Revista Colombiana de Matemáticas
Vol. XIII (1979) págs. 49 - 62

EINE VERALLGEMEINERUNG TOPOLOGISCHER MANNIGFALTIGKEITEN

von

Rolf-Ingraban RIEMER

Im Anschluss an eine Arbeitsgemeinschaft über differenzierbare Räume stellte K. Spallek das Problem, in ähnlicher Weise eine Verallgemeinerung topologischer Mannigfaltigkeiten zu finden und Einbettungssätze zu beweisen. In der vorliegenden Note definieren wir topologische Mannigfaltigkeiten mit Singularitäten, die wir stetige Räume nennen. Die Klasse der stetigen Räume verallgemeinert die Klasse der differenzierbaren Räume mit A_2 [3]. Wie im Falle der differenzierbaren Räume lässt sich zeigen, dass sich die Morphismen eines stetigen Raumes S nach $\mathbb{R}^m$ mit dem m-fachen Produkt der Schnitte in der Strukturgarbe von S identifizieren. In Analogie zu W. Bos [1] lässt sich nun zeigen, dass jeder stetige Raum mit lokal kompaktem Träger eine Einbettung in einen Zahlenraum besitzt. Mit Hilfe der Fortsetzung stetiger Räume (vgl. [3]) können wir dann die Voraussetzung der lokalen Kompaktheit für den Einbettungssatz fallen lassen.

§ 1. Stetige Unterräume des $\mathbb{R}^n$. Sei $X \subset \mathbb{R}^n$ beliebig und ζ die Garbe der Keime stetiger Funktionen auf $\mathbb{R}^n$. Die Topologie der gleichmässigen Konvergenz auf Kompakta erzeugt eine Fréchet-Topologie auf ζ.

Definition. $S := (X, \zeta/\mathcal{J}|X)$ heisst stetiger Unterraum von $\mathbb{R}^n$, falls $\mathcal{J}$ abgeschlossene Idealgarbe und $\zeta/\mathcal{J}|X$ lokal punktetrennend ist.

Bemerkung. Da $\zeta/\mathcal{J}|X$ lokal punktetrennend ist, gilt insbesondere $\zeta_x \neq \mathcal{J}_x$, $x \in X$. Ist $\mathcal{J} = \mathcal{J}(X)$ das Ideal der auf X verschwindenden Funktionskeime, so ist $(X, \zeta/\mathcal{J}(X)|X)$ stetiger (reduzierter) Unterraum.

In der Kategorie der $\mathbb{R}$-geringten Räume betrachten wir die Unterkategorie der stetigen Unterräume des $\mathbb{R}^n$ mit den stetigen Morphismen, wobei stetige Morphismen analogen zu den differenzierbaren definiert seien (vgl. [3]).

<u>Lemma 1</u>. *Sei* X *lokal kompakt und* $S = (X, \zeta/\mathcal{I}|X)$ *ein stetiger Unterraum des* $\mathbb{R}^n$. *Betrachten wir* $\mathbb{R}^m = (\mathbb{R}^m, \zeta)$ *als stetigen Unterraum, so gilt :* $\pi : \mathrm{Mor}\,(S, \mathbb{R}^m) \to \Gamma(X, \zeta/\mathcal{I})^m$ *ist ein Isomorphismus.*

<u>Beweis</u>. Da π offensichtlich surjektiv ist [2], genügt es, die Injektivität nachzuweisen. Sein f, $g \in \mathrm{Mor}(S, \mathbb{R}^m)$ mit $\pi(f) = \pi(g)$, $x_o \in X$ und U eine Umgebung von x_o. Es gibt dann Funktionen F, G auf U, die f bzw. g induzieren. Bezeichne F^i die i-te Koordinate von $F (1 \leqslant i \leqslant m)$, so gilt: $F^i_{x_o} - G^i_{x_o} \in \mathcal{I}_{x_o}$ und $F^i(x_o) = G^i(x_o)$. Ist P ein Polynom, so erhalten wir :
$(P_{y_o} \circ F_{x_o} - P_{y_o} \circ G_{x_o}) \in \mathcal{I}_{x_o}, y_o = F(x_o)$. Nach Voraussetzung gibt es für alle $\varepsilon > 0$ eine kompakte Umgebung U^* von x_o mit $|F-G|_{U^*} < \varepsilon, U^* \subseteq U$. Sei nun $\alpha_{y_o} \in \mathcal{I}_{y_o}$ mit Repräsentant A in einer Umgebung W von y_o. Ist $W^* \subset W$ kompakt, so gibt es Polynome $P_{A,n}$, die auf W gleichmässig gegen A konvergieren. Da $\mathcal{I}$ abgeschlossen und $(P_{A,n} \circ F - P_{A,n} \circ G)_{x_o} \in \mathcal{I}_{x_o}$, gilt $\alpha_{y_o} \circ F_{x_o} - \alpha_{y_o} \circ G_{x_o} \in \mathcal{I}_{x_o}$.

