y)L_{x1}}{L_{y1}}}^{\frac{a_1}{2}} \sigma_z y dx dy \quad (25)$$

$$M_{xT} = \frac{\sigma_{max} L_{x1} L_{y1} (4y_t - L_{y1})}{24} \quad (26)$$

$$M_{yT} = \int_{y_t-L_{y1}}^{y_t} \int_{\frac{a_1}{2} + \frac{(y_t-L_{y1}-y)L_{x1}}{L_{y1}}}^{\frac{a_1}{2}} \sigma_z x dx dy \quad (27)$$

$$M_{yT} = \frac{\sigma_{max} L_{x1} L_{y1} (2a_1 - L_{x1})}{24} \quad (28)$$

donde: σ_{max} es la presión máxima admisible del suelo, L_{y1} es la distancia paralela al eje Y medida a partir de σ_{max} o σ_l hasta el eje neutro, L_{x1} es la distancia paralela al eje X medida a partir de σ_{max} o σ_l hasta el eje neutro.

2.1.1 Caso III

$$R = \int_{y_t-b}^{y_t} \int_{\frac{a_1}{2} + \frac{(y_t-L_{y1}-y)L_{x1}}{L_{y1}}}^{\frac{a_1}{2}} \sigma_z dx dy \quad (29)$$

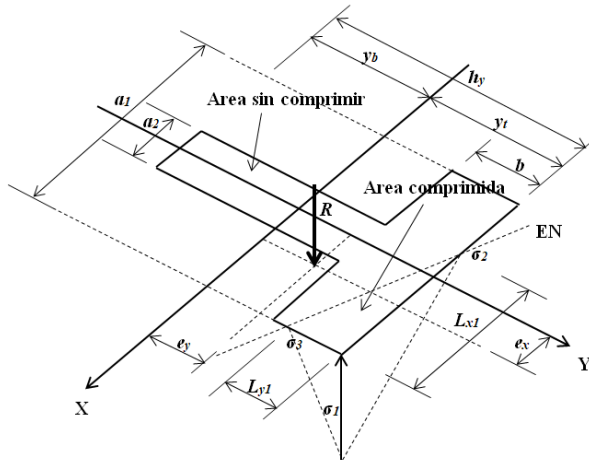
$$R = \frac{\sigma_{max} L_{x1} [L_{y1}^3 - (L_{y1} - b)^3]}{6L_{y1}^2} \quad (30)$$

$$M_{xT} = \int_{y_t-b}^{y_t} \int_{\frac{a_1}{2} + \frac{(y_t-L_{y1}-y)L_{x1}}{L_{y1}}}^{\frac{a_1}{2}} \sigma_z y dx dy \quad (31)$$

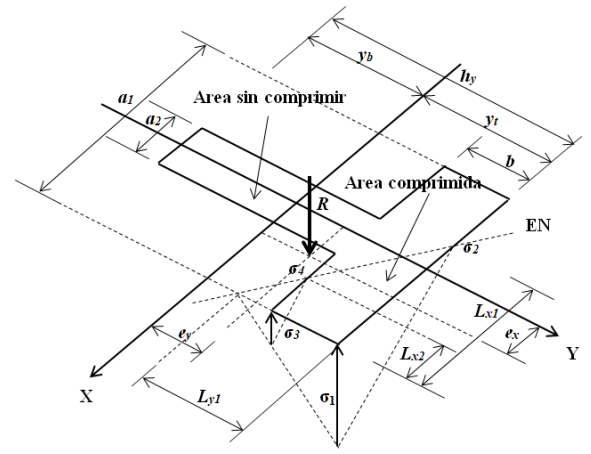
$$M_{xT} = \frac{\sigma_{max} L_{x1} [L_{y1}^3 (4y_t - L_{y1}) - (L_{y1} - b)^3 (4y_t - 3b - L_{y1})]}{24L_{y1}^2} \quad (32)$$

$$M_{yT} = \int_{y_t-b}^{y_t} \int_{\frac{a_1}{2} + \frac{(y_t-L_{y1}-y)L_{x1}}{L_{y1}}}^{\frac{a_1}{2}} \sigma_z x dx dy \quad (33)$$

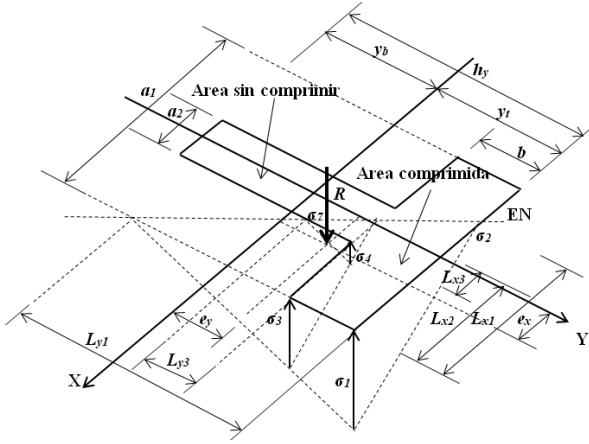
$$M_{yT} = \frac{\sigma_{max} L_{x1} \{L_{y1}^4 (2a_1 - L_{x1}) - (L_{y1} - b)^3 [2a_1 L_{y1} - L_{x1} (L_{y1} - b)]\}}{24L_{y1}^3} \quad (34)$$



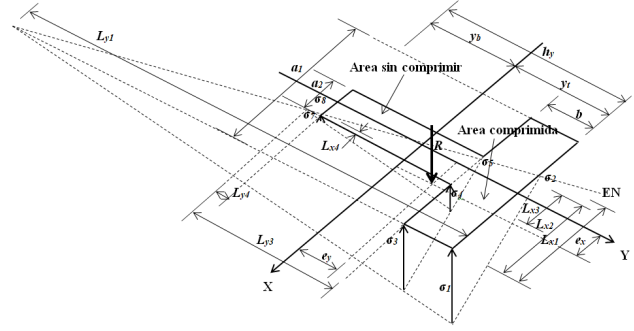
(a) Caso II



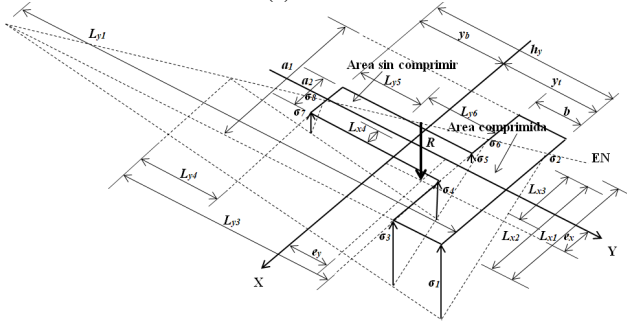
(b) Caso III



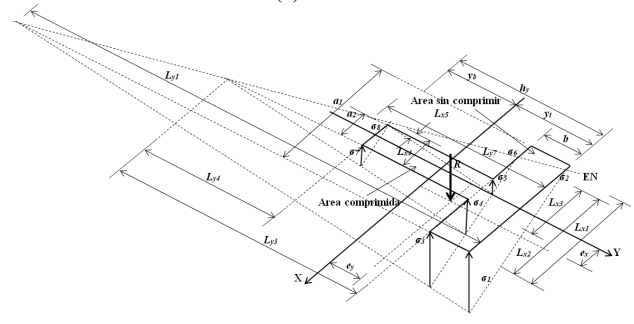
(c) Caso IV



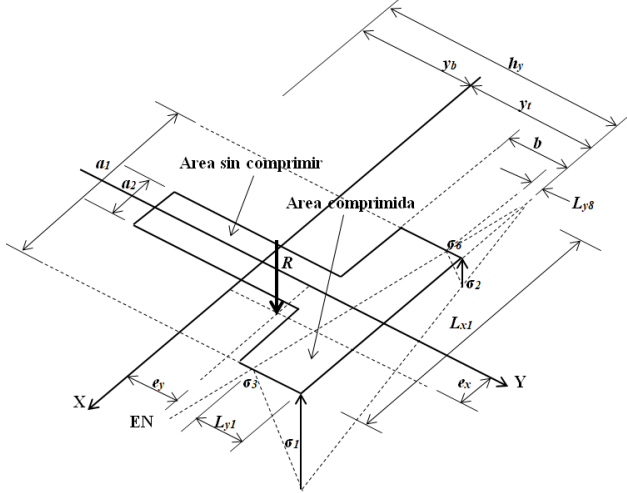
(d) Caso V



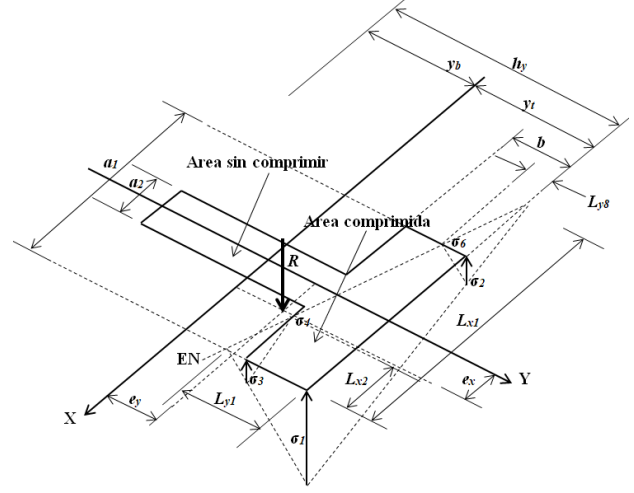
(e) Caso VI



(f) Caso VII



(g) Caso VIII



(h) Caso IX

Diagrama de un elemento de placa de espesor t_x en un sistema de coordenadas X, Y inclinado. Se muestra la geometría del elemento con dimensiones L_{y1} a L_{y10} y L_{x1} a L_{x3} . Se indican las áreas comprimida y sin comprimir, las fuerzas de compresión σ_1 a σ_6 y la fuerza de corte R . Se definen los ejes principales de inercia X', Y' y los ejes de simetría X'', Y'' .

Figura 4. Área parcialmente comprimida.
Fuente: Autores.

Fuente: Autores.

$$R = \int_{y_t-b}^{y_t} \int_{\frac{a_1}{2} + \frac{(y_t-L_{y1}-y)L_{x1}}{L_{y1}}}^{\frac{a_1}{2}} \sigma_z dx dy + \int_{y_t-b-\frac{2L_{x1}(L_{y1}-b)-L_{y1}(a_1-a_2)}{2L_{x1}}}^{y_t-b} \int_{\frac{a_2}{2} + \frac{(y_t-L_{y1}-y)L_{x1}}{L_{y1}}}^{\frac{a_2}{2}} \sigma_z dx dy \quad (35)$$

$$R = \frac{\sigma_{max} \left\{ 8L_{x1}^3 \left[L_{y1}^3 - (L_{y1} - b)^3 \right] + \left[2L_{x1}(L_{y1} - b) - L_{y1}(a_1 - a_2) \right]^3 \right\}}{48L_{x1}^2 L_{y1}^2} \quad (36)$$

$$M_{xT} = \int_{y_t-b}^{y_t} \int_{\frac{a_1}{2} + \frac{(y_t-L_{y1}-y)L_{x1}}{L_{y1}}}^{\frac{a_1}{2}} \sigma_z y dx dy + \int_{y_t-b}^{y_t-b} \frac{2L_{x1}(L_{y1}-b)-L_{y1}(a_1-a_2)}{2L_{x1}} \int_{\frac{a_1}{2} + \frac{(y_t-L_{y1}-y)L_{x1}}{L_{y1}}}^{\frac{a_2}{2}} \sigma_z y dx dy \quad (37)$$

$$M_{xT} = \frac{\sigma_{max} \left[2L_{x1}(L_{y1} - b) - L_{y1}(a_1 - a_2) \right]^3 \left[2L_{x1}(4y_t - 3b - L_{y1}) + L_{y1}(a_1 - a_2) \right]}{384L_{x1}^3 L_{y1}^2} \\ + \frac{\sigma_{max} L_{x1} \left[L_{y1}^3 (4y_t - L_{y1}) - (L_{y1} - b)^3 (4y_t - 3b - L_{y1}) \right]}{24L_{y1}^2} \quad (38)$$

$$M_{yT} = \int_{y_t-b}^{y_t} \int_{\frac{a_1}{2} + \frac{(y_t-L_{y1}-y)L_{x1}}{L_{y1}}}^{\frac{a_1}{2}} \sigma_z x dx dy + \int_{y_t-b}^{y_t-b} \frac{2L_{x1}(L_{y1}-b)-L_{y1}(a_1-a_2)}{2L_{x1}} \int_{\frac{a_1}{2} + \frac{(y_t-L_{y1}-y)L_{x1}}{L_{y1}}}^{\frac{a_2}{2}} \sigma_z x dx dy \quad (39)$$

$$M_{yT} = \frac{\sigma_{max} \left[2L_{x1}(L_{y1} - b) - L_{y1}(a_1 - a_2) \right]^3 \left[L_{y1}(a_1 + 3a_2) - 2L_{x1}(L_{y1} - b) \right]}{384L_{x1}^2 L_{y1}^3} \\ + \frac{\sigma_{max} L_{x1} \left\{ L_{y1}^4 (2a_1 - L_{x1}) - (L_{y1} - b)^3 [2a_1 L_{y1} - L_{x1}(L_{y1} - b)] \right\}}{24L_{y1}^3} \quad (40)$$

2.1.3 Caso V

$$R = \int_{y_t-b}^{y_t} \int_{\frac{a_1}{2} + \frac{(y_t-L_{y1}-y)L_{x1}}{L_{y1}}}^{\frac{a_1}{2}} \sigma_z dx dy + \int_{y_t-h_y}^{y_t-b} \int_{\frac{a_1}{2} + \frac{(y_t-L_{y1}-y)L_{x1}}{L_{y1}}}^{\frac{a_2}{2}} \sigma_z dx dy \quad (41)$$

$$R = \frac{\sigma_{max} \left\{ 8L_{x1}^3 \left[L_{y1}^3 - (L_{y1} - b)^3 \right] + \left[2L_{x1}(L_{y1} - b) - L_{y1}(a_1 - a_2) \right]^3 - \left[2L_{x1}(L_{y1} - h_y) - L_{y1}(a_1 - a_2) \right]^3 \right\}}{48L_{x1}^2 L_{y1}^2} \quad (42)$$

$$M_{xT} = \int_{y_t-b}^{y_t} \int_{\frac{a_1}{2} + \frac{(y_t-L_{y1}-y)L_{x1}}{L_{y1}}}^{\frac{a_1}{2}} \sigma_z y dx dy + \int_{y_t-h_y}^{y_t-b} \int_{\frac{a_1}{2} + \frac{(y_t-L_{y1}-y)L_{x1}}{L_{y1}}}^{\frac{a_2}{2}} \sigma_z y dx dy \quad (43)$$

$$M_{xT} = \frac{\sigma_{max} \left\{ \left[2L_{x1}(L_{y1} - b) - L_{y1}(a_1 - a_2) \right]^3 \right\} \left[(4y_t - 3b - L_{y1}) + L_{y1}(a_1 - a_2) \right]}{384L_{x1}^3 L_{y1}^2} \\ - \frac{\sigma_{max} \left[2L_{x1}(L_{y1} - h_y) - L_{y1}(a_1 - a_2) \right]^3 \left[(4y_t - 3h_y - L_{y1}) + L_{y1}(a_1 - a_2) \right]}{384L_{x1}^3 L_{y1}^2} \\ + \frac{\sigma_{max} L_{x1} \left[L_{y1}^3 (4y_t - L_{y1}) - (L_{y1} - b)^3 (4y_t - 3b - L_{y1}) \right]}{24L_{y1}^2} \quad (44)$$

$$M_{yT} = \int_{y_t-b}^{y_t} \int_{\frac{a_1}{2} + \frac{(y_t-L_{y1}-y)L_{x1}}{L_{y1}}}^{\frac{a_1}{2}} \sigma_z x dx dy + \int_{y_t-h_y}^{y_t-b} \int_{\frac{a_1}{2} + \frac{(y_t-L_{y1}-y)L_{x1}}{L_{y1}}}^{\frac{a_2}{2}} \sigma_z x dx dy \quad (45)$$

$$M_{yT} = \frac{\sigma_{max} \left[2L_{x1}(L_{y1} - b) - L_{y1}(a_1 - a_2) \right]^3 \left[L_{y1}(a_1 + 3a_2) - 2L_{x1}(L_{y1} - b) \right]}{384L_{x1}^2 L_{y1}^3} \\ - \frac{\sigma_{max} \left[2L_{x1}(L_{y1} - h_y) - L_{y1}(a_1 - a_2) \right]^3 \left[L_{y1}(a_1 + 3a_2) - 2L_{x1}(L_{y1} - h_y) \right]}{384L_{x1}^2 L_{y1}^3} \\ + \frac{\sigma_{max} L_{x1} \left\{ L_{y1}^4 (2a_1 - L_{x1}) - (L_{y1} - b)^3 [2a_1 L_{y1} - L_{x1}(L_{y1} - b)] \right\}}{24L_{y1}^3} \quad (46)$$

2.1.4 Caso VI

$$R = \int_{y_t-b}^{y_t-b} \frac{2L_{x1}(L_{y1}-b)-L_{y1}(a_1+a_2)}{2L_{x1}} \int_{-\frac{a_2}{2}}^{\frac{a_2}{2}} \sigma_z dx dy + \int_{y_t-h_y}^{y_t-b} \frac{2L_{x1}(L_{y1}-b)-L_{y1}(a_1+a_2)}{2L_{x1}} \int_{\frac{a_1}{2}+\frac{(y_t-L_{y1}-y)L_{x1}}{L_{y1}}}^{\frac{a_2}{2}} \sigma_z dx dy$$

$$+ \int_{y_t-b}^{y_t} \int_{\frac{a_1}{2}+\frac{(y_t-L_{y1}-y)L_{x1}}{L_{y1}}}^{\frac{a_2}{2}} \sigma_z dx dy$$
(47)

$$R = \frac{\sigma_{max} \left\{ 2L_{y1}^3 [4L_{x1}^3 + a_2(3a_1^2 + a_2^2)] - 8L_{x1}(L_{y1} - b) \left\{ L_{x1}^2 (L_{y1} - b)^2 - 3a_2L_{y1} [L_{x1}(L_{y1} - b) - a_1L_{y1}] \right\} \right\}}{48L_{x1}^2 L_{y1}^2}$$

$$- \frac{\sigma_{max} [2L_{x1}(L_{y1} - h_y) - L_{y1}(a_1 - a_2)]^3}{48L_{x1}^2 L_{y1}^2}$$
(48)

$$M_{xT} = \int_{y_t-b}^{y_t-b} \frac{2L_{x1}(L_{y1}-b)-L_{y1}(a_1+a_2)}{2L_{x1}} \int_{-\frac{a_2}{2}}^{\frac{a_2}{2}} \sigma_z y dx dy + \int_{y_t-h_y}^{y_t-b} \frac{2L_{x1}(L_{y1}-b)-L_{y1}(a_1+a_2)}{2L_{x1}} \int_{\frac{a_1}{2}+\frac{(y_t-L_{y1}-y)L_{x1}}{L_{y1}}}^{\frac{a_2}{2}} \sigma_z y dx dy$$

$$+ \int_{y_t-b}^{y_t} \int_{\frac{a_1}{2}+\frac{(y_t-L_{y1}-y)L_{x1}}{L_{y1}}}^{\frac{a_2}{2}} \sigma_z y dx dy$$
(49)

$$M_{xT} = \frac{\sigma_{max} L_{x1} L_{y1} (4y_t - L_{y1})}{24} - \frac{\sigma_{max} [2L_{x1}(L_{y1} - h_y) - L_{y1}(a_1 - a_2)]^3 [2L_{x1}(4y_t - 3h_y - L_{y1}) + L_{y1}(a_1 - a_2)]}{384L_{x1}^3 L_{y1}^2}$$

$$- \frac{\sigma_{max} (4y_t - 3b - L_{y1}) \left\{ 4L_{x1}^3 (L_{y1} - b)^3 - 3L_{y1} a_2 [2L_{x1}(L_{y1} - b) - L_{y1} a_1]^2 - L_{y1}^3 a_2^3 \right\}}{96L_{x1}^2 L_{y1}^2}$$

$$- \frac{\sigma_{max} a_2 \left\{ 4[L_{x1}(L_{y1} - b) - L_{y1} a_1]^3 - L_{y1}^2 (a_1^2 - a_2^2) [3L_{x1}(L_{y1} - b) - 2L_{y1} a_1] \right\}}{96L_{x1}^3 L_{y1}}$$
(50)

$$M_{yT} = \int_{y_t-b}^{y_t-b} \frac{2L_{x1}(L_{y1}-b)-L_{y1}(a_1+a_2)}{2L_{x1}} \int_{-\frac{a_2}{2}}^{\frac{a_2}{2}} \sigma_z x dx dy + \int_{y_t-h_y}^{y_t-b} \frac{2L_{x1}(L_{y1}-b)-L_{y1}(a_1+a_2)}{2L_{x1}} \int_{\frac{a_1}{2}+\frac{(y_t-L_{y1}-y)L_{x1}}{L_{y1}}}^{\frac{a_2}{2}} \sigma_z x dx dy$$

$$+ \int_{y_t-b}^{y_t} \int_{\frac{a_1}{2}+\frac{(y_t-L_{y1}-y)L_{x1}}{L_{y1}}}^{\frac{a_2}{2}} \sigma_z x dx dy$$
(51)

$$M_{yT} = \frac{\sigma_{max} \left\{ L_{x1}^3 L_{y1}^4 (2a_1 - L_{x1}) - L_{x1}^3 (L_{y1} - b)^3 [2a_1 L_{y1} - L_{x1}(L_{y1} - b)] - L_{y1}^3 a_2^3 [L_{y1} a_1 - 2L_{x1}(L_{y1} - b)] \right\}}{24L_{x1}^2 L_{y1}^3}$$

$$- \frac{\sigma_{max} [2L_{x1}(L_{y1} - h_y) - L_{y1}(a_1 - a_2)]^3 [L_{y1}(a_1 + 3a_2) - 2L_{x1}(L_{y1} - h_y)]}{384L_{x1}^2 L_{y1}^3}$$
(52)

