ECUACION DE ONDA-PARTICULA

* José García Gómez

SINOPSIS

Se hace mención a algunos de los problemas físicos y filosóficos de la ciencia moderna y luego, haciendo alusión a un trabajo publicado en 1972, se presentan algunas de las consecuencias filosóficas que se obtienen de la teoría del Protilo, para después, con base en una ecuación de transformación, llegar al espacio de fase; con esto se muestra que el tensor g_{ik} tiene propiedades inerciales. Con base en lo cual, al definir una componente espacio-inercial, se llega a la ecuación similar a la de la geodésica parametrizada con el tiempo, mostrando que en ella, existiendo condiciones para una función armónica, se establece esta; luego se muestra cómo esta ecuación está ligada con las ecuaciones del grupo de las cuádricas en las que existen funciones elípticas o de partícula, o hiperbólicas o de propagación. También se muestra cómo a partir de la misma ecuación de transformación se puede llegar a la ecuación de onda de D'Alembert. Como conclusión se presenta la ecuación similar a la geodésica parametrizada con el tiempo como la ecuación de onda-partícula.

ABSTRACT

Some of the physical and philosophical problems of modern science are mentioned. Then, with reference to a paper published in 1972, some of the philosophical consequences of the theory of the protyle are presented. Based on a transform equation the phase space is arrived at, which shows that the g_{ik} tensor has inertial properties. This, by the definition of a spatial-inertial component, leads to the geodesic-like equation time parametrized. This shows

* Profesor Asociado. Departamento de Química. Sección de Fisicoquímica. Universidad Nacional de Colombia.

that, existing conditions for a harmonic function, the latter is established. Then it is shown how this equation is linked to equations of the quadratic type, in which there exist either ellipsoid i. e. particle functions or hyperboloid i. e. wave functions. It is also shown, how from the same equation one can get D'Alembert's wave equation. As a conclusion the geodesic-like equation time parametrized is presented as the wave-particle equation.

Una de las principales preocupaciones de la ciencia, especialmente en los campos de la física y de la química es el de conocer la estructura de la materia. En el camino seguido por la ciencia actual aparecen algunos problemas tanto de carácter filosófico como físico, y es así como se debate sobre la dificultad de captar los conceptos de las dualidades onda-partícula, espacio-tiempo, materia-energía; Milic Capek, en su obra "Impactos Filosóficos de la Física Contemporánea" hace un estudio amplio sobre estos problemas. Con la teoría del Protilo, presentada por el autor en un trabajo publicado en 1972, se presenta un nuevo enfoque filosófico de la Naturaleza con consecuencias, entre otras, como:

Existe el espacio homogéneo e isotrópico, en el cual hay como contenido un ente físico, sustancia de la naturaleza, el protilo.

El tiempo es un ente de razón cuyo origen está en el análisis del flujo relativo del protilo, por lo cual el tiempo es un vector con naturaleza tensorial.

La energía, definida originalmente como aquello que puede producir un trabajo, es un factor de la acción, concepto que se asocia al protilo en sus propiedades.

La materia es protilo con forma. Un cuerpo es protilo con todas sus propiedades: espacio, tiempo, energía, momentos, entropía, etc.

Fenomenológicamente, el problema de dualidad onda-partículas estriba en que la luz tiene fenómenos en los que para su explicación es necesario tomarla como una onda, y otros en los cuales para su explicación se le ha de tomar como una partícula. En la interacción de partículas subatómicas se encuentra continuamente con aparición y desaparición de partículas y aparición y desaparición de fotones, y en las ecuaciones de interacción, se tiene la suma de entes con propiedades de partículas con entes con propiedades de onda; todo lo cual nos lleva a pensar que debe existir una ecuación que convenga igualmente para la descripción de una partícula como a la descripción de una onda y así:

Si en razón de la propiedad reoescleronoma del protilo, consideramos un pequeño desplazamiento relativo entre dos puntos, se puede aplicar la ecuación

$$\delta \bar{\xi}^m = \frac{\partial \bar{\xi}^m}{\partial \xi^l} \delta \xi^l \qquad (1)$$

y la velocidad de este desplazamiento será

$$\frac{D \bar{\xi}^m}{Dt} = \frac{\partial \bar{\xi}^m}{\partial \xi^l} \frac{\partial \xi^l}{\partial t} + \frac{\partial \xi^l}{\partial t} \qquad (2)$$

y si la energía cinética de dicho punto antes del desplazamiento es

$$T_o = \frac{1}{2}\, i_l\, (\dot{\xi}^l)^2 \qquad (3)$$

Su expresión será ahora, combinando las ecuaciones (2) y (3)

$$T = \frac{1}{2} A_{ij} \dot{\xi}^i \dot{\xi}^j + B_k \dot{\xi}^k + T_o$$

en la que

$$A_{ij} = i_k \frac{\partial \bar{\xi}^m}{\partial \xi^l} \quad \frac{\partial \dot{\xi}^l}{\partial \xi^n}$$

$$B_k = i_k \frac{\partial \bar{\xi}^m}{\partial \xi^l} \quad \frac{\partial \dot{\xi}^l}{\partial t}$$

$$T_o = \frac{1}{2}\, i_l\, (\dot{\xi}^l)^2$$

lo que nos da la variación energética en razón de la transformación, y en donde, si $T_o = O$ partimos de la quietud, y el grado de deformación tiene una correspondiente energía cinética con dos sumandos, uno relativo y otro absoluto.

Por medio de dos cambios de coordenadas, podemos llevar esta ecuación de energía a la forma

$$2\,T = I_{ij} \dot{X}^i \dot{X}^j$$

en la que I_{ij} es un coeficiente inercial.

Si ahora definimos una métrica adoptando como tensor métrico fundamental el sistema de coeficientes de inercia, podemos poner la ecuación

$$ds^2 = g_{ik}\, d\chi^i\, d\chi^k$$

en la forma

$$ds^2 = I_{ik}\, dX^i\, dX^k$$

la que al parametrizar con respecto al tiempo nos da

$$\frac{(ds)^2}{(dt)^2} = P_k \dot{\chi}^k = 2\,T$$

teniendo así la energía de la geodésica expresada con las conjugadas P, $\dot{\chi}$

de donde

$$g_{ik}\, d\chi^i\, d\chi^k = 2T\ (dt)^2 = (ds)^2 = P_k\, \dot{\chi}^k\ (dt)^2 = I_{ij}\, d\dot{X}^i\, d\dot{X}^j\ (dt)^2$$

$$P\dot{\chi}^i\ (dt)^2 = g_{ik}\, d\chi^i\, d\chi^k$$

$$2T = g_{ik}\, d\dot{\chi}^i\, d\dot{\chi}^k$$

$$I_{mn}\, d\dot{X}^m\, d\dot{X}^n = g_{ik}\, d\dot{\chi}^i\, d\dot{\chi}^k$$

con lo que el tensor g_{ik} tiene igualmente propiedades inerciales.

Con esta conclusión podemos definir una componente espacio inercial del protilo $d\bar{\chi}^m$, y un estado del mismo con la ecuación

$$d\bar{\chi}^m = \frac{\partial \bar{\chi}^m}{\partial \chi^i}\, d\chi^i \qquad (4)$$

y la ecuación de la geodésica será entonces una forma tensorial de esta ecuación

$$ds^2 = \frac{\partial \bar{\chi}^m}{\partial \chi^i}\ (\times)\ \frac{\partial \bar{\chi}^m}{\partial \chi^j}\, d\chi^i\, d\chi^j \qquad (5)$$

la forma paramétrica de la ecuación 4 es

$$\frac{d\bar{\chi}^m}{\partial t^i} = \frac{\partial \bar{\chi}^m}{\partial \chi^i}\ \frac{\partial \chi^i}{\partial t^i} \qquad (6)$$

cuya derivada segunda con respecto al tiempo es

$$\frac{\partial^2 \bar{x}^m}{\partial t^i \partial t^j} = \frac{\partial^2 \bar{x}^m}{\partial x^i \partial x^j} \dot{x}^i \dot{x}^j + \frac{\partial \bar{x}^m}{\partial x^i} \frac{\partial^2 x^k}{\partial t^i \partial t^j}$$

$$= \frac{\partial^2 \bar{x}^m}{\partial x^i \partial x^j} \frac{\partial x^i}{\partial \bar{x}^m} \dot{x}^i \dot{x}^j + \frac{\partial^2 x^k}{\partial t^i \partial t^j}$$

$$= \Gamma_{ij}{}^k \dot{x}^i \dot{x}^j + \frac{\partial^2 x^k}{\partial t^i \partial t^j} = 0 \tag{7}$$

en donde el tiempo es un vector con propiedades tensoriales.