<u>Definition</u>. Sei $f = (\underline{f}, f^*) \in \mathrm{Mor}\,(S, S')$. f heisst regulär in $x \in X$, falls es einen Repräsentanten F von f gibt, der lokal ein-eindeutig ist.

<u>Bemerkung</u>. Wie man an der maximalen Idealgarbe

einer abgeschlossenen Menge leicht sieht, ist diese Eigenschaft nicht unabhängig vom Repräsentanten. Andererseits ist es eine sinnvolle Verallgemeinerung; denn es gilt:

Lemma 2. *Sei* $f \in Mor(S, S')$, $S = (X, \zeta/\mathfrak{I}|X)$ *und* X *lokal kompakt. Sei ferner* f *in* x *regulär, so* f_x^* *surjektiv.*

Lemma 3. *Ist* $f \in Mor(S, S')$, $S = (X, \zeta/\mathfrak{I}|X)$ *und* X *lokal kompakt. Ist* f *regulär in* x, *so gibt es eine Umgebung* U *von* x, *so dass* $f_{|X \cap U}$ *eine Einbettung ist.*

Beweis. Sei F Repräsentant von f in einer kompakten Umgebung U. Nach Voraussetzung dürfen wir F als ein-eindeutig voraussetzen. F ist dann bistetig, also f in jedem $y \in U \cap X$ regulär

Lemma 4. *Sei* f *eine Einbettung von* S *in den* $\mathbb{R}^n$. *Besitzt* S *einen lokal kompakten Träger, dann gibt es einen stetigen Unterraum* S' *des* $\mathbb{R}^n$, *so dass* f *eine stetige Abbildung* $f' : S \to S'$ *induziert, wobei* f' *ein Homöomorphismus ist.*

Beweis. Sei $S' = (\underline{f}(X), \zeta/\mathfrak{I}'|\underline{f}(X))$ mit $\mathfrak{I}'_y = \{g_y \in \zeta_y \ ; \ f_x^*(g_y) = 0\}$, $y = \underline{f}(x)$. S' ist dann ein stetiger Unterraum. Nach Konstruktion induziert f offensichtlich einen Isomorphismus $f' : S \to S'$ in der Kategorie der geringten

Räume. Wegen der Regularität von f' in $y \in \underline{f}(X)$, gibt es eine stetige Abbildung in einer Umgebung V von y mit $g \circ f' = id_{|g^{-1}(V) \cap X}$ und $f' \circ g = id_{|V \cap f(X)}$. f' ist also als stetiger Morphismus invertierbar, also ein Homöomorphismus.

§ 2. __Stetige Räume.__ Die stetigen Unterräume des $\mathbb{R}^n$ dienen nun dazu, allgemein stetige Räume einzuführen, wobei die Unterräume als lokale Modelle dienen.

__Definition.__ Sei $A = (X, \mathcal{A})$ ein $\mathbb{R}$-geringter Raum. (U, f, S) heisst Karte von A, falls $f: A|U \to S$ ein Bimorphismus und S ein stetiger Unterraum ist, $U \subset A$ offen.

Analog zu der Begriffsbildung in der Theorie der topologischen Mannigfaltigkeiten sind Verträglichkeit, Atlas und Struktur zu definieren. A versehen mit einer Struktur $\mathfrak{A}$ heisst dann stetiger Raum.

__Definition.__ Seien A, B stetige Räume und $f: A \to B$ ein Morphismus geringter Räume. f heisst stetig ($f \in Mor(A,B)$), falls es zu jedem $x \in X$ Karten (U, f_A, S) aus $\mathfrak{A}$ und (V, f_B, S') aus $\mathfrak{L}$ gibt, so dass $f_B \circ f \circ f_A^{-1} \in Mor(S, S')$.