2.1.5 Caso VII

$$R = \int_{y_t-b}^{y_t} \int_{\frac{a_1}{2}+\frac{(y_t-L_{y1}-y)L_{x1}}{L_{y1}}}^{\frac{a_2}{2}} \sigma_z dx dy + \int_{y_t-h_y}^{y_t-b} \int_{-\frac{a_2}{2}}^{\frac{a_2}{2}} \sigma_z dx dy$$
(53)

$$R = \frac{\sigma_{max} \left\{ L_{x1}^2 [L_{y1}^3 + (b - L_{y1})^3] + 3L_{y1} a_2 (b - h_y) [L_{y1} a_1 - L_{x1}(2L_{y1} - b - h_y)] \right\}}{6L_{x1} L_{y1}^2}$$
(54)

$$M_{xT} = \int_{y_t-b}^{y_t} \int_{\frac{a_1}{2}+\frac{(y_t-L_{y1}-y)L_{x1}}{L_{y1}}}^{\frac{a_2}{2}} \sigma_z y dx dy + \int_{y_t-h_y}^{y_t-b} \int_{-\frac{a_2}{2}}^{\frac{a_2}{2}} \sigma_z y dx dy$$
(55)

$$M_{xT} = \frac{\sigma_{max} a_2 L_{x1}^2 (h_y - b) \{4L_{x1} (b^2 + b h_y + h_y^2) + 3L_{y1} (a_1 - 2L_{x1}) (b + h_y) - 6y_t [L_{x1} (b + h_y - 2L_{y1}) + a_1 L_{y1}]\}}{12L_{x1}^3 L_{y1}} + \frac{\sigma_{max} L_{x1} [L_{y1}^3 (4y_t - L_{y1}) - (L_{y1} - b)^3 (4y_t - 3b - L_{y1})]}{24L_{y1}^2} \quad (56)$$

$$M_{yT} = \int_{y_t-b}^{y_t} \int_{\frac{a_1}{2} + \frac{(y_t-L_{y1}-y)L_{x1}}{L_{y1}}}^{\frac{a_1}{2}} \sigma_z x dx dy + \int_{y_t-h_y}^{y_t-b} \int_{-\frac{a_2}{2}}^{\frac{a_2}{2}} \sigma_z x dx dy \quad (57)$$

$$M_{yT} = \frac{\sigma_{max} \{L_{x1}^3 [(b - L_{y1})^4 - L_{y1}^4] + 2L_{x1} b L_{y1} a_1 [b^2 - 3L_{y1} (b - L_{y1})] - 2a_2^3 L_{y1}^3 (b - h_y)\}}{24L_{x1} L_{y1}^3} \quad (58)$$

2.1.6 Caso VIII

$$R = \int_{y_t - \frac{L_{y1}(L_{x1}-a_1)}{L_{x1}}}^{y_t} \int_{-\frac{a_1}{2}}^{\frac{a_1}{2}} \sigma_z dx dy + \int_{y_t-L_{y1}}^{y_t - \frac{L_{y1}(L_{x1}-a_1)}{L_{x1}}} \int_{\frac{a_1}{2} + \frac{(y_t-L_{y1}-y)L_{x1}}{L_{y1}}}^{\frac{a_1}{2}} \sigma_z dx dy \quad (59)$$

$$R = \frac{\sigma_{max} L_{y1} [L_{x1}^3 - (L_{x1} - a_1)^3]}{6L_{x1}^2} \quad (60)$$

$$M_{xT} = \int_{y_t - \frac{L_{y1}(L_{x1}-a_1)}{L_{x1}}}^{y_t} \int_{-\frac{a_1}{2}}^{\frac{a_1}{2}} \sigma_z y dx dy + \int_{y_t-L_{y1}}^{y_t - \frac{L_{y1}(L_{x1}-a_1)}{L_{x1}}} \int_{\frac{a_1}{2} + \frac{(y_t-L_{y1}-y)L_{x1}}{L_{y1}}}^{\frac{a_1}{2}} \sigma_z y dx dy \quad (61)$$

$$M_{xT} = \frac{\sigma_{max} L_{y1} [L_{x1}^4 (4y_t - L_{y1}) - (L_{x1} - a_1)^3 [4L_{x1} y_t - L_{y1} (L_{x1} - a_1)]]}{24L_{x1}^3} \quad (62)$$

$$M_{yT} = \int_{y_t - \frac{L_{y1}(L_{x1}-a_1)}{L_{x1}}}^{y_t} \int_{-\frac{a_1}{2}}^{\frac{a_1}{2}} \sigma_z x dx dy + \int_{y_t-L_{y1}}^{y_t - \frac{L_{y1}(L_{x1}-a_1)}{L_{x1}}} \int_{\frac{a_1}{2} + \frac{(y_t-L_{y1}-y)L_{x1}}{L_{y1}}}^{\frac{a_1}{2}} \sigma_z x dx dy \quad (63)$$

$$M_{yT} = \frac{\sigma_{max} a_1^3 L_{y1} (2L_{x1} - a_1)}{24L_{x1}^2} \quad (64)$$

2.1.7 Caso IX

$$R = \int_{y_t - \frac{L_{y1}(L_{x1}-a_1)}{L_{x1}}}^{y_t} \int_{-\frac{a_1}{2}}^{\frac{a_1}{2}} \sigma_z dx dy + \int_{y_t-b}^{y_t - \frac{L_{y1}(L_{x1}-a_1)}{L_{x1}}} \int_{\frac{a_1}{2} + \frac{(y_t-L_{y1}-y)L_{x1}}{L_{y1}}}^{\frac{a_1}{2}} \sigma_z dx dy \quad (65)$$

$$R = \frac{\sigma_{max} \{L_{y1}^3 [L_{x1}^3 - (L_{x1} - a_1)^3] - L_{x1}^3 (L_{y1} - b)^3\}}{6L_{x1}^2 L_{y1}^2} \quad (66)$$

$$M_{xT} = \int_{y_t - \frac{L_{y1}(L_{x1}-a_1)}{L_{x1}}}^{y_t} \int_{-\frac{a_1}{2}}^{\frac{a_1}{2}} \sigma_z y dx dy + \int_{y_t-b}^{y_t - \frac{L_{y1}(L_{x1}-a_1)}{L_{x1}}} \int_{\frac{a_1}{2} + \frac{(y_t-L_{y1}-y)L_{x1}}{L_{y1}}}^{\frac{a_1}{2}} \sigma_z y dx dy \quad (67)$$

$$M_{xT} = \frac{\sigma_{max} \{L_{y1}^3 \{L_{x1}^4 (4y_t - L_{y1}) - (L_{x1} - a_1)^3 [4L_{x1} y_t - L_{y1} (L_{x1} - a_1)]\} - L_{x1}^4 (L_{y1} - b)^3 (4y_t - 3b - L_{y1})\}}{24L_{x1}^3 L_{y1}^2} \quad (68)$$

$$M_{yT} = \int_{y_t - \frac{L_{y1}(L_{x1}-a_1)}{L_{x1}}}^{y_t} \int_{-\frac{a_1}{2}}^{\frac{a_1}{2}} \sigma_z x dx dy + \int_{y_t-b}^{y_t - \frac{L_{y1}(L_{x1}-a_1)}{L_{x1}}} \int_{\frac{a_1}{2} + \frac{(y_t-L_{y1}-y)L_{x1}}{L_{y1}}}^{\frac{a_1}{2}} \sigma_z x dx dy \quad (69)$$

$$M_{yT} = \frac{\sigma_{max} \{a_1^3 L_{y1}^4 (2L_{x1} - a_1) - L_{x1}^3 (L_{y1} - b)^3 [2L_{y1} a_1 - L_{x1} (L_{y1} - b)]\}}{24 L_{x1}^2 L_{y1}^3} \quad (70)$$

2.1.8 Caso X

$$R = \int_{y_t - \frac{L_{y1}(L_{x1}-a_1)}{L_{x1}}}^{y_t} \int_{\frac{a_1}{2}}^{\frac{a_1}{2}} \sigma_z dx dy + \int_{y_t-b}^{y_t - \frac{L_{y1}(L_{x1}-a_1)}{L_{x1}}} \int_{\frac{a_1}{2} + \frac{(y_t-L_{y1}-y)L_{x1}}{L_{y1}}}^{\frac{a_1}{2}} \sigma_z dx dy \quad (71)$$

$$+ \int_{y_t-b}^{y_t-b} \int_{\frac{a_1}{2} + \frac{(y_t-L_{y1}-y)L_{x1}}{L_{y1}}}^{\frac{a_2}{2}} \sigma_z dx dy$$

$$R = \frac{\sigma_{max} \{8L_{y1}^3 [L_{x1}^3 - (L_{x1} - a_1)^3] - L_{x1}^3 (L_{y1} - b)^3 + [2L_{x1}(L_{y1} - b) - L_{y1}(a_1 - a_2)]^3\}}{48 L_{x1}^2 L_{y1}^2} \quad (72)$$

$$M_{xT} = \int_{y_t - \frac{L_{y1}(L_{x1}-a_1)}{L_{x1}}}^{y_t} \int_{\frac{a_1}{2}}^{\frac{a_1}{2}} \sigma_z y dx dy + \int_{y_t-b}^{y_t - \frac{L_{y1}(L_{x1}-a_1)}{L_{x1}}} \int_{\frac{a_1}{2} + \frac{(y_t-L_{y1}-y)L_{x1}}{L_{y1}}}^{\frac{a_1}{2}} \sigma_z y dx dy \quad (73)$$

$$+ \int_{y_t-b}^{y_t-b} \int_{\frac{a_1}{2} + \frac{(y_t-L_{y1}-y)L_{x1}}{L_{y1}}}^{\frac{a_2}{2}} \sigma_z y dx dy$$

$$M_{xT} = \frac{\sigma_{max} \{L_{y1}^3 a_1 [L_{x1} (3L_{x1}^2 - 3L_{x1} a_1 + a_1^2) (4y_t - L_{y1}) - L_{y1} (L_{x1} - a_1)^3] - L_{x1}^4 (L_{y1} - b)^3 (4y_t - 3b - L_{y1})\}}{24 L_{x1}^3 L_{y1}^2} \quad (74)$$

$$+ \frac{\sigma_{max} [2L_{x1}(L_{y1} - b) - L_{y1}(a_1 - a_2)]^3 [2L_{x1}(4y_t - 3b - L_{y1}) + L_{y1}(a_1 - a_2)]}{384 L_{x1}^3 L_{y1}^2}$$

$$M_{yT} = \int_{y_t - \frac{L_{y1}(L_{x1}-a_1)}{L_{x1}}}^{y_t} \int_{\frac{a_1}{2}}^{\frac{a_1}{2}} \sigma_z x dx dy + \int_{y_t-b}^{y_t - \frac{L_{y1}(L_{x1}-a_1)}{L_{x1}}} \int_{\frac{a_1}{2} + \frac{(y_t-L_{y1}-y)L_{x1}}{L_{y1}}}^{\frac{a_1}{2}} \sigma_z x dx dy \quad (75)$$

$$+ \int_{y_t-b}^{y_t-b} \int_{\frac{a_1}{2} + \frac{(y_t-L_{y1}-y)L_{x1}}{L_{y1}}}^{\frac{a_2}{2}} \sigma_z x dx dy$$

$$M_{yT} = \frac{\sigma_{max} \{a_1^3 L_{y1}^4 (2L_{x1} - a_1) - L_{x1}^3 (L_{y1} - b)^3 [2L_{y1} a_1 - L_{x1} (L_{y1} - b)]\}}{24 L_{x1}^2 L_{y1}^3} \quad (76)$$

$$+ \frac{\sigma_{max} [2L_{x1}(L_{y1} - b) - L_{y1}(a_1 - a_2)]^3 [L_{y1}(a_1 + 3a_2) - 2L_{x1}(L_{y1} - b)]}{384 L_{x1}^2 L_{y1}^3}$$

2.1.9 Caso XI

$$R = \int_{y_t-b - \frac{2L_{x1}(L_{y1}-b)-L_{y1}(a_1+a_2)}{2L_{x1}}}^{y_t-b - \frac{2L_{x1}(L_{y1}-b)-L_{y1}(a_1+a_2)}{2L_{x1}}} \int_{\frac{a_1}{2} + \frac{(y_t-L_{y1}-y)L_{x1}}{L_{y1}}}^{\frac{a_2}{2}} \sigma_z dx dy + \int_{y_t-b - \frac{2L_{x1}(L_{y1}-b)-L_{y1}(a_1+a_2)}{2L_{x1}}}^{y_t-b} \int_{-\frac{a_2}{2}}^{\frac{a_2}{2}} \sigma_z dx dy \quad (77)$$

$$+ \int_{y_t-b}^{y_t - \frac{L_{y1}(L_{x1}-a_1)}{L_{x1}}} \int_{\frac{a_1}{2} + \frac{(y_t-L_{y1}-y)L_{x1}}{L_{y1}}}^{\frac{a_1}{2}} \sigma_z dx dy + \int_{y_t - \frac{L_{y1}(L_{x1}-a_1)}{L_{x1}}}^{y_t} \int_{\frac{a_1}{2}}^{\frac{a_1}{2}} \sigma_z dx dy$$

$$R = \frac{\sigma_{max} \{4[L_{y1} a_2 - L_{x1}(L_{y1} - b)]^3 + L_{y1}^3 [4L_{x1}^3 - 4(L_{x1} - a_1)^3 + 3a_2(a_1^2 - a_2^2)]\}}{24 L_{x1}^2 L_{y1}^2} - \frac{\sigma_{max} a_2 (L_{y1} - b)(a_1 - a_2)}{2 L_{x1}} \quad (78)$$

$$M_{xT} = \int_{y_t-b}^{y_t-b-\frac{2L_{x1}(L_{y1}-b)-L_{y1}(a_1+a_2)}{2L_{x1}}} \int_{\frac{a_2}{2}+\frac{(y_t-L_{y1}-y)L_{x1}}{L_{y1}}}^{\frac{a_2}{2}} \sigma_z y dx dy + \int_{y_t-b}^{y_t-b-\frac{2L_{x1}(L_{y1}-b)-L_{y1}(a_1+a_2)}{2L_{x1}}} \int_{-\frac{a_2}{2}}^{\frac{a_2}{2}} \sigma_z y dx dy$$

$$+ \int_{y_t-b}^{y_t-\frac{L_{y1}(L_{x1}-a_1)}{L_{x1}}} \int_{\frac{a_1}{2}+\frac{(y_t-L_{y1}-y)L_{x1}}{L_{y1}}}^{\frac{a_1}{2}} \sigma_z y dx dy + \int_{y_t-b}^{y_t-\frac{L_{y1}(L_{x1}-a_1)}{L_{x1}}} \int_{-\frac{a_1}{2}}^{\frac{a_1}{2}} \sigma_z y dx dy$$

$$M_{xT} = \frac{\sigma_{max}(4y_t - 3b - L_{y1}) \left\{ 4[L_{y1}a_2 - L_{x1}(L_{y1} - b)]^3 - 3L_{y1}^2 a_2(a_1 - a_2)[4L_{x1}(L_{y1} - b) - L_{y1}(a_1 + a_2)] \right\}}{96L_{x1}^2 L_{y1}^2}$$

$$- \frac{\sigma_{max} a_2 \left\{ 4[L_{x1}(L_{y1} - b) - L_{y1}a_1]^3 - L_{y1}^2(a_1^2 - a_2^2)[3L_{x1}(L_{y1} - b) - 2L_{y1}a_1] \right\}}{96L_{x1}^3 L_{y1}}$$

$$+ \frac{\sigma_{max} L_{y1} [L_{y1}(L_{x1} - a_1)^4 - 4L_{x1}y_t(L_{x1} - a_1)^3 + L_{x1}^4(4y_t - L_{y1})]}{24L_{x1}^3}$$

$$M_{yT} = \int_{y_t-b}^{y_t-b-\frac{2L_{x1}(L_{y1}-b)-L_{y1}(a_1+a_2)}{2L_{x1}}} \int_{\frac{a_2}{2}+\frac{(y_t-L_{y1}-y)L_{x1}}{L_{y1}}}^{\frac{a_2}{2}} \sigma_z x dx dy + \int_{y_t-b}^{y_t-b-\frac{2L_{x1}(L_{y1}-b)-L_{y1}(a_1+a_2)}{2L_{x1}}} \int_{-\frac{a_2}{2}}^{\frac{a_2}{2}} \sigma_z x dx dy$$

$$+ \int_{y_t-b}^{y_t-\frac{L_{y1}(L_{x1}-a_1)}{L_{x1}}} \int_{\frac{a_1}{2}+\frac{(y_t-L_{y1}-y)L_{x1}}{L_{y1}}}^{\frac{a_1}{2}} \sigma_z x dx dy + \int_{y_t-b}^{y_t-\frac{L_{y1}(L_{x1}-a_1)}{L_{x1}}} \int_{-\frac{a_1}{2}}^{\frac{a_1}{2}} \sigma_z x dx dy$$

$$M_{yT} = \frac{\sigma_{max} [L_{x1}^4(L_{y1} - b)^4 - 2a_1 L_{x1}^3 L_{y1}(L_{y1} - b)^3 - 2a_2^3 L_{x1} L_{y1}^3 b + L_{y1}^4(a_1^3 + a_2^3)(2L_{x1} - a_1)]}{24L_{x1}^2 L_{y1}^3}$$

2.1.10 Caso XII

$$R = \int_{y_t-h_y}^{y_t-b-\frac{2L_{x1}(L_{y1}-b)-L_{y1}(a_1+a_2)}{2L_{x1}}} \int_{\frac{a_2}{2}+\frac{(y_t-L_{y1}-y)L_{x1}}{L_{y1}}}^{\frac{a_2}{2}} \sigma_z dx dy + \int_{y_t-b}^{y_t-b-\frac{2L_{x1}(L_{y1}-b)-L_{y1}(a_1+a_2)}{2L_{x1}}} \int_{-\frac{a_2}{2}}^{\frac{a_2}{2}} \sigma_z dx dy$$

$$+ \int_{y_t-b}^{y_t-\frac{L_{y1}(L_{x1}-a_1)}{L_{x1}}} \int_{\frac{a_1}{2}+\frac{(y_t-L_{y1}-y)L_{x1}}{L_{y1}}}^{\frac{a_1}{2}} \sigma_z dx dy + \int_{y_t-b}^{y_t-\frac{L_{y1}(L_{x1}-a_1)}{L_{x1}}} \int_{-\frac{a_1}{2}}^{\frac{a_1}{2}} \sigma_z dx dy$$

$$R = \frac{\sigma_{max} \{ (a_1 + a_2)^2 [L_{y1}(a_1 + a_2) - 6L_{x1}(L_{y1} - h_y)] - 24L_{x1}a_1a_2(h_y - b) \}}{48L_{x1}^2}$$

$$+ \frac{\sigma_{max} \{ 6L_{y1}a_2(L_{y1} - b)^2 - (L_{y1} - h_y)^2 [2L_{x1}(L_{y1} - h_y) - 3L_{y1}(a_1 - a_2)] \}}{12L_{y1}^2}$$

$$M_{xT} = \int_{y_t-h_y}^{y_t-b-\frac{2L_{x1}(L_{y1}-b)-L_{y1}(a_1+a_2)}{2L_{x1}}} \int_{\frac{a_2}{2}+\frac{(y_t-L_{y1}-y)L_{x1}}{L_{y1}}}^{\frac{a_2}{2}} \sigma_z y dx dy + \int_{y_t-b}^{y_t-b-\frac{2L_{x1}(L_{y1}-b)-L_{y1}(a_1+a_2)}{2L_{x1}}} \int_{-\frac{a_2}{2}}^{\frac{a_2}{2}} \sigma_z y dx dy$$

$$+ \int_{y_t-b}^{y_t-\frac{L_{y1}(L_{x1}-a_1)}{L_{x1}}} \int_{\frac{a_1}{2}+\frac{(y_t-L_{y1}-y)L_{x1}}{L_{y1}}}^{\frac{a_1}{2}} \sigma_z y dx dy + \int_{y_t-b}^{y_t-\frac{L_{y1}(L_{x1}-a_1)}{L_{x1}}} \int_{-\frac{a_1}{2}}^{\frac{a_1}{2}} \sigma_z y dx dy$$

$$M_{xT} = \frac{\sigma_{max} L_{y1} \{ (4y_t - L_{y1}) L_{x1}^4 - (L_{x1} - a_1)^3 [L_{x1}(4y_t - L_{y1}) + L_{y1}a_1] \}}{24L_{x1}^3} - \frac{\sigma_{max} L_{x1}(L_{y1} - b)^3(4y_t - 3b - L_{y1})}{24L_{y1}^2}$$

$$+ \frac{\sigma_{max} [2L_{x1}(L_{y1} - b) - L_{y1}(a_1 - a_2)]^3 [2L_{x1}(4y_t - 3b) - L_{y1}(2L_{x1} - a_1 + a_2)]}{384L_{x1}^3 L_{y1}^2}$$

$$- \frac{\sigma_{max} [2L_{x1}(L_{y1} - b) - L_{y1}(a_1 + a_2)]^3 [2L_{x1}(4y_t - 3b) - L_{y1}(2L_{x1} - a_1 - a_2)]}{384L_{x1}^3 L_{y1}^2}$$

$$- \frac{\sigma_{max} [2L_{x1}(L_{y1} - h_y) - L_{y1}(a_1 - a_2)]^3 [2L_{x1}(4y_t - 3h_y) - L_{y1}(2L_{x1} - a_1 + a_2)]}{384L_{x1}^3 L_{y1}^2}$$

$$M_{yT} = \int_{y_t-h_y}^{y_t-b} \frac{2L_{x1}(L_{y1}-b)-L_{y1}(a_1+a_2)}{2L_{x1}} \int_{\frac{a_1}{2}+\frac{(y_t-L_{y1}-y)L_{x1}}{L_{y1}}}^{\frac{a_2}{2}} \sigma_z x dx dy + \int_{y_t-b}^{y_t-b} \frac{2L_{x1}(L_{y1}-b)-L_{y1}(a_1+a_2)}{2L_{x1}} \int_{-\frac{a_2}{2}}^{\frac{a_2}{2}} \sigma_z x dx dy$$

$$+ \int_{y_t-b}^{y_t} \frac{L_{y1}(L_{x1}-a_1)}{L_{x1}} \int_{\frac{a_1}{2}+\frac{(y_t-L_{y1}-y)L_{x1}}{L_{y1}}}^{\frac{a_1}{2}} \sigma_z x dx dy + \int_{y_t-\frac{L_{y1}(L_{x1}-a_1)}{L_{x1}}}^{y_t} \int_{-\frac{a_1}{2}}^{\frac{a_1}{2}} \sigma_z x dx dy$$

$$M_{yT} = \frac{\sigma_{max} [L_{x1}^4 (L_{y1}-b)^4 - 2a_1 L_{x1}^3 L_{y1} (L_{y1}-b)^3 - 2a_2^3 L_{x1} L_{y1}^3 b + L_{y1}^4 (a_1^3 + a_2^3) (2L_{x1} - a_1)]}{24L_{x1}^2 L_{y1}^3}$$

$$+ \frac{\sigma_{max} [2L_{x1} (L_{y1} - h_y) - L_{y1} (a_1 - a_2)]^3 [L_{y1} (a_1 + 3a_2) - 2L_{x1} (L_{y1} - h_y)]}{384L_{x1}^2 L_{y1}^3}$$