La ecuación 7 está mostrando un estado estacionario de un campo de velocidades de una propiedad inercial, que al mismo tiempo tiene una deformación elástica, lo cual permite que se pueda poner en la forma

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} + k \psi = 0$$

siendo k una constante armónica y ψ una fuerza, y que tiene como solución general

$$\psi = A \operatorname{sen} (kt + \alpha)$$

De donde se concluye que en la geodésica existe, en alguna forma, un movimiento periódico. De alguna manera, la fuerza deformadora repite, a intervalos iguales de tiempo, el paso por el mismo punto del espacio del sistema, y es una partícula, o se propaga y es una onda, dependiendo de las propiedades geométrico-diferenciales del sistema.

Por otro lado, si de la ecuación (4) hemos obtenido la ecuación (5) de la cual al pasarla a su forma canónica obtenemos la ecuación de una cuádrica

$$\bar{g}_{11} (d\bar{x}^1)^2 + \bar{g}_{22} (d\bar{x}^2)^2 + \bar{g}_{33} (d\bar{x}^3)^2 = A$$

con lo que el protilo cuando tiene propiedades de partícula se debe manifestar como un elipsoide o como un toroide, y cuando tiene propiedades de onda la cuádrica tiene términos negativos perteneciendo al subgrupo de los hiperboloides y entonces es un fenómeno que se propaga en el espacio.

La ecuación (8) implica que la ecuación (7) sea de la forma

$$\Gamma_{ii}^{k}\,(\dot{\chi}^{i})^{2} + \frac{\partial^{2}\chi^{k}}{\partial t^{i2}} = 0$$

en la que si $g_{ij} = 0$ para $i \neq j$,

$$\Gamma_{ii}^{k} = \frac{1}{2}\frac{\partial g_{ii}}{\partial \chi^{k}}$$

lo que con las transformaciones correspondientes permite que la ecuación (9) sea equivalente a la forma

$$\frac{\partial^{2}\bar{\chi}^{m}}{\partial t^{i2}} - \frac{\partial^{2}\dot{\bar{\chi}}^{m}}{\partial \chi^{i2}} = 0$$

en la que al hacer $\bar{\chi}^{m} = \psi$ queda

$$\frac{\partial^{2}\psi}{\partial t^{2}} = \frac{\partial\psi}{\partial \chi^{2}}\dot{\chi}^{2}$$

que es la ecuación de onda de D'Alembert

y puesto que la ecuación de onda de D'Alembert es una ecuación que describe el estado de deformación elástica de un continuo, debería tener una forma tensorial.

CONCLUSION

La ecuación de onda-partícula es

$$\Gamma_{ij}^{k}\,\dot{\chi}^{i}\dot{\chi}^{j} + \frac{\partial^{2}\chi^{k}}{\partial t^{i}\,\partial t^{j}} = 0$$

la cual se puede conectar con la forma

$$\delta_{i}\,\delta_{j}\oint_{t^{i1}}^{t^{i2}}\oint_{t^{j1}}^{t^{j2}} g_{ij}\,\chi^{i}\chi^{j}\,dt^{i}\,dt^{j} = 0$$

BIBLIOGRAFIA

JOSÉ GARCÍA GÓMEZ. El Protilo. 1972. Publicación mimeografiada.

RUTHERFORD ARIS. Vector Tensor and the Bassic Equations of Fluids. Prentice-Hall Inc.

A. J. McCONNELL. Aplications of Tensor Analysis. Dover Publications.

M. CAPEK. Philosophical Impact of Contemporary Physics. D. Van Nostrand Company.

A. LICHNEROWICZ. Elementos de Cálculo Tensorial. Ed. Aguilar. Madrid.

A. TIJANOU, A. SAMARSKY. Ecuaciones de Física Matemática. Ed. Mir. Moscú.

MURRAY R. SPIEGEL. Vector and Tensor Analysis, Schaum Publishing Co. New York.