Lemma 1. *Ist* $A = (X, \mathcal{A})$ *ein stetiger Raum,* X *lokalkompakt, so ist* $\mathrm{Mor}(A, \mathbb{R}^m) \simeq \Gamma(X, \mathcal{A})^m$ *vermöge*

$$f = (\underline{f}, f^*) \mapsto (f^*(y_1), \ldots, f^*(y_m)),$$

wobei y_i *die Koordinatenfunktionen des* $\mathbb{R}^m$ *sind.*

Beweis. vgl. § 1 Lemma 1.

Offensichtlich gilt:

Lemma 2. *Sind* $f : A \to \mathbb{R}^m$, $g : A \to \mathbb{R}^n$ *stetige Morphismen, und fasst man* (f,g) *als Element von* $\Gamma(X, \mathcal{A})^{m+n}$ *auf, so gilt: ist* f *regulär in* $x \in X$, *so auch* (f,g). *Ferner: ist* f *eine Einbettung, so auch* (f,g).

Analog zu § 1 Lemma 4 gilt:

Lemma 3. *Ist* $A = (X, \mathcal{A})$ *ein stetiger Raum mit lokal kompaktem Träger* X, $f: A \to \mathbb{R}^m$ *eine Einbettung, dann gibt es einen stetigen Unterraum* S *des* $\mathbb{R}^m$ *mit:* f *induziert einen Homöomorphismus* $f': A \to S'$

§ 3 Einbettung stetiger Räume. In Anlehnung an W. Bos [1] soll nun gezeigt werden, dass sich stetige Räume mit endlich dimensionalem lokal kompaktem Träger in einen endlich dimensionalen Zahlenraum einbetten lassen.

Definition. Sei X ein topologischer Raum, so setzen wir $\dim X := \sup_{x \in X} \dim_x X$, wobei $\dim_x X$ die induktive topologische Dimension von X in X meint.

Es gilt:

<u>Satz</u>. $\operatorname{Dim} X \leq n$ *genau dann, wenn jede lokal endliche offene Überdeckung von* X *eine Verfeinerung der Ordnung* $\leq n+1$ *besitzt*.

Im folgenden sei X als lokal kompakt vorausgesetzt. Ferner erfülle X das 2. Abzählbarkeitsaxiom. X ist dann insbesondere metrisierbar und parakompakt.

<u>Definition</u>. Ist A ein stetiger Raum, dann sei die lokale Einbettungsdimension von A in $x \in X$ wie folgt definiert:

$$\operatorname{eibdim}_x A := \min\{n \in \mathbb{N} : \text{es gibt eine Karte } (U,f,S) \text{ mit } S \text{ ist stetiger Unterraum des } \mathbb{R}^n \text{ und } x \in U\}.$$

$$\operatorname{eibdim} A := \max_{x \in X} \operatorname{eibdim}_x A$$

Es gilt dann:

<u>**Lemma 1**</u>. $\dim_x X \leq \operatorname{eibdim}_x A$, $x \in X$.

<u>**Lemma 2**</u>. *Sei* $\mathbf{A} = (X,\mathcal{A})$ *ein stetiger Raum,*

$U, W \subset X$ *offen, wobei* $U \subset W$ *relativ kompakt ist und* $B \subset U$ *abgeschlossen. Sei ferner* $g: A|W \to \mathbb{R}^n$ *eine Einbettung, dann gilt:*

i) *es gibt* $s \in \Gamma(X,\mathcal{A})$ *mit* $\mathrm{Tr}\, s \subset U$ *und* $s|B \equiv 1$.

ii) *es gibt eine stetige Abbildung* $f: A \to \mathbb{R}^n$ *mit* $f_{|U} \equiv g_{|U}$.

<u>Beweis</u>. zu i) vgl. [2].
zu ii) Gegeben sei $g = (g_1,\ldots,g_n) \in \Gamma(W,\mathcal{A})^n$.
Zu U,W gibt es eine offene Menge $V \subset X$ mit $\bar{U} \subset \bar{V} \subset W$. Nach i) gibt es dann $s \in \Gamma(X,\mathcal{A})$ mit $\mathrm{Tr}\, s \subset V$ und $s|_U \equiv 1$. Setze nun $f = (f_1,\ldots,f_n)$ mit $f_i := g_i \circ s$; $i = 1,\ldots,n$, so gilt $f_{|U} \equiv g_{|U}$ und $f \in \Gamma(X,A)$, da $s|X-\bar{V} = 0$.