2.1.11 Caso XIII

$$R = \int_{y_t-\frac{L_{y1}(L_{x1}-a_1)}{L_{x1}}}^{y_t} \int_{-\frac{a_1}{2}}^{\frac{a_1}{2}} \sigma_z dx dy + \int_{y_t-b}^{y_t-\frac{L_{y1}(L_{x1}-a_1)}{L_{x1}}} \int_{\frac{a_1}{2}+\frac{(y_t-y)L_{x1}}{L_{y1}}-L_{x1}}^{\frac{a_1}{2}} \sigma_z dx dy + \int_{y_t-h_y}^{y_t-b} \int_{-\frac{a_2}{2}}^{\frac{a_2}{2}} \sigma_z dx dy$$

$$R = \frac{\sigma_{max} \{3a_2 L_{x1}^2 L_{y1} [(L_{y1}-b)^2 - (L_{y1}-h_y)^2] - L_{y1}^3 (L_{x1}-a_1)^3\}}{6L_{x1}^2 L_{y1}^2}$$

$$+ \frac{\sigma_{max} \{L_{x1}^3 [L_{y1}^3 - (L_{y1}-b)^3] - 3a_1 a_2 L_{x1} L_{y1}^2 (h_y - b)\}}{6L_{x1}^2 L_{y1}^2}$$

$$M_{xT} = \int_{y_t-\frac{L_{y1}(L_{x1}-a_1)}{L_{x1}}}^{y_t} \int_{-\frac{a_1}{2}}^{\frac{a_1}{2}} \sigma_z y dx dy + \int_{y_t-b}^{y_t-\frac{L_{y1}(L_{x1}-a_1)}{L_{x1}}} \int_{\frac{a_1}{2}+\frac{(y_t-y)L_{x1}}{L_{y1}}-L_{x1}}^{\frac{a_1}{2}} \sigma_z y dx dy + \int_{y_t-h_y}^{y_t-b} \int_{-\frac{a_2}{2}}^{\frac{a_2}{2}} \sigma_z y dx dy$$

$$M_{xT} = \frac{\sigma_{max} \{a_2 h_y^2 [2h_y - 3(L_{y1} + y_t)] + b^2 [2b(L_{x1} - a_2) + 3a_2(L_{y1} + y_t)]\}}{6L_{y1}}$$

$$+ \frac{\sigma_{max} (L_{x1} - a_1)^3 [L_{y1} (L_{x1} - a_1) - 4L_{x1} y_t]}{24L_{y1}^2} + \frac{\sigma_{max} a_2 (b - h_y) [2y_t (a_1 - 2L_{x1}) - a_1 (b + h_y)]}{4L_{x1}}$$

$$+ \frac{\sigma_{max} L_{x1} [2L_{y1}^2 (2L_{y1} y_t - 3b^2) - 3b^4 - 4y_t (L_{y1} - b)^3]}{24L_{y1}^2}$$

$$M_{yT} = \int_{y_t-\frac{L_{y1}(L_{x1}-a_1)}{L_{x1}}}^{y_t} \int_{-\frac{a_1}{2}}^{\frac{a_1}{2}} \sigma_z x dx dy + \int_{y_t-b}^{y_t-\frac{L_{y1}(L_{x1}-a_1)}{L_{x1}}} \int_{\frac{a_1}{2}+\frac{(y_t-y)L_{x1}}{L_{y1}}-L_{x1}}^{\frac{a_1}{2}} \sigma_z x dx dy + \int_{y_t-h_y}^{y_t-b} \int_{-\frac{a_2}{2}}^{\frac{a_2}{2}} \sigma_z x dx dy$$

$$M_{yT} = \frac{\sigma_{max} \{L_{x1}^3 (L_{y1}-b)^3 [L_{x1} (L_{y1}-b) - 2a_1 L_{y1}] + L_{y1}^3 [a_1^3 L_{y1} (2L_{x1} - a_1) + 2a_2^3 L_{x1} (h_y - b)]\}}{24L_{x1}^2 L_{y1}^3}$$

2.1.12 Caso XIV

$$R = \int_{y_t-b}^{y_t} \int_{-\frac{a_1}{2}}^{\frac{a_1}{2}} \sigma_z dx dy + \int_{y_t-b}^{y_t-b} \frac{2L_{x1}(L_{y1}-b)-L_{y1}(a_1+a_2)}{2L_{x1}} \int_{-\frac{a_2}{2}}^{\frac{a_2}{2}} \sigma_z dx dy$$

$$+ \int_{y_t-b}^{y_t-b} \frac{2L_{x1}(L_{y1}-b)-L_{y1}(a_1+a_2)}{2L_{x1}} \int_{\frac{a_1}{2}+\frac{(y_t-y)L_{x1}}{L_{y1}}-L_{x1}}^{\frac{a_2}{2}} \sigma_z dx dy$$

$$R = \frac{\sigma_{max} \{L_{y1}^2 a_2^3 + 3L_{y1}^2 a_2 (2L_{x1} - a_1)^2 - 12L_{x1} b (a_1 - a_2) [L_{y1} (a_1 - 2L_{x1}) + L_{x1} b]\}}{24L_{x1}^2 L_{y1}}$$

$$\begin{aligned}
 M_{xT} = & \int_{y_t-b}^{y_t} \int_{-\frac{a_1}{2}}^{\frac{a_1}{2}} \sigma_z y dx dy + \int_{y_t-b-\frac{2L_{x1}(L_{y1}-b)-L_{y1}(a_1+a_2)}{2L_{x1}}}^{y_t-b} \int_{-\frac{a_2}{2}}^{\frac{a_2}{2}} \sigma_z y dx dy \\
 & + \int_{y_t-b-\frac{2L_{x1}(L_{y1}-b)-L_{y1}(a_1-a_2)}{2L_{x1}}}^{y_t-b-\frac{2L_{x1}(L_{y1}-b)-L_{y1}(a_1+a_2)}{2L_{x1}}} \int_{\frac{a_1}{2}+\frac{(y_t-y)L_{x1}}{L_{y1}}-L_{x1}}^{\frac{a_2}{2}} \sigma_z y dx dy
 \end{aligned} \quad (97)$$

$$\begin{aligned}
 M_{xT} = & \frac{\sigma_{max} \{a_2 L_{y1}^3 [a_1 a_2^2 - (2L_{x1} - a_1)^3] - 24L_{x1}^3 y_t (a_1 - a_2) (L_{y1} - b)^2\}}{48L_{x1}^3 L_{y1}} \\
 & - \frac{\sigma_{max} \{b(a_1 - a_2) [3L_{y1} a_1 (2y_t - b) + 2L_{x1} b (3L_{y1} - 2b)]\}}{12L_{x1} L_{y1}} \\
 & + \frac{\sigma_{max} L_{y1} \{3a_1 y_t [a_1 a_2 + 4L_{x1} (L_{x1} - a_2)] - a_2^3 (L_{y1} - y_t)\}}{24L_{x1}^2}
 \end{aligned} \quad (98)$$

$$\begin{aligned}
 M_{yT} = & \int_{y_t-b}^{y_t} \int_{-\frac{a_1}{2}}^{\frac{a_1}{2}} \sigma_z x dx dy + \int_{y_t-b-\frac{2L_{x1}(L_{y1}-b)-L_{y1}(a_1+a_2)}{2L_{x1}}}^{y_t-b} \int_{-\frac{a_2}{2}}^{\frac{a_2}{2}} \sigma_z x dx dy \\
 & + \int_{y_t-b-\frac{2L_{x1}(L_{y1}-b)-L_{y1}(a_1-a_2)}{2L_{x1}}}^{y_t-b-\frac{2L_{x1}(L_{y1}-b)-L_{y1}(a_1+a_2)}{2L_{x1}}} \int_{\frac{a_1}{2}+\frac{(y_t-y)L_{x1}}{L_{y1}}-L_{x1}}^{\frac{a_2}{2}} \sigma_z x dx dy
 \end{aligned} \quad (99)$$

$$M_{yT} = \frac{\sigma_{max} \{2L_{x1} [a_1^3 b + a_2^3 (L_{y1} - b)] - L_{y1} a_1 a_2^3\}}{24L_{x1}^2} \quad (100)$$

2.1.13 Caso XV

$$\begin{aligned}
 R = & \int_{y_t-b}^{y_t} \int_{-\frac{a_1}{2}}^{\frac{a_1}{2}} \sigma_z dx dy + \int_{y_t-b-\frac{2L_{x1}(L_{y1}-b)-L_{y1}(a_1+a_2)}{2L_{x1}}}^{y_t-b} \int_{-\frac{a_2}{2}}^{\frac{a_2}{2}} \sigma_z dx dy \\
 & + \int_{y_t-h_y}^{y_t-b-\frac{2L_{x1}(L_{y1}-b)-L_{y1}(a_1+a_2)}{2L_{x1}}} \int_{\frac{a_1}{2}+\frac{(y_t-y)L_{x1}}{L_{y1}}-L_{x1}}^{\frac{a_2}{2}} \sigma_z dx dy
 \end{aligned} \quad (101)$$

$$\begin{aligned}
 R = & \frac{\sigma_{max} \{2L_{x1} [L_{y1}^3 - (L_{y1} - h_y)^3] - 3L_{y1} (a_1 - a_2) [2(L_{y1} - b)^2 - (L_{y1} - h_y)^2]\}}{12L_{y1}^2} \\
 & - \frac{\sigma_{max} \{6L_{x1} (a_1 - a_2) [4a_1 b - h_y (a_1 - a_2)] + L_{y1} [(L_{x1} - a_1 - a_2)^3 - 12L_{x1}^2 (a_1 - a_2)]\}}{48L_{x1}^2}
 \end{aligned} \quad (102)$$

$$\begin{aligned}
 M_{xT} = & \int_{y_t-b}^{y_t} \int_{-\frac{a_1}{2}}^{\frac{a_1}{2}} \sigma_z y dx dy + \int_{y_t-b-\frac{2L_{x1}(L_{y1}-b)-L_{y1}(a_1+a_2)}{2L_{x1}}}^{y_t-b} \int_{-\frac{a_2}{2}}^{\frac{a_2}{2}} \sigma_z y dx dy \\
 & + \int_{y_t-h_y}^{y_t-b-\frac{2L_{x1}(L_{y1}-b)-L_{y1}(a_1+a_2)}{2L_{x1}}} \int_{\frac{a_1}{2}+\frac{(y_t-y)L_{x1}}{L_{y1}}-L_{x1}}^{\frac{a_2}{2}} \sigma_z y dx dy
 \end{aligned} \quad (103)$$

$$\begin{aligned}
 M_{xT} = & \frac{\sigma_{max} \{ [L_{x1} (L_{y1} - b) - L_{y1} a_1]^3 [L_{x1} (4y_t - 3b) - L_{y1} (L_{x1} - a_1)] - L_{y1}^3 (L_{x1} - a_1)^3 [4L_{x1} y_t - L_{y1} (L_{x1} - a_1)] \}}{24L_{x1}^3 L_{y1}^2} \\
 & + \frac{\sigma_{max} [L_{x1} L_{y1}^3 (4y_t - L_{y1}) - L_{x1} (L_{y1} - b)^3 (4y_t - 3b - L_{y1})]}{24L_{y1}^2} \\
 & + \frac{\sigma_{max} [2L_{x1} (L_{y1} - b) - L_{y1} (a_1 - a_2)]^3 [2L_{x1} (4y_t - 3b) - L_{y1} (2L_{x1} - a_1 + a_2)]}{384L_{x1}^3 L_{y1}^2} \\
 & - \frac{\sigma_{max} [2L_{x1} (L_{y1} - b) - L_{y1} (a_1 + a_2)]^3 [2L_{x1} (4y_t - 3b) - L_{y1} (2L_{x1} - a_1 - a_2)]}{384L_{x1}^3 L_{y1}^2} \\
 & - \frac{\sigma_{max} [2L_{x1} (L_{y1} - h_y) - L_{y1} (a_1 - a_2)]^3 [2L_{x1} (4y_t - 3h_y) - L_{y1} (2L_{x1} - a_1 + a_2)]}{384L_{x1}^3 L_{y1}^2}
 \end{aligned} \quad (104)$$

$$M_{yT} = \int_{y_t-b}^{y_t} \int_{-\frac{a_1}{2}}^{\frac{a_1}{2}} \sigma_z x dx dy + \int_{y_t-b}^{y_t} \int_{-\frac{2L_{x1}(L_{y1}-b)-L_{y1}(a_1+a_2)}{2L_{x1}}}^{\frac{a_2}{2}} \sigma_z x dx dy + \int_{y_t-h_y}^{y_t-b} \int_{\frac{a_1}{2} + \frac{(y_t-y)L_{x1}}{L_{y1}} - L_{x1}}^{\frac{a_2}{2}} \sigma_z x dx dy \quad (105)$$

$$M_{yT} = \frac{\sigma_{max} \{16a_1^3 L_{x1}^2 L_{y1} (2L_{x1} - a_1) + [2L_{x1}(L_{y1} - b) - L_{y1}(a_1 - a_2)]^3 [L_{y1}(a_1 + 3a_2) - 2L_{x1}(L_{y1} - b)]\}}{384L_{x1}^2 L_{y1}^3} - \frac{\sigma_{max} \{L_{x1}^3 (L_{y1} - b)^3 [2L_{y1}a_1 - L_{x1}(L_{y1} - b)] + [L_{x1}(L_{y1} - b) - L_{y1}a_1]^3 [L_{y1}a_1 + L_{x1}(L_{y1} - b)]\}}{24L_{x1}^2 L_{y1}^3} - \frac{\sigma_{max} [2L_{x1}(L_{y1} - b) - L_{y1}(a_1 + a_2)]^3 [L_{y1}(a_1 - 3a_2) - 2L_{x1}(L_{y1} - b)]}{384L_{x1}^2 L_{y1}^3} - \frac{\sigma_{max} [2L_{x1}(L_{y1} - h_y) - L_{y1}(a_1 - a_2)]^3 [L_{y1}(a_1 + 3a_2) - 2L_{x1}(L_{y1} - h_y)]}{384L_{x1}^2 L_{y1}^3} \quad (106)$$

2.2 Casos especiales

Hay dos casos: Caso X) cuando los momentos M_{x1} y M_{x2} son cero; Caso Y) cuando los momentos M_{y1} y M_{y2} son cero.

2.2.1. Caso Y

La Fig. 5 muestra los tres casos posibles para una zapata combinada en forma de T sometida a una carga axial y un momento alrededor del eje X proporcionado por cada columna (M_{y1} y M_{y2} son cero).

Para el caso Y-I, se asume que toda la superficie inferior de la zapata está comprimida y se utilizan las Ec. (15) a (22).

Para los casos Y-IIA y Y-IIB, se asume que toda la superficie inferior de la zapata está parcialmente comprimida.

Las presiones generadas por el suelo sobre la zapata se determinan mediante la ecuación general del plano de presiones, a partir de tres puntos conocidos.

Ahora, los tres puntos conocidos del plano de presión son:

$$p_1 \left(\frac{a_1}{2}, y_t, \sigma_{max} \right); p_2 \left(-\frac{a_1}{2}, y_t, \sigma_{max} \right); p_3 \left(\frac{a_2}{2}, y_t - L_{y1}, 0 \right) \quad (107)$$

La ecuación general del plano de presión se determina de la siguiente manera:

$$\begin{vmatrix} x - \frac{a_1}{2} & y - y_t & \sigma_z - \sigma_{max} \\ -a_1 & 0 & 0 \\ \frac{a_2 - a_1}{2} & -L_{y1} & -\sigma_{max} \end{vmatrix} \quad (108)$$

Resolviendo el determinante de la Ec. (108) se obtiene la presión en cualquier punto " σ_z ":

$$\sigma_z = \frac{\sigma_{max}(L_{y1} - y_t + y)}{L_{y1}} \quad (109)$$

Para el caso Y-IIA, las ecuaciones para R y M_{xT} son:

$$R = 2 \int_{y_t-b}^{y_t} \int_0^{\frac{a_1}{2}} \sigma_z dx dy + 2 \int_{y_t-L_{y1}}^{y_t-b} \int_0^{\frac{a_2}{2}} \sigma_z dx dy \quad (110)$$

$$R = \frac{\sigma_{max} [a_1 b (2L_{y1} - b) + a_2 (L_{y1} - b)^2]}{2L_{y1}} \quad (111)$$

$$M_{xT} = 2 \int_{y_t-b}^{y_t} \int_0^{\frac{a_1}{2}} \sigma_z y dx dy + 2 \int_{y_t-L_{y1}}^{y_t-b} \int_0^{\frac{a_2}{2}} \sigma_z y dx dy \quad (112)$$

$$M_{xT} = \frac{\sigma_{max} b (a_1 - a_2) [2b^2 + 6L_{y1} y_t - 3b (L_{y1} + y_t)]}{6L_{y1}} + \frac{\sigma_{max} \{a_2 L_{y1}^2 (3y_t - L_{y1})\}}{6L_{y1}} \quad (113)$$

Para el caso Y-IIB, las ecuaciones para R y M_{xT} son:

$$R = 2 \int_{y_t-L_{y1}}^{y_t} \int_0^{\frac{a_1}{2}} \sigma_z dx dy \quad (114)$$

$$R = \frac{\sigma_{max} a_1 L_{y1}}{2} \quad (115)$$

$$M_{xT} = 2 \int_{y_t-L_{y1}}^{y_t} \int_0^{\frac{a_1}{2}} \sigma_z y dx dy \quad (116)$$

$$M_{xT} = \frac{\sigma_{max} a_1 L_{y1} (3y_t - L_{y1})}{6} \quad (117)$$

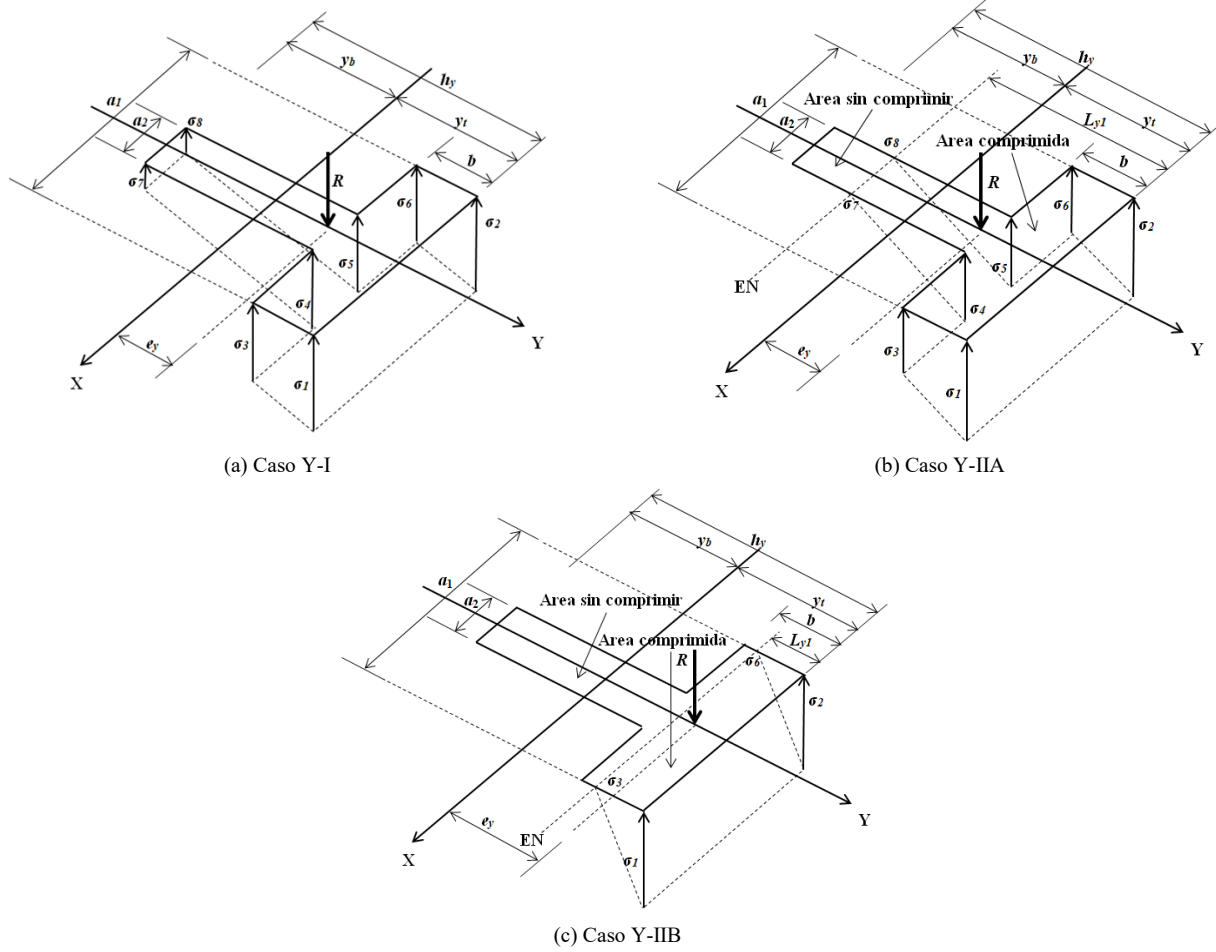


Figura 5. Caso Y para flexión uniaxial.
Fuente: Autores.

