LA AXIOMATICA Y LAS APLICACIONES DE LA MATEMATICA

por

EMILIO BOREL (*)

Es, si no me equivoco, el ilustre filósofo inglés Bertrand Russel el que dio de la Matemática la definición algo humorística siguiente : "es la única ciencia en que nunca se sabe de lo que se habla, y en que siempre se ignora si lo que se dice es cierto". Esto quiere decir que se parte de axiomas y de definiciones arbitrarias y que la verdad de las conclusiones depende de las convenciones aceptadas respecto a esos axiomas y a esas definiciones. Las definiciones geométricas pueden ser las de la geometría Euclideana, o de la geometría de Lobatchevsky; se da así distinto sentido a las palabras: recta, plano, círculo, etc., y se llega a verdades diferentes.

El aforismo de Russel puede, como sucede, a menudo invertirse; pues es igualmente lícito decir que " la Matemática es la única ciencia en que siempre se sabe muy exactamente de qué se habla, puesto que se parte de definiciones precisas, y en que se está siempre seguro de la verdad de las conclusiones", pues se subentiende que esta verdad simplemente verifica el acuerdo lógico con los axiomas y las definiciones que constituyen el punto de partida de la Ciencia Matemática o de una de sus ramas: la aritmética, el análisis, la geometría, la mecánica racional, el cálculo de probabilidades, la teoría de los vectores, etc. - Es posible, en efecto, desarrollar cada una de estas teorías por el método axiomático, es decir, diciendo, por ejemplo, si se trata de la geometría plana: "Definiremos ciertas cosas que llamaremos puntos y rectas; impondremos a estas cosas ciertas propiedades, como la siguiente: dos puntos distintos determinan una recta. . . etc. De este conjunto coherente y no contradictorio de axiomas y definiciones, deduciremos, progresivamente, las definiciones y las propiedades

---

(*) *Traducción de L. Thorin C., Ingeniero Civil, Facultad de Matemáticas y Estadística, Universidad Nacional de Colombia.*

de todos los entes geométricos''.

No puede negarse que esta concepción axiomática de la Ciencia Matemática ha permitido aclarar muchas dificultades filosóficas y ha sido igualmente factor de importantes progresos de la misma Ciencia Matemática. Es, sin embargo, aproximadamente cierto afirmar que si las matemáticas así concebidas no tuvieren ninguna relación con la realidad concreta y estuvieran completamente desprovistas de utilidad práctica, el interés que les han prestado los sabios hubiese sido mucho menor. Es también cierto que si la Geometría no se hubiera estudiado y perfeccionado durante siglos, sin la intervención del método axiomático, jamás se le hubiera ocurrido a algún sabio pensar en ''cosas'' que habría llamado con nombres arbitrarios y que habría dotado a priori con propiedades esenciales que los géometras han reconocido luego pertenecen a los puntos y a las rectas.

Para exponer una ciencia bajo forma axiomática, como en las buenas novelas policíacas, se comienza por el fin, es decir, se sientan como definiciones propiedades esenciales que la experiencia ha llevado a atribuir, por ejemplo, en la geometría, a los entes : punto, recta, plano.

Independientemente de la verdad abstracta que resulta del hecho de que todos los teoremas se deducen lógicamente de los axiomas y de las definiciones, observemos que las Matemáticas tienen también una realidad concreta. Cuando se quiere expresar que una afirmación es indiscutible se dice a menudo que es tan cierta como que ''dos y dos son cuatro'', es decir, que tiene el mismo grado de certeza que las verdades de la aritmética. Inversamente, cuando un autor dramático como Cocteau, en ''Los Caballeros de la Mesa Redonda'' quiere indicar que nos transporta al mundo de la fantasía y de la irrealidad, basta que haga decir a uno de sus personajes estas fatídicas palabras : ''Dos y dos ya no son cuatro'', para que los espectadores admitan que todas las operaciones de la magia se vuelven posibles.

Si la exactitud rigurosa, no sólo de los cálculos aritméticos, sino de los complicadísimos resultados de la teoría de los números, del álgebra y del cálculo infinitesimal, no puede ponerse en duda ni pueda negarse, la cuestión se plantea en otra forma cuando se trata de las ramas de la Matemática que, como la Geometría y la Mecánica, están más próximas a lo concreto. Los objetos concretos a los cuales podemos aplicar los resultados obtenidos en estas ciencias no pueden ser rigurosamente asimilados a los entes abstractos sobre los cuales raciocina el matemático. La concordancia casi perfecta de los cálculos de la Matemática Celeste con las observaciones astronómicas no es por ello sino más notable; no hay necesidad de otro ejemplo para que pueda afirmarse que la Geometría y la Mecánica Racional tienen indudablemente valor práctico, en el sentido de que permiten prever con precisión y certeza ciertos fenómenos concretos, como las fases de un eclipse de sol en los diversos puntos de la superficie terrestre.

La totalidad de los hombres no se interesa por las teorías del Algebra y del Cálculo Infinitesimal, ni aún por los eclipses del Sol y de la Luna, pero hasta los más ignorantes saben que los cálculos de un buen contabilista no pueden ponerse en duda, ni los de un agrimensor fijando la superficie de un terreno.

Todos nos hemos acostumbrado a someternos, en una multitud de circustancias, a los resultados de un cálculo exacto o de una medida bien hecha. Tal es la razón por la cual el autor de un tratado de Aritmética, de Algebra, de Cálculo, de Geometría y aún de Mecánica, no ha considerado como necesario probar a sus lectores que la ciencia expuesta tiene verdaderamente valor práctico: sería forzar una puerta abierta. Si muchos matemáticos y filósofos han discutido y profundizado los principios y fundamentos de la Matemática, ha sido por su propia satisfacción personal y no para contestar objeciones del " lector medio". Este no tiene la menor duda sobre la posibilidad de aplicar a ciertos seres concretos los raciocinios abstractos del matemático. Tiene, en la verdad práctica de las matemáticas, una fé absoluta, por otra parte perfectamente justificada. Esta fé no puede ser alcanzada ni atenuada por los nuevos descubrimientos que permiten perfeccionar ciertas teorías y, por consiguiente, emprender nuevos cálculos rectificando los antiguos. Cuando los físicos, después de Einstein, sustituyeron la Ley de Newton por la teoría general de la Relatividad, el valor de la Ciencia Matemática no pudo ponerse en tela de juicio.