<u>Satz</u>. *Ist* $A = (X,\mathcal{A})$ *ein stetiger Raum der Einbettungsdimension* n *und* X *wie oben, dann lässt sich* A *in* $\mathbb{R}^{(n+1)^2}$ *einbetten.*

<u>Beweis</u>. Da $\mathrm{eibdim}\, A = n$, lässt sich jede offene Überdeckung zu einer lokal endlichen Überdeckung der Ordnung $\leq n+1$ verfeinern. Nach W. Bos [1] gibt es nun eine offene Überdeckung. $\{U_i\}_{i=1,\ldots,n+1}$ und Einbettungen $g_i: A|U_i \to \mathbb{R}^n$.
Die Einbettungen g_i lassen sich nach Lemma 2 zu stetigen Abbildungen $f_i (1 \leq i \leq n+1)$ auf ganz X fortsetzen. Wir wählen nun Schnitte $s_i \in \Gamma(X,\mathcal{A})$

mit $s_i|\overline{V}_i \equiv 1$ und $\operatorname{Tr} s_i \subset U_i$. Dabei ist $\{V_i\}_{i=1,\dots,n+1}$ eine offene Überdeckung von X mit $\overline{V}_i \subset U_i$.

Wegen $X = \bigcup_{i=1}^{n+1} U_i$ ist $f = (f_1,\dots,f_{n+1})$ eine Immersion von A in $\mathbb{R}^{(n+1)^2}$. Es bleibt die Stetigkeit von $\underline{f}^{-1}$ zu zeigen. Da X abzählbare Topologie besitzt, genügt es, $\underline{f}^{-1}$ auf Folgenstetigkeit zu untersuchen. Dies wird aber bei O. Schafmeister [2] bewiesen.

§ 4 Fortsetzung stetiger Räume. Bisher wurden nur stetige Räume mit lokal kompaktem Träger betrachtet. Im folgenden soll gezeigt werden, dass man die Untersuchung von stetigen Räumen mit allgemeinerem Träger auf die Betrachtung von Räumen mit lokal kompaktem Träger zurückführen kann.

Zunächst überlegt man sich, dass die Bedingung "$\mathcal{J}$ abgeschlossen" für stetige Unterräume $S = (X, \zeta/\mathcal{J}|X)$ unabhängig von dem Gebiet G ist mit $X \subset G$. Dies impliziert, dass § 1 Lemma 1 richtig bleibt, falls die Voraussetzung "X lokal kompakt" wegfällt. Insbesondere wird dann jeder stetige Morphismus schon global durch eine stetige Funktion auf einem Umgebungskeim von X erzeugt.

Definition. Sei $A = (X,\mathcal{A})$ ein stetiger Raum.

Dann heisst der geringte Raum $B = (Y,\mathcal{L})$ Fortsetzung von A, falls 1) es einen Morphismus $F:A \to B$ gibt mit: $\underline{F}(X)$ ist dicht in Y und $F:A\to B|\underline{F}(X)$ ist homöomorph, 2) für alle $y \in Y$ und alle $g_y \in \mathcal{L}_y$, sowie für alle Repräsentanten $g \in \Gamma(U,\mathcal{L})$ von g_y gilt: ist $g_x = 0$ für jedes $x \in U \cap \underline{F}(X)$, so auch g_y.

Im weiteren sei $B = (Y,\mathcal{L})$ immer ein stetiger Raum, der Fortsetzung von $A = (X,\mathcal{A})$ ist. Zur Vereinfachung der Schreibweise sei ausserdem $\overline{X} = Y$ und $\mathcal{L}|X = \mathcal{A}$.

Lemma 1. *Seien* U, $V \subset Y$ *offen, so dass* $X \subset U \cap V$ *und* $C = (Z,\mathfrak{z})$ *ein stetiger Raum. Gibt es stetige Abbildungen* $G: B|U \to C$ *und* $H:B|V \to C$ *mit* $G \equiv H$ *auf* $B|U\cap V$, *so gibt es eine stetige Abbildung* $F: B|U\cup V \to C$, *die* G,H *fortsetzt. Ist ausserdem* $\underline{G}$, $\underline{H}$ *topologisch in, so auch* $\underline{F}$.