2.2.2. Caso X

Para una zapata combinada en forma de T sometida a carga axial y un momento alrededor del eje Y proporcionado por cada columna (M_{x1} y M_{x2} son cero).

Para el caso X, se deben utilizar todas las ecuaciones de la flexión biaxial, porque puede existir un momento resultante M_{xT} .

2.3 Área óptima para zapatas combinadas en forma de T

La superficie mínima (función objetivo) para todos los casos es:

$$A_{min} = (a_1 - a_2)b + a_2h_y \quad (118)$$

En la Tabla 1 se muestran las ecuaciones de las funciones de restricción para la flexión biaxial en cada caso.

Las funciones que deben limitarse en la dirección del eje Y son:

No limitadas: $L_1 \geq c_1/2$ y $L_2 \geq c_3/2$.

Limitadas en la columna 1: $L_1 = c_1/2$ y $L_2 \geq c_3/2$.

Limitadas en la columna 2: $L_1 \geq c_1/2$ y $L_2 = c_3/2$.

Limitadas en las dos columnas: $L_1 = c_1/2$ y $L_2 = c_3/2$.

Nota: c_1 y c_3 son los lados de las columnas en la dirección

Y.

Tabla 1.

Funciones de restricción para flexión biaxial.

Caso	Funciones de restricción
I	Ec. (1)-(5), (7)-(9), (15)-(22), $0 \leq \sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4, \sigma_5, \sigma_6, \sigma_7, \sigma_8 \leq \sigma_{max}$
II	Ec. (1), (2), (7)-(9), (24), (26), (28), $L_{y1} \leq b, L_{x1} \leq a_1$
III	Ec. (1), (2), (7)-(9), (30), (32), (34), $L_{y1} \geq b, L_{x1} \leq a_1$
IV	Ec. (1), (2), (7)-(9), (36), (38), (40), $L_{y1} \geq b, L_{x1} \leq a_1$
V	Ec. (1), (2), (7)-(9), (42), (44), (46), $L_{y1} \geq h_y, L_{x1} \leq a_1$
VI	Ec. (1), (2), (7)-(9), (48), (50), (52), $L_{y1} \geq h_y, L_{x1} \leq a_1$
VII	Ec. (1), (2), (7)-(9), (54), (56), (58), $L_{y1} \geq h_y, L_{x1} \leq a_1$
VIII	Ec. (1), (2), (7)-(9), (60), (62), (64), $L_{y1} \leq b, L_{x1} \geq a_1$
IX	Ec. (1), (2), (7)-(9), (66), (68), (70), $L_{y1} \leq b, L_{x1} \geq a_1$
X	Ec. (1), (2), (7)-(9), (72), (74), (76), $L_{y1} \geq b, L_{x1} \geq a_1$
XI	Ec. (1), (2), (7)-(9), (78), (80), (82), $L_{y1} \geq b, L_{x1} \geq a_1$
XII	Ec. (1), (2), (7)-(9), (84), (86), (88), $L_{y1} \geq b, L_{x1} \geq a_1$
XIII	Ec. (1), (2), (7)-(9), (90), (92), (94), $L_{y1} \geq b, L_{x1} \geq a_1$
XIV	Ec. (1), (2), (7)-(9), (96), (98), (100), $L_{y1} \geq b, L_{x1} \geq a_1$
XV	Ec. (1), (2), (7)-(9), (102), (104), (106), $L_{y1} \geq b, L_{x1} \geq a_1$

Nota: en todos los casos debe incluirse $h_y = L_1 + L + L_2, h_y \geq b, L_1 \leq b/2, a_2 \leq a_1$.

Fuente: Autores.

Tabla 2.

Funciones de restricción para flexión uniaxial.

Caso	Funciones de restricción
Y-I	Ec. (1)-(5), (7)-(9), (15)-(22), $0 \leq \sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4, \sigma_5, \sigma_6, \sigma_7, \sigma_8 \leq \sigma_{max}$
Y-IIA	Ec. (1), (2), (7)-(9), (111)-(113), $L_{y1} \geq b, L_{y1} \leq h_y$
Y-IIB	Ec. (1), (2), (7)-(9), (115)-(117), $L_{y1} \leq b$

 Nota: en todos los casos debe incluirse $h_y = L_1 + L + L_2$, $h_y \geq b$, $L_1 \leq b/2$, $a_2 \leq a_1$.

Fuente: Autores.

En la Tabla 2 se muestran las ecuaciones de las funciones de restricción para la flexión uniaxial en cada caso.

Las funciones que deben limitarse en la dirección del eje Y son las mismas que las de flexión biaxial.

1 Ejemplos numéricos

Tres ejemplos numéricos se muestran para zapatas combinadas en forma de T que soportan dos columnas, y cada ejemplo presenta cuatro tipos de restricciones, las restricciones son: La restricción 1 es para lados sin restricciones ($L_1 \geq c_1/2$ y $L_2 \geq c_3/2$); La restricción 2 es para un lado limitado en la columna 1 ($L_1 = c_1/2$ y $L_2 \geq c_3/2$); La restricción 3 es para un lado limitado en la columna 2 ($L_1 \geq c_1/2$ y $L_2 = c_3/2$); La restricción 4 es para dos lados limitados (lados opuestos) ($L_1 = c_1/2$ y $L_2 = c_3/2$). El ejemplo 1 es para una zapata combinada en forma de T sometida a carga axial y momentos en los ejes X e Y debido a las columnas. El ejemplo 2 es para una zapata combinada en forma de T sometida a una carga axial y un momento en el eje Y debido a las columnas. El ejemplo 3 es para una zapata combinada en forma de T sometida a una carga axial y un momento en el eje X debido a las columnas.

Los datos para el ejemplo 1 son: $c_1 = 0.40 \text{ m}$, $c_3 = 0.40 \text{ m}$, $P_1 = 1250 \text{ kN}$, $P_2 = 250 \text{ kN}$, $M_{x1} = 300 \text{ kN-m}$, $M_{x2} = 150 \text{ kN-m}$, $M_{y1} = 200 \text{ kN-m}$, $M_{y2} = 200 \text{ kN-m}$, $L = 6.00 \text{ m}$, $\sigma_{max} = 200 \text{ kN/m}^2$. Los datos para el ejemplo 2 son los mismos que los del ejemplo 1, pero $M_{x1} = 0 \text{ kN-m}$, $M_{x2} = 0 \text{ kN-m}$. Los datos para el ejemplo 3 son los mismos que los del ejemplo 1, pero $M_{y1} = 0 \text{ kN-m}$, $M_{y2} = 0 \text{ kN-m}$.

La Tabla 3 presenta los resultados del ejemplo 1.

La Tabla 4 presenta los resultados del ejemplo 2.

La Tabla 5 presenta los resultados del ejemplo 3.

Tabla 3.

 Ejemplo 1 para $P_1 = 1250 \text{ kN}$, $P_2 = 250 \text{ kN}$, $M_{x1} = 300 \text{ kN-m}$, $M_{x2} = 150 \text{ kN-m}$, $M_{y1} = 200 \text{ kN-m}$, $M_{y2} = 200 \text{ kN-m}$.

Caso	A_{min} (m ²)			
	Extremos libres	Limitado en L_1	Limitado en L_2	Limitado en L_1 y L_2
I	13.11	17.10	13.11	17.10
II	45.00	*	*	*
III	15.85	*	15.85	*
IV	21.93	*	*	*
V	15.62	*	15.62	*
VI	11.59	11.73	11.59	15.51
VII	15.53	*	15.53	*
VIII	23.45	22.36	23.45	22.36
IX	12.61	16.78	12.61	16.78
X	14.09	14.46	14.09	14.46
XI	12.98	16.58	12.98	16.58
XII	14.94	*	14.94	*
XIII	12.88	16.46	12.88	16.46
XIV	13.12	13.44	13.12	13.44
XV	12.71	*	12.71	*

Note: * No hay solución disponible.

Fuente: Autores.

Tabla 4.

 Ejemplo 2 para $P_1 = 1250 \text{ kN}$, $P_2 = 250 \text{ kN}$, $M_{x1} = 0 \text{ kN-m}$, $M_{x2} = 0 \text{ kN-m}$, $M_{y1} = 200 \text{ kN-m}$, $M_{y2} = 200 \text{ kN-m}$.

Caso	A_{min} (m ²)			
	Extremos libres	Limitado en L_1	Limitado en L_2	Limitado en L_1 y L_2
I	12.57	12.80	12.57	12.80
II	45.00	*	*	*
III	15.55	*	15.53	*
IV	21.91	*	*	*
V	15.26	*	15.26	*
VI	15.37	12.25	12.90	12.90
VII	15.06	*	15.05	*
VIII	22.45	22.45	22.45	22.45
IX	12.56	15.82	12.56	15.82
X	13.61	13.79	13.61	13.79
XI	15.66	15.48	10.40	15.48
XII	13.15	*	13.51	*
XIII	12.56	15.45	12.56	15.45
XIV	12.68	12.82	12.68	12.82
XV	11.88	12.78	11.14	12.16

Note: * No hay solución disponible.

Fuente: Autores.

Tabla 5.

 Ejemplo 3 para $P_1 = 1250 \text{ kN}$, $P_2 = 250 \text{ kN}$, $M_{x1} = 300 \text{ kN-m}$, $M_{x2} = 150 \text{ kN-m}$, $M_{y1} = 0 \text{ kN-m}$, $M_{y2} = 0 \text{ kN-m}$.

Caso	A_{min} (m ²)			
	Extremos libres	Limitado en L_1	Limitado en L_2	Limitado en L_1 y L_2
Y-I	11.50	16.74	11.50	16.74
Y-IIA	11.34	11.87	11.34	11.87
Y-IIB	15.00	18.70	15.00	18.70

Fuente: Autores.

2 Resultados y Discusión

Los resultados de la Tabla 3 muestran lo siguiente:

1. El valor de " A_{min} " es el mismo para las restricciones 1 y 3, excepto en los casos II y IV que no hay solución disponible en la restricción 3.
2. El valor de " A_{min} " es el mismo para las restricciones 2 y 4, excepto en el caso VI que sí hay solución disponible, pero es diferente.
3. Las áreas mínimas " A_{min} " se presentan en el caso VI para las restricciones 1, 2 y 3, y en el caso XIV para la restricción 4.

Los resultados de la Tabla 4 presentan lo siguiente:

1. El valor de " A_{min} " es el mismo para las restricciones 1 y 3, excepto en los casos II y IV que no hay solución disponible en la restricción 3, y también para los casos III, VI, VII, XI, XII, XV estos son diferentes.
2. El valor de " A_{min} " es el mismo para las restricciones 2 y 4, excepto en los casos VI y XV que sí hay solución disponible, pero estos son diferentes.
3. Las áreas mínimas " A_{min} " se presentan en el caso XV para la restricción 1, en el caso VI para la restricción 2, en el caso XI para la restricción 3 y en el caso XV para la restricción 4.

Los resultados de la Tabla 5 muestran lo siguiente:

1. El valor de “ A_{min} ” es el mismo para las restricciones 1 y 3.
 2. El valor de “ A_{min} ” es el mismo para las restricciones 2 y 4.
 3. Las áreas mínimas “ A_{min} ” se presentan en el caso Y-IIA para todas las restricciones.
- En las Tablas 6-8 se muestran en detalle las propiedades mecánicas y geométricas de los casos que presentan las áreas mínimas de cada ejemplo.

Tabla 6.

Propiedades mecánicas y geométricas de los casos que presentan las áreas mínimas del ejemplo 1.

Caso	R (kN)	M_{xT} (kN-m)	M_{yT} (kN-m)	L_1 (m)	L_2 (m)	L_{x1} (m)	L_{y1} (m)	a_1 (m)	a_2 (m)	b (m)	h_y (m)	y_t (m)	A_{min} (m ²)
Extremos libres													
VI	1500	2034.12	400	0.20	0.20	0.92	6.40	3.38	1.00	2.18	6.40	2.26	11.59
Limitado en L_1													
VI	1500	2663.63	400	0.20	1.19	0.92	7.39	3.32	1.00	1.87	7.39	2.68	11.73
Limitado en L_2													
VI	1500	2034.12	400	0.20	0.20	0.92	6.40	3.38	1.00	2.18	6.40	2.26	11.59
Limitado en L_1 y L_2													
XIV	1500	1328.82	400	0.20	0.20	21.83	6.83	8.04	1.00	1.00	6.40	1.79	13.44

Fuente: Autores.

Tabla 7.

Propiedades mecánicas y geométricas de los casos que presentan las áreas mínimas del ejemplo 2.

Caso	R (kN)	M_{xT} (kN-m)	M_{yT} (kN-m)	L_1 (m)	L_2 (m)	L_{x1} (m)	L_{y1} (m)	a_1 (m)	a_2 (m)	b (m)	h_y (m)	y_t (m)	A_{min} (m ²)
Extremos libres													
XV	1500	1095.78	400	0.25	0.20	50.00	5.54	6.44	1.00	1.00	6.45	1.98	11.88
Limitado en L_1													
VI	1500	4437.68	400	0.20	3.78	0.92	9.98	3.27	1.00	1.00	9.98	4.16	12.25
Limitado en L_2													
XI	1500	0	400	4.20	0.20	8.40	20.05	1.00	1.00	10.40	10.40	5.20	10.40
Limitado en L_1 y L_2													
XV	1500	1081.82	400	0.20	0.20	38.73	5.50	6.76	1.00	1.00	6.40	1.92	12.16

Fuente: Autores

Los resultados de la Tabla 6 muestran lo siguiente:

1. Todos los valores son iguales para las restricciones 1 y 3.
2. El valor menor de “ a_1 ” se encuentra en la restricción 2 y el mayor en la restricción 4. Todos los valores de “ a_2 ” son iguales. El valor menor de “ b ” se encuentra en la restricción 4 y el mayor en las restricciones 1 y 3. El valor mayor de “ h_y ” se encuentra en la restricción 2 y el menor en las restricciones 1, 3 y 4.
3. El área mínima “ A_{min} ” aparece en el caso VI para las restricciones 1 y 3, y la mayor aparece en el caso XIV para la restricción 4.

Tabla 8.

Propiedades mecánicas y geométricas de los casos que presentan las áreas mínimas del ejemplo 3.

Caso	R (kN)	M_{xT} (kN-m)	M_{yT} (kN-m)	L_1 (m)	L_2 (m)	L_{y1} (m)	a_1 (m)	a_2 (m)	b (m)	h_y (m)	y_t (m)	A_{min} (m ²)
Extremos libres												
Y-IIA	1500	1476.28	0	0.50	0.20	6.44	5.64	1.00	1.00	6.70	2.18	11.34
Limitado en L_1												
Y-IIA	1500	1582.81	0	0.20	0.20	5.12	6.47	1.00	1.00	6.40	1.96	11.87
Limitado en L_2												
Y-IIA	1500	1476.28	0	0.50	0.20	6.44	5.64	1.00	1.00	6.70	2.18	11.34
Limitado en L_1 y L_2												
Y-IIA	1500	1582.81	0	0.20	0.20	5.12	6.47	1.00	1.00	6.40	1.96	11.87

Fuente: Autores

Los resultados de la Tabla 7 muestran lo siguiente:

1. El valor menor de “ a_1 ” se encuentra en la restricción 3 y el mayor en la restricción 4. Todos los valores de “ a_2 ” son iguales. El valor mayor de “ b ” se encuentra en la restricción 3 y el menor en las restricciones 1, 2 y 4. El valor mayor de “ h_y ” se encuentra en la restricción 4 y el menor en la restricción 4.
2. El área mínima “ A_{min} ” aparece en el caso XI para la restricción 3, y la mayor aparece en el caso VI para la restricción 2.

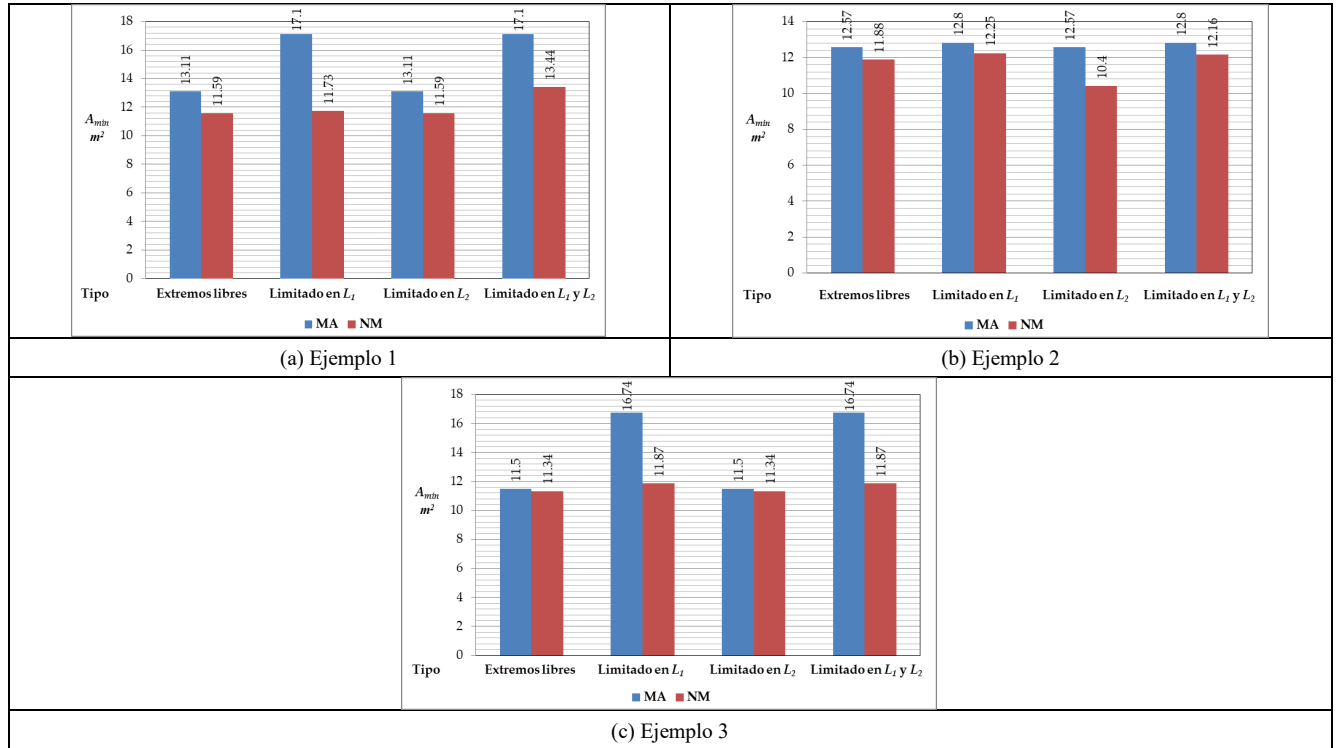


Figura 6. Comparación entre el MA y el NM.
Fuente: Autores.

- La restricción 3 muestra una zapata combinada rectangular.
Los resultados de la Tabla 8 muestran lo siguiente:
- Todos los valores son iguales para las restricciones 1 y 3, y para las restricciones 2 y 4.
- El valor menor de " a_1 " se encuentra en las restricciones 1 y 3, y el mayor en las restricciones 2 y 4. Todos los valores de " a_2 " son iguales. Todos los valores de " b " son iguales. El valor mayor de " h_y " se encuentra en las restricciones 1 y 3, y el menor en las restricciones 2 y 4.
- El área mínima " A_{min} " aparece en el caso Y-IIA para las restricciones 1 y 3, y la mayor aparece en el caso Y-IIA para las restricciones 2 y 4.

La Fig. 6 muestra la comparación entre el MA (modelo actual) y el NM (nuevo modelo).

En los tres ejemplos se muestra un ahorro utilizando el NM con respecto al CM. Para el ejemplo 1, el mayor ahorro se produce con un 31.40% al limitar L_1 . Para el ejemplo 2, el mayor ahorro se produce con un 17.26% al limitar L_2 . Para el ejemplo 3, el mayor ahorro se produce con un 29.09% al limitar L_1 y L_2 .

5 Conclusiones

El modelo presentado en este documento aplica únicamente para el área mínima de una zapata combinada en forma de T que soporta dos columnas alineadas sobre el eje longitudinal. Las consideraciones de este trabajo son: la zapata es rígida y el suelo que soporta a la zapata es elástico

y homogéneo, que cumple con la flexión biaxial, es decir, la variación de la presión del suelo es lineal.

Algunos autores presentan las ecuaciones para encontrar las dimensiones y la superficie mínima de una zapata, pero toda la superficie de la zapata está comprimida (ver Caso I para los tres ejemplos).

El presente trabajo concluye lo siguiente:

- El modelo propuesto presenta la superficie mínima y las funciones de restricción para los quince casos posibles (flexión biaxial) y los tres casos posibles (flexión uniaxial).
- El modelo puede ser utilizado como una revisión de la capacidad de carga admisible del suelo, tomando en cuenta la función objetivo " σ_{max} ", y las mismas funciones de restricción para flexión biaxial o flexión uniaxial.
- Los ejemplos muestran un ahorro significativo con el nuevo modelo en comparación con el modelo actual, como se puede observar en la Fig. 6 de las comparaciones, se tener un ahorro económico para el ejemplo 1 del 31.40%, para el ejemplo 2 un ahorro del 17.26%, y para el ejemplo 3 un ahorro del 29.09%.
- La principal ventaja de este estudio es que impacta directamente en el costo de construcción de la zapata, ya que, al presentar menor área de contacto con el suelo, genera menor volumen de relleno de zapata.
- El modelo propuesto puede utilizarse para zapatas combinadas rectangulares; simplemente se establece $a_1 = a_2$ y $b = h_y$.

6. Cuando M_{xT} es cero, la fuerza resultante se encuentra a lo largo del eje X (véase la Tabla 7).
7. Cuando M_{yT} es cero, la fuerza resultante se encuentra a lo largo del eje Y (véase la Tabla 8).
8. El modelo puede utilizarse para las siguientes consideraciones:
 - a) Lados sin restricciones ($L_1 \geq c_1/2$ y $L_2 \geq c_3/2$).
 - b) Un lado restringido en la columna 1 ($L_1 = c_1/2$ y $L_2 \geq c_3/2$).
 - c) Un lado restringido en la columna 2 ($L_1 \geq c_1/2$ y $L_2 = c_3/2$).
 - d) Dos lados restringidos (lados opuestos) ($L_1 = c_1/2$ y $L_2 = c_3/2$).

Las siguientes investigaciones pueden ser:

1. Diseño de costo mínimo asumiendo que el área de contacto con el suelo está parcialmente comprimida.
2. Área mínima para zapatas combinadas de correas asumiendo que el área de contacto con el suelo está parcialmente comprimida.
3. Área mínima para zapatas en suelos arenosos como se muestra en la Fig. 1(a).
4. Área mínima para zapatas en suelos arcillosos como se muestra en la Fig. 1(b).

Referencias

- [1] Bowles, J.E., Foundation analysis and design; McGraw-Hill, New York, USA, 2001.
- [2] Shahin, M.A., and Cheung, E.M., Stochastic design charts for bearing capacity of strip footings. *Geomechanics and Engineering*, 3(2), pp. 153-167, 2011. DOI: <https://doi.org/10.12989/gae.2011.3.2.153>
- [3] Dixit, M.S., and Patil K.A., Experimental estimate of N_y values and corresponding settlements for square footings on finite layer of sand, *Geomechanics and Engineering*, 5(4), pp. 363-377, 2013. DOI: <https://doi.org/10.12989/gae.2013.5.4.363>
- [4] Erzin, Y. and Gul, T.O., The use of neural networks for the prediction of the settlement of pad footings on cohesionless soils based on standard penetration test, *Geomechanics and Engineering*, 5(6), pp. 541-564, 2013. DOI: <https://doi.org/10.12989/gae.2013.5.6.541>
- [5] Colmenares, J.E., Kang, S.-R., Shin, Y.-J., and Shin, J.-H., Ultimate bearing capacity of conical shell foundations, *Structural Engineering and Mechanics*, 52(3), pp. 507-523, 2014. DOI: <https://doi.org/10.12989/sem.2014.52.3.507>
- [6] Cure, E., Sadoglu, E., Turker, E., and Uzuner, B.A., Decrease trends of ultimate loads of eccentrically loaded model strip footings close to a slope, *Geomechanics and Engineering*, 6(5), pp. 469-485, 2014. DOI: <https://doi.org/10.12989/gae.2014.6.5.469>
- [7] Fattah, M.Y., Yousif, M.A., and Al-Tameemi, S.M.K., Effect of pile group geometry on bearing capacity of piled raft foundations, *Structural Engineering and Mechanics*, 54(5), pp. 829-853, 2015. DOI: <https://doi.org/10.12989/sem.2015.54.5.829>
- [8] Uncuoğlu, E., The bearing capacity of square footings on a sand layer overlying clay, *Geomechanics and Engineering*, 9(3), pp. 287-311, 2015. DOI: <https://doi.org/10.12989/gae.2015.9.3.287>
- [9] Anil, O., Akbaş, S.O., Babagiray, S., Gel, A.C., and Durucan, C., Experimental and finite element analyses of footings of varying shapes on sand, *Geomechanics and Engineering*, 12(2), pp. 223-238, 2017. DOI: <https://doi.org/10.12989/gae.2017.12.2.223>
- [10] Khatri, V.N., Debbarma, S.P., Dutta, R.K., and Mohanty, B., Pressure-settlement behavior of square and rectangular skirted footings resting on sand, *Geomechanics and Engineering*, 12(4), pp. 689-705, 2017. DOI: <https://doi.org/10.12989/gae.2017.12.4.689>
- [11] Mohebkhah, A., Bearing capacity of strip footings on a stone masonry trench in clay, *Geomechanics and Engineering*, 13(2), pp. 255-267, 2017. DOI: <https://doi.org/10.12989/gae.2017.13.2.255>
- [12] Zhang, W.-X., Wu, H., Hwang, H.-J., Zhang, J.-Y., Chen, B., and Yi, W.-J., Bearing behavior of reinforced concrete column-isolated footing substructures, *Engineering Structures*, 200, art. 109744, 2019. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2019.109744>
- [13] Turedi, Y., Emirler, B., Ornek, M., and Yildiz, A., Determination of the bearing capacity of model ring footings: Experimental and numerical investigations, *Geomechanics and Engineering*, 18(1), pp. 29-39, 2019. DOI: <https://doi.org/10.12989/gae.2019.18.1.029>
- [14] Gnananandarao, T., Khatri, V.N., and Dutta, R.K., Bearing capacity and settlement prediction of multi-edge skirted footings resting on sand, *Ingeniería e Investigación*, 40(3), pp. 9-21, 2020. <http://dx.doi.org/10.15446/ing.investig.v40n3.83170>
- [15] Gör, M., Analyzing the bearing capacity of shallow foundations on two-layered soil using two novel cosmology-based optimization techniques, *Smart Structures Systems*, 29(3), pp. 513-522, 2022. DOI: <https://doi.org/10.12989/ss.2022.29.3.513>
- [16] Chaabani, W., Remadna, M.S., and Abu-Farsakh, M., Numerical Modeling of the Ultimate bearing capacity of strip footings on reinforced sand layer overlying clay with voids, *Infrastructures*, 8(1), art. 3, 2023. DOI: <https://doi.org/10.3390/infrastructures8010003>
- [17] Vitone, D.M.A., and Valsangkar, A.J., Stresses from loads over rectangular areas, *Journal of Geotechnical Engineering*, 112(10), pp. 961-964, 1986. DOI: [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9410\(1986\)112:10\(961\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9410(1986)112:10(961))
- [18] Michalowski, R.L. Upper-bound load estimates on square and rectangular footings, *Géotechnique*, 51(9), pp. 787-798, 2001. DOI: <https://doi.org/10.1680/geot.2001.51.9.787>
- [19] Özmen, G., Determination of base stresses in rectangular footings under biaxial bending, *Teknik Dergi Digest*, [online]. 22(4), pp. 1519-1535, 2011. Available at: http://www.imo.org.tr/resimler/dosya_ekler/7b559795bd3f63b_ek.pdf?dergi=472
- [20] Aydogdu, I., New iterative method to calculate base stress of footings under biaxial bending, *International Journal of Engineering and Applied Sciences*, 8(4), pp. 40-48, 2016. DOI: <https://doi.org/10.24107/ijeas.281460>
- [21] Girgin, K., Simplified formulations for the determination of rotational spring constants in rigid spread footings resting on tensionless soil, *Journal of Civil Engineering Management*, 23(4), pp. 464-474, 2017. DOI: <https://doi.org/10.3846/13923730.2016.1210218>
- [22] Al-Gahtani, H.J., and Adekunle, S.K., A boundary-type approach for the computation of vertical stresses in soil due to arbitrarily shaped foundations, *World Journal of Engineering*, 16(3), pp. 419-426, 2019. DOI: <https://doi.org/10.1108/WJE-02-2018-0051>
- [23] Rawat, S., Mittal, R.K., and Muthukumar, G., Isolated rectangular footings under biaxial bending: a critical appraisal and simplified analysis methodology, *Practice Periodical on Structural Design and Construction*, 25(3), art. 0471, 2020. DOI: [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)SC.1943-5576.0000471](https://doi.org/10.1061/(ASCE)SC.1943-5576.0000471)
- [24] López-Machado, N.A., Perez, G., Castro, C., Perez, J.C.V., López-Machado, L.J., Alviar-Malabet, J.D., Romero-Romero, C.A., Guerrero-Cuasapaz, D.P., and Montesinos-Machado, V.V., A structural design comparison between two reinforced concrete regular 6-Level buildings using soil-structure interaction in linear range, *Ingeniería e Investigación*, 42(1), art. 86819, 2022. DOI: <https://doi.org/10.15446/ing.investig.v42n1.86819>
- [25] Lezgy-Nazargah, M., Mamazizi, A., and Khosravi, H., Analysis of shallow footings rested on tensionless foundations using a mixed finite element model, *Structural Engineering and Mechanics*, 81(3), pp. 379-394, 2022. DOI: <https://doi.org/10.12989/sem.2022.81.3.379>
- [26] Teng, W.C., Foundation Design, Prentice-Hall Inc., New Delhi, India, 1979.
- [27] Highter, W.H., and Anders, J.C., Dimensioning footings subjected to eccentric loads, *Journal of Geotechnical Engineering*, 111(5), pp. 659-665, 1985. DOI: [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9410\(1985\)111:5\(659\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9410(1985)111:5(659))
- [28] Galvis, F.A., and Smith-Pardo, P.J., Axial load biaxial moment interaction (PMM) diagrams for shallow foundations: design aids, experimental verification, and examples, *Engineering Structures*, 213, art. 110582, 2020. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2020.110582>

- [29] Rodríguez-Gutiérrez, J.A., and Aristizabal-Ochoa, J.D., Rigid spread footings resting on soil subjected to axial load and biaxial bending. I: Simplified analytical method, *International Journal of Geomechanics*, 13(2), pp. 109-119, 2013. DOI: [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)GM.1943-5622.0000218](https://doi.org/10.1061/(ASCE)GM.1943-5622.0000218)
- [30] Rodríguez-Gutiérrez, J.A., and Aristizabal-Ochoa, J.D., Rigid spread footings resting on soil subjected to axial load and biaxial bending. II: Design aids, *International Journal of Geomechanics*, 13(2), pp. 120-131, 2013. DOI: [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)GM.1943-5622.0000210](https://doi.org/10.1061/(ASCE)GM.1943-5622.0000210)
- [31] Maheshwari, P., and Khatri, S., Influence of inclusion of geosynthetic layer on response of combined footings on stone column reinforced earth beds, *Geomechanics and Engineering*, 4(4), pp. 263-279, 2012. DOI: <https://doi.org/10.12989/gae.2012.4.4.263>
- [32] Konapure, C.G., and Vivek, B., Analysis of Combined rectangular footing by Winkler's Model and Finite Element Method, *International Journal of Engineering and Innovative Technology*, [online]. 3(5), pp. 128-132, 2013. Available at: https://www.ijeit.com/Vol%203/Issue%205/IJEIT1412201311_21.pdf
- [33] Vivek, B., Arkal, L.S., Bandgar, R.V., and Kalekhan, F.A.S., Comparative study on conventional and simplified elastic analysis of rectangular combined footing, *International Journal of Research in Engineering and Technology*, 3(4), pp. 422-427, 2014. DOI: <https://doi.org/10.15623/ijret.2014.0304076>
- [34] Ravi-Kumar, C., Satish-Kumar, M., Kondala-Rao, M., and Gopika, N., Numerical analysis of rectangular combined footings resting on soil for contact pressure, *International Journal of Civil Engineering and Technology*, [online]. 9(9), pp. 1425-1431, 2018. Available at: <https://iaeme.com/Home/issue/IJCIET?Volume=9&Issue=9>
- [35] Kashani, A.R., Camp, C.V., Akhiani, M., and Ebrahimi, S., Optimum design of combined footings using swarm intelligence-based algorithms, *Advances in Engineering Software*, 169, art. 103140, 2022. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.advengsoft.2022.103140>
- [36] Al-Douri, E.M.F., Optimum design of trapezoidal combined footings, *Tikrit Journal of Engineering Sciences*, 14(1), pp. 85-115, 2007. DOI: <https://doi.org/10.25130/tjes.14.1.05>
- [37] Luévanos-Rojas, A., Optimization for trapezoidal combined footings: Optimal design, *Advances in Concrete Construction*, 16(1), pp. 21-34, 2023. DOI: <https://doi.org/10.12989/acc.2023.16.1.021>
- [38] Luévanos-Rojas, A., López-Chavarría, S., and Medina-Elizondo, M., A new model for T-shaped combined footings Part I: Optimal dimensioning, *Geomechanics and Engineering*, 14(1), pp. 51-60, 2018. DOI: <https://doi.org/10.12989/gae.2018.14.1.051>
- [39] Luévanos-Rojas, A., López-Chavarría, S., and Medina-Elizondo, M., A new model for T-shaped combined footings Part II: Mathematical model for design, *Geomechanics and Engineering*, 14(1), pp. 61-69, 2018. DOI: <https://doi.org/10.12989/gae.2018.14.1.061>
- [40] Moreno-Landeros, V.M., Luévanos-Rojas, A., Santiago-Hurtado, G., López-León, L.D., Olguin-Coca, F.J., López-León, A.L., and Landa-Gómez, A.E., Optimal cost design of RC T-Shaped combined footings, *Buildings* 14(11), art. 3688, 2024. DOI: <https://doi.org/10.3390/buildings14113688>
- [41] Aishwarya, K.M., and Balaji, N.C., Analysis and design of eccentrically loaded corner combined footing for rectangular columns, in: *International Conference on Advances in Sustainable Construction Materials*, Guntur, India, 2022. DOI: <https://doi.org/10.1063/5.0144289>
- [42] Moreno-Hernández, M.A., Luévanos-Rojas, A., López-Chavarría, S., y Medina-Elizondo, M., Modelación matemática para zapatas combinadas de correa en esquina apoyadas sobre el terreno: parte I. *Computación y Sistemas*, 26(3), pp. 1269-1282, 2022. DOI: <https://doi.org/10.13053/cys-26-3-4079>
- [43] Luévanos-Rojas, A., Santiago-Hurtado, G., Moreno-Landeros, V.M., Olguin-Coca, F.J., López-León, L.D., and Diaz-Gurrola, E.R. Mathematical modeling of the optimal cost for the design of strap combined footings, *Mathematics*, 12(2), art. 294, 2024. DOI: <https://doi.org/10.3390/math12020294>
- [44] Montes-Paramo, P., Luévanos-Rojas, A., López-Chavarría, S., Medina-Elizondo, M., y Sandoval-Rivas, R., Área óptima para zapatas combinadas rectangulares asumiendo que la superficie de contacto con el suelo trabaja parcialmente a compresión. *Ingeniería, Investigación y Tecnología*, 24(2), pp. 1-15, 2023. DOI: <https://doi.org/10.22201/ii.25940732e.2023.24.2.012>
- [45] Das, B.M., Sordo-Zabay, E. y Arriola-Juárez, R., *Principios de ingeniería de cimentaciones*, Cengage Learning Latin América, D.F., México, 2006.
- [46] McCormac, J.C., and Brown, R.H., *Design of Reinforced Concrete*, John Wiley & Sons, Inc., D.F., México, 2014.

A. Luévanos-Rojas, recibió su título en Ing. Civil en 1981, MSc. en Ciencias con Especialidad en Planeación y Construcción de Obras en 1990 y Dr. en Ingeniería con Especialidad en Sistema de Planeación y Construcción en 2009, todos ellos de la Universidad Juárez del Estado de Durango, Durango, México. Además, es MSc. en Estructuras en 1983 del Instituto Politécnico Nacional, Distrito Federal, México. MSc. en Administración en 2004 de la Universidad Autónoma de Coahuila. Profesor e Investigador de la Universidad Juárez del Estado de Durango (2006-2014). Profesor e Investigador de la Universidad Autónoma de Coahuila (2015-Actual). El autor tiene más de 148 artículos publicados en revistas de investigación científica internacionales. Autor de dos libros. Editor Asociado de 11 revistas internacionales. También ha participado en 100 como parte de Comités de Programas Técnicos, 15 como Editor y 19 como presidente en varios Congresos Internacionales. Perteneció al Sistema Nacional de Investigadores de México Nivel II (SNI-II). Él es Investigador Estatal Honorífico por el Estado de Coahuila, México. Ha recibido varias distinciones: Maestro distinguido ULSA (Universidad La Salle Laguna) 2002, 2007, 2010. Investigador del año 2023 por UAC (Universidad Autónoma de Coahuila). Premio al mejor artículo científico del año 2023 por UAC (Universidad Autónoma de Coahuila). Ha sido incluido en el "2023 World's Top 2% Scientists List" por la Universidad de Stanford. Mathematical Engineering Excellence Award por "Math Scientist Awards" 2025. Best Researcher Award por "International Top Research Awards" 2025. ORCID: 0000-0002-0198-3614

B.L. Estrada-Mendoza, recibió su título en Licenciatura en Administración de Empresas Turísticas 1992 del Instituto Tecnológico de Zacatepec, Cuernavaca, Morelos, México; MSc. en Administración con acentuación en Finanzas 2014 y Dr. en Administración y Alta Dirección 2023, estos dos de la Universidad Autónoma de Coahuila, Torreón, Coahuila, México. Profesor e Investigador de la Universidad Autónoma de Coahuila (2015-Actual). Ella es Investigador Estatal Honorífico por el Estado de Coahuila, México. ORCID: 0000-0002-3954-5310

M. Juárez-Ramírez, recibió su título en Ing. Industrial en Producción en 1993 del Instituto Tecnológico de Saltillo, Saltillo, Coahuila, México; MSc. en Productividad en 1999 y MSc. en Administración de Empresas en 2002 de la Universidad Autónoma del Noreste, Piedras Negras, Coahuila, México y Dr. en Administración y Alta Dirección en 2023 de la Universidad Autónoma de Coahuila, Torreón, Coahuila, México. Trabajó como: Gerente de Producción y Planeación (Operación) de Intrex Global Solutions Company: Eagle Pass, Texas, US (2007-2009); Gerente de Procesos y Mejora Continua de Southwest Metal Finishing Company: New Berlin, Wisconsin, US (2010-2017). Profesor e Investigador de la Universidad Autónoma de Coahuila (2017-Actual). ORCID: 0009-0005-3870-0146



Viabilidad y riesgos de la inyección de aguas residuales tratadas en el acuífero cárstico de Yucatán: revisión técnica, normativa e hidrogeológica

Roger Amílcar González-Herrera^a, Jesús Azael Suverbiel-González^a, Alejandro Canul-Chuil^b
& Mario Humberto Cortazar-Cepeda^a

^a Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma de Yucatán, Mérida, Yucatán, México. roger.gonzalez@correo.uady.mx, a12008238@alumnos.uady.mx
mario.cortazar@correo.uady.mx

^b Junta de Agua Potable y Alcantarillado de Yucatán (JAPAY), Operación y Control de Aguas Residuales, Mérida, Yucatán, México.
alejandro.canul@yucatan.gob.mx

Recibido: 19 de junio 2025. Recibido en formato revisado: 18 de octubre 2025. Aceptado: 20 de octubre 2025

Resumen

El presente estudio analiza la viabilidad de inyectar aguas residuales tratadas en el acuífero cárstico de Yucatán mediante pozos profundos. Esta técnica, usada internacionalmente para mitigar la intrusión salina y gestionar recursos hídricos, implica riesgos significativos en medios cársticos por su alta permeabilidad y vulnerabilidad a la contaminación. Se revisan experiencias globales y nacionales, destacando la necesidad de tratamientos avanzados, monitoreo riguroso y modelos hidrogeológicos especializados. En Yucatán, solo el 2.4% del agua residual se trata adecuadamente, lo que representa un riesgo elevado. La normativa mexicana exige estándares de calidad similares al agua potable para la inyección directa. Se concluye que esta práctica solo es viable si se cumplen estrictamente las condiciones técnicas, normativas y geológicas, recomendando estudios piloto, modelación numérica y fortalecimiento institucional para proteger el acuífero.

Palabras clave: acuífero; aguas residuales; aguas tratadas; inyección; recarga artificial.

Feasibility and risks of injecting treated wastewater into the Yucatan karst aquifer: technical, regulatory, and hydrogeological review

Abstract

The present study evaluates the feasibility of injecting treated wastewater into the karst aquifer of Yucatán through deep wells. This technique, used globally to manage water resources and combat saline intrusion, poses significant risks in karst environments due to high permeability and vulnerability to contamination. The paper reviews international and national experiences, emphasizing the need for advanced treatment, strict monitoring, and specialized hydrogeological modeling. In Yucatán, only 2.4% of municipal wastewater is adequately treated, increasing the risk of aquifer pollution. Mexican regulations require water quality comparable to drinking standards for direct injection. The study concludes that this practice is only viable under strict technical, regulatory, and geological conditions, recommending pilot projects, numerical modeling, and institutional strengthening to safeguard the aquifer.

Keywords: aquifer; wastewater; treated water; injection; artificial recharge.

1. Introducción

Los principales orígenes de la contaminación ambiental son de carácter antropogénico; ejemplo de esto son las descargas de efluentes industriales y de las aguas residuales

domésticas [1-4]. La contaminación del agua subterránea es una de las causas de enfermedades que atentan contra la vida humana; como referencia de la patología y su relación con la deficiente calidad hídrica, se han documentado padecimientos provocados por ingerir agua no apta para

How to cite: González-Herrera, R.A., Suverbiel-González, J.A., Canul-Chuil, A., and Cortazar-Cepeda, M.H., (2025). Viabilidad y riesgos de la inyección de aguas residuales tratadas en el acuífero cárstico de Yucatán: revisión técnica, normativa e hidrogeológica. BOLETÍN DE CIENCIAS DE LA TIERRA. 58, pp. 72-83. DOI:<https://doi.org/10.15446/rbct.n58.121034>

consumo [5-7]. Existen normas oficiales en las que se establecen límites máximos permisibles de elementos disueltos en el agua, para su consumo y diferentes usos [8]. De la misma manera, hay una normatividad que establece la calidad del agua tratada que puede inyectarse al acuífero para no contaminarlo [9-11].

En zonas cercanas a la costa se presenta el fenómeno de intrusión salina como una contaminación de manera natural [12]. La inyección a profundidad de agua residual tratada en sitios costeros puede crear una barrera de agua dulce [13,14]. En algunos casos, el objetivo de la inyección de agua dulce puede ser solamente el de reducir la salinidad del acuífero o el de incrementar la calidad del agua lo cual no necesariamente crea una barrera a la intrusión salina [15].

El estrato en el que se dispone el agua inyectada debe tener una extensión y espesor adecuados; debe estar debajo de cualquier acuífero que contenga agua subterránea utilizable y limitado en la parte superior e inferior por rocas impermeables o agua salobre.

El objetivo de esta investigación es revisar y analizar las experiencias nacionales e internacionales en la inyección de aguas residuales tratadas en acuíferos carbonatados, por recarga artificial, con el propósito de evaluar su aplicabilidad en el contexto hidrogeológico del acuífero cárstico de Yucatán.

2. Metodología

La metodología se centró en la revisión sistemática de la literatura académica, informes técnicos y normativas relevantes. Fue fundamental delimitar la viabilidad técnica, ambiental y regulatoria de la recarga artificial de acuíferos en el contexto de Yucatán. El enfoque desarrollado paso a paso para lograr el objetivo propuesto fue el siguiente:

Búsqueda y recopilación de información: Se utilizaron bases de datos académicas como Scopus, Web of Science, Google Scholar, ScienceDirect, y repositorios de organizaciones internacionales como la Agencia de Protección Ambiental de Estados Unidos (EPA) y la Organización Mundial de la Salud (OMS). Se usaron palabras clave combinadas para obtener mejores resultados. Los criterios de búsqueda se clasificaron según (i) temas principales: "managed aquifer recharge" (recarga gestionada de acuíferos), "aquifer storage and recovery" (almacenamiento y recuperación en acuíferos), "deep well injection" (inyección en pozos profundos), "wastewater reuse" (reuso de aguas residuales); (ii) tipos de acuíferos: "carbonate aquifer" (acuífero carbonatado), "karst aquifer" (acuífero cárstico), "limestone aquifer" (acuífero de caliza); (iii) impacto y riesgo: "groundwater contamination" (contaminación de agua subterránea), "plume movement" (movimiento de pluma), "water quality" (calidad del agua); (iv) aspectos regulatorios: "regulations for aquifer recharge" (normativas para recarga de acuíferos), "water quality standards" (estándares de calidad del agua) y (v) ubicaciones geográficas (para estudios de caso).

Criterios de selección de estudios y normativas: Se establecieron una serie de criterios, que actuaron como filtros

en la revisión, para asegurar la relevancia y calidad de la información consultada. Los criterios de inclusión fueron (i) relevancia temática: artículos y documentos que aborden directamente la inyección de aguas tratadas en acuíferos carbonatados o cársticos; (ii) actualidad: estudios publicados en los últimos 20 años, priorizando los más recientes; (iii) tipo de publicación: artículos científicos revisados por pares, tesis doctorales, informes técnicos de agencias gubernamentales o de investigación, y normativas oficiales; (iv) idioma: artículos en inglés y español; (v) contexto geográfico: se priorizaron estudios de regiones con acuíferos cársticos que tienen condiciones hidrogeológicas similares a las de Yucatán y (vi) resultados específicos: se buscaron estudios que incluyan datos sobre la calidad del agua inyectada y recuperada, el comportamiento de contaminantes (orgánicos, patógenos, etc.) y los riesgos asociados. Los criterios de exclusión consideraron (i) falta de relevancia: estudios que traten la recarga superficial o la inyección en acuíferos de tipo granular (areniscas, gravas); (ii) antigüedad: publicaciones anteriores a la última década sin un aporte metodológico o conceptual significativo y (iii) fuentes no confiables: blogs, foros o artículos no revisados por pares sin respaldo científico o institucional.

Análisis y síntesis de la información: Una vez seleccionada la literatura, se procedió al análisis con la extracción y organización de los datos clave. La síntesis permitió comparar las experiencias internacionales e identificar casos de éxito y fracaso, así como las limitaciones y desafíos. El análisis se centró en evaluar las condiciones hidrogeológicas, la calidad del agua, y el marco regulatorio para determinar su aplicabilidad al acuífero de Yucatán, que es particularmente vulnerable a la contaminación debido a su alta permeabilidad.

3. Disposición de aguas tratadas por recarga artificial

La recarga artificial también conocida como la recarga gestionada [16], se efectúa mediante la aplicación de dos técnicas: la difusión superficial e inyección directa. La difusión superficial se ejecuta con la construcción de lagunas de infiltración, mientras que la inyección directa se realiza mediante el bombeo de aguas de reúso al subsuelo a través de pozos profundos, la representación visual de estas dos técnicas está ilustrada en la Fig. 1. Dado que la recarga artificial es una alternativa para una mejor disposición de aguas residuales tratadas, estas deben cumplir con al menos cuatro de los estándares más significantes en cuanto a calidad se refiere; estos son: microbiológicos, nutrientes, mineralógicos, metales pesados y sustancias orgánicas. Las aguas negras antes de su disposición, por lo general, reciben tratamientos en plantas municipales en donde, de manera preliminar, se realiza la remoción de objetos de gran tamaño (pretratamiento y tratamiento primario) seguido de la eliminación de contaminantes por procesos biológicos aerobios (tratamiento secundario) [17]; el nivel de tratamiento, en su mayoría depende de los requerimientos de la localidad.

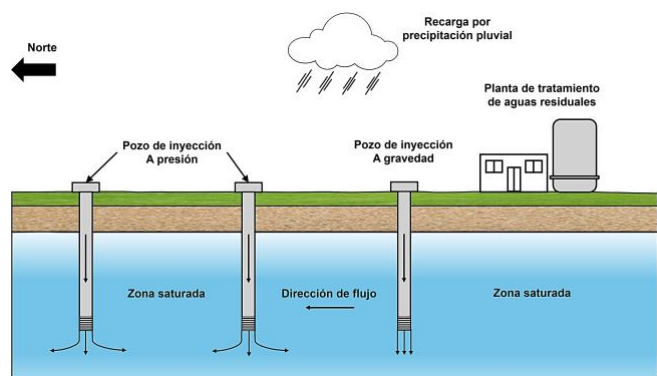


Figura 1. Inyección de aguas residuales tratadas por medio de pozos profundos.

Fuente: Autores.

Para un agua residual de origen municipal existe la opción de que, una vez tratada, pueda inyectarse de manera directa al acuífero por medio de pozos profundos; en Orange, California, Estados Unidos y en el sur de Australia se han desarrollado investigaciones, ejemplo de lo anterior [17,18]. En técnicas de recarga artificial, por lo general se establecen tratamientos adicionales o avanzados para brindar al agua tratada una calidad aún mejor, de manera que incluso esta supere los estándares de calidad para un agua potable (Fig. 2); estos procesos de tratamiento incluyen a la microfiltración, osmosis inversa y desinfección ultravioleta [17], ya que el fin último es el de almacenamiento en los acuíferos y su posterior recuperación. Como ejemplo, en la

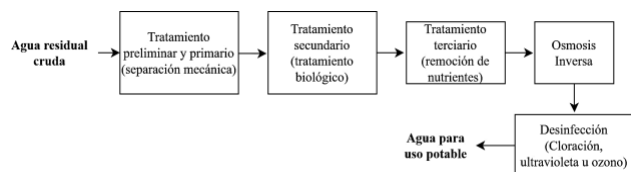


Figura 2. Tratamiento convencional de agua residual.

Fuente: Modificado de (Li et al. 2006).

Tabla 1.

Características hidroquímicas de un agua residual tratada por medios primarios y biológicos.

Variable	Concentración
pH	7.1
Alcalinidad (mg L ⁻¹)	77
BOD (mg L ⁻¹)	15
Sólidos suspendidos (mg L ⁻¹)	24
Sólidos disueltos totales (mg L ⁻¹)	827
Nitrógeno Kjeldahl total (mg L ⁻¹)	4
NO ₃ -N (mg L ⁻¹)	17
Nitrógeno total (mg L ⁻¹)	20
Fosfato-Fósforo (mg L ⁻¹)	7
Fósforo total (mg L ⁻¹)	8
Sodio (mg L ⁻¹)	175
Calcio (mg L ⁻¹)	30
Magnesio (mg L ⁻¹)	8.5
Demanda de cloruros (30 minutos)	10
Demanda de cloruros (24 horas)	16
Coliformes termotolerantes (CFU/100 ml)	640 - 240000

Fuente: Modificado de (Li et al. 2006).

Tabla 1 se presentan las características hidroquímicas, así como los constituyentes principales de un agua residual que ha sido tratada por procedimientos primarios y biológicos en una planta de tratamiento ubicada en la ciudad de Perth, Australia.

3.1 Método de inyección

La inyección de aguas residuales en pozos profundos es una práctica de uso común, no obstante, una desventaja de esta técnica es la posibilidad de contaminar las aguas subterráneas por transporte de contaminantes [19]; por ello, antes de su implementación, debe realizarse un estudio para detectar la presencia de pozos profundos en la zona con el objetivo de prevenir cualquier conexión cruzada y la contaminación de acuíferos superiores. Globalmente se pueden encontrar diversos estudios encaminados a evidenciar la contaminación debido a la recarga artificial por medio de la inyección de aguas residuales tratadas, así como sus posibles efectos en los cuerpos de agua subterráneos, estas investigaciones también tienen como finalidad regular las metodologías de uso en cuanto a la recarga artificial y dar posibles soluciones y recomendaciones a los problemas de contaminación [20].

El diseño del pozo de inyección debe considerar la cementación de una tubería de ademe superficial en todo el espesor del acuífero, de agua dulce, superior. Puede utilizarse un ademe intermedio. Se coloca un ademe largo en la parte superior de la zona de disposición, dentro del cual va el tubo de inyección, separado del primero por un fluido anular no corrosivo. El ademe también debe ser resistente a la corrosión. El fondo puede tener diferentes diseños. Se puede utilizar el fondo abierto en estratos de roca dura ya que tiene como ventaja exponer la máxima cantidad de área en el estrato para una mejor filtración de las aguas inyectadas; también permite la limpieza del pozo. En formaciones blandas o con cavidades, se debe utilizar un pozo revestido con ranuras o uno lleno de grava. El ademe ranurado tiene como ventaja el control y ubicación de los puntos de inyección y se cree que es menos probable que permita el fracturamiento vertical (Fig. 3).

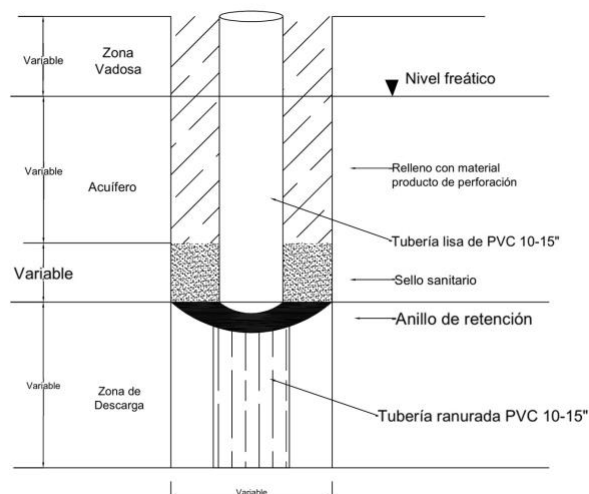


Figura 3. Ejemplo de diseño pozo de inyección.

Fuente: Autores.

Debe llevarse un control a detalle del pozo de inyección. Se deben monitorear y verificar continuamente la presión y el caudal de inyección para detectar variaciones inusuales. También se debe controlar la presión anular. Se sugiere considerar el uso de alarmas de advertencia de alta y baja presión. Es más deseable un caudal uniforme que uno variable e intermitente. Se recomienda que las presiones en la zona de inyección a profundidad se mantengan generalmente por debajo de 0.68 – 0.8 psi/ft (0.139 – 0.185 kg/cm²/m) y por debajo de 75 % de la presión de entrada crítica [21]. Se pueden agregar biocidas para evitar el crecimiento biológico en el estrato de inyección. Para evitar problemas operativos, también es deseable probar periódicamente el agua residual y el fluido anular para detectar cualquier cambio en su composición.

4. Estudios reportados en la literatura

En general, la recarga artificial tiene múltiples beneficios como la restauración de los niveles freáticos en acuíferos, prevención de intrusión salina en zonas costeras y un manejo óptimo de las reservas de agua subterránea [22]. Las aguas de inyección se bombean a través del tubo, que sirve como ademe al pozo, a una zona de disposición permeable, la cual debe estar confinada por dos estratos impermeables.

Maliva et al. [23] realizaron un estudio acerca de la probabilidad de riesgo de contaminación debida a la migración vertical de solutos provenientes de las aguas residuales inyectadas en pozos a profundidad en una zona ubicada en el sur de Florida, USA, las cuales consisten de efluentes industriales de bajo riesgo, de plantas desalinizadoras de osmosis inversa, de plantas de tratamiento municipales y lixiviados en vertederos. Parte de la preocupación se centró en la posible interacción de microorganismos patógenos, concentraciones elevadas de nutrientes o contaminantes emergentes provenientes de las aguas residuales inyectadas, con pozos de almacenamiento y recuperación ubicados a la proximidad. Debido a las particularidades de estas aguas residuales, por lo general, son más susceptibles a la flotabilidad y tienden a migrar de manera vertical por encima de aguas salinas; por ello, fue necesario implementar un modelo de transporte de solutos con el objetivo de simular el flujo vertical de las partículas contaminantes de acuerdo con distintos escenarios de confinamiento, encontrando así que la migración de los solutos ocurre de manera lenta y prolongada debido a los bajos valores de conductividad hidráulica de los estratos confinantes, lo cual se puede incrementar en algunas zonas por cuestiones de fracturamiento. Como resultado de la investigación, se determinó que el flujo vertical de los solutos continúa lentamente su curso, alcanzando tasas máximas de 80 m/año que es lo suficientemente tardío para lograr una inactivación adecuada de patógenos.

De manera similar, Masciopinto et al. [24] efectuaron un estudio con el objetivo de determinar el destino y transporte de los patógenos que son introducidos por la recarga artificial empleando pozos de inyección de agua tratada proveniente de una planta de tratamiento de aguas residuales en la zona

sur de Italia conocida como Salento, lugar ubicado en cercanía de la costa donde se utiliza la recarga artificial con la finalidad de prevenir la salinización acuífera por intrusión salina así como la disminución de los niveles freáticos por el exceso de bombeo para propósitos de suministro local. A pesar de que el agua para abastecimiento poblacional recibe cloración, existe la posibilidad de que ciertos patógenos no sean eliminados; por lo tanto, podrían ser los causantes de enfermedades como gastroenteritis, hepatitis A y poliomielitis. Para dicho estudio se efectuó un modelo matemático de transporte de coloides a través de fracturas paralelas tridimensionales de apertura variable, cuyo número y abertura se determinaron con pruebas de trazadores y bombeo en campo. Los resultados del estudio determinaron que cualquier pozo de suministro para agua potable debe situarse al menos a 8000 metros de distancia de la zona de inyección, esto debido a que representa una distancia segura en donde las concentraciones de los contaminantes son bajas; no obstante, ya que el acuífero de Salento es fracturado, se dan recomendaciones sobre tratamientos adicionales para los efluentes tratados.

Chrysikopoulos et al. [25] efectuaron una investigación aplicando un modelo experimental con el objetivo de determinar la capacidad de transporte o remoción de patógenos conocidos como biocoloides, que se encuentran suspendidos en aguas residuales y que circulan a través de estratos pertenecientes a acuíferos fracturados por medio de la inyección para la recarga artificial; elaboraron modelos a escala utilizando losas de piedra caliza fracturadas, asegurándose que las aberturas de las grietas no se encontraran limpias, simulando así las condiciones geológicas del sur de Italia, Salento, lugar en donde ocurre el fenómeno de “taponamiento” de grietas debido a las inyecciones de agua residual. Se elaboraron dos modelos en uno de los cuales se inyectó agua residual con tratamiento y en el otro sin tratamiento previo, para así generar un modelo matemático que describa el atascamiento debido a los bajos niveles de remoción de patógenos en las grietas. Los resultados demostraron que debido a los biocoloides presentes en la inyección de aguas residuales, se genera una obstrucción de las grietas en los estratos, lo que provoca una disminución de los valores de conductividad hidráulica, que como consecuencia da pie al taponamiento.

Otro tipo de estudio fue el efectuado por Greskowiak et al. [26], el cual tuvo como objetivo la elaboración de un modelo conceptual hidrogeoquímico capaz de adaptarse a un modelo de transporte reactivo multicomponente ya existente, el cual fue generado para el agua residual inyectada en pozos de almacenamiento y recuperación en la zona sur de Bolívar, Australia. El modelo conceptual fue basado en el del ciclo del carbono considerando reacciones geoquímicas de óxido reducción e intercambio iónico. Debido a que en el proceso de almacenamiento y recuperación de acuíferos con aguas residuales puede ocurrir afectación tanto de la calidad del agua inyectada, como de las propiedades fisicoquímicas del acuífero, el modelo fue de gran ayuda para la interpretación de los cambios hidrogeoquímicos en estas situaciones. Con base al modelo fue posible una simulación de la inyección en

un pozo de la zona, describiendo los procesos físicos y biogeoquímicos, representando así de manera satisfactoria los cambios hidroggeoquímicos a lo largo del periodo de almacenamiento de las aguas residuales inyectadas.

Con el objetivo de dar solución a problemas de intrusión salina en la zona costera conocida como la partida de Rambleta en Valencia, España, García [27] evaluó la opción de emplear la recarga artificial con inyección de aguas residuales tratadas para recuperar al acuífero que presenta problemas de salinización desde los años 70. Por ello, se investigó acerca del origen de la salinización y su distribución con cuerpos de agua dulce, así como los efectos hidrodinámicos e hidroggeoquímicos presentes en el acuífero por la acción de las inyecciones. Al ser las aguas residuales inyectadas de baja mineralización oxigenada y subsaturada en minerales carbonatados y sulfatados, se observaron diluciones de minerales, mezclas, intercambio catiónico y oxidación de materia orgánica, durante el proceso de la recarga. También, se comprobó una disminución de la salinidad del agua subterránea con la reducción de las concentraciones de los iones mayoritarios y un descenso de la conductividad eléctrica entre 5 y 10 veces. Para determinar la pluma de inyección se empleó una técnica de geofísica conocida como tomografía de resistividad eléctrica determinando las zonas geométricas de agua dulce y salina con las medidas de resistividad eléctrica del agua, en donde se estableció al agua de inyección como agua dulce para detectar su dirección y las zonas de mezclas entre el agua tratada y la salina.

4.1 Prácticas de inyección de aguas residuales en el contexto mexicano

Cruz-Ayala y Megdal [28] reportan una investigación sobre los proyectos de recarga artificial que se han realizado en México en los últimos cincuenta años. Mencionan que la disponibilidad del agua irá en declive en las regiones Norte, Noreste y Noroeste del país según las proyecciones del comportamiento de las precipitaciones por el cambio climático [29,30]. En la Península de Yucatán el agua subterránea es somera; sin embargo, se ha explotado el potencial del subsuelo para la inyección de aguas residuales tratadas. Se han encontrado estudios dedicados a analizar los efectos de la inyección de aguas residuales en pozos profundos; entre ellos se encuentra el realizado por la Comisión Federal de Electricidad (CFE) [31]. La Central Termoeléctrica II en Mérida, Yucatán, al encontrarse en funcionamiento, desecha sus aguas residuales tratadas por medio de pozos de inyección; estas aguas presentan como peculiaridad altas temperaturas que podrían provocar algún tipo de efecto al acuífero de la zona. La investigación consistió en la determinación de la dirección del flujo del agua inyectada por medio de la introducción de trazadores con fluoresceína del tipo Rhodamina WT y en la evaluación de las características hidroggeoquímicas del agua subterránea por métodos isotópicos. En los resultados se encontró que debido a las inyecciones se presenta una elevación del nivel freático de 4 a 6 centímetros, lo que ocasiona un flujo radial

en las zonas de recarga por las presiones, para después incorporarse al flujo regional de la zona, que va de sur a norte para descargar en el litoral costero. El incremento de la temperatura por las inyecciones, según los resultados, se debe a la difusión molecular y transmisión de calor.

Otro estudio similar fue el efectuado por González [32], el cual planteó la posibilidad de contaminación por inyección de aguas residuales provenientes de zonas turísticas y urbanas en Cancún, Quintana Roo, México, conduciendo a una aparentemente alteración en la calidad del agua del sistema lagunar Nichupté, lo cual podría presentar una situación de riesgo en cuanto a la contaminación de este cuerpo de agua superficial; por ello se emplearon trazadores fluorescentes para conocer la dirección de los solutos y determinar si los cuerpos de agua son afectados por la recarga artificial. Con base en los resultados de la hidrodinámica de las aguas inyectadas, se determinó que no existe la conexión entre el agua residual y el sistema lagunar Nichupté, siendo las descargas de los manantiales al mar de un 70% agua de mar y 30% agua dulce; de esta forma se estableció que los contaminantes encontrados de manera superficial y subsuperficial corresponden a las zonas en donde el agua residual se dispone por medio de fosas sépticas y plantas de tratamiento y son provenientes de zonas urbanas en condiciones de temporadas de lluvia.

Particularmente en el estado de Yucatán, Pérez [33] evaluó el impacto ambiental que genera una planta de empaques ubicada en el municipio de Umán; en la investigación se abarcó el tema de las aguas de residuales que genera dicha empresa, así como la migración de los contaminantes por el medio subterráneo. Si bien, para este estudio el enfoque fue más en la contaminación superficial, se ubicó al menos un pozo de inyección que formó parte del análisis de los contaminantes. Mediante un estudio hidroggeoquímico y la toma de muestras de agua ubicadas dentro de la zona de estudio de manera estratégica, se determinó la localización de las posibles zonas en donde se origina la contaminación de manera espacial; es decir, la interpretación de la pluma de contaminación. Para la investigación se emplearon los programas ArcGis para la clasificación de las aguas y la generación de diagramas con los valores hidroquímicos de las muestras y el software Surfer con el objetivo de hacer un análisis a profundidad de la contaminación elaborando isolíneas en 3D; utilizando los parámetros de temperatura, sólidos disueltos totales, demanda de oxígeno y conductividad eléctrica fue posible una interpretación visual de la contaminación a diferentes profundidades. Como resultado se obtuvo que la contaminación genera un gran impacto al acuífero, ya que la zona de descarga de aguas residuales se encuentra altamente contaminada; se determinó que la dirección de los contaminantes es aparentemente hacia el norte de la zona de inyección y por su peligrosidad se recomendó un tratamiento previo a la inyección de contaminantes o la suspensión de estas actividades para evitar una afectación a la población en general.

5. Discusión

En México, los estudios relacionados a la recarga artificial son amplios, ya sea de manera superficial como por inyecciones en pozos profundos; sin embargo, respecto al monitoreo y transporte de las aguas incorporadas al subsuelo, así como de las concentraciones de los contaminantes por el flujo subterráneo, no se ha encontrado gran diversidad de información. Más bien, en su mayoría, las investigaciones se centran en brindar recomendaciones aplicativas de la recarga artificial y los beneficios de acuerdo a una determinada zona del país [28]. Dicho lo anterior, las investigaciones relacionadas con el transporte de solutos exclusivamente por inyección de aguas residuales son aún más escasas y se tiene poca referencia de metodologías, soluciones y recomendaciones otorgadas por problemas de contaminación por el transporte de solutos debido a las inyecciones.

La península de Yucatán es una zona con un terreno de topografía plana, que cuenta con una geología a base de piedra caliza y dolomía; dicho esto, los minerales más abundantes son el carbonato de calcio, magnesio y la dolomita. La zona se ha denominado como cárstica ya que las disoluciones de la roca calcárea por la infiltración de la precipitación y las corrientes subterráneas han originado un sistema geológico de cavidades y oquedades, lo que ha dado pie a formaciones peculiares como los cenotes. En el estado de Yucatán, debido a la alta permeabilidad de las rocas, la infiltración de la precipitación es casi directa; por lo tanto, se tiene un flujo preferentemente subterráneo, el cual se dirige hacia la costa y descarga en el litoral costero. Así como se tiene un alto valor de la conductividad hidráulica se tiene un valor muy bajo de gradiente hidráulico, esto se interpreta con un flujo prolongado y casi estático del nivel freático [34].

Debido a las características de permeabilidad en el suelo yucateco, el acuífero resulta altamente vulnerable a la contaminación antropogénica; la deficiente disposición de las aguas residuales en el estado genera un foco de contaminación importante que compromete la calidad del agua subterránea por la facilidad de transporte de solutos en el subsuelo [35].

La contaminación del agua subterránea es una problemática que afecta toda la zona acuífera del estado de Yucatán, peligrando así los principales depósitos de suministro de agua dulce para la población y los ecosistemas naturales que dependen de este recurso, como lo son los cenotes. En el año 2013 el Diario Oficial del Gobierno del Estado de Yucatán emitió el decreto número 117 que designa al área natural denominada anillo de cenotes, como una reserva estatal justificando su importancia con base en distintos parámetros de suministro y calidad [36]. Uno de estos parámetros fue el del aprovechamiento del recurso hídrico poblacional; el anillo de cenotes subyace a la extensión territorial del estado conformado por 53 municipios, en los cuales se ubica la ciudad de Mérida y su zona metropolitana. Estos municipios se agrupan en subzonas de acuerdo con sus características del microrelieve presente y las condiciones de flujo ya sea recarga, tránsito y descarga, esto se señala en la Fig. 4 y la Tabla 2. El anillo de cenotes suministra agua para las subzonas y su uso tiene distintos fines, entre los cuales se encuentran los urbanos, industriales y de servicios,

representando así el 42% del volumen de agua que se aprovecha en el estado y el 19% en toda la península.

La calidad del agua es un factor determinante al momento de delimitar las zonas de extracción subterránea, el anillo de cenotes cuenta con aguas de tipo cálcico carbonatadas siendo esta apta para consumo humano, mientras que los tipos de agua con concentraciones de cloruros cercanas a la costa o con alto contenido de sulfatos que se ubican al occidente del anillo son las menos idóneas para extracción. La vulnerabilidad de la región donde se ubica el anillo de cenotes implica un grado alto de contaminación por las descargas de aguas residuales; según la CONAGUA, en el acuífero yucateco se descarga un total de 102.3 Mm³ anuales de aguas residuales sin tratamiento adecuado [37].

Con base en los antecedentes antes mencionados, se creó una reserva geohidrológica del anillo de cenotes con ayuda de especialistas de instituciones educativas y gubernamentales como la Universidad Autónoma de Yucatán (UADY), el Centro de Investigación Científica de Yucatán

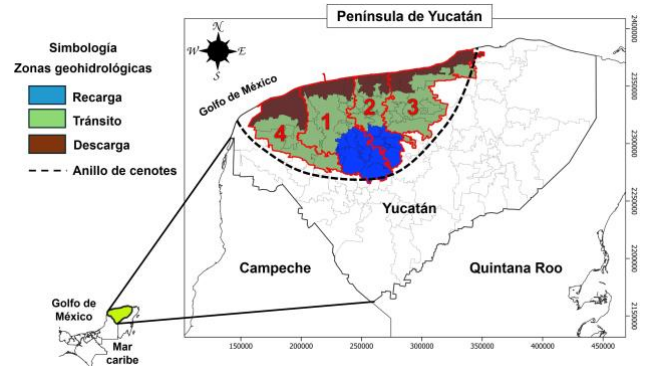


Figura 4. Acuífero de la planicie interior dividido en zonas de recarga, tránsito y descarga por municipios localizados en el cinturón de cenotes. Fuente: Modificado de CCPY, 2012.

Tabla 2.

Municipios conformados por subzonas de recarga, tránsito y descarga que subyacen al anillo de cenotes.

Subzonas	1	2	3	4
Recarga	Seyé	Tahmek		
	Acanceh	Hoctún		
	Timucuy	Xocchel		
	Homún	Hocabá		
	Cuzamá	Sanahcat		
	Tecoh	Huhí		
	Tekit			
Tránsito	Chicxulub pueblo	Motul	Dzilam	
	Mochochá	Telchac	González	
	Mérida	Pueblo	Temax	
	Ucú	Baca	Cansahcab	
	Conkal	Muxupip	Dzoncauich	Tetiz
	Tixpéhuatl	Yaxkukul	Suma	Samahil
	Kanasín	Tixkokob	Tepakán	Kinchil
	Umán	Cacalchén	Teya	Chocholá
			Tekal	de Abalá
			Venegas	
Descarga	Ixil	Sinanché	Takantó	
	Progreso	Telchac	Bokobá	
		Puerto	Izamal	
		Dzemul	Dzilam	de
			Bravo	
			Dzidzantún	Hunucmá
			Yobaín	

Fuente: Adaptado de DOF, 2013.

(CICY), SEDUMA y CONAGUA para regular los volúmenes de agua de la zona, así como las características de calidad de esta; para ello, se involucraron a todos los municipios que se ubican en la zona del anillo de cenotes.

5.1 Análisis crítico y comparación con los casos de estudio en diferentes contextos geográficos

Los hallazgos de los estudios internacionales y nacionales analizados anteriormente tienen implicaciones críticas que actualizan la comprensión de las mejores prácticas y contrastan con la realidad de la inyección de aguas residuales en el acuífero cárstico de Yucatán en varios aspectos:

Nivel de tratamiento del agua: La práctica internacional exitosa de Recarga Gestionada de Acuíferos (MAR) establece un estándar de calidad muy alto para el agua inyectada. En lugares como California y Australia, el objetivo es que el agua tratada, mediante procesos avanzados como microfiltración y ósmosis inversa, supere los estándares de calidad de agua potable antes de ser inyectada, especialmente para almacenamiento y posterior recuperación [15,17]; en Yucatán, solo el 2.4% del total de las aguas residuales municipales descargadas al acuífero son tratadas a nivel secundario (limitado a la remoción de materia orgánica y patógenos). Esto crea un fuerte contraste con la filosofía internacional, exponiendo la vulnerabilidad del acuífero yucateco a una contaminación severa debido a la deficiente calidad del agua de descarga.

Mitigación de intrusión salina: Las experiencias en zonas costeras validan el uso de esta técnica como una herramienta de manejo hídrico. Estudios en España demostraron la efectividad de la inyección de aguas residuales tratadas para reducir significativamente la salinidad y recuperar el acuífero costero, disminuyendo la conductividad eléctrica de 5 a 10 veces [27]. El acuífero de Yucatán, que descarga en el litoral costero y enfrenta intrusión salina en la zona de descarga, podría beneficiarse de esta aplicación estratégica para crear una barrera de agua dulce.

Modelación y monitoreo a detalle: El enfoque internacional subraya la ingeniería precisa para la inyección. Casos en Florida y Australia se basaron en modelos de transporte de solutos y modelos hidrogeoquímicos para simular el flujo vertical de contaminantes y predecir los cambios en la calidad del agua, incluso en estratos de baja conductividad [23,26]. Aunque la NOM-014-CONAGUA-2003 recomienda el desarrollo de modelos de flujo numéricos en México, hay poca referencia de metodologías de monitoreo y transporte de contaminantes en el subsuelo yucateco. Esto es un riesgo, ya que el acuífero cárstico requiere modelos especializados para entender el flujo a través de fracturas y cavidades.

El contraste más significativo surge al comparar las experiencias en medios cársticos fracturados con el acuífero de Yucatán.

Vulnerabilidad extrema y distancias de seguridad: La investigación en Salento, Italia, determinó que, debido al

sistema fracturado, un pozo de suministro de agua potable debe estar situado al menos a 8,000 metros (8 km) de distancia de la zona de inyección para garantizar una concentración baja de patógenos [24]. Dada la alta permeabilidad de la roca caliza en Yucatán y la vulnerabilidad debida al sistema cárstico, la migración de contaminantes puede ser rápida y directa. Los hallazgos de Italia actualizan el riesgo en Yucatán, sugiriendo que las distancias de seguridad deben ser mucho mayores de lo que se podría considerar en acuíferos granulares.

Taponamiento y obstrucción biológica: En el mismo estudio de Italia se demostró que los biocoloides presentes en las aguas residuales tratadas pueden generar una obstrucción o taponamiento de las grietas en los estratos de piedra caliza, lo que disminuye la conductividad hidráulica [25]. Este fenómeno representa una limitación operativa importante para la práctica en Yucatán; si el agua inyectada no tiene una remoción total de sólidos suspendidos y materia biológica, el pozo de inyección podría volverse inoperable o, peor aún, causar un incremento de la presión que derive en fracturación vertical.

Riesgo de fracturación por presión: El acuífero de Yucatán, siendo la principal fuente de agua, hace que la inyección a presión sea especialmente peligrosa. El objetivo es evitar a toda costa la contaminación del acuífero superior. Las experiencias técnicas advierten que la inyección a presión debe limitarse para evitar la fracturación hidráulica vertical, que permitiría el ascenso de aguas residuales a estratos utilizables.

En resumen, los hallazgos internacionales actualizan la necesidad de un tratamiento avanzado y un monitoreo estricto en Yucatán. Sin embargo, el contraste se da en el nivel de vulnerabilidad; el acuífero cárstico de Yucatán es un caso extremo que requiere considerar las distancias de seguridad elevadas y los riesgos de taponamiento observados en otros sistemas cársticos del mundo.

5.2 Aplicabilidad de la inyección de aguas residuales tratadas al acuífero yucateco

Del total de las aguas municipales que son descargadas al acuífero en Yucatán solamente el 2.4% son tratadas a nivel secundario para su introducción al subsuelo. Para el Estado de Yucatán, existe cierta normatividad empleada como referencia para regular la calidad de las descargas de aguas residuales, la NOM-001-SEMARNAT-2021 es una de ellas que tiene como objetivo establecer límites máximos permisibles de contaminantes en aguas residuales, definiendo como contaminantes los básicos (grasas, aceites, sólidos suspendidos, DBO₅, nitrógeno total, fósforo total, temperatura y pH), patógenos y parasitarios (microorganismos, quistes y huevos de parásitos), también se incluyen los metales pesados y cianuros como el arsénico, cadmio, cobre, cromo, mercurio, níquel, plomo, zinc y cianuros [11]. Las descargas se definen como tal como la acción de infiltrar, depositar, verter o inyectar en un cuerpo de agua de la nación.

Por otro lado, está la NOM-014-CONAGUA-2003 de requisitos para la recarga artificial de acuíferos con agua residual tratada, en donde se abarcan las generalidades que se deben cumplir de calidad, operación y monitoreo para incorporar agua residual tratada al acuífero mediante las técnicas de infiltración superficial y subsuperficial e inyección directa en pozos profundos [9]. En cuestión de calidad de agua se proporciona información de cumplimiento de acuerdo con cada tipo de descarga, esto se describe en la Tabla 3.

En el caso de que existan captaciones de agua para suministro doméstico a distancias menores de un kilómetro de la zona en donde se descargan aguas para fines de recarga artificial, se brindan recomendaciones para evitar afectaciones a la calidad del agua subterránea. Entre esas recomendaciones se encuentra la ejecución de proyectos piloto de manera que se observe la interacción del agua residual inyectada con el agua subterránea, también se pide que se realicen estudios hidrogeoquímicos que determinen las relaciones entre el agua inyectada y el medio geológico, así como del agua subterránea de origen, igualmente se espera que se obtenga el flujo y transporte de los solutos inyectados mediante el desarrollo de modelos de flujo numéricos.

La NOM-003-ECOL-1997 establece los límites máximos permisibles de contaminantes para aguas residuales tratadas que se reúsen en servicios públicos [38]. Esta normativa tiene como fin proteger la salud de la población, así como al medio ambiente que tiene contacto con las aguas de reúso, asegurando que estas cuenten con la calidad adecuada evitando el brote de enfermedades y contaminación. En la Tabla 4 se señalan los límites permisibles para cada uno de los contaminantes considerados por la normativa.

La NOM-127-SSA1-2021 se utiliza para el establecimiento de los límites permisibles de calidad que debe poseer el agua suministrada por los organismos públicos y privados, la misma que es destinada para consumo humano [8]; esta normativa tiene como finalidad evitar la aparición de enfermedades por el contacto directo.

Tabla 3.
Aspectos de calidad a cumplir para aguas residuales tratadas a descargar de manera superficial, subsuperficial o de manera directa.

Tipo de contaminante	Tipos de Sistema de recarga	
	Superficial/Subsuperficial	Directo
Microorganismos patógenos	Remoción o inactivación de microorganismos patógenos	Remoción o inactivación de microorganismos enteros patógenos
Contaminantes regulados por norma	Límites permisibles NOM-127-SSA1-2021	Límites permisibles NOM-127-SSA1-2021
Contaminantes no regulados por norma	DBO ≤ 30 mg/l, COT = 16 mg/l	COT ≤ 1 mg/l

Fuente: Adaptado de la NOM-014-CONAGUA-2003.

Tabla 4.

Límites permisibles de contaminantes establecidos para aguas de reúso en servicios públicos.

Tipo de reúso	Promedio mensual				
	Coliformes fecales (NMP/100)	Huevos de helminto (h/l)	Grasas y aceites (mg/l)	DBO5 (mg/l)	SST (mg/l)
Servicios al público con contacto directo	240	1	15	20	20
Servicios al público con contacto indirecto o casual	1,000	5	15	30	30

Fuente: Adaptado de la NOM-003-ECOL-1997.

El agua debe cumplir con ciertas características de calidad establecidas en los límites permisibles, estas son las físicas, químicas, microbiológicas y radiactivas. No es aplicable para aguas residuales; sin embargo, se brinda un panorama de los elementos que son permitidos en el agua, así como las concentraciones de cada uno de ellos. En la Tabla 5 se señalan los valores de las especificaciones físicas y químicas que debe poseer un agua considerada de calidad para el consumo humano; así mismo, la normativa otorga límites permisibles para metales y metaloides, compuestos orgánicos sintéticos y otras características.

Se recomienda que la inyección de las aguas tratadas se realice por gravedad; por medio de la inyección a presión, se puede ocasionar un fracturamiento hidráulico a la roca lo cual debe evitarse debido a que la fractura generada puede ser vertical lo que permitiría que el agua de inyección suba y contamine al acuífero superior. En caso de inyección a presión, se recomienda que esta se limite entre 0.6 y 0.8 psi/ft (0.139 y 0.185 kg/cm²/m) [39].

Tabla 5.

Límites permisibles de características físicas y químicas para agua de consumo humano.

Parámetros	Límite permisible	Unidades
Turbiedad	4.0	UNT
Ph	6.5 a 8.5	Unidades de Ph
Color verdadero	15	UC
Cianuros totales	0.07	mg/l
Dureza total como CaCO ₃	500.0	mg/l
Floruros como F-a	1.5	mg/l
Nitrógeno amoniacal (N-NH ₃)	0.5	mg/l
Nitrógeno de nitratos (N-NO ₃ -)	11.0	mg/l
Nitrógeno de nitritos (N-NO ₂ -)	0.9	mg/l
Sólidos disueltos totales	1000.0	mg/l
Sulfatos (SO ₄)	400.0	mg/l
Sustancias activas al azul de metileno	0.5	mg/l

Fuente: Adaptado de la NOM-127-SSA1-2021.

Tabla 6.

Pros y contras de la inyección de aguas al subsuelo.

Pros	Contras
El agua tratada no se desecha en la superficie del terreno.	Hay un riesgo potencial de contaminar el acuífero por las fallas en la construcción del pozo o por la presencia de fallas geológicas y pozos en la zona.
En algunos casos es muy económico y no requiere el uso de mucha área de terreno.	Se desconocen los efectos de la inyección a largo plazo en la geología así como la migración del agua inyectada.
Se ha utilizado con éxito a nivel mundial.	Cualquier efecto adverso causado por la inyección puede ser difícil de corregir.
Resuelve problemas difíciles de tratamiento en superficie.	El método tiene una aplicación relativamente limitada en función del tipo y volumen de agua residual tratada.

Fuente: Autores.

La protección de los recursos naturales es primordial. La selección de algún método de disposición de residuos debe hacerse considerando el menor efecto al medio ambiente. Se requiere un análisis muy cuidadoso de las alternativas posibles. Un enfoque multidisciplinario considerando la geología del sistema, la ingeniería aplicada y la economía del procedimiento sería lo ideal. La inyección de aguas residuales tratadas no sigue esta filosofía; estas son fáciles de tratar en superficie y lo único que se requiere es su disposición final.

Algunos argumentos a favor y en contra de la inyección de aguas residuales tratadas por medio de pozos profundos, se presentan en la Tabla 6.

5.3 Implicaciones de la normativa mexicana a la inyección de aguas residuales tratadas

En la sección anterior se condensa la información normativa mexicana clave y los argumentos técnicos sobre la inyección de aguas residuales tratadas. Sus implicaciones son fundamentales para evaluar la aplicabilidad y el riesgo de esta práctica en el acuífero cársico de Yucatán. Las Tablas 3, 4 y 5 establecen los estándares de calidad del agua en México y dictan las condiciones de seguridad para la inyección de aguas residuales.

La NOM-014-CONAGUA-2003 es la norma rectora para la recarga artificial de acuíferos con agua residual tratada. Exige que, para los contaminantes regulados, el agua inyectada cumpla con los límites permisibles de la NOM-127-SSA1-2021. Esto implica que, para esos contaminantes, el agua para inyección directa debe tener una calidad comparable a la del agua destinada al consumo humano, reconociendo el alto riesgo de la práctica. El requisito más estricto para la inyección directa es el límite del COT (Carbono Orgánico Total) para contaminantes no regulados [8,9]. Este nivel de remoción es sumamente bajo y, aunque se puede obtener a partir de un tratamiento de nivel secundario, obliga a implementar tratamientos avanzados (terciarios) como ósmosis inversa o microfiltración, lo que contrasta fuertemente con la realidad de Yucatán, donde solo el 2.4% del agua se trata a nivel secundario.

Mientras que la NOM-003-ECOL-1997 establece límites para el reúso de agua residual tratada en servicios públicos, la NOM-127-SSA1-2021 define los límites para el agua de consumo humano (ver Tabla 5) representan el estándar de calidad del recurso hídrico que se busca proteger en Yucatán. Los parámetros como turbiedad y pH son valores de referencia que no deben ser degradados por el agua inyectada. Los límites de la NOM-003-ECOL-1997 (Tabla 4) para el reúso con contacto indirecto o casual son menos estrictos que los requeridos para la inyección directa (NOM-014-CONAGUA-2003) [9,38]. Esto subraya que la inyección en acuíferos, al ser un riesgo directo a la fuente de agua potable, es una operación que demanda una calidad superior a la de un simple reúso superficial.

5.4 Implicaciones prácticas y técnicas de la inyección de aguas residuales tratadas

La Tabla 6 resume la dicotomía de la inyección de aguas residuales. El principal atractivo ("Pros") es que es un método económico y logístico para la disposición. Sin embargo, el principal "Contra" es el alto riesgo de contaminación en acuíferos fracturados. En el acuífero cársico de Yucatán, con su extrema vulnerabilidad, los "Contras" técnicos (contaminación y difícil corrección) superan significativamente los "Pros" económicos, haciendo que la inyección deba ser tratada como un último recurso con la máxima protección. La inyección requiere un sitio geológicamente apto y bien aislado. El riesgo de que una fractura vertical cause la contaminación de un estrato superior de agua dulce es la principal amenaza. Por ello, se recomienda la inyección por gravedad en lugar de a presión, o limitar la presión rigurosamente, para evitar el fracturamiento hidráulico.

La inyección no es un método de tratamiento, sino solo de disposición final. Esta filosofía es problemática, ya que el agua de inyección debe ser de muy alta calidad para evitar la obstrucción biológica (taponamiento de poros) y las reacciones geoquímicas adversas con el acuífero.

La aplicabilidad real de la inyección de aguas tratadas en Yucatán es sumamente compleja y está fuertemente condicionada y limitada por la geología cársica, los inherentes riesgos de contaminación y el marco normativo actual. La geología cársica de Yucatán es el factor más determinante. A diferencia de los acuíferos en medios granulares, el acuífero de Yucatán está compuesto de roca caliza altamente permeable, con un sistema de fracturas, grietas y cavidades que actúan como conductos directos al acuífero. Esta característica fundamental elimina la capacidad de la roca de actuar como un filtro natural de contaminantes, una propiedad clave de los acuíferos granulares. La inyección en un medio cársico conlleva un riesgo significativo de transporte rápido de patógenos y contaminantes a través de fracturas, sin la atenuación esperada. Esto significa que una falla en el tratamiento del agua o en la operación del pozo podría resultar en una contaminación a gran escala y de rápida propagación del acuífero, la principal fuente de agua para la región. Los

riesgos de taponamiento biológico y fracturamiento hidráulico también son amenazas directas que pueden comprometer la integridad del sistema. La lógica de la inyección en Yucatán no puede ser la de "almacenamiento y recuperación", ya que el flujo de agua es tan rápido que el agua inyectada se mezcla y se mueve rápidamente hacia la costa o hacia otros pozos. Por lo tanto, la inyección debe ser evaluada solo como un método para disponer el agua de forma segura.

6. Conclusiones

La inyección de aguas residuales al acuífero utilizando pozos profundos, no es un método de tratamiento, es una técnica para el almacenamiento o la disposición final del líquido previamente tratado. Se trata de un almacenamiento a largo plazo o de disposición final en áreas geológicamente aptas para la inyección. Antes de utilizarse, éste método de inyección, se debe determinar que se tendrá el menor efecto adverso al medio ambiente y que no existan extracciones para abastecimiento de agua potable en las cercanías del punto de inyección.

Es importante considerar la reacción del agua inyectada con el agua de acuífero; la mezcla puede causar problemas como la disolución de la formación geológica, precipitando minerales o generando gases, así como la obstrucción o taponeo de poros debido al crecimiento y desarrollo de materia biológica; para evitar estas dos últimas situaciones, deben eliminarse los sólidos suspendidos.

Los estratos más adecuados para la inyección son arena, arenisca o caliza. El estrato de eliminación debe estar cubierto por una capa de roca impermeable, como pizarra o arcilla, y debe estar aislado de cualquier agua utilizable o recurso natural.

El diseño final de los pozos de inyección debe considerar el fondo abierto, con empaque de grava y ademe ranurado. En su construcción es importante contar con un revestimiento, tubería y cementación adecuados. El pozo debe ser monitoreado cuidadosamente en cuanto a presión, flujo y otros parámetros. Las presiones de la zona de inyección generalmente deben limitarse a 0.8 psi/pie (0.185 kg/cm²/m) de profundidad y al 75 por ciento de la presión de entrada crítica.

Se debe evitar la fracturación hidráulica por la inyección del líquido porque es difícil saber si las fracturas se desplazarán horizontal o verticalmente. Las fracturas verticales podrían permitir que las aguas residuales pasen a estratos superiores y contaminen los recursos naturales.

A partir del análisis de las experiencias internacionales y del marco normativo mexicano, se destaca que la inyección en pozos profundos es una técnica viable en acuíferos con confinamiento geológico, donde los estratos de baja permeabilidad actúan como barrera natural contra la contaminación vertical. Casos de éxito han demostrado la efectividad de la técnica para mitigar la intrusión salina. Sin embargo, el análisis de experiencias revela que en sistemas cársticos, el riesgo de rápido transporte de patógenos es extremadamente alto, requiriendo grandes distancias de

seguridad entre el pozo de inyección y los de suministro. Estos hallazgos demuestran que la geología cárstica no permite una atenuación natural de contaminantes, lo que hace la inyección una práctica de alto riesgo si no se aplican medidas rigurosas.

La inyección de aguas tratadas en Yucatán solo es viable si se cumplen condiciones críticas que la normativa mexicana exige y que la geología cárstica hace imperativas. El agua debe someterse a tratamientos avanzados para cumplir o superar los estándares de la NOM-127-SSA1-2021 (calidad de agua potable), algo que la mayoría de los sistemas de tratamiento de aguas residuales actuales en la región no logran. Inyectar agua con tratamiento secundario es sumamente peligroso e inaceptable. Los pozos de inyección deben construirse de manera que aislen completamente los estratos superiores de agua dulce de la zona de disposición, evitando el fracturamiento hidráulico que podría llevar a una contaminación irreversible. Se deben realizar estudios geofísicos detallados para identificar áreas donde la inyección no ponga en riesgo los principales puntos de extracción de agua potable o ecosistemas sensibles.

Para avanzar de forma segura, se recomienda: (i) Desarrollar modelos numéricos de flujo en medios cársticos para simular el transporte de contaminantes y predecir el impacto a largo plazo de la inyección. Esto es crucial para determinar distancias de seguridad efectivas. (ii) Implementar proyectos piloto a pequeña escala con monitoreo riguroso y en tiempo real de la calidad del agua inyectada y la del acuífero, para evaluar el comportamiento de los contaminantes y el riesgo de taponamiento. (iii) Evaluar los costos reales de la aplicación de tratamientos avanzados y compararlos con los potenciales daños ambientales y a la salud pública que una inyección fallida podría causar. Este análisis permitiría determinar si la inyección es una solución verdaderamente sostenible. (iv) Reforzar la aplicación de la normativa existente y capacitar a las agencias locales para un monitoreo estricto de la operación de inyección, lo que es esencial para proteger el acuífero de Yucatán.

Agradecimientos

A la Junta de Agua Potable y Alcantarillado de Yucatán (JAPAY), al personal de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Autónoma de Yucatán (FIUADY) y a la Secretaría de Ciencia, Humanidades, Tecnología e Innovación (SECIHTI), México, por las facilidades y el apoyo brindado a J. A. Suverbiel-González a través de la beca 4009768 para estudios de maestría y a M. H. Cortazar-Cepeda con una beca de Estancias Posdoctorales por México durante la realización de este trabajo.

Referencias

- [1] Iloms, E., Ololade, O.O., Ogola, H.J.O., Selvarajan, R. Investigating Industrial Effluent Impact on Municipal Wastewater Treatment Plant in Vaal, South Africa. *International Journal of Environmental Research and Public Health*, 17, art. 1096. 2020. DOI: <https://doi.org/10.3390/ijerph17031096>

- [2] Manasa, R.L., Mehta, A. Wastewater: Sources of Pollutants and Its Remediation. En: Gothandam, K., Ranjan, S., Dasgupta, N., Lichtfouse, E. (eds). *Environmental Biotechnology Vol. 2. Environmental Chemistry for a Sustainable World*, vol 45. Springer, Cham. 2020. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-030-38196-7_9
- [3] Morin-Crini, N., Lichtfouse, E., Liu, G., Balaram, V., Lado Ribeiro A.R., Lu, Z., Stock, F., Carmona, E., Ribau Texeira, M., Picos-Corrales, L.A., Moreno-Piñán, J.C., Giraldo, L., Li, C., Pandey, A., Hocquet, D., Torri, G., Crini, G. Worldwide cases of water pollution by emerging contaminants: a review. *Environmental Chemistry Letters*, 20, 2311–2338. 2022. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10311-022-01447-4>
- [4] Quddoos, A., Muhmood, K., Naz, I. Aslam R.W., Usman S.Y. Geospatial insights into groundwater contamination from urban and industrial effluents in Faisalabad. *Discover Water*, 4, 50. 2024. DOI: <https://doi.org/10.1007/s43832-024-00110-z>
- [5] Fida, M., Li, P., Wang, Y., Alam S.M.K., Nsabimana, A. Water Contamination and Human Health Risks in Pakistan: A Review. *Expo Health* 15, 619–639. 2023. DOI: <https://doi.org/10.1007/s12403-022-00512-1>
- [6] Khan, R., Saxena, A., Shukla, S., Sekar, S., Senapathi, V., Wu, J. Environmental contamination by heavy metals and associated human health risk assessment: a case study of surface water in Gomti River Basin, India. *Environmental Science and Pollution Research*, 28, 56105–56116. 2021. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11356-021-14592-0>
- [7] Nawaz, R., Nasim, I., Irfan, A., Islam, A., Naeem, A., Ghani, N., Irshad, M.A., Latif, M., Nisa, B.U., Ullah, R. Water Quality Index and Human Health Risk Assessment of Drinking Water in Selected Urban Areas of a Mega City. *Toxics*, 11(7), 577. 2023. DOI: <https://doi.org/10.3390/toxics11070577>
- [8] Diario Oficial de la Federación (DOF). Norma Oficial Mexicana NOM-127-SSA1-2021, Agua para uso y consumo humano. Límites permisibles de la calidad del agua. 2022.
- [9] Diario Oficial de la Federación (DOF). Norma Oficial Mexicana NOM-014-CONAGUA-2003, Requisitos para la recarga artificial de acuíferos con agua residual tratada. 2009.
- [10] Diario Oficial de la Federación (DOF). Norma Oficial Mexicana NOM-015-CONAGUA-2007, Infiltración artificial de agua a los acuíferos.- Características y especificaciones de las obras y del agua. 2009.
- [11] Diario Oficial de la Federación (DOF). NORMA Oficial Mexicana NOM-001-SEMARNAT-2021, Que establece los límites permisibles de contaminantes en las descargas de aguas residuales en cuerpos receptores propiedad de la nación. 2022.
- [12] Stefanakis, A., Zouzias, D., Marsellos, A. Groundwater Pollution: Human and Natural Sources and Risks. En: *Environmental Science and Engineering volume 4: Water Pollution and Wastewater Treatment*, Singhal, J.C., Sharma, U.C., Gurjar, B.R., Gov, J.N. (Eds), 82-102. STUDIUM PRESS, India. 2015.
- [13] Armanuos, A.M., Al-Ansari, N., Yaseen, Z.M. Underground Barrier Wall Evaluation for Controlling Saltwater Intrusion in Sloping Unconfined Coastal Aquifers. *Water*, 12, 2403. 2020. DOI: <https://doi.org/10.3390/w12092403>
- [14] Johnson, Ted. Battling Seawater Intrusion in the Central & West Coast Basins (Technical Bulletin, Volume 13). Water Replenishment District of Southern California. 2007. Available at: <https://www.wrd.org/files/692a88b0a/TB13+-+Battling+Seawater+Intrusion+in+the+Central+%26+West+Coast+Basins.pdf>
- [15] Kiparsky, M., Miller, K., Blomquist, W., Holtzappple, A., Milman, A. Groundwater Recharge to Address Seawater Intrusion and Supply in an Urban Coastal Aquifer: Orange County Water District, Orange County, California. *Case Studies in the Environment*, 5 (1): 1223118. 2021. DOI: <https://doi.org/10.1525/cse.2021.1223118>
- [16] Singh, K., Kumar, R., Pandit, B. A. Groundwater Conservation and Management by Artificial Recharge of Aquifer. En: *Advances in Water Management Under Climate Change*, Kumar, M., Kumar, R., Singh, V.P., (Eds). 319-339. CRC Press. Taylor and Francis Group. 2023.
- [17] Li Q., Harris B., Aydogan C., Ang M., Tade M. Feasibility of recharging reclaimed wastewater to the coastal aquifers of Perth, western Australia. *Process Safety and Environmental Protection*, 84(4), 237-246. 2006. DOI: <https://doi.org/10.1205/psep.05202>
- [18] Bloetscher, F., Meeroff, D.E., Conboy, K., Sham, C.H., Fergen, R., Gallant, R., Hart, J., Shibata, T., Tuccillo, M.E., Englehardt, J.D. Assessing relative risks of municipal wastewater disposal options for Southeast Florida. *Risk Analysis*, 44, 2148 - 2168. 2024. DOI: <https://doi.org/10.1111/risa.14301>
- [19] Chen C. Solutions Approximating Solute Transport in a Leaky Aquifer Receiving Wastewater Injection. *Water Resources Research*, AGU, 25(1), 61-72. 1989. DOI: <https://doi.org/10.1029/WR025i001p00061>
- [20] Hassan W.H., Ghazi Z.N. Assessing artificial recharge on groundwater quality using wells recharge. *Civil Engineering Journal*. Vol. 9, No. 9, 2233-2248. 2023. DOI: <http://dx.doi.org/10.28991/CEJ-2023-09-09-010>
- [21] Walker, W. R., Stewart, R.C: Deep Well Disposal of Waste. *Journal of Sanitary Engineering Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineering*, 94, SA5, 945. 1968.
- [22] Asano T., Cotruvo J. Groundwater recharge with reclaimed municipal wastewater: health and regulatory considerations. *Water Research*, IWA, 38(8), 1941-1951. 2004. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.watres.2004.01.023>
- [23] Maliva R., Guo W., Missimer T. 2007. Vertical migration of municipal wastewater in deep injection well systems, South Florida, USA. *Hydrogeology Journal*, 15, 1387-1396. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10040-007-0183-z>
- [24] Masciopinto, C., La Mantia, R., Chrysikopoulos, C.V. Fate and transport of pathogens in a fractured aquifer in the Salento area, Italy, *Water Resources Research*, 44, W01404, 2008. DOI: <https://doi.org/10.1029/2006WR005643>
- [25] Chrysikopoulos V., Masciopinto C., La Mantia R., Manariotis D. Removal of Biocolloids Suspended in Reclaimed Wastewater by Injection into a Fractured Aquifer Model. *Environmental Science and Technology*, ACS, 44(3), 971-977. 2009. DOI: <https://doi.org/10.1021/es902754n>
- [26] Greskowiak, J., Prommer, H., Vanderzalm, J., Pavelic, P., Dillon, P. Modeling of carbon cycling and biogeochemical changes during injection and recovery of reclaimed water at Bolivar, South Australia, *Water Resources Research*, 41, W10418, 2005. DOI: <http://dx.doi.org/10.1029/2005WR004095>
- [27] Garcia O. Evaluación multiparamétrica de un esquema MAR (Managed Aquifer Recharge) en un acuífero costero salinizado (Plana de Castellón, España). Castellón de la Plana, España. Tesis de Doctorado en Ciencias. Universitat Jaume I. 2018. DOI: <http://dx.doi.org/10.6035/14104.2018.456307>
- [28] Cruz-Ayala, M.B., Megdal, S.B. 2020. An Overview of Managed Aquifer Recharge in Mexico and Its Legal Framework. *Water*, 12, 474. DOI: <https://doi.org/10.3390/w12020474>
- [29] Arreguín, F.I., Chávez, R., Rosengaus, M. 2007. Impacto del cambio climático sobre los acuíferos mexicanos. En: *Proceedings del VI Congreso Nacional de Aguas Subterráneas*, Asociación Geohidrológica Mexicana, A. C., Mexico, 17–19 Octubre 2007.
- [30] Arreguín, F.I., López, P.M., Marengo, M.H. Mexico's water challenges for the 21st century. En: *Water Resources in Mexico. Scarcity, Degradation, Stress, Conflicts, Management, and Policy*, 1st ed., Oswald Spring, U., Ed., Hexagon Series on Human and Environmental Security and Peace, UNAM, CONACYT. Springer Berlin Heidelberg: Berlin, Germany, 2011, Volume 7, pp. 21–38. 2011. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-3-642-05432-7>
- [31] CFE (Comisión Federal de Electricidad). Efectos de la inyección de agua residual al acuífero en la planta termoelectrica Mérida, Yucatán. Lesser y Asociados, México, Querétaro. 1991.
- [32] González Hita, L. Dinámica de los contaminantes infiltrados en el acuífero kárstico de Cancún, Quintana Roo. 1st Joint World Congress on Groundwater. Fortaleza, Brasil. IMTA, Repositorio Institucional. 2000. Disponible en: <http://hdl.handle.net/20.500.12013/1925>
- [33] Pérez González, K. Impacto de las fuentes contaminantes en el acuífero kárstico del municipio de Umán, Yucatán. Tesis de Licenciatura en Ingeniería Geológica. Instituto Tecnológico de Boca del Río. 2019. DOI: <https://doi.org/10.13140/RG.2.2.20847.25765>
- [34] González-Herrera, R., Sánchez-y-Pinto, I., Gamboa-Vargas, J. Groundwater-flow modeling in the Yucatan karstic aquifer, Mexico.

- Hydrogeology Journal, 10, 539-552. 2002. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10040-002-0216-6>
- [35] González Herrera, R. A., Albornoz Euán, B. S.I., Sánchez y Pinto, I. A., Osorio Rodríguez, J.H. El acuífero yucateco. Análisis del riesgo de contaminación con apoyo de un sistema de información geográfica. Revista Internacional de Contaminación Ambiental, 34(4), 667-683. 2018. DOI: <https://doi.org/10.20937/rica.2018.34.04.09>
- [36] Diario Oficial del Gobierno del Estado de Yucatán. Decreto Número 117. Yucatán, México. 2013.
- [37] Llanes-Salazar R., Rejón-Márquez K. Agua amenazada. Informe sobre la grave contaminación del anillo de cenotes en la Península de Yucatán (México). Fundación para el Debido Proceso. 2022. Recuperado el 18 de diciembre de 2024 de: https://dplf.org/wp-content/uploads/2024/07/agua_amenazada_-_informe_contaminacion_anillo_de_cenotes_yucatan_mexico.pdf
- [38] Diario Oficial de la Federación (DOF). (1998). Norma Oficial Mexicana NOM-ECOL-1997, Que establece los límites máximos permisibles de contaminantes para las aguas residuales tratadas que se reusen en servicios al público.
- [39] New York Department of Health. "Conference Minutes". Deep Well Injection Conference. Albany, N.Y. 1968.
- [40] CCPY (Consejo de Cuenca de la Península de Yucatán). 2012. Comité Técnico de Aguas Subterráneas para la Zona Metropolitana de Mérida (COTASMEY). Recuperado de: <https://acervo.yucatan.gob.mx/contenidos/COTASMEY.pdf>

R.A. González-Herrera, recibió su título en Ingeniería Civil por la Universidad de Yucatán, México, en 1984, la maestría en Ciencias de la Tierra (Aguas Subterráneas) por la Universidad de Waterloo, Canadá, en 1992 y el doctorado en Ciencias de la Tierra (Aguas Subterráneas) por la Universidad Nacional Autónoma de México en 2005. Actualmente, es Profesor Investigador Titular y Coordinador Académico de Hidráulica e Hidrología en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Autónoma de Yucatán, México. Miembro del Sistema Nacional de Investigadores, México, Nivel 1. Sus intereses de investigación incluyen: hidrodinámica de las zonas costeras, factores controladores de la intrusión salina, evaluación de recursos de agua subterránea, modelación del flujo del agua subterránea y solutos en acuíferos heterogéneos, contaminación y rehabilitación de acuíferos y la aplicación de la ciencia a problemas prácticos de contaminación.

ORCID: 0000-0002-6890-3308

J.A. Suverbiel-González, recibió su título en Ingeniería Civil en 2023 y la de maestría en Ingeniería Ambiental en 2025, ambos por la Universidad Autónoma de Yucatán, México. Actualmente se encuentra colaborando en distintos proyectos de divulgación científica en las áreas de Ingeniería Ambiental, Hidráulica e Hidrología en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Autónoma de Yucatán. Sus intereses de investigación incluyen: caracterización e hidrodinámica de acuíferos, modelación de flujo subterráneo y de contaminantes en medios kársticos y granulares, aspectos de calidad de agua, gestión de recursos hídricos y aplicación de métodos geofísicos para la caracterización geológica y del subsuelo.

ORCID: 0009-0004-1154-3171

A. Canul-Chuil, recibió su título en Química Industrial en la Universidad Autónoma de Yucatán en el 2000 y la Maestría en Ingeniería en 2005, por la Universidad Nacional Autónoma de México. Trabajó en el Centro de Investigación Científica de Yucatán (CICY) durante el periodo 2000-2002 en la Unidad de Materiales, y en el Instituto Mexicano de Tecnología del Agua (IMTA) del 2005 al 2007 en el departamento de Calidad del Agua. Desde 2007 forma parte de la Junta de Agua Potable y Alcantarillado de Yucatán (JAPAY). Actualmente es Coordinador del Departamento de Operación y Control de Aguas Residuales.

ORCID: 0009-0001-6135-0405

M.H. Cortazar-Cepeda, recibió su título en Ingeniería Civil en 2009, y el grado de Maestro en Ingeniería Ambiental en 2013, ambos por parte de la Universidad Autónoma de Yucatán, México, y el título de Doctor en Ingeniería Civil por la Universidad de Florida, Estados Unidos. Ha trabajado y colaborado en el diseño de varios sistemas de tratamiento de agua residual en el Estado de Yucatán, y actualmente labora como posdoctorante en la Universidad Autónoma de Yucatán, brindando apoyo a la academia y cuerpo académico de Hidráulica e Hidrología. Sus intereses de investigación recaen en: tratamiento de aguas residuales, contaminación de las aguas subterráneas y manejo sustentable de recursos hídricos.

ORCID: 0009-0008-5920-1700



BOLETÍN DE CIENCIAS DE LA TIERRA No. 58

Es una edición de 100 ejemplares en papel
y se terminó de imprimir en el mes de diciembre de 2025
En Todográficas Ltda. Medellín - Colombia

La portada fue impresa en Propalcote C1S 250 g,
las páginas interiores en Bond 90 g.
Las fuentes utilizadas son Times New Roman, Imprint MT Shadow

Resiliencia al fenómeno de remoción en masa, factores condicionantes de la cuenca baja del río Suárez (Santander) frente al cambio climático

Iván Darío Camacho-Puerto, Johan Eduardo Craig-Santos & Javier Damian Leon-Ruiz

Desafíos de la industria extractiva del cobre en Chile

Orlando Gahona-Flores

Aplicación del Índice de Perturbación del Karst como estrategia de geoconservación en el Geoparque Mundial de la UNESCO Mixteca Alta (México)

José Luis Sánchez-Cortez, Norma López-Castañeda, Kathleen Vélez-Macías & Oscar Bernardo Ortega-Díaz

Análisis y comparación de las transformadas de Fourier y Wavelet: aplicación para el estudio de parámetros de la fuente sísmica del Terremoto de Arequipa del 2001

Marilyn Katia Paredes-Huanca & Edgard Gonzales-Zenteno

Área óptima para zapatas combinadas en forma de T asumiendo que el área en contacto con el suelo trabaja parcialmente en compresión

Arnulfo Luévanos-Rojas, Blanca Lucia Estrada-Mendoza & Mónico Juárez-Ramírez

Viabilidad y riesgos de la inyección de aguas residuales tratadas en el acuífero cárstico de Yucatán: revisión técnica, normativa e hidrogeológica

Roger Amílcar González-Herrera, Jesús Azael Suverbiel-González, Alejandro Canul-Chuil & Mario Humberto Cortázar-Cepeda

Resilience to mass movement phenomena: conditioning factors in the lower Suárez River Basin (Santander) in the face of climate change

Iván Darío Camacho-Puerto, Johan Eduardo Craig-Santos & Javier Damian Leon-Ruiz

Challenges of the copper extractive industry in Chile

Orlando Gahona-Flores

Application of the Karst Disturbance Index as a geoconservation strategy in the Mixteca Alta UNESCO Global Geopark (Mexico)

José Luis Sánchez-Cortez, Norma López-Castañeda, Kathleen Vélez-Macías & Oscar Bernardo Ortega-Díaz

Analysis and comparison of Fourier and Wavelet transforms: application to the study of seismic source parameters of the 2001 Arequipa Earthquake

Marilyn Katia Paredes-Huanca & Edgard Gonzales-Zenteno

Optimal area for T-shaped combined footing assuming that the contact area with the soil works partially in compression

Arnulfo Luévanos-Rojas, Blanca Lucia Estrada-Mendoza & Mónico Juárez-Ramírez

Feasibility and risks of injecting treated wastewater into the Yucatan karst aquifer: technical, regulatory, and hydrogeological review

Roger Amílcar González-Herrera, Jesús Azael Suverbiel-González, Alejandro Canul-Chuil & Mario Humberto Cortázar-Cepeda