Lemma 2. *Sind* A,B,C *wie oben und* Z *lokal kompakt, so gibt es zu jeder stetigen Abbildung* $F: A \to C$, *die in* U *definiert ist,* U *offene Umgebung von* X *in* Y, *eine stetige Fortsetzung* $\tilde{F}: B|U \to C$ *mit* $\tilde{F} = F\circ \mathrm{incl}$.

Beweis. Wegen Lemma 1 genügt es, die Aussage lokal zu untersuchen. Ohne Einschränkung gilt deshalb: $A = (X, \zeta/\mathcal{J}) \subset \mathbb{R}^n$, $B = (Y, \zeta/\mathcal{J}^*)$ und $C = (Z, \zeta/\mathcal{J})$, wobei $\mathcal{J}^* = \bigcup_{x\in\mathbb{R}^n} \{f_x$: es gibt in

$U(x)$ einen Repräsentanten $f \in \Gamma(U,\zeta) \cap \Gamma(U \cap X, \mathcal{J})\}$. $\mathcal{J}^*$ ist dann insbesondere abgeschlossen, also B ein stetiger Unterraum. Nach Voraussetzung gibt es eine stetige Funktion $f: U \to \mathbb{R}^n$, die $F: A \to C$ induziert. Ausserdem gilt: $f(\overline{X} \cap U) \subset Z$ und f erzeugt eine stetige Abbildung $\tilde{F}: B|U \cap X \to C$.

<u>Lemma 3</u>. *es seien* $A = (X, \zeta/\mathcal{J}_1)$, $B = (Y, \zeta/\mathcal{J}_2)$, $C = (Z, \zeta/\mathcal{J}_3)$, $D = (W, \zeta/\mathcal{J}_4)$ *stetige Räume, und* B *und* D *haben lokal kompakten Träger. Seien* $F: A \to B$ und $F^* = C \to D$ *Fortsetzungen, so gibt es Umgebungen* U *von* X *und* V *von* $\underline{F}^*(Z)$ *mit: ist* $G: A \to C$ *ein Homöomorphismus, so gibt es* $G^*: B|U \tilde{\to} D|V$ *mit* $G^* \circ F = F^* \circ G$.

<u>Beweis</u>: Mit Hilfe von Lemma 1 findet man Umgebungen $\tilde{U}$ von $\underline{F}(X) = X$ in Y, $\tilde{V}$ von $\underline{F}^*(Z)$ in W sowie Abbildungen G^*, H mit: $G^*: B|\tilde{U} \to D$ und $H: D|\tilde{V} \to B$ mit: $G^* \circ \text{incl.} = F^* \circ G$, sowie $H \circ F^* = \text{incl.} \circ G^{-1}$. Beigeeigneter Wahl von V mit $\underline{F}^*(Z) \subset V \subset \tilde{V}$ und mit $U := G^{*-1}(V)$ ist G^* dann die gesuchte topologische Abbildung.

Um den Einbettungssatz beweisen zu können, müssen wir zunächst noch zeigen, dass beim Übergang zur Forsetzung sich die Einbettungsdimension nicht verändert. Es gilt:

<u>Satz 1</u>. *Ist* A *ein stetiger Raum mit parakompaktem Träger, so gibt es eine lokal kompakte*

Forsetzung B *von* A *mit* eibdim A = eibdim B.

Beweis: Da A parakompakt ist, gibt es Atlanten $\mathfrak{U} = \{(U_\alpha, f_\alpha, S_\alpha)\}$ und $\mathcal{V} = \{(V_\beta, g_\beta, S_\beta)\}$ von A mit:

1) für alle α, β, γ mit $V_\alpha \cap V_\beta \neq \emptyset$ und $V_\beta \cap V_\gamma \neq \emptyset$ gibt es ein δ: $V_\alpha \cup V_\beta \cup V_\gamma \subset U_\delta$.

2) für alle β gilt: $\operatorname{card}\{\alpha : V_\beta \subset U_\alpha\} < \infty$.

Ist $S'_\rho = (X'_\beta, \zeta/\mathcal{J}'_\beta)$, so gibt es eine lokal kompakte Fortsetzung $\tilde{S}'_\beta = (\overline{X}'_\beta, \tilde{\mathcal{L}}_\beta)$ (s.o.). Wir betrachten die disjunkte Vereinigung $Y^* = \bigcup \overline{X}'_\beta$ mit der folgenden Äquivalenzrelation: $x \sim y$ genau dann, wenn es α, β gibt mit: $V_\beta \cap V_\alpha \neq \emptyset$ und $g_\alpha \circ g_\beta^{-1}(x) = y$ falls $x \in \overline{X}'_\beta$, $y \in \overline{X}'_\alpha$. $Y = Y^*/\sim$ ist dann lokal kompakt, und $\overline{X}'_\alpha$ kann auf kanonische Weise mit einer offenen Menge von Y identifiziert werden. Vermöge dieser Identifikation können wir die Strukturgarbe von $\tilde{S}'_\alpha$ als Garbe $\mathcal{L}_\alpha$ auf $\overline{X}'_\alpha \subset Y$ auffassen. Da für $\overline{X}'_\beta \cap \overline{X}'_\alpha \neq \emptyset$ ein Garbenisomorphismus $h_{\beta\alpha}$: $\mathcal{L}_\alpha | \overline{X}'_\alpha \cap \overline{X}'_\beta \to \mathcal{L}_\beta | \overline{X}'_\alpha \cap \overline{X}'_\beta$ existiert, definiert das System $\{(\mathcal{L}_\alpha, h_{\alpha\beta})\}$ eine Garbe $\mathcal{L}$ auf Y. Setzen wir $B = (Y, \mathcal{L})$, so ist B ein stetiger Raum, denn es gibt einen Isomorphismus k_α: $(\overline{X}'_\alpha, \mathcal{L}|\overline{X}'_\alpha) \to S'_\alpha$, so dass $\{(\overline{X}'_\alpha, k_\alpha, \overline{S}'_\alpha)\}$

einen Atlas von B bildet. Nach Konstruktion gilt: B ist eine lokal kompakte Forsetzung von A.

Es bleibt zu zeigen, dass sich bei dieser Konstruktion die Einbettungsdimension nicht verändert. Da das Problem lokaler Natur ist, genügt es, die folgende Behauptung zu beweisen:

<u>Hilfssatz</u>. *Ist* $S = (X, \zeta/\mathfrak{T}) \subseteq \mathbb{R}^n$ *ein stetiger Unterraum und* $\tilde{S} = (\overline{X}, \zeta/\mathfrak{T}')$ *eine lokal kompakte Fortsetzung, so gilt:* eibdim S = eibdim $\tilde{S}$.

<u>Beweis</u>. Ist $x \in X$ und $\operatorname{eibdim}_x S = n_x$, so gibt es eine Umgebung V von x in X, sowie einen Homöomorphismus $f_x : S|V \to S_x \subset \mathbb{R}^{n_x}$, wobei S_x ein stetiger Unterraum ist. Ohne Einschrankung sei $V = X$. Zu S_x gibt es eine kompakte Fortsetzung S_x^*. Wegen Lemma 3 gibt es dann offene Mengen U, V, so dass eine Fortsetzung $\overline{f}_x$ von f_x existiert mit $\overline{f}_x : \tilde{S}|V \to S_x^*|U$. Dies bedeutet: $\operatorname{eibdim}_x \tilde{S} \leq \operatorname{eibdim}_x S$. Die umgekehrte Ungleichung gilt aber offensichtlich.

<u>Satz 2:</u> *Ist* A *ein stetiger Raum, der Atlanten* $\mathfrak{V}, \mathfrak{W}$ *mit der Eigenschaft* 1) *und* 2) *aus Satz* 1 *besitzt, und ist* eibdim $A \leq n$, *so gibt es eine Einbettung von* A *in* $\mathbb{R}^{(n+1)^2}$.

BIBLIOGRAPHIE

[1] W. Bos, "Zur Einbettung einer differenzierbaren Mannigfaltigkeit in einen euklidischen Raum", Arch. Math. 16 (1965), p.232-234.

[2] O. Schafmeister, "Differenzierbare Räume", Forschungsberichte des Landes Nordrhein Westfalen, Nr. 2160, (1970).

[3] K. Spallek, "Some supplements to the theory of differentiable spaces", Publicatione dell'Instituto Matematico Università de Genova, A.A. (1970/71).

Fachbereich Mathematik
Universität Kaiserslautern
Pfaffenbergstraße 95
D-6750 Kaiserslautern.

(Recibido en agosto de 